

Herausgeber:  
Professor Dr.-Ing. H.-G. Kempfert

**Zur Modellierung von granularen  
Materialien bei nichtruhenden  
Lasteinwirkungen**

**Tim Stoecker**

**Heft 13**

April 2002



Diese Arbeit entstand am Fachgebiet Geotechnik als eine vom Fachbereich Bauingenieurwesen der Universität Kassel genehmigte Dissertation.

Erster Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Hans-Georg Kempfert

Zweiter Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Michael Link

Tag der mündlichen Prüfung: 04. April 2002

Herausgegeben im Eigenverlag

Fachgebiet Geotechnik

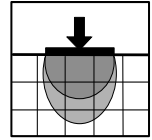
Universität Kassel

Mönchebergstraße 7 - 34125 Kassel

Telefon: (0561) 804 2630

Telefax: (0561) 804 2651

ISBN: 3-89792-082-4



Herausgeber:  
Professor Dr.-Ing. H.-G. Kempfert

---

**Zur Modellierung von granularen  
Materialien bei nichtruhenden  
Lasteinwirkungen**

**Tim Stöcker**

---

**Heft 13**

April 2002



## Vorwort des Herausgebers

Die Modellierung von Boden-Bauwerk-Interaktionen bei nichtruhenden Lasteinwirkungen ist eine Fragestellung, für die bisher nur sehr wenige Lösungsansätze vorliegen, welche insbesondere auch für die Untersuchung von praktischen Aufgaben geeignet sind. Dazu liegen aber eine Reihe von Fragestellungen in der geotechnischen Praxis vor, wie z. B. Untersuchungen zum Langzeitverhalten von Verkehrswegen oder Maschinenfundamenten usw.

An unserem Fachgebiet sind in einer parallel durchgeführten Forschungsarbeit (Heft 12) zyklisch-viskoplastische und zyklisch-viskoelastische Stoffansätze entwickelt worden. Sie beschreiben einerseits das mechanische Verhalten von nichtbindigen Böden und Schotter zutreffend, und sind andererseits insgesamt nicht zu komplex, sondern mehr ingenieurmäßig und überschaubar konzipiert. Darauf aufbauend erschien auch eine numerische und näherungsweise analytische Modellierbarkeit von Strukturen und praktischen Fragestellungen unter zyklischen Lasteinwirkungen möglich.

Herr Dr.-Ing. T. Stöcker hat in seiner Arbeit zunächst eine bodenmechanisch angemessene und ingenieurmäßig nachvollziehbare Modellwahl entwickelt und die gewählten eigenen Ansätze begründet, die für die numerische Behandlung verwendet werden. Insbesondere werden auch spezielle und sinnvolle Strukturierungen für die Modellierungen von Unterbau und Untergrund im Verkehrswegebau, besonders dem Eisenbahnbau, aufgezeigt.

Für die Implementierung und Organisation der gewählten zyklisch-viskoplastischen Stoffansätze waren zunächst die inneren Organisationsformen des FEM-Programm ABAQUS nachzuvollziehen. Insbesondere die Semantik der vorhandenen Benutzerschnittstelle wurde insoweit analysiert, dass die Stoffansätze in das geschlossene Hauptprogramm einzubringen sind.

Anhand eines dreidimensionalen Materialblocks werden die viskoplastischen Dehnungsanteile unter verschiedenen Belastungsrandbedingungen für die implementierten Stoffroutinen verifiziert. Im Vergleich zwischen analytischer und numerischer Lösung wird eine sehr gute Übereinstimmung belegt. Dies gilt auch für Lastumlagerungsfragen sowie der vergleichenden Berechnung für eine kreisrunde Tunnelröhre.

Der implementierte zyklisch-plastische Dehnungsanteil wird durch die Nachrechnung von zyklischen Triaxialversuchen an Schottermaterialien vorgenommen. Die Brauchbarkeit des neuen zyklisch-viskoplastischen Ansatzes sowie die korrekte Implementierung wird durch den Ergebnisvergleich mit insgesamt nur geringen Abweichungen eindeutig belegt.

Besonders interessant ist der Ansatz, für die bekannten spannungstheoretischen Randbedingungen unter Streifen- und Kreisfundamenten, die Spannungsansätze mit dem zyklisch-viskoplastischen Stoffansatz zu kombinieren. Damit konnten in Analogie zur klassischen Setzungsberechnung die Verformungen unter zyklischer Belastung in den einzelnen Bodenschichten ermittelt werden. Von besonderer Bedeutung ist dabei das Grenztiefenkriterium, welches hierbei bezogen auf das zyklische Grenzspannungsverhältnis modifiziert werden konnte. Der gewählte Ansatz für  $t_{\text{grenz}} \approx 0,1 \cdot X$  erscheint plausibel und wird durch eine breite Parametervariation belegt. Diese Tiefe ist auch für numerische Berechnungen einzuhalten.

Die mit den neuen Modellierungsmöglichkeiten durchgeführten Berechnungen für unterschiedlichste Anwendungsbeispiele werden so gewählt, dass ebene und räumliche Randbedingungen, bei unterschiedlichen Untergrundmaterialien gegeben sind und Messungen vorliegen, an denen die Qualität der Berechnung verifiziert werden kann.

Im Einzelnen werden folgende Beispiele untersucht:

- Ebener Modellversuch Feste Fahrbahn
- Räumlicher Modellversuch Feste Fahrbahn
- In situ Ausführung Feste Fahrbahn mit Schottersäulen
- Übergang Brücke-Erdbauwerk (NBS Köln-Rhein/Main)
- Dauerschwellversuch einer besohnten Schwelle im Schottertrog

Der Ergebnisvergleich der numerischen Untersuchungen mit den Messungen zeigt i. d. R. eine befriedigende bis gute, teilweise auch sehr gute Übereinstimmung. Damit ist die Qualität der Implementierung und der strukturellen Organisation der expliziten Vorgehensweise belegt. Dies gilt auch für die Brauchbarkeit des an unserem Fachgebiet entwickelten quasi-statisch zyklisch-viskoplastischen Stoffansatzes. Abweichungen im Vergleich Rechnung vs. Messung resultieren im wesentlichen daraus, dass bei einigen Anwendungen repräsentatives Probenmaterial zur direkten labormäßigen Ermittlung der Kenngrößen für den Stoffansatz nicht vorlag.

Mit den in dieser Arbeit dokumentierten Modellierungsmöglichkeiten ist nunmehr eine ingenieurmäßige Berechnung zum Langzeitverhalten von geotechnischen Systemen möglich.

Für die finanzielle Unterstützung der Forschungsarbeiten danke ich der Europäischen Union und der Deutschen Forschungsgemeinschaft.

Hans-Georg Kempfert

## **Vorwort des Autors**

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Geotechnik der Universität Kassel.

In der Geotechnik, insbesondere im Verkehrswegebau, gewinnt die Frage der Boden-Bauwerk-Interaktion bei nichtruhenden Lasteinwirkungen zunehmend an Bedeutung. Dabei stehen neben sicherheitsrelevanten Aspekten besonders Fragen zur Gebrauchstauglichkeit, sowie wirtschaftliche Aspekte im Vordergrund. Ziel anwendungsorientierter Untersuchungen muss daher die Entwicklung eines praxisorientierten Verfahrens zur Modellierung der Langzeitverformungen bzw. des Langzeitverhaltens des Unterbaus von Verkehrswegen unter nicht-ruhender Belastung sein. In dieser Arbeit wird der Schwerpunkt daher auf der Modellierung granularer Böden und Schottermaterialien gelegt. Prinzipiell sind die entwickelten Ansätze, insbesondere die Anwendung der erarbeiteten numerischen Modelle, aber auch auf andere Anwendungsgebiete der Geotechnik übertragbar.

Die vorliegende Arbeit wurde von der Europäischen Kommission im Rahmen des Forschungsprojekts EUROBALT II und von der Deutschen Forschungsgemeinschaft im Rahmen des Schwerpunktprogramms „Systemdynamik und Langzeitverhalten von Fahrwerk, Gleis und Untergrund“ gefördert. Beiden Institutionen sei recht herzlich für die finanzielle Unterstützung gedankt.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. H.-G. Kempfert für die Möglichkeit zur Bearbeitung dieses Themas, sowie für seine Anregungen, Unterstützung und die Übernahme des Referats in meinem Promotionsverfahren. Für die Erstellung des Zweitgutachtens danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. M. Link. Für Ihre Mitwirkung in der Promotionskommission danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. U. Köhler sowie Herrn Prof. Dr.-Ing. N. Meyer.

Für seine fachliche und kreative Unterstützung bedanke ich mich ganz besonders bei Herrn Dr.-Ing. A. Gotschol. Weiterhin danke ich Herrn Dr.-Ing. habil Y. Hu, auf dessen Vorarbeiten diese Arbeit aufbaut, sowie allen Mitarbeitern und beteiligten studentischen Hilfskräfte für die angenehme Zusammenarbeit.

Meinen Eltern, insbesondere meinem Vater, danke ich für die ausdauernde und positive Unterstützung meines Werdeganges und meiner Claudia für Ihre große Geduld.

Tim Stöcker





## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b> .....	<b>1</b>
1.1	Problemstellung.....	1
1.2	Ziel der Untersuchung und methodischer Ansatz.....	3
1.3	Vorgehensweise.....	5
<b>2</b>	<b>Zum Kenntnisstand über das mechanische Verhalten granularer Materialien unter ruhenden Lasteinwirkungen</b> .....	<b>7</b>
2.1	Allgemeines .....	7
2.2	Bruchkriterium .....	9
2.3	Fließregel, Plastizität und Viskoplastizität .....	12
2.3.1	Plastisches Potenzial .....	12
2.3.2	Plastizität.....	13
2.3.3	Viskoplastizität .....	15
2.3.4	Auswahl einer Fließregel für die eigenen Berechnungen .....	18
<b>3</b>	<b>Zum Kenntnisstand über das mechanische Verhalten granularer Materialien unter nichtruhenden Lasteinwirkungen</b> .....	<b>19</b>
3.1	Definition der nichtruhenden Lasteinwirkung.....	19
3.2	Hinweise zum Stoffverhalten .....	20
3.3	Modellvorstellungen.....	23
3.3.1	Allgemeines .....	23
3.3.2	Implizite Ansätze .....	23
3.3.3	Explizite Ansätze .....	30
<b>4</b>	<b>Verwendete Modelle und Stoffansätze für die eigenen Untersuchungen</b> .....	<b>35</b>
4.1	Allgemeines .....	35
4.2	Darstellung einer grundsätzlich vereinfachten Vorgehensweise bei dynamisch belasteten Systemen am Beispiel Verkehrswegebau .....	36
4.2.1	Getrennte Untersuchungen im Kurz- und Langzeitverhalten .....	36
4.2.2	Abbildung der nichtruhenden Lasteinwirkung für die Modellierung des Langzeitverhaltens .....	39
4.2.3	Zusammenfassung.....	41
4.3	Gewählter zyklisch-viskoplastischer Stoffansatz zur Beschreibung der plastischen Dehnungsanteile unter nichtruhender Belastung.....	42
4.3.1	Allgemeines .....	42
4.3.2	Plastische Dehnungsanteile für $F_c \leq 0$ bei zyklischer Beruhigung.....	44

4.3.3	Plastische Dehnungsanteile für $F_c > 0$ bei zyklischem Versagen.....	51
4.3.4	Koppelung der plastischen Dehnungsanteile bei zyklischer Beruhigung und zyklischem Versagen .....	52
4.3.5	Reduziertes zyklisches Bruchkriterium und zyklische Scherparameter.....	53
4.3.6	Eindimensionale Darstellung des gewählten Stoffansatzes als rheologisches Modell .....	56
4.4	Ermittlung der Materialparameter für den Stoffansatz.....	57
4.4.1	Allgemeines .....	57
4.4.2	Elastische Materialparameter .....	58
4.4.3	Festigkeitsüberschreitung und Mohr-Coulombsches Bruchkriterium .....	59
4.4.4	Dilatanz .....	61
4.4.5	Zyklisch-viskoplastische Materialparameter.....	61
<b>5</b>	<b>Numerische Implementierung des zyklisch-viskoplastischen Stoffansatzes in ein quasi-statisches Modell in ABAQUS .....</b>	<b>63</b>
5.1	Allgemeines .....	63
5.2	Lösung linearer Randwertprobleme mit der Finite Elemente Methode.....	63
5.3	Lösung nichtlinearer Randwertprobleme mit ABAQUS.....	65
5.3.1	Allgemeines .....	65
5.3.2	Newton Raphson Verfahren.....	68
5.3.3	Modifiziertes Newton Raphson Verfahren und Initial Strain Methode .....	70
5.3.4	Quasi-Newton Verfahren .....	71
5.4	ABAQUS Schnittstelle Benutzerroutine UMAT .....	74
5.4.1	Allgemeines .....	74
5.4.2	Semantik der Benutzerroutine UMAT .....	74
5.5	Implementation der Stoffroutinen .....	77
5.5.1	Organisation des Berechnungsablaufes.....	77
5.5.2	Initialisierung und Elastische Dehnungsanteile (Schritt 1, 2, 3, 4).....	80
5.5.3	Statisch Viskoplastische Dehnungsanteile (Schritt 2) .....	81
5.5.4	Dehnungsanteile des zyklischen Versagens (Schritt 4).....	81
5.5.5	Dehnungsanteile der zyklischen Beruhigung (Schritt 4).....	81
5.5.6	Steuerung der viskoplastischen Zeitschrittgröße und der inkrementellen Zyklenzahlen (Schritt 2, 4).....	83
5.5.7	Steuerung des zyklischen Versagens und der zyklischen Beruhigung (Schritt4) .....	84
5.5.8	Primärspannungszustand (Schritt 1, 2) und zyklisch-deviatorische Spannungsamplitude (Schritt 4).....	85
5.6	Erfahrungen mit der Benutzerroutine UMAT .....	86

---

<b>6</b>	<b>Verifikation der in die ABAQUS Benutzerroutine UMAT implementierten Stoffroutinen .....</b>	<b>88</b>
6.1	Allgemeines .....	88
6.2	Viskoplastische Dehnungsanteile .....	88
6.2.1	Schubbruch und Zugbruch .....	88
6.2.2	Lastumlagerung .....	90
6.2.3	Analytisches Beispiel: Kreisrunde Tunnelröhre .....	93
6.3	Zyklisch-plastische Dehnungsanteile .....	96
<b>7</b>	<b>Vereinfachtes Berechnungsverfahren zur Abschätzung von Setzungen unter nichtruhenden Lasteinwirkungen.....</b>	<b>102</b>
7.1	Allgemeines .....	102
7.2	Theoretischer Hintergrund.....	102
7.3	Grenztiefe .....	106
7.4	Eingangsparameter des vereinfachten Berechnungsverfahrens.....	109
7.5	Vereinfachtes Berechnungsverfahren, Programm PlastVer .....	110
7.6	Ergebnisinterpretation und Funktionsanpassung .....	114
7.7	Anwendungsbereich und Gültigkeit des vereinfachten Berechnungsverfahrens, Programm PlastVer .....	116
7.8	Praktisches Berechnungsbeispiel.....	116
7.8.1	Vorbemerkung .....	116
7.8.2	Dynamischer Plattendruckversuch.....	116
7.8.3	Lastannahmen und Randbedingungen der FEM Berechnung.....	117
7.8.4	Berechnungsergebnisse .....	121
<b>8</b>	<b>Anwendungsbeispiele unter Verwendung des zyklisch-viskoplastischen Stoffansatzes für granulare Materialien unter nichtruhender Lasteinwirkung.....</b>	<b>124</b>
8.1	Allgemeines .....	124
8.2	Ebener Modellversuch Feste Fahrbahn .....	124
8.2.1	Zielsetzung .....	124
8.2.2	Geometrie und verwendete Messtechnik .....	125
8.2.3	Belastungsannahmen und Vereinfachungen .....	126
8.2.4	Materialkenngrößen .....	126
8.2.5	Ergebnisse .....	127
8.3	Räumlicher Modellversuch Feste Fahrbahn .....	129
8.3.1	Zielsetzung .....	129
8.3.2	Geometrie.....	129
8.3.3	Belastungsannahmen.....	131

8.3.4	Materialkenngrößen .....	131
8.3.5	Ergebnisse .....	132
8.4	Ausführungsbeispiel Feste Fahrbahn.....	132
8.4.1	Zielsetzung .....	132
8.4.2	Bauwerk und Abmessungen.....	133
8.4.3	In situ Messtechnik .....	134
8.4.4	Randbedingungen, Belastungsannahmen und Vereinfachungen .....	134
8.4.5	Materialkenngrößen .....	136
8.4.6	Ergebnisse .....	138
8.5	Prognose des Setzungsverhaltens im Widerlagerbereich eines Schienenweges mit Fester Fahrbahn .....	141
8.5.1	Zielsetzung .....	141
8.5.2	Bauwerksgeometrie.....	141
8.5.3	Materialkenngrößen .....	144
8.5.4	Verkehrsbelastung.....	145
8.5.5	Abschätzung der Lastwechselzahlen.....	148
8.5.6	Ergebnisse .....	149
8.6	Dauerschwellversuch einer besohnten Schwelle im Schottertrog.....	153
8.6.1	Zielsetzung .....	153
8.6.2	Geometrie, Lastannahmen und Materialkenngrößen .....	154
8.6.3	Ergebnisse .....	155
<b>9</b>	<b>Zusammenfassung .....</b>	<b>157</b>
	<b>Summary .....</b>	<b>161</b>
<b>10</b>	<b>Literatur .....</b>	<b>165</b>
 <b>Anhänge</b>		
	Liste häufig verwendeter Bezeichnungen und Symbole.....	A
	Tensoren der Viskoplastischen Formulierung.....	B





# 1 Einführung

## 1.1 Problemstellung

In der Geotechnik hat die Frage der Boden-Bauwerk-Interaktion bei nicht ruhenden Lasteinwirkungen zunehmend an Bedeutung gewonnen. Dabei stehen neben sicherheitsrelevanten Aspekten besonders Fragen zur Gebrauchstauglichkeit, sowie wirtschaftliche Aspekte im Vordergrund. In Ergänzung zu den herkömmlichen Aufgabenstellungen aus dem Bereich der Maschinenfundamente, d. h. gründungstechnische Fragestellungen für ortsfeste zyklisch-dynamische Lasten, gewinnen zunehmend Fragestellungen aus dem Verkehrswegebau, insbesondere aus dem Eisenbahnbau an Bedeutung. Zum Beispiel sind ca. 70% der Instandhaltungsaufwendungen der DB Netz AG für den Fahrweg erforderlich. Besonders die Einführung des Hochgeschwindigkeitsverkehrs mit derzeit 250 km/h und zukünftig 300 km/h bewirken erheblich kürzere Instandhaltungsintervalle. Sie rühren aus der hohen dynamischen Belastung des Schienenweges als Folge der physikalischen Abnutzung des Schotterbetts sowie einer erhöhten Setzungsneigung im Untergrund, siehe z. B. *Hu (1997)*, *NGI (1995)*, *Rippke (1995,1996)* und *Shenton (1978,1985)*. Auswirkungen der sich ergebenden Gleislageverschlechterungen sind Einschränkungen in der Verfügbarkeit des Gleises bzw. Reduzierung der Fahrgeschwindigkeit.

Bei Oberbauten des Systems „Feste Fahrbahn“ sind darüber hinaus nur geringe Setzungsdifferenzen aufgrund der eingeschränkten Nachregulierungsmöglichkeiten zulässig. Gekennzeichnet sind die vorgenannten Vorgänge durch Veränderungen der Systemkomponenten des Gleisauflagers im Kurz- und Langzeitverhalten mit gegenseitiger Beeinflussung („Interaktion“).

Bis heute stützt sich der Kenntnisstand zum Verformungsverhalten vom Oberbau und Bahnkörper unter zyklischer Lasteinwirkung weitgehend auf empirische Erkenntnisse. Langzeitmodelle, die bleibende Verformungen im Unterbau/Untergrund oder auch im Schotterbett simulieren, liefern abhängig von der Zugüberfahrt bisher nur in einer sehr stark vereinfachten exponentiellen, *Shenton (1985)*, oder auch halblogarithmischen Betrachtungsweise, *Hettler (1984)*, Angaben über Setzungen homogener Schichten. Geometrische wie physikalische Randbedingungen oder aber bodenmechanische Kenngrößen finden keinen bzw. nur sehr beschränkt Eingang. Alle Ansätze, wie z. B. der von *Knothe (1998)*, weisen erhebliche Einschränkungen in der allgemeinen Anwendbarkeit auf. Andere sehr theoretische Ansätze, wie z. B. die in der Zwischenzeit auch für zyklische Lasteinwirkungen verwendete Hypoplastizität, *Herle (1997)*, erlauben eine weitergehende theoretische Behandlung der Fragestellung.



Eine befriedigende praktische Beschreibung des Gleisauflagerverhaltens ist damit zur Zeit nur bedingt möglich.

Die Problematik der Beschreibung des Stoffverhaltens von Böden unter statisch monotonen Belastungen kann als bekannt vorausgesetzt werden. Bei nichtruhenden dynamisch-zyklischen Einwirkungen kommt u.a. hinzu,

- sich ggf. über die Belastungszeit ändernde Stoffkenngrößen,
- nichtlineare Lastanregungs-Dehnungsinkrement-Beziehungen und
- hysteretisches Materialverhalten.

Als allgemeine Anwendungsformen für geotechnische Fragestellungen seien

- die Gründungen von Maschinenfundamenten,
- der Verkehrswegebau,
- Verdichtungsarbeiten,
- Einwirkungen im Wasserbau aus Wellen oder wechselnden Wasserspiegeln und
- wiederholte veränderliche Einwirkungen auf Flach- und Tiefgründungen, z. B. Windbelastungen,

genannt.

Zur Modellierung („numerische Simulation“) der Stoffeigenschaften geotechnischer Materialien (Böden) und des Boden-Bauwerk Systemverhaltens unter nicht ruhender Lasteinwirkung sind folgende Begriffe zu unterscheiden,

- *Kurzzeitverhalten*: dynamische, zumeist linear-elastisch betrachtete Antwort der untersuchten Struktur auf die eingeleitete Erregung.
- *Langzeitverhalten*: bleibende, durch die induzierten Kraftgrößen unter fortschreitender Belastungsdauer akkumulierende Verformungen.

Weiterhin ist jeder transiente Schwingungsvorgang durch eine geeignete Fourierreihenanalyse in diskrete harmonische Schwingungen zerlegbar. Die harmonischen Schwingung kann daher als die einfachste Form der nicht ruhenden Lastanregung angesehen werden.

## 1.2 Ziel der Untersuchung und methodischer Ansatz

Ziel der Untersuchung ist die Entwicklung eines praxisorientierten Verfahrens zur Modellierung der Langzeitverformungen bzw. des Langzeitverhaltens des Unterbaus von Verkehrswegen unter nichtruhender Belastung. Schwerpunkt ist hierbei das Stoffverhalten von granularen Materialien. Prinzipiell sind die erarbeiteten Ansätze, insbesondere die Anwendung der erarbeiteten numerischen Modelle, aber auch auf andere Anwendungsgebiete der Geotechnik übertragbar.

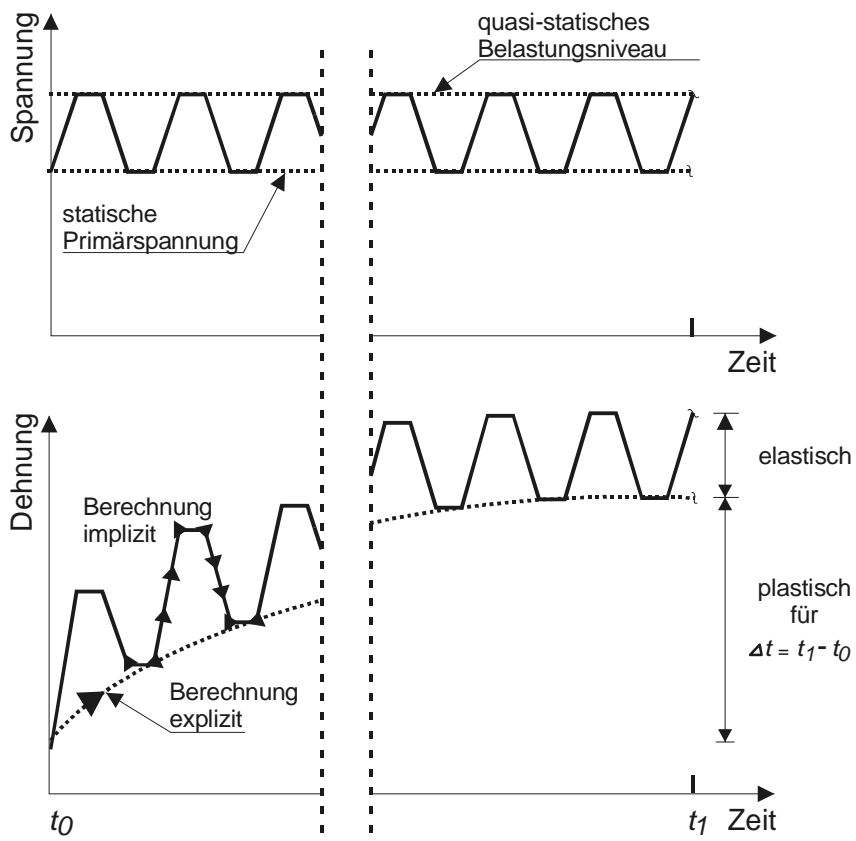
Zielsetzung einer anwendungsbezogenen Forschung zur Fragestellung des Stoffverhaltens von granularen Böden unter nichtruhenden Lasten muss eine wirklichkeitsnahe Beschreibung der interaktiven Vorgänge im Systemverhalten sein. Dabei geht es weniger um die physikalisch umfassende und wissenschaftstheoretisch abgesicherte Lösung (Grundlagenforschung), als vielmehr um eine vereinfachte Betrachtungsweise, mit der die wesentlichen Einflussparameter erfasst und deren Auswirkungen in ingenieurmäßiger Näherung beschrieben werden können.

Die Modellierung des zuvor erläuterten Langzeitverhaltens von Böden unter nichtruhender Belastung gestaltet sich schwierig. Das Gesamtsystem aus Bauwerk und Untergrund muss über lange Zeiträume hinweg unter Berücksichtigung eines allmählich anwachsenden, hysteretischen Verhaltens mit bleibenden Verformungen über eine zumeist hohe Zyklenzahl untersucht werden. Bei einer nach Bild 1.1 *impliziten* Vorgehensweise müsste kontinuierlich über den Belastungspfad das jeweils inkrementell veränderte System solange berechnet werden, bis sich insgesamt eine relevante bleibende Verformung einstellt. Schädigungsrelevante Größenordnungen ergeben sich je nach untersuchter Aufgabenstellung jedoch erst nach einer längeren Belastungsdauer bzw. einer sehr hohen Anzahl von Lastwechseln. Wesentlich erscheint bei der zu berücksichtigenden hohen Anzahl von Lastwechseln neben dem großen Rechenaufwand auch die Gefahr einer Fehlerfortpflanzung im Rahmen der nichtlinearen Berechnung für hysteretisches Materialverhalten. Über den Verlauf eines jeden Lastwechsels können sich, wenn auch nur in geringer Größenordnung, Fehler akkumulieren. Auf diese Weise kann es zu unkontrollierbaren Ergebnissen kommen.

Im Gegensatz dazu wird im Folgenden der in Wirklichkeit implizite Prozess der stetig fortschreitenden Verformungen über den einzelnen Belastungszyklus über einen zyklisch-viskoplastischen Stoffansatz, der ein konstantes quasi-statisches Belastungsniveau mit einer Zyklenzahl als Bezugsgröße voraussetzt, *explizit* berechnet, siehe Bild 1.1. Explizit bedeutet in diesem Zusammenhang, dass in Abhängigkeit vom vorhandenen Spannungszustand am

Bodenelement, für eine wiederkehrende Belastungsgröße (Zyklus) ein plastisches Dehnungskrement abgeleitet wird. Die explizit durchgeführten Langzeitberechnungen zielen auf die Darstellung der mit der Zyklenzahl fortschreitenden Entwicklung bleibender Deformationen ab und sind durch eine experimentelle Absicherung der Veränderungen des Materialverhaltens belegt. Explizite Ansätze werden durch die Reduzierung der oszillierenden bzw. nicht ruhenden Lastanregung auf ein konstantes Belastungsniveau auch als „quasi-statisch“ bezeichnet, da die Dynamik bzw. Masseträgheitseinflüsse als solche vernachlässigt werden.

Festzuhalten ist, dass hier die Begriffe explizit und implizit in einer makroskopischen Weise verwendet werden. Sie beziehen sich auf die generelle Vorgehensweise zur Berechnung von zyklisch-plastischen Dehnungen und sind nicht zu verwechseln mit den bekannten Begriffen der Numerik zur Integration von Dehnungsraten, z. B. *Zienkiewicz (1991)*.



**Bild 1.1:** Schema einer Spannungs-Dehnungsbeziehung für granulare Materialien unter nicht ruhender-zyklischer Belastung. Implizite und explizite Betrachtung der am Bodenelement auftretenden Verformungsgeschichte

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein solches, am Fachgebiet Geotechnik der Universität Kassel entwickeltes, „quasi-statisches“ Berechnungsmodell für bindige Böden unter zyklischer Last

auf die spezifische Fragestellung granularer Materialien erweitert und mittels eines zyklisch-viskoplastischen Stoffansatzes in das räumliche Finite Elemente Programm ABAQUS, HKS (1998), implementiert. Es lassen sich damit in der Praxis erstmals plastische Verformungen im Unterbau/Untergrund von Verkehrswegebauten unter nicht ruhender Last, das heißt dem wiederholten Ereignis der Lastaufbringung, in ingenieurmäßiger Näherung simulieren.

Dieser Fortschritt in der Entwicklung von Simulationsansätzen ist für die Optimierung von Boden-Bauwerk-Interaktionsproblemen unter nichtruhender Lasteinwirkung von großer praktischer Bedeutung. Beispielhaft sind hier Übergangsproblematiken (Brückenwiderlager) mit Steifigkeitssprüngen im Eisenbahnbau oder aber die generelle Ermittlung von Bauwerksbeanspruchungen durch Plastifizierungen im Gründungsbereich genannt. So ist es z. B. bei Oberbausystemen des Typs „Feste Fahrbahn in Asphaltbauweise“ von Bedeutung, die zusätzlichen, durch Plastifizierungen des Auflagers entstehenden Zugspannungen im Asphalt abschätzen zu können. Diese Zugspannungen haben maßgeblichen Einfluss auf die Lebensdauer und damit die Bemessung.

### 1.3 Vorgehensweise

Die vorliegende Arbeit gliedert sich entsprechend der Zielsetzung in 5 Abschnitte,

- nichtlineares Materialverhalten unter ruhender und nichtruhender Lasteinwirkung;
- Formulierung eines zyklisch-viskoplastischen Stoffansatzes für praktische Fragestellungen;
- Implementierung eines quasi-statischen Berechnungsmodells in das numerische Programm ABAQUS;
- Ableitung eines vereinfachten Berechnungsverfahrens zur Abschätzung von Setzungen unter nicht-ruhenden Lasteinwirkungen;
- numerische Studien an Element- und Modellversuchen sowie praktischen Projekten.

Neben den Grundlagen zum mechanischen Stoffverhalten von geotechnischen Materialien unter statisch monotonen Lasteinwirkungen wird eine Übersicht über das nichtlineare Materialverhalten von granularen Böden unter nichtruhender Lasteinwirkung gegeben. Aufbauend auf den von *Gotschol (2002)* durchgeführten umfangreichen Untersuchungen zum Stoffverhalten von granularen Böden und Schotter unter zyklisch-dynamischer Lasteinwirkung, wird ein am Fachgebiet Geotechnik der Universität Kassel für bindige Böden unter zyklischer Lasteinwirkung aufgestellter, siehe *Hu (2000)* und *Kempfert/Hu (1999a,b)*, und auf

Lasteinwirkung aufgestellter, siehe *Hu (2000)* und *Kempfert/Hu (1999a,b)*, und auf granulare Böden und Basaltschotter 22.4/63 erweiterter zyklisch-viskoplastischer Stoffansatz in das FEM Programm ABAQUS implementiert. Verifikationsbeispiele für den implementierten Stoffansatz untermauern im Zusammenhang mit den am Fachgebiet durchgeführten zyklischen Triaxialversuchen an granularen Materialien und Basaltschotter 22.4/63, *Gotschol (2002)*, die Möglichkeiten des neuen Modells. Neben numerischen Studien und Vergleichsberechnungen aus praktischen Fragestellungen der Geotechnik wird untersucht, inwieweit ein aus dem entwickelten Modell abgeleitetes vereinfachtes Berechnungsverfahren zur Abschätzung von Setzungen unter nicht-ruhenden Lasteinwirkungen Gültigkeit hat.

## **2 Zum Kenntnisstand über das mechanische Verhalten granularer Materialien unter ruhenden Lasteinwirkungen**

### **2.1 Allgemeines**

Der Kenntnisstand zur Beschreibung des Stoffverhaltens von granularen Böden ist weit fortgeschritten und schlägt sich in einer Vielzahl von Publikationen nieder. Im Folgenden werden einige, für die eigenen Untersuchungen wesentlichen Zusammenhänge herausgegriffen und dargestellt.

Nach *Gudehus (1996)* ist bei der Ableitung von Stoffansätzen bzw. Materialtheorien immer zu beachten, dass es sich dabei um mathematische Abstraktionen handelt. Dies gilt besonders für geotechnische Materialien. Ein universelles Stoffgesetz ist für solche Materialien derzeit nicht vorhanden und auch nicht zu erwarten. Bei der bisherigen Vorgehensweise wird zumeist angenommen, dass der Boden als Kontinuum betrachtet werden kann. Damit können auch die Begriffe „Spannungen“ und „Verzerrung“ verwendet werden. Chemische, elektrische oder auch thermische Einflüsse werden in der Regel vernachlässigt.

Die Grundlagen und Voraussetzungen zum mechanischen Materialverhalten sind z. B. bei *Zienkiewicz/Taylor (1991)* ausführlich dargestellt. Weitergehende Ausführungen zur Beschreibung des mechanischen Stoffverhaltens von geotechnischen Materialien finden sich in der Literatur, beispielhaft seien hier *Gudehus (1996)*, *Chen/Mizuno (1990)* oder *Das (1997)* genannt.

Nachfolgend sind einige Begriffe zum Materialverhalten zusammengestellt und definiert, wobei die Elastizitätstheorie mit den elastischen Materialparametern, Elastizitätsmodul  $E$  und Poissonzahl  $\nu$  als bekannt vorausgesetzt werden. In diesen Ansätzen wird ein eindeutiges Spannungs-Dehnungsverhalten unterstellt.

Bei Spannungszuständen, die eine wie auch immer geartete Grenzwertverletzung („Bruchkriterium“, „yield-strength“) hervorrufen, ist dagegen die Verformung nicht mehr vollständig umkehrbar; es entstehen „bleibende“ Verformungen. Im Gegensatz zum linear elastischen Verhalten ist also keine eineindeutige Spannungs-Dehnungsbeziehung vorhanden. Das Spannungs-, Verformungs- und Festigkeitsverhalten ist in diesem Fall nichtlinear und evtl. anisotrop. Diese Eigenschaften können mittels der elastisch-plastischen Theorien bzw. der viskoplastischen Theorie näherungsweise beschrieben werden. Dazu liegen eine Vielzahl von Modellvorstellungen vor. In den meisten Fällen wird bei der Beschreibung der physikalischen Nichtlinearität die mechanische Dehnung in einen rein elastischen und einen plastischen An-

teil zerlegt. Die Formulierung von nichtlinearen Stoffgesetzen stützt sich dabei im wesentlichen auf folgende Komponenten.

- *Fließfläche/grenze bzw. Bruchkriterium* („yield-strength“): sie definiert für das Material die Übergangsbedingung gemäß Bild 2.1, vom elastischen Zustand innerhalb der Fließfläche zum plastischen Zustand außerhalb der Fließfläche. Die Fließgrenze wird i.d.R. empirisch auf der Grundlage von Laborversuchen bestimmt. Sie kann auf allgemeine Weise mit Gl. (2.1) beschrieben werden,

$$F(\boldsymbol{\sigma}, \kappa) = 0 \quad (2.1)$$

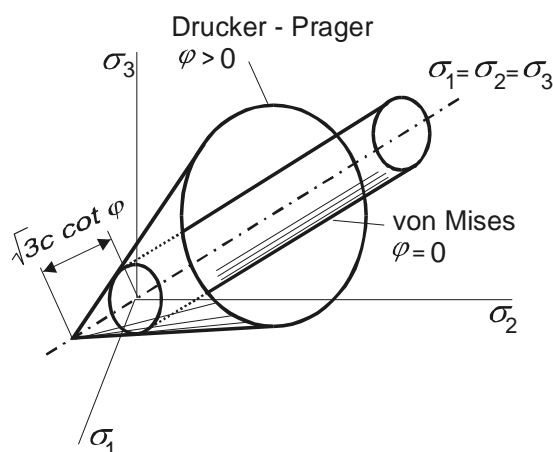
$\boldsymbol{\sigma}$  Spannungsvektor

$\kappa$  Verfestigungsparameter

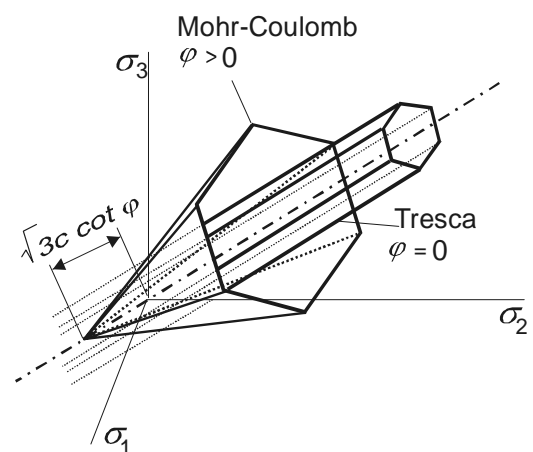
Das *Verfestigungsgesetz* („hardening“) ist der funktionale Zusammenhang von Größe, Form und Lage der Fließfläche zur Anfangsfließfläche

- *Fließregel*: damit werden die bleibenden Deformationen außerhalb der o.g. Fließgrenze beschrieben; in der Regel als Verhältnis der Komponenten der plastischen Verzerrungsinkremente bzw. Geschwindigkeiten.

a) von Mises und Drucker - Prager Kriterium



b) Mohr Coulomb und Tresca Kriterium



**Bild 2.1:** Isotrope Fließflächen im Hauptspannungsraum

Davon abweichend ist in der jüngeren Vergangenheit die Entwicklung der durch *Kolymbas (1977)* aufgestellten Theorie der Hypoplastizität vorangetrieben worden. Die vorgenannten Hilfsgrößen Fließregel und Fließgrenze/Bruchkriterium und Verfestigungsgesetz finden in diesem Ansatz keinen Eingang. Grundlage ist vielmehr eine Stoffgleichung, die alle Verformungsrichtungen erfasst. Bei der Hypoplastizität wird nicht, wie bei den üblichen

elasto-plastischen oder viskoplastischen Ansätzen, zwischen Bereichen in denen der Boden elastisch oder plastisch reagiert, unterschieden. Mit der Hypoplastizität ist nach *Hügel (1995)* eine Schaltfunktion so verknüpft, dass für Be- oder Entlastung keine unterschiedlichen Stoffgleichungen erforderlich sind. Zur Beschreibung von viskosen, bindigen Böden hat *Niemunis (1996)* eine viskoplastische Formulierung nach der Theorie der Hypoplastizität aufgestellt.

## 2.2 Bruchkriterium

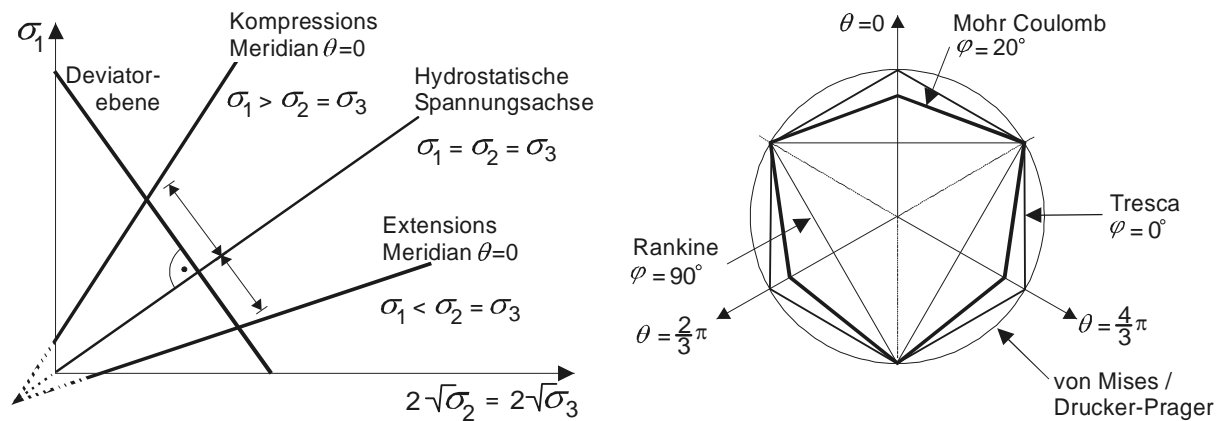
In der Literatur finden sich zahlreiche Bruchkriterien, für die in Bild 2.2 eine beispielhafte Auswahl in der Deviatorebene dargestellt ist. Die in der Bodenmechanik verwendeten Ansätze mit ihren Vor- und Nachteilen sind z. B. in *Chen (1994)* und *Gudehus (1996)* diskutiert.

Bei der Formulierung des Stoffansatzes für granulare Böden unter zyklischer Last wird in dieser Arbeit Wert darauf gelegt, einen Ansatz zu finden, der von einem für bodenmechanische Fragestellungen weitestgehend akzeptierten und für praktische Fragestellungen hinreichenden Stoffgesetz ausgeht. Darüber hinaus soll der Ausgangsansatz in sich nicht zu kompliziert sein, da die Erweiterung auf zyklische Fragestellungen ansonsten nicht mehr überschaubar wäre. Es wird das in der Bodenmechanik weit verbreitete Mohr-Coulombsche Kriterium ohne Verfestigung, d. h. mit einer statischen Fließfläche, gewählt. Zum einen liegen weitreichende Erfahrungen bei der Implementierung dieses Stoffgesetzes und seiner Varianten in verschiedensten numerischen Programmen und deren Anwendung vor, zum anderen ist die Struktur einfach genug, um Ergänzungen wie spannungsabhängige Steifigkeiten und Reibungswinkel oder aber auch komplexere Zusammenhänge wie zyklisch-plastische Verformungsanteile, zu integrieren.

Nachfolgend wird daher nochmals das Mohr-Coulombsche Bruchkriterium in der in den eigenen Berechnungen verwendeten Form dargestellt. Anhang B gibt dazu eine Aufstellung der verwendeten Spannungsinvarianten.

Wie aus Bild 2.2 zu ersehen, bildet das Mohr-Coulombsche Bruchkriterium einen unregelmäßigen hexaederförmigen Konus im Hauptspannungsraum. Es wird davon ausgegangen, dass der Bruchvorgang durch die maximale Schubspannung in Abhängigkeit von der Normalspannung bestimmt wird. Dies wird durch die allgemein bekannten Mohr'schen Hauptspannungskreise dargestellt.





**Bild 2.2:** Verschiedene Bruchkriterien in der Triaxial- und Deviatorebene („ $\pi$ -Ebene“) für den statischen Triaxialversuch

Die Meridiane stellen nach Bild 2.2 in der triaxialen Ebene Geraden dar, was impliziert, dass der innere Reibungswinkel  $\varphi$  unabhängig von der hydrostatischen Spannung ist. Da diese Vereinfachung nur begrenzt zulässig und für zunehmende Seitendrucke ein Anwachsen der reibungsbehafteten Scherfestigkeit zu beobachten ist, wird im Weiteren nach Abschnitt 4.4.3 indirekt ein variabler innerer Reibungswinkel eingeführt. Im speziellen Fall eines reibungslosen Materials,  $\varphi = 0^\circ$ , reduziert sich das Mohr-Coulombsche zum Tresca Bruchkriterium, und die angesetzte Kohäsion wird zur Fließspannung im reinen Scherbeanspruchungszustand.

Die unregelmäßige Form des hexagonalen Konus rührt daher, dass der mittleren Hauptspannung  $\sigma_2$  keine Bedeutung beigemessen wird. Es wird daher für die weitere Bearbeitung das eigentliche Mohr-Coulombsche Bruchkriterium,

$$F_{MC} = \frac{1}{2}\sigma_1 \cdot (1 - \sin \varphi) - \frac{1}{2}\sigma_3 \cdot (1 + \sin \varphi) - c \cdot \cos \varphi = 0 \quad (2.2)$$

mit:

$\sigma_1, \sigma_3$  Hauptspannungen, erste und dritte

$\varphi$  Reibungswinkel

$c$  Kohäsion

in einer von allen 3 Invarianten abhängigen Form verwendet. Die hier verwendeten modifizierten tensoriellen Invarianten in Form von  $\sigma_m$ ,  $\bar{\sigma}$  und  $\theta$  haben für den Ingenieur insofern eine verständlichere Bedeutung als die ursprünglichen Formulierungen  $I_1, J_2, J_3$ , da sie der hydrostatische Spannung  $\sigma_m$  und der Deviatorspannung  $\bar{\sigma}$  im statischen Triaxialversuch entsprechen, siehe Bild 2.3. Der Lode Winkel  $\theta$  ist ein Maß für die polare Position des Spannungspunktes in der Deviatorebene.

$$F_{MC} = \sigma_m \cdot \sin \varphi + \bar{\sigma} \cdot \left( \cos \theta - \frac{\sin \theta \cdot \sin \varphi}{\sqrt{3}} \right) - c \cdot \cos \varphi = 0 \quad (2.3)$$

mit:

$$I_1 = \sigma_{ii} \quad 1. \text{ Invariante des Spannungstensors} \quad (2.4)$$

$$J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij} \quad 2. \text{ Invariante der Deviatorspannung} \quad (2.5)$$

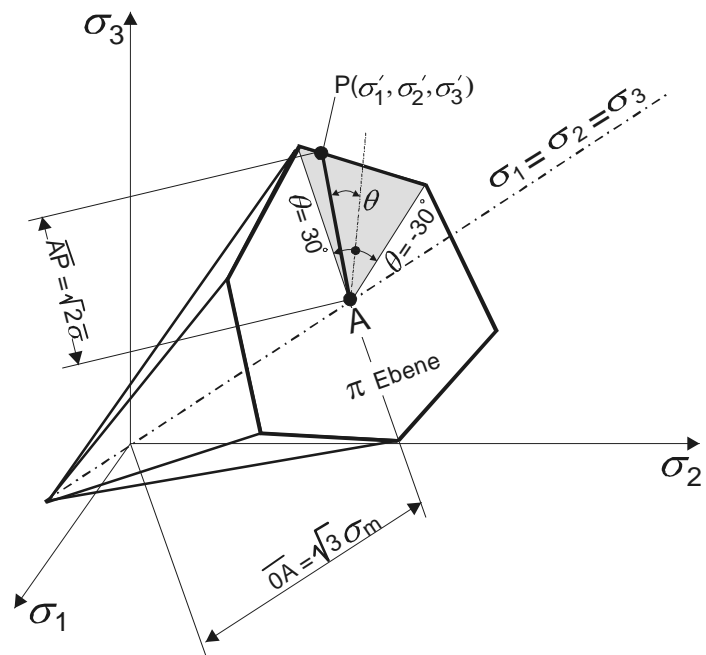
$$J_3 = \frac{1}{3} s_{ij} s_{jk} s_{ki} \quad 3. \text{ Invariante der Deviatorspannung} \quad (2.6)$$

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} I_1 \delta_{ij} \quad \text{deviatorischer Spannungstensor} \quad (2.7)$$

$$\sigma_m = \frac{1}{3} I_1 \quad \text{hydrostatische Spannung} \quad (2.8)$$

$$\bar{\sigma} = \sqrt{J_2} \quad \text{Mises Spannung} \quad (2.9)$$

$$\theta = \frac{1}{3} \arcsin \left( -\frac{\sqrt{27}}{2} \frac{J_3}{\sigma^3} \right) \quad \text{Lode Winkel mit } -\frac{\pi}{6} < \theta < \frac{\pi}{6} \quad (2.10)$$



**Bild 2.3:**  
Invarianten des  
Hauptspannungsraumes

Geotechnische Materialien weisen in der Regel bei Beanspruchung ein duktileres Verhalten auf. Bei lokaler Zugbeanspruchung, im speziellen bei granularen Materialien mit stark eingeschränkter Kohäsion, ist durch die Haufwerksstruktur dagegen ein loser Verbund bzw. brüchiges Verhalten zu beobachten. Das Mohr-Coulombsche Bruchkriterium neigt daher zur

Überschätzung der Zugfestigkeit. Um eine bessere Abbildung des Stoffverhaltens von granularen Böden bei lokal auftretenden Bereichen mit Zugspannungen zu gewährleisten, ist es nötig das eigentliche Mohr-Coulombsche Kriterium durch eine Bedingung für zulässige Zugspannungen zu erweitern, *Chen/Mizuno (1990)*. Die begrenzte Zugfestigkeit eines Materials  $\sigma_t$  wird daher im Weiteren nach *Semprich (1980)* durch das folgende Bruchkriterium für Zugbruch,

$$F_t = \sigma_m + \frac{2 \cdot \bar{\sigma} \cdot \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)}{\sqrt{3}} - \sigma_t = 0 \quad (2.11)$$

in Abhängigkeit von den drei tensoriellen Invarianten sowie der materialbedingten begrenzten Zugfestigkeit  $\sigma_t$  berücksichtigt.

Es ist festzuhalten, dass beim Mohr-Coulombschen Bruchkriterium, im Gegensatz z. B. zum Drucker-Prager Modell, davon ausgegangen wird, dass der Bruchmechanismus unabhängig von der mittleren Hauptspannung  $\sigma_2$  ist. Obwohl dies durch experimentelle Untersuchungen widerlegt wird und geotechnische Materialien i.d.R. eine Abhängigkeit von der mittleren Hauptspannung aufweisen, ist die Genauigkeit für die meisten geotechnischen Anwendungen, insbesondere für granulare Böden ausreichend, *Chen/Saleeb (1994)*.

## 2.3 Fließregel, Plastizität und Viskoplastizität

### 2.3.1 Plastisches Potenzial

Zur Bestimmung von plastischen Dehnungssinkrementen bzw. der Verzerrungszunahme mittels einer Fließregel ist in jedem Fall die Einführung eines plastischen Potentials  $Q$  erforderlich,

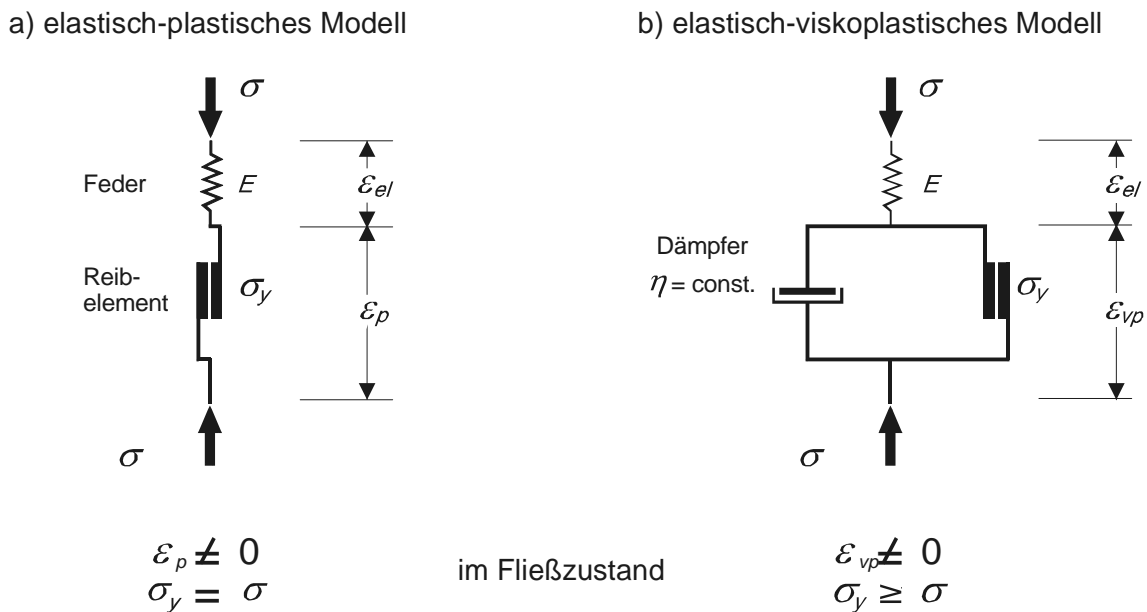
$$Q = Q(\sigma, \kappa) \quad (2.12)$$

Die „plastisch potentielle Fläche“ kann durch Verbindung der Spannungspunkte mit gleicher plastischer Verzerrungsenergie  $W_p$  im Hauptspannungsraum gebildet werden, *Hu (1995)*. Die Lage der Fläche ist vom augenblicklichen Wert des Verfestigungsparameters  $\kappa$  abhängig.

### 2.3.2 Plastizität

Die grundlegenden Annahme der Plastizitätstheorie besagt, dass plastische Verformungen gleichzeitig mit der sie verursachenden Belastung auftreten. Sie sind somit zeitunabhängig, was bedeutet, dass ausgehend von einem Spannungszustand auf der Fließfläche ( $F=0$ ) ein inkrementeller Spannungszuwachs stets wieder zu einem Spannungszustand auf der, evtl. verfestigten, Fließfläche führen muss. Für die numerische Berechnung bedeutet dies in der Regel, dass ein inkrementell iteratives Verfahren, bei dem die Gesamlast schrittweise aufgebracht wird, angewendet werden muss. Es besteht ein explizites Verhältnis zwischen Spannungsinkrementen und elastisch-plastischen Dehnungsincrementen.

Bild 2.4a zeigt eine schematische Darstellung der ideal elastisch-plastischen Modelltheorie. Es besteht in der eindimensionalen Modelldarstellung aus den Elementen der linear-elastischen Feder sowie einem plastischen Reibelement, welches die Fließgrenze mit dem Spannungszustand  $\sigma_y$  („yield strength“) und  $F=0$  symbolisiert.



**Bild 2.4:** Schematische Darstellung in Form eines eindimensionalen Modellansatzes zum elastisch plastisch/viskoplastischen Materialverhalten

Plastische Dehnungen/Verzerrungen sind nach Hill (1960) als Ableitung der skalaren Größe des plastischen Potentials nach den Komponenten des Spannungsvektors  $\sigma$  definiert,

$$d\varepsilon_p = d\lambda \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \tag{2.13}$$

mit:

$\lambda$ : Skalar des Arbeitsverfestigungsgesetzes

Gleichung (2.13) wird als Fließregel bezeichnet und gibt Größe sowie Richtung der plastischen Verformungen an. Für das totale Differential des plastischen Potentials  $Q$ , mit

$$\frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{\partial Q}{\partial \sigma_m} \frac{\partial \sigma_m}{\partial \boldsymbol{\sigma}} + \frac{\partial Q}{\partial \bar{\sigma}} \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} + \frac{\partial Q}{\partial J_3} \frac{\partial J_3}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (2.14)$$

wird der besondere Fall des Zusammenfallens von plastischem Potential und Fließfläche ( $Q = F$ ) im allgemeinen als „assozierte Fließregel“ (Normalitätsbedingung) bezeichnet. In diesem Fall definiert Gl. 2.14 einen Vektor, der den Zuwachs an Verzerrungsgröße angibt und normal auf der Fließfläche im n-dimensionalen Spannungsraum steht. Andernfalls ( $Q \neq F$ ) wird von einer nicht assoziierter Fließregel gesprochen.

Ausgehend von den grundlegenden Annahmen der Plastizitätstheorie gilt für die Zunahme an elastisch-plastischen Spannungen, dass

$$d\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}_{ep} d\boldsymbol{\varepsilon} = (\mathbf{D}_{el} - \mathbf{D}_p) d\boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.15)$$

und weiterhin, dass auch bei folgenden Spannungsänderungen der Spannungszustand sich an eine andere, aber nicht auf eine außerhalb der Fließfläche (abhängig von der Verfestigung  $A$ ) liegende Position verschieben darf,

$$\left( \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right)^T d\boldsymbol{\sigma} - A d\lambda = 0 \quad (2.16)$$

wobei  $A$  vom Verfestigungsparameter  $\kappa$  abhängig ist, *Zienkiewicz/Taylor (1991)*,

$$A = - \frac{\partial F}{\partial \kappa} \frac{d\kappa}{d\lambda} \quad (2.17)$$

Für den Fall  $A = 0$  liegt eine ideale Plastizität („perfekt plasticity“) vor, d. h. die Fließfläche ist „statisch“ und kann sich nicht weiten („hardening“). Mit der Annahme, dass die Spannungsänderung aus den elastischen Dehnungsanteilen resultiert, gilt

$$d\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}_{el} \left( d\boldsymbol{\varepsilon}_{el} + d\boldsymbol{\varepsilon}_p - d\lambda \frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right) = \mathbf{D}_{el} \left( d\boldsymbol{\varepsilon} - d\lambda \frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right). \quad (2.18)$$

Durch geeignetes Substituieren erhält man nach Erreichen der Fließfläche die zur Berechnung erforderliche elastisch plastische Spannungs-Verzerrungs Matrix  $\mathbf{D}_{ep}$ ,

$$\mathbf{D}_{ep} = \mathbf{D}_{el} - \frac{\mathbf{D}_{el} \frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \left( \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right)^T \mathbf{D}_{el}}{A + \left( \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right)^T \mathbf{D}_{el} \frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\sigma}}}. \quad (2.19)$$

Aus Gl (2.19) ist ersichtlich, dass die Matrix  $\mathbf{D}_{ep}$  nur dann symmetrisch ist, wenn es sich um eine assoziierte Plastizität handelt, andernfalls ist  $\mathbf{D}_{ep}$  unsymmetrisch, was die numerische Behandlung unter Umständen sehr aufwendig gestalten kann.

Es ist anzumerken, dass das zuvor beschriebene elastisch-plastische Verhalten von Böden nur eine Modellvorstellung ist, da hier die vom Material aufnehmbaren Spannungszustände unabhängig von der Verzerrungsgeschwindigkeit sind, bei der die Spannung aufgebracht wird.

### 2.3.3 Viskoplastizität

Diese Modellvorstellung erlaubt nach *Zienkiewicz/Cormeau (1974)* im Gegensatz zur klassischen Plastizitätstheorie, dass das Material für finite Momente Spannungszustände außerhalb des Bruchkriteriums haben kann. D. h., es wird angenommen, dass das Material durch Belastung in einen elastischen Ausgangszustand versetzt wird. Anschließend akkumulieren in Regionen, in denen der Spannungszustand außerhalb der Fließgrenze liegt, im Laufe der Zeit irreversible viskoplastische Dehnungen. Die eindimensionale Schemadarstellung nach Bild 2.4b der Viskoplastizität enthält zusätzlich zu den Elementen der Elasto-Plastizitätstheorie ein zum plastischen Reibelement parallel angeordnetes lineares Dämpferelement („Binghamsche“ Element), welches die zeitlich-viskose Verzögerung der plastischen Dehnungen symbolisiert. Eine Verletzung des Bruchkriteriums, gekennzeichnet durch einen positiven Wert  $F > 0$  (Bild 2.4b,  $\boldsymbol{\sigma} \geq \boldsymbol{\sigma}_y$ ), ist integraler Bestandteil der Methode und trägt zur Entwicklung des Spannungspfades zurück zur Fließfläche bei. Für die numerische Behandlung bedeutet dies, dass die gesamte Last in einem Schritt aufgebracht wird und ausgehend von der elastischen Lösung des Problems sukzessive der Spannungspfad zurück auf die Fließfläche berechnet wird.

Viskoplastische Verformungen werden in dem Maße erzeugt, in dem das Bruchkriterium verletzt wird. Für die viskoplastische Dehnungsrate gilt nach *Perzyna (1966)*,

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} = \frac{d\boldsymbol{\varepsilon}_{vp}}{dt} = \frac{1}{\eta} \langle \phi(F) \rangle \frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (2.20)$$

$\eta$  stellt dabei die Viskosität, d. h. eine Materialkonstante und  $\langle \phi(F) \rangle$  eine positiv monoton ansteigende skalare Funktion des Bruchkriteriums und damit des Spannungszustandes dar. Es gilt

$$\langle \phi(F) \rangle = 0 \quad \text{für } F \leq 0 \quad (2.21)$$

$$\langle \phi(F) \rangle = \phi(F) \quad \text{für } F > 0 \quad (2.22)$$

In Anlehnung an *Semprich (1980)* wird  $\phi(F)$  wie folgt gewählt,

$$\phi(F) = \frac{F}{F_0} \quad (2.23)$$

$F_0 = 1 \text{ kN/m}^2$  stellt hier dabei lediglich eine gewählte Konstante zur Normierung dar.

Der Vergleich zwischen der viskoplastischen Dehnungsrate nach Gleichung 2.20 und dem plastischen Dehnungszinkrement nach Gleichung 2.13 zeigt einen analogen Zusammenhang. Wie bei der Elasto-Plastizität ist das totale Differential der plastischen Potenzialfunktion  $Q$  nach den Spannungen  $\sigma$  durch die Kettenregel nach Gleichung 2.14 abzuleiten.

Anhang B enthält für das in dieser Arbeit nach *Wittke (1990)* gewählte Mohr-Coulombsche Bruchkriterium tabellarisch die partiellen Ableitungen des plastischen Potentials  $Q$  bei Festigkeitsüberschreitung in einem isotropen Material für Schub- und Zugbruch, sowie die partiellen Ableitungen der Invarianten  $\sigma_m$ ,  $\bar{\sigma}$ , und  $J_3$ . In entsprechender Literatur, z. B. *Owen/Hinton (1980)* oder *Zienkiewicz/Taylor (1991)*, sind analoge Aufgliederungen für andere Bruchkriterien wie z. B. denen des von Mises oder Drucker Prager dargestellt.

Für den Fall, dass bei den numerischen Berechnungen Zug- und Schubbruch gleichzeitig auftreten, wird vereinfachend angenommen, dass bei granularen Böden mit geringer Kohäsion der Zugbruch in jedem Fall zuerst stattfindet.

Mit den viskoplastischen Dehnungsraten nach Gleichung (2.20) kann die Dehnungszunahme innerhalb eines Zeitschrittes  $\Delta t$  wie folgt berechnet werden,

$$\Delta \epsilon_{vp}^t = \Delta t \cdot \left[ (1 - \theta) \cdot \dot{\epsilon}_{vp}^t + \theta \cdot \dot{\epsilon}_{vp}^{t+\Delta t} \right] \quad (2.24)$$

Die Dehnungszunahme akkumuliert über die gesamte Zeit, d. h. bis zur Einhaltung des Bruchkriteriums  $F \approx 0$ , wobei alle Dehnungsgeschwindigkeiten gleich Null sind. Die Summe ergibt die viskoplastische Dehnung für das gewählte Lastinkrement. Im Rahmen dieser Arbeit wird von einer Pseudo-Zeit und Zeitinkrementen gesprochen, da für die gewählte Betrachtungs-

tungsweise nur das Endergebnis des viskoplastischen Dehnungsvorganges und nicht der physikalisch zeitliche Verlauf gefragt ist.

Für den Parameter  $\theta$  gilt  $0 \leq \theta \leq 1$ . Die Wahl bestimmt maßgeblich die Art der Integration. Für  $\theta = 1$  ist die Bestimmung des viskoplastischen Dehnungsinkrementes voll implizit, da in diesem Fall das viskoplastische Dehnungsinkrement von der bis dahin unbekanntem Dehnungsrate am Ende des untersuchten Zeitschrittes abhängig ist. Dieser Fall wird gemeinhin „Euler Rückwärts Differenzen Verfahren“ genannt. Für  $\theta = 0$  ist die genannte viskoplastische Formulierung voll explizit, „Euler Vorwärts Differenzen Verfahren“, da die rechte Seite der Gleichung allein vom Zustand am Anfang des Zeitinkrementes abhängig, d. h., von vornherein bekannt ist. Im Zusammenhang mit der Lösung linearer Gleichungssysteme spricht man für den Fall  $\theta = \frac{1}{2}$  auch vom impliziten Trapez, oder „Crank-Nicolson“ Schema, *Owen/Hinton (1980)*.

Nach *Owen/Hinton (1982)* gilt, dass für einen Wert  $\theta \leq \frac{1}{2}$  die Formulierung nach Gleichung (2.21) nicht bedingungslos stabil ist. *Cormeau (1975)* hat daher für bodenmechanische Vorstellungen für den expliziten Fall  $\theta = 0$  bei assoziierter Fließregel eine obere Zeitschrittgröße  $\Delta t$  abgeleitet. Für das in dieser Arbeit verwendete Mohr-Coulombsche Bruchkriterium ist anzusetzen,

$$\Delta t \leq \frac{4 \cdot (1 + \nu) \cdot (1 - 2\nu) \cdot \eta}{(1 - 2\nu + \sin^2 \varphi) \cdot E} \quad (2.25)$$

*Cormeau (1975)* hat unter Ausnutzung positiv definierter Matrizen und Eigenwerte seine theoretischen Studien zur numerischen Stabilität auf die assoziierte Viskoplastizität ohne Verfestigung beschränkt. *Stolle/Higgins (1989)* zeigen jedoch, dass die gefundenen Stabilitäts Kriterien ohne weiteres auch auf die nicht assoziierten Fälle angewendet werden können.

Nach *Hu (1995)* gilt, dass auch bei  $\theta \geq \frac{1}{2}$ , trotz bedingungsloser Stabilität, nur richtige Lösungen erhalten werden, solange dieselbe obere Zeitschrittgrenze nach *Cormeau (1975)* eingehalten wird. Weiterhin ist im allgemeinen die explizite Formulierung einfacher umzusetzen, weshalb in dieser Arbeit das voll explizite Verfahren gewählt wird.

Mit der nach Gleichung (2.25) zum Zeitpunkt  $t$  und dem Zeitinkrement  $\Delta t$  ermittelten viskoplastischen Dehnungszunahme ergibt sich somit die äquivalente Spannungsänderung,

$$\Delta \sigma^t = \mathbf{D}_{el} \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{vp}^t \quad (2.26)$$

bzw. der resultierende Spannungszustand im Element,



$$\boldsymbol{\sigma}^{t+\Delta t} = \mathbf{D}_{el} \left( \boldsymbol{\varepsilon}^{t+\Delta t} - \boldsymbol{\varepsilon}_{vp}^t - \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{vp}^t \right). \quad (2.27)$$

Über diese viskoplastischen Dehnungsinkremente bzw. äquivalenten Spannungsänderungen werden wie in Abschnitt 5 beschrieben, Ersatzknotenkräfte zur Lösung des nichtlinearen Problems gefunden.

Die viskoplastische Modellvorstellung ist ohne weiteres auch zur Lösung rein plastischer Probleme heranzuziehen. Das Verfahren besteht darin, dass eine konstante Last aufgebracht und die Zeitintegration so lange durchgeführt wird, bis alle Verzerrungsgeschwindigkeiten im Berechnungsausschnitt gleich Null sind. Untersuchungen haben gezeigt, dass die Art und Weise der Zeitvariation für diesen Fall unwichtig ist und eine rein fiktive Rolle spielt, *Zienkiewicz/Taylor (1991)*. Nach Abklingen der viskoplastischen Verzerrungsraten ist die so gewonnene Lösung identisch mit der konventionellen statisch elasto-plastischen Vorgehensweise, *Owen/Hinton (1982)*. Im Hinblick auf die numerischen Untersuchungen ist dies von großer Bedeutung, da die Methode der Viskoplastizität, die mit explizitem Differenzen-Verfahren auch „Initial Strain“ Methode genannt wird, viel einfacher umzusetzen ist als die Plastizität mit der elastisch plastischen Spannungs-Verzerrungsmatrix  $\mathbf{D}_{ep}$  nach Gleichung 2.19. Aus numerischer Sicht ist als großer Vorteil der Initial Strain Methode anzusehen, dass bei Anwendung der oben genannten expliziten Formulierung die Spannungs-Verzerrungsmatrix der Elastizitätsmatrix entspricht und somit über die Dauer der numerischen Berechnung unverändert bleibt. Es entfällt die Wiederherstellung und Faktorisierung der Steifigkeitsmatrix, dies allerdings zu Lasten einer höheren Anzahl von Iterationen. Unabhängig davon lassen sich auch assoziierte oder nichtassoziierte Fließverhältnisse verwirklichen, d. h., die mit unsymmetrischen Spannungs-Verzerrungs-Matrizen  $\mathbf{D}_{ep}$  einhergehenden Probleme entfallen ebenfalls.

### 2.3.4 Auswahl einer Fließregel für die eigenen Berechnungen

Da für die Anwendung der elastisch-plastischen Theorien ein explizites Verhältnis zwischen Spannungs- und Dehnungsinkrementen notwendig ist, fällt die Wahl zugunsten der Viskoplastizität (Initial Strain Methode). Für den aufzustellenden Stoffansatz für granulare Böden unter zyklischer Last ist zu beachten, dass die im Folgenden erläuterten, expliziten zyklisch-plastischen Dehnungsinkremente in erster Linie von der Belastungsdauer (Zyklen) und nicht von einem Spannungsinkrement abhängig sind. Es ist von daher auch nicht möglich eine Spannungs-Verzerrung Matrix  $\mathbf{D}_{ep}$  nach Gleichung 2.19 aufzustellen. Für weitergehende Darstellungen siehe auch Abschnitt 4.3.4.

### **3 Zum Kenntnisstand über das mechanische Verhalten granularer Materialien unter nichtruhenden Lasteinwirkungen**

#### **3.1 Definition der nichtruhenden Lasteinwirkung**

In der Literatur findet sich im Zusammenhang mit dem Stoffverhalten von Böden unter nicht-ruhenden/statisch monotonen Lasteinwirkungen oft der Begriff der Zyklik. Unter dem Begriff Zyklik wird eine zeitlich veränderliche Lasteinwirkung verstanden, welche einen bestimmten Grad der Regelmäßigkeit in Größe, Orientierung und Frequenz aufweist. Veränderliche Belastungen in zyklischem Sinn können in der Realität angetroffen werden. So übertragen z. B. Maschinen- und Offshore Bauwerke periodische Spannungen in die Gründungssohle, wobei die Reaktion des Baugrunds zur statischen oder monotonen Lasteinwirkung differiert.

Während manche physikalische Phänomene wie dynamische Gründungs-Resonanzen von der Frequenz und der Regelmäßigkeit der Belastung abhängig sind, ist die Regelmäßigkeit in Bezug auf das nichtlineare Materialverhalten des Auflagers oft von geringerer Bedeutung. Dies sind eher die veränderlichen Vorzeichen der Spannungszunahme, die Dehnungsraten sowie die Dränbedingungen, worin sich prinzipiell die zyklische Belastung von Böden zu der unter statischer oder monotoner Belastung unterscheidet.

Der vom Ingenieur benutzte Begriff zyklisch, zu deutsch „in regelmäßiger Folge wiederkehrend“, ist also weniger durch die „Zyklik“ an sich charakterisiert, als mehr durch den nicht-ruhenden oder nicht monotonen Charakter der Belastung. Insofern liegt es nahe, hier eine weitreichende Vereinfachung zu benutzen. Unter dem Begriff der nicht-ruhenden Lasteinwirkung werden neben der Zyklik alle wiederholten Lastaufbringungen wie z. B. die der Verkehrslasten verstanden. *Gotschol (2002)* geht auf die in der Vergangenheit oft fälschlich verwendeten Begrifflichkeiten für nicht-ruhende Lasteinwirkungen ein und grenzt sie untereinander ab.

Spezielle Phänomene wie die des Porenwasserdruckes und der Liquefactionprozesse werden in dieser Arbeit bewusst ausgeklammert, da sie den Rahmen sprengen würden. Zudem wurde in der Vergangenheit des öfteren übersehen, dass Materialien unter nicht-ruhender Belastung auch signifikante bleibende Verformungen erfahren können, ohne das sich Porenwasserüberdrücke aufbauen, *Wang (2000)*.

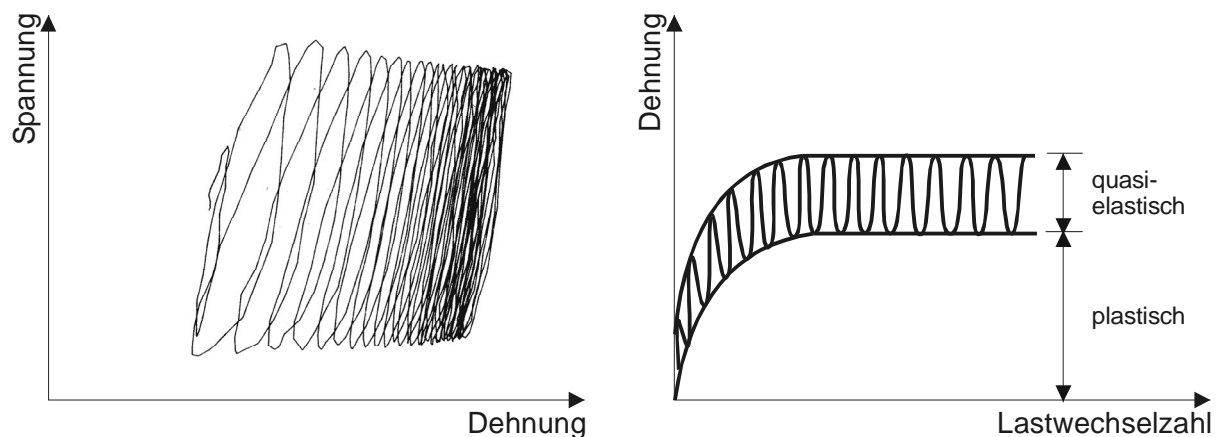
### 3.2 Hinweise zum Stoffverhalten

Unter nichtruhender, wiederholter Lasteinwirkung weisen granulare Materialien ein komplexes Spannungsdehnungsverhalten auf. Jeder Belastungszyklus verursacht Dehnungen des Materials, die bei Entlastung nur zum Teil zurückgehen und damit irreversible Dehnungszukremente hervorrufen, siehe Bild 3.1. *Gotschol (2002)* sind entsprechende Ausführungen zum Materialverhalten zu entnehmen. An dieser Stelle werden nur die für das Verständnis notwendigen Zusammenhänge erläutert.

Wenn granulare Materialien im Triaxialversuch einem wiederholten endlichen deviatorischen Spannungszustand, ohne Verletzung eines Bruchkriteriums, ausgesetzt sind, nehmen die plastischen Dehnungszukremente mit jedem Lastwechsel ab. Unter dränierten Randbedingungen erscheint das Materialverhalten nach einer gewissen Anzahl von Lastwechseln entlang des selben Spannungspfades im wesentlichen elastisch („quasi-elastisch“). Die bleibenden Verformungen konvergieren gegen einen nahezu stabilen Grenzzustand. Festzuhalten ist aber, dass aufgrund der physikalisch geometrischen Struktur des Bodens, im speziellen der granularen Böden in der Form der Haufwerke, stets Relativbewegungen bzw. Verschiebungen zwischen einzelnen Körnern zu beobachten sind. Der vorgenannte Zustand des „quasi-elastischen“ Materialverhaltens wird im Folgenden als eine Näherung für einen zeitlichen und physikalischen Grenzzustand angesehen.

a) Spannungs-Dehnungsbeziehung

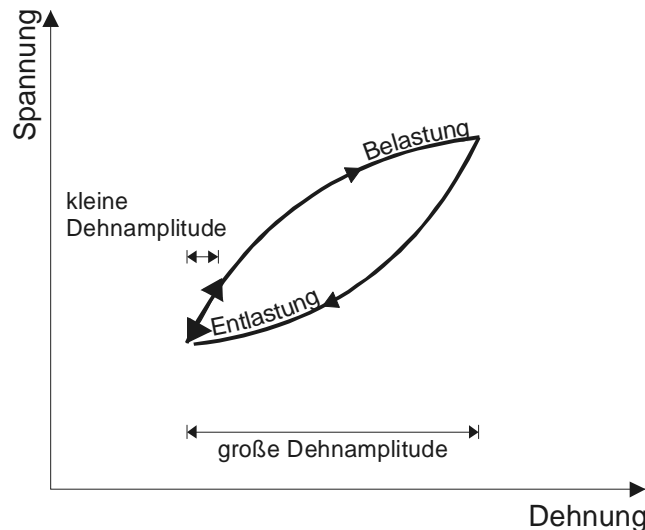
b) Dehnungs- vs. Lastwechselzahl



**Bild 3.1:** Allgemeine Darstellungen zum Spannungsdehnungsverhalten von Böden unter nichtruhender wiederholter Lasteinwirkung

Auch für relativ kleine Dehnungsamplituden bei einer aufgetragenen zyklischen Last erscheint das Materialverhalten, je nach Bodenart, weitgehend elastisch, siehe Bild 3.2, wohin-

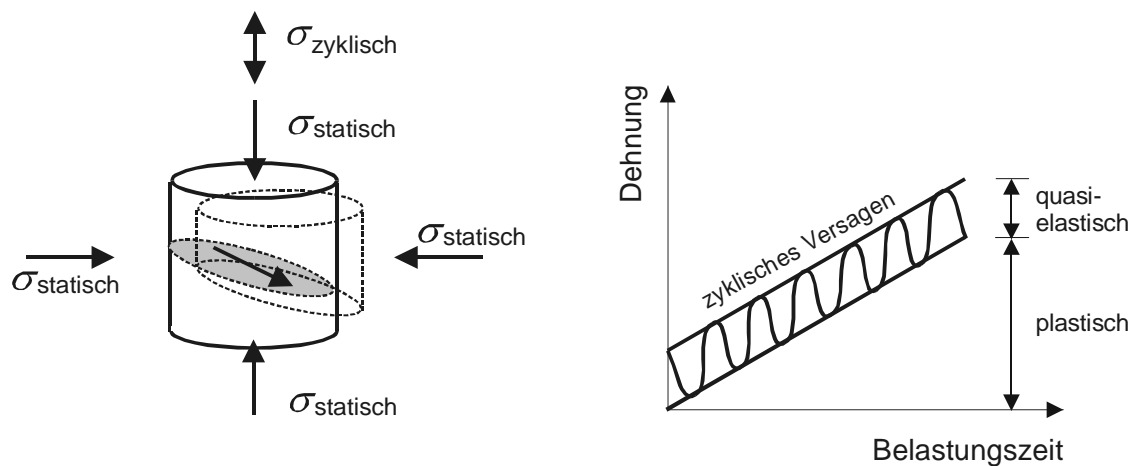
gegen für große Dehnungsamplituden eine Hysterese zu beobachten ist. Dieses hysteretische Verhalten deutet an, dass während eines jeden Lastzyklusses Energie durch plastische Verformungen, infolge Reibung dissipiert wird (Materialdämpfung).



**Bild 3.2:** Idealisierte Darstellung der Spannungsdehnungsbeziehung im zyklischen Triaxialversuch für unterschiedliche Dehnungsamplituden bzw. Hystereseschleifen

Analog den zuvor angesprochenen plastischen Dehnungen nach Bild 3.1 gilt aber auch für die Unterscheidung in „große“ und „kleine“ Dehnungsamplituden, dass der Boden unabhängig von der Spannungs- und Dehnungsamplitude immer nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Lastwechselzahl-Beziehungen aufweist. Das genannte elastische Materialverhalten kann daher nur vereinfachend als Grenzzustand für kleine Dehnungsamplituden angesehen werden.

Im Gegensatz zum vorgenannten Stoffverhalten tritt im zyklischen Triaxialversuch für bestimmte Spannungszustände das Versagen der Bodenprobe ein. Dieser Versagensvorgang nach Bild 3.3 ist ähnlich dem Materialverhalten in statischen Triaxialversuchen beim Abscheren der Probe durch Erreichen der zyklischen Bruchlast, mit dem Unterschied, dass im zyklischen Versuch der Bruch mit steigender Zyklenzahl einhergeht (schrittweises Versagen).



**Bild 3.3:** Allgemeine Darstellung zum Bruchversagen von Böden unter nichtruhender Lasteinwirkung im zyklischen Triaxialversuch

Als Ursache des nichtlinearen Materialverhaltens von granularen Böden unter dränierten Bedingungen und nichtruhender Lasteinwirkung sind

- Volumendehnungen des Haufwerks, d. h. Kompression und Kornverformungen im Kontaktbereich,
- Kornumlagerung einzelner Partikel,
- Abrasion an den Kontaktflächen und
- Fragmentation der Einzelkörner

anzusehen. Fragmentation und im wesentlichen auch Kornumlagerungen verursachen bleibende Verformungen, *Boyce (1980)*. Der relative Anteil der plastischen Dehnungen durch Kompressions-, Schub- und Kornverformungen gegenüber den elastischen Anteilen innerhalb eines Lastwechsels ist dagegen klein.

Zur Abbildung eines wirklichkeitsnahen Stoffansatzes zur Beschreibung der kumulativen plastischen Dehnungen am Bodenelement unter nicht-ruhenden Lasten, sind folgende Einflussgrößen zu berücksichtigen,

- hysteretische Energiedissipation
- akkumulierende irreversible Dehnungen, mit volumetrischen Dehnungen und deviatorischen Dehnungen.

Die Parameter, welche die Akkumulierung plastischer Dehnungen in granularem Material beschreiben, können in erster Näherung wie folgt angenommen werden,

- Lastwechselzahl  $N$ ,
- statische Scherparameter  $\varphi$  und  $c$ ,
- Verhältnis der dynamischen Spannungsamplitude zum statischen Spannungszustand,
- hydrostatischer Druck (1 Invariante des Spannungstensors)  $\sigma_m$ ,
- Belastungsfrequenz  $f_B$ ,
- Wassersättigung  $S$ ,
- mineralogische Korneigenschaften,
- Überkonsolidierungsgrad (OCR) und
- Porenzahl  $e$ .

Zu weiteren detaillierten Zusammenstellungen zum Stoffverhalten bei nichtruhenden Lasteinwirkungen siehe *Gotschol (2002)*.

### **3.3 Modellvorstellungen**

#### **3.3.1 Allgemeines**

Entscheidend für die Wahl eines Stoffansatzes für Böden unter nichtruhenden Lasten ist die unter Abschnitt 1.2 erläuterte implizite oder explizite Behandlung des Belastungsvorganges. Nochmals festzuhalten ist, dass hier die Begriffe explizit und implizit in einer makroskopischen Weise verwendet werden. Sie beziehen sich auf die generelle Vorgehensweise zur Berechnung von plastischen Dehnungen unter nichtruhender Lasteinwirkung und sind nicht zu verwechseln mit den aus der Numerik bekannten Begriffen der Integrationsschemata „Euler Vorwärts“ und „Euler Rückwärts“.

#### **3.3.2 Implizite Ansätze**

##### 3.3.2.1 Grundlagen

Implizite Modellansätze erlauben das hysteretische Materialverhalten des Bodens kontinuierlich entlang der Belastungsgeschichte eines jeden Lastwechsels zu simulieren, siehe Bild 1.1. Nach dieser Definition können implizite Modellansätze in zwei Kategorien eingeteilt werden:

- dynamische Modellansätze und
- quasi-statische Modellansätze unter Vernachlässigung der Masseträgheit.

Dynamische Modelle berücksichtigen die Masseträgheitskräfte und bei Wahl entsprechender Stoffgesetze auch materialbedingte Nichtlinearitäten. Diese Modelle haben den Anspruch, das physikalische Antwortverhalten von dynamisch erregtem Material in der Gesamtheit, d. h. neben der Kurzzeitdynamik nach Abschnitt 1.2 auch das Langzeitverformungsverhalten zu erfassen. Bei der Lösung der dynamischen Differentialgleichungen kann unter Umständen je nach Ansatz die plastische Dehnungszunahme mit daraus resultierenden Steifigkeitsänderungen berücksichtigt werden.

Quasi-statische Modellansätze bilden die nicht ruhende Belastungsgeschichte in ihrer Historie unter Ansatz von nichtlinear elastisch-plastischem Materialverhalten nach. Sie vernachlässigen den physikalischen Zeitmaßstab. Es werden insofern auch keine Masseträgheitskräfte berücksichtigt. Als Stoffgesetze kommen Erweiterungen der konventionellen Stoffansätze für statische und monotone Lasten zur Anwendung.

### 3.3.2.2 Dynamische Modelle

In der Regel wird die Untersuchung von dynamischen Boden-Bauwerks-Interaktions-Problemen auf *elastisches* Materialverhalten beschränkt. Der Grund dafür ist weniger im Fehlen von theoretisch machbaren Ansätzen als vielmehr im Fehlen geeigneter Lösungsmethoden der anstehenden Bewegungs-Differentialgleichungen zu suchen.

*Dinkel (2000)* gibt einen Überblick über die verschiedenen Methoden der Lösungsfindung des dynamisch belasteten Halbraumes. Insbesondere geht er auf die Problematik bewegter Lasten sowie auf die Interaktion zwischen Fahrzeug und Fahrweg ein. An dieser Stelle werden nur die für das Verständnis erforderlichen grundlegenden Begrifflichkeiten erläutert. Zur Lösung von dynamischen Problemen unterscheidet man allgemein Lösungen im Zeitbereich und Lösungen im Frequenzbereich.

Die dynamische Erregung eines Kontinuums führt zu Wellenausbreitungsvorgängen. Die Bewegungsdifferentialgleichung der Elastodynamik für die Verschiebungen  $\mathbf{a}$  lautet nach *Link (1989)*:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{a}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{a}} + \mathbf{K}\mathbf{a} = \mathbf{F}_{(t)} \quad (3.1)$$

$$\dot{\mathbf{a}} \equiv \frac{d\mathbf{a}}{dt} \quad \ddot{\mathbf{a}} \equiv \frac{d^2\mathbf{a}}{dt^2}$$

mit:

$\mathbf{M}$       Massenmatrix

$\mathbf{C}$       Dämpfungsmatrix

$\mathbf{F}_{(t)}$     Erregerkraftvektor

Den einfachsten Fall stellt eine einzelne örtliche und zeitliche Impulslast auf dem elastischen Halbraum dar. Für diesen Fall existiert eine analytische Fundamentallösung der partiellen Differentialgleichung (3.1) im Frequenz und Wellenzahlbereich. Es existiert ebenfalls eine Fundamentallösung im Orts- und Zeitbereich *Araujo (1994)* und dem Orts- und Frequenzbereich, *Triantafyllidis (1989)*.

#### a) Lösung im Orts- und Zeitbereich

Für transiente dynamische Belastungen können im Orts- und Zeitbereich Näherungslösungen durch direkte numerische Integration der Bewegungsgleichung mit Hilfe rechenintensiver Methoden wie zum Beispiel BEM oder FEM Methode gefunden werden. Die FEM bietet gegenüber der BEM die Möglichkeit, materialbedingte Nichtlinearitäten zu berücksichtigen. Dabei ist zu beachten, dass bei Berücksichtigung von plastischem Materialverhalten bei der Lösung der dynamischen Differentialgleichungen die zeitliche Entwicklung der plastischen Dehnung berücksichtigt wird. Diese kann mitunter in veränderten Steifigkeiten resultieren. Bild 3.2 zeigt beispielhaft einen hysteretischen Verlauf der Spannungs-Dehnungsbeziehung unter einem Lastwechsel. Bild 3.2 kann die mit der Belastungsamplitude erkennbar variierende elastisch-plastische Tangentensteifigkeit entnommen werden. Zur Abbildung des Stoffverhaltens werden verschiedenste Theorien der Elasto-Plastizität, sowie, bedingt durch die Dehnungsratenabhängigkeit von geotechnischen Materialien, auch viskoplastische Modelltheorien verfolgt. Dabei kommen Ansätze mit und ohne Verfestigung zur Anwendung. Alternativ werden auch Ansätze nach der Hypoplastizität, siehe *Cudmani et. al. (2000)*, angewendet.

Infolge der genannten gesamten Einflüsse erfordert eine Berechnung im Zeitbereich außergewöhnlich hohen Rechenaufwand. Ebenso ist die Gefahr einer Fehlerfortpflanzung für eine große Anzahl von Lastzyklen nicht zu vernachlässigen. Eine Anwendung der Lösung im Orts- und Zeitbereich auf geotechnische Fragestellungen erscheint daher derzeit als nicht aussichtsreich.



### *b) Lösungen im Frequenz- und Wellenbereich*

Für die Differentialgleichung 3.1 findet sich im 3-fach fouriertransformierten Raum eine Grund- bzw. Fundamentallösung, *Wolf (1985)* und *Müller (1989)*. Eine ausführliche Herleitung ist bei *Dinkel (2000)* zu finden. Diese Fundamentallösung wird durch die zweifache Fouriertransformation der Ortskoordinaten,  $x$ ,  $y$  und dem Übergang in den Frequenzbereich  $t \rightarrow \omega$  gewonnen. Die dritte Ortskoordinate  $z$  bleibt untransformiert. Im Frequenz- und Wellenzahlbereich lassen sich dynamische Effekte wie Resonanzstellen und Wellenausbreitungsvorgänge sehr gut erkennen.

Durch die Fourierreücktransformation die nur numerisch ausführbar ist wird aus der Lösung im transformierten Raum die Lösung im Originalraum gewonnen. Die Fourierreücktransformation, die einer Superposition der einzelnen Lösungsanteile entspricht, setzt ein linear elastisches Materialverhalten voraus. Es ist sicherzustellen, dass alle Charakteristika der transformierten Lösung berücksichtigt sind. Eine optimierte numerische Vorgehensweise wird von *Lieb (1997)* vorgeschlagen. Aus diesen Gründen ist eine Abbildung von nichtlinearem Materialverhalten nicht möglich.

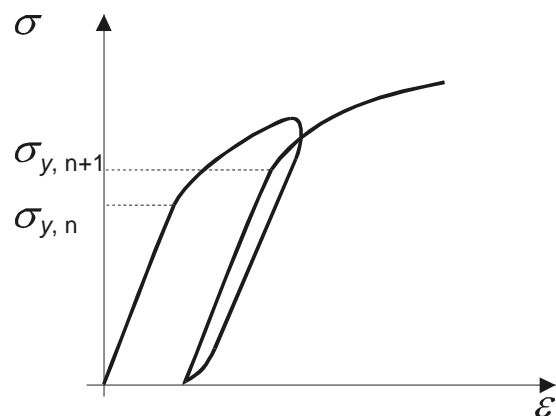
Da bei der Lösung im Frequenz- und Wellenbereich eine Berücksichtigung von nichtlinear elastisch-plastischem Materialverhalten i.d.R. ausgeschlossen ist, erscheint aus geotechnischer Sicht für dynamische Modelle nur die zuvor aufgeführte Vorgehensweise der sehr rechenintensiven Zeitbereichslösung als zweckmäßiger Lösungsweg.

#### 3.3.2.3 Quasi-statische Modellansätze unter Vernachlässigung von Trägheitskräften

Bei den impliziten Ansätzen unter Vernachlässigung von Trägheitskräften wird der Belastungspfad unabhängig von der Belastungsgeschwindigkeit oder der Belastungsfrequenz abgebildet. Die impliziten Modellvorstellungen unter Vernachlässigung von Masseträgheitskräften stützen sich daher im wesentlichen auf Weiterentwicklungen der bekannten Ansätze für statisch monotone Belastungen, d. h. der Elasto-Plastizität und viskoplastischen Modelltheorien oder auch Hypoplastizität.

Die konventionellen Ansätze der Elasto-Plastizität zeichnen sich durch Ihre relative Einfachheit und Gültigkeit für einfache Belastungen aus. Für komplexere nicht-ruhende Lasteinwirkungen ist Ihre Gültigkeit jedoch stark eingeschränkt, bis überhaupt nicht mehr gegeben. Bild 3.4 verdeutlicht diesen Zusammenhang. Für eine wiederholte Lasteinwirkung weist das Material auch für kleine Spannungsänderungen, siehe dazu Abschnitt 3.2, eine nicht geschlos-

sene Hystereseschleife auf. Das elastische Materialverhalten innerhalb der Fließgrenze kann für wiederholte Lasteinwirkungen also nur ein idealisierter Grenzzustand sein. Der Grossteil der vorgenannten Ansätze beinhaltet jedoch keinerlei Mechanismen, die die Energiedissipation innerhalb der Fließgrenze berücksichtigen. Selbst bei kleinen Lastamplituden ist bei zunehmenden Lastwechselzahlen eine vom wahren Materialverhalten divergente Lösung wahrscheinlich. Darüber hinaus macht Bild 3.4 deutlich, dass für aufeinanderfolgende Lastwechsel nicht gewährleistet ist, dass die Fließgrenze konstant bleibt,  $\sigma_{y, n} \neq \sigma_{y, n+1}$ .



**Bild 3.4:**

Hystereseschleife bei wiederholter Lasteinwirkung für nichtlineares Materialverhalten

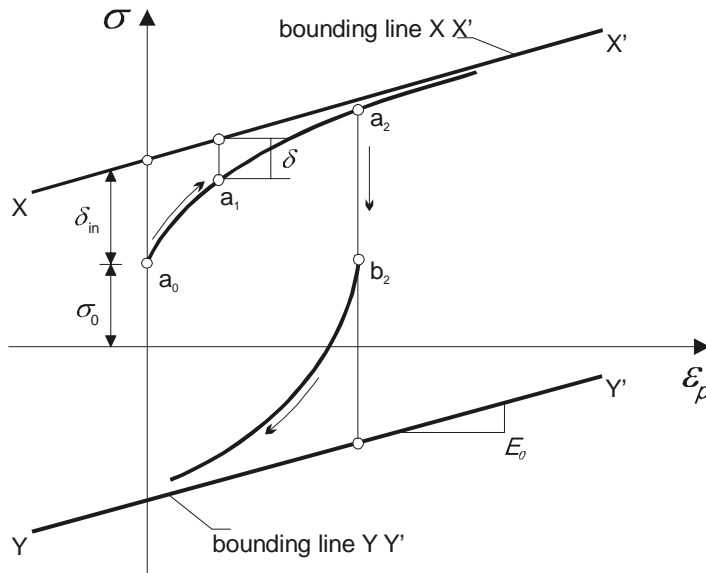
Um diesen Phänomenen gerecht zu werden, sind eine Reihe von quasi-statischen zyklisch-plastischen Modelltheorien entwickelt worden,

- viskoelastischen Modelle,
- viskoplastischen Modelle,
- Nested Yield Surface oder Multiflächen Modelle,
- Bounding Surface Modelle,
- kinematische Verfestigungsmodelle und die
- Generalised Plasticity Modelle.

Eine umfassende Übersicht zu diesen theoretischen Ansätzen für die Geotechnik kann z. B. *O'Reilly/Brown (1991)*, *Hu (2000)* oder *Wang (2000)* entnommen werden. Im Folgenden wird aus den vorgenannten Modellgruppen beispielhaft der grundlegende Gedanke der sogenannten „Bounding Surface“ Modelle erläutert, da er für die weitere Vorgehensweise entscheidende Hinweise enthält.

Das Konzept der „Bounding Surface“ Modelle nach *Dafalias/Popov (1976)* baut auf der Beobachtung auf, dass der Plastizitätsmodul  $E_p$  sich während des Lastwechsels ändert. In einer typischen Spannungs-Dehnungsbeziehung nach Bild 3.5 ist ersichtlich, dass ausgehend von

einer anfänglichen Bruchspannung  $\sigma_0$  das Plastizitätsmodul  $E_p$  mit zunehmender plastischer Dehnung  $\varepsilon_p$  abnimmt und sich tangential der „Bounding Surface“ mit  $E_0$  annähert.



**Bild 3.5:**  
Schemadarstellung der „Bounding Surface“ Modelle nach Chen (1994)

Im einfachsten Fall wird nach *Dafalias/Popov (1976)* folgender analytischer Zusammenhang für das plastische Modul  $E_p$  gewählt,

$$E_p = E_0 + h \left( \frac{\delta}{\delta_{in} - \delta} \right) \quad (3.2)$$

mit:

$h$  empirischer Materialparameter.

Die Fließgrenze der konventionellen Elasto Plastizitätstheorie, welche hier „Bounding Surface“ genannt wird, hat die Funktion einer reinen Grenze zwischen elastischen und plastischen Dehnungen verloren und dient als Vergrößerungsfunktion der plastischen Dehnungen in Abhängigkeit des aktuellen Spannungszustandes innerhalb der Bounding Surface. Nach *O'Reilly/Brown (1991)* gilt, dass wenn der Spannungszustand  $\sigma$  auf der „Bounding Surface“ liegt, die plastischen Dehnungen identisch denen der konventionellen Plastizitätstheorie mit der „Bounding Surface“ als der Fließgrenze sind. Die Fließgrenze hat somit zwei Funktionen bekommen und es gibt keinen rein elastischen Bereich mehr!

Die Mehrzahl der zuvor angeführten impliziten quasi-statischen zyklisch-plastischen Modelle zeichnet sich dadurch aus, dass sie auf den klassischen Stoffansätzen aufbauen und oft einen theoretisch vollständigen Hintergrund haben. Nachteilig erscheint jedoch, dass durch die implizite Formulierung die Spannungs-Dehnungsgeschichte der zeitliche Verlauf eines jeden Lastwechsels von großer Bedeutung ist. Für jeden einzelnen Lastwechsel akkumulieren Feh-

lergrößen. Bei einer gegebenen hohen Lastwechselzahl entsteht durch die Summe dieser Fehler wiederum ein großes Fehlerpotenzial. Weiterhin erscheint durch die kontinuierliche Formulierung der Belastungshistorie der Rechenaufwand für praktische Fragestellungen mit großen Lastwechselzahlen ausgesprochen groß.

### 3.3.2.4 Bedeutung impliziter Modellansätze für die Geotechnik

Die Abbildung der Gesamtheit der Phänomene des nichtlinearen Materialverhaltens sowie der nichtruhenden Belastung in einem impliziten Modell mit materialbedingter Nichtlinearität ist mit Schwierigkeiten verbunden. Tabelle 3.1 gibt einen Überblick über die aus geotechnischer Sicht relevanten Faktoren bei der Bewertung von Methoden.

**Tabelle 3.1:** Bewertung impliziter Modellansätze für Geotechnische Materialien und große Lastwechselzahlen

	Implizite Modellansätze		
	dynamisch		quasi-statisch
	Zeitbereichslösung	Frequenzbereichslösung	
physikalischer Zeitmaßstab z. B. lineares Materialverhalten, Masseträgheit, Frequenz, Belastungsgeschwindigkeit, bewegte Lasten usw.	ja	ja	nein
nichtlineares Materialverhalten	ja	nein	ja
Fehlerfortpflanzung für nichtlineares Materialverhalten	hoch	-	hoch
Rechenaufwand	sehr hoch	gering	sehr hoch

Von den dynamisch-impliziten Verfahren entfallen Ansätze im Frequenzbereich, da materielle Nichtlinearitäten nicht umsetzbar sind. Nach Tabelle 3.1 weisen die Modellansätze der dynamischen Zeitbereichslösung und die der quasi-statischen Ansätze ähnliche Eigenarten auf. Materielle Nichtlinearitäten sind umsetzbar, die Ansätze selber sind aber mit einem für praktische Anwendungen sehr großem Rechenaufwand verbunden. Weiterhin sind Fehlerfortpflanzungen durch Ungenauigkeiten des Stoffansatzes im Verlauf der einzelnen Lastwechsel nicht kontrollierbar, *Niemunis (2000)*.

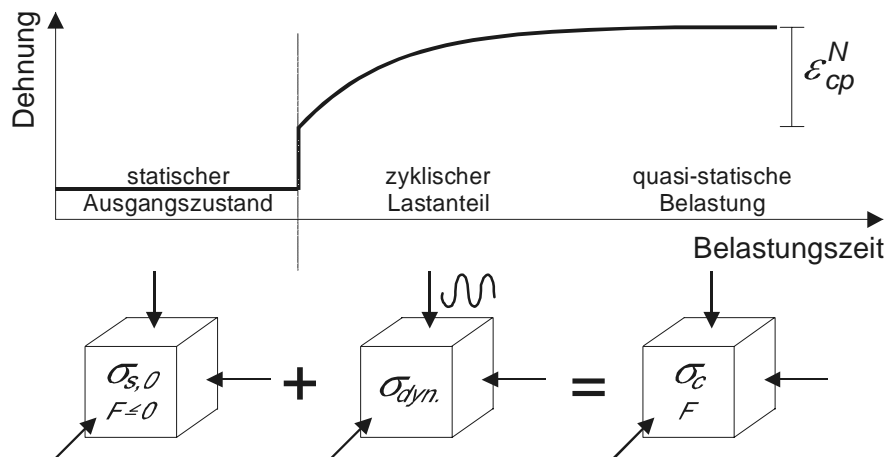
Die impliziten dynamischen Modelle sind den quasi-statischen insofern überlegen, da sie einen echten physikalischen Zeitmaßstab besitzen und Masseträgheitskräfte abgebildet werden. Im Gegensatz zu den implizit quasi-statischen Ansätzen werden die Einflüsse von Belastungsgeschwindigkeit und Frequenz somit direkt abgebildet. Es steht im Einzelfall bei allen impliziten Ansätzen zur Diskussion, ob die scheinbare Genauigkeit, die durch die Abbildung der Belastungshistorie eines jeden Lastwechsels erreicht wird, in Relation steht zu dem rechenintensiven Lösungsverfahren sowie den zu erwartenden Fehlerfortpflanzungen. Diese Fehlerfortpflanzungen resultieren aus fehlenden theoretisch adäquaten und vollständigen Ansätzen für hohe Lastwechselzahlen.

Aus vorgenannten Gründen wird zur Formulierung von mathematischen Ansätzen zur praktischen Fragestellung des Langzeitverformungsverhaltens, in der Regel, sowie in dieser Arbeit, den (quasi-statisch) expliziten Berechnungsverfahren der Vorzug gegeben.

### **3.3.3 Explizite Ansätze**

Da das hysteretische Langzeitverformungsverhalten und nicht die Entwicklung der elastischen und plastischen Dehnungen über einzelne Lastwechsel im Interesse steht, wird bei expliziten Berechnungsverfahren von einer quasi-statischen Belastung ohne Berücksichtigung von Masseträgheitskräften ausgegangen. Insofern wird vereinfachend angenommen, dass die zusätzlichen zyklischen Belastungen nicht die Standsicherheit als solches gefährden. Durch die quasi-statische Betrachtungsweise mit monotoner Belastung können spezielle dynamische Phänomene wie Liquefactionprozesse i.d.R. nicht untersucht werden.

Den verschiedenen expliziten Ansätzen gemein ist die Behandlung der akkumulierenden zyklisch-plastischen Dehnungen analog der Kriechphänomene bzw. der in Abschnitt 2.3.3 angesprochenen Viskoplastizität. Ausgehend von einem im Anfangszustand im statischen Gleichgewicht stehenden System das einer Materialtheorie genügt, wird für diskrete Zeitschritte bzw. Lastwechselzahlen eine zusätzlich aufgebrachte, nicht-ruhende Last, quasi-statisch betrachtet. Die inkrementelle Zunahme der plastischen Dehnungen wird näherungsweise berechnet, siehe Bild 1.1 bzw. Bild 3.6.



**Bild 3.6:** Explizite Betrachtungsweise bleibender Dehnungen unter nichtruhender Lasteinwirkung

Niemunis (2000) greift einen Ansatz nach Sawicki (1991) auf, bei dem die durch Zyklen hervorgerufene Akkumulation der Volumendehnung in Abhängigkeit zweier Stoffkonstanten ( $C_1$ ,  $C_2$ ), der zweiten Invariante des Deviators der Dehnungsamplitude  $J$  und der Zyklenzahl  $N$  beschrieben wird,

$$\varepsilon_{cp,ij} = -\Phi \delta_{ij} \quad (3.3)$$

mit:

$$\Phi = C_1 \ln[1 + C_2 J N]. \quad (3.4)$$

$$J = \frac{1}{2} \varepsilon_{ij}^{*Ampl} \varepsilon_{ij}^{*Ampl} \quad (3.5)$$

Die empirischen Stoffkonstanten  $C_1$  und  $C_2$  werden in Abhängigkeit von der bezogenen Lagerungsdichte  $I_D$  für Lubiatowo Mittelsand angegeben. Die Dehnungsamplituden  $\varepsilon_{ij}^{*Ampl}$  durch die zusätzliche zyklische Last können nach dem Energieerhaltungsprinzip abgeschätzt werden. Die inkrementelle Entwicklungsgleichung ergibt sich zu,

$$\frac{\partial \Phi}{\partial N} = C_1 C_2 J \exp\left(\frac{\Phi}{C_1}\right). \quad (3.6)$$

Die volumetrische Verdichtung  $\Phi$  beschreibt die Verformungsgeschichte und  $\partial \Phi / \partial N$  die Verdichtungsrate proportional zur Zeit. Niemunis (2000) erweitert ausgehend von Erkenntnissen von Suiker (1999) aus zyklischen Triaxialversuchen den Ansatz von Sawicki (1991), der in der ursprünglichen Form von zyklischen Oedometerversuchen abgeleitet wurde, Sawicki/Swidzinski (1995), um den deviatorischen Anteil der Dehnungen. Hierfür wird eine Spannungsfunktion  $\mathbf{b}(\mathbf{T})$  eingeführt, die die Akkumulationsrichtung bzw. „Fließrichtung“

beschreibt. Es ist ein Einheitstensor der das Verhältnis zwischen den akkumulierten Dehnungskomponenten als Funktion der Spannung festlegt. Als Stoffgesetz dient hierfür die Hypoplastizität. Die um die Akkumulationsrichtung erweiterte Entwicklungsgleichung lautet,

$$\frac{\partial \Phi}{\partial N} = \frac{\text{tr} \mathbf{b}}{\text{tr} \mathbf{b}_{K_0}} C_1 C_2 J \exp\left(\frac{\Phi}{C_1}\right) \quad (3.7)$$

mit  $\mathbf{b}_{K_0}$  im  $K_0$  Spannungszustand nach *Sawicki (1991)*.

*Niemunis (2000)* erreicht für ausgewählte Beispiele eine gute Übereinstimmung zwischen Berechnung und Versuchsergebnis, stellt aber fest, dass

- die Akkumulationsrate abhängig von der Polarisation des oszillierenden Teils der Spannung in bezug auf den statischen Teil ist,
- die Amplitude der zyklischen Dehnung allein nicht das Maß der Dissipation bestimmt,
- Rotationen der Hauptspannungsachsen die Akkumulation beschleunigen.

*Suiker (1997)* stellt einen expliziten Ansatz auf, in dem die Entwicklungsgleichung einen exponentialen Charakter in Abhängigkeit von zwei Variablen  $C$  und  $n$  aufweist,

$$\frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{per}}{\partial N} = C \langle \phi(f_d) \rangle \mathbf{m}_d \quad (3.8)$$

Der Parameter  $C$  ist ein Maß für die Dehnungsamplitude per Lastwechsel und der Vektor  $\mathbf{m}_d$  definiert die Richtung der bleibenden deviatorischen Dehnungen. Wobei  $\langle \rangle$  einer Schaltfunktion gleich kommt, die einen Spannungsbereich zyklischer Verformungen von einem Bereich mit elastischen Verformungen abgrenzt,

$$\langle \phi(f_d) \rangle = \begin{cases} 0 & \forall f_d \leq 0 \\ \phi(f_d) = \left(-\frac{f_d}{p+p_0}\right)^n & \forall f_d > 0 \end{cases} \quad (3.9)$$

Gleichung 3.11 ist die Abhängigkeit der zyklischen plastischen Dehnungen von der 1. Invariante der initialen hydrostatischen Spannung  $p_0=1/3 \sigma_{0,ii}$  oder  $\sigma_{m,0}$  im Ausgangszustand zu entnehmen. Das Plastizitätskriterium  $f_d$  ist wie folgt formuliert,

$$f_d = q + h(\kappa_{per}) [p + p_0] \quad (3.10)$$

mit der zweiten deviatorischen Spannungsinvariante  $q$  oder  $\bar{\sigma}$  und der Verfestigungsfunktion  $h(\kappa_{per})$  in Abhängigkeit der äquivalenten plastischen Dehnungen  $\kappa_{per}$ . Ähnlich der plastischen

Theorien nach Abschnitt 2 wird der Vektor  $\mathbf{m}_d$ , der die plastische Dehnungsrichtung bestimmt, durch den Spannungsgradienten einer konvexen Potenzialfunktion  $g_d$  bestimmt,

$$\mathbf{m}_d = \frac{\partial g_d}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (3.11)$$

*Suiker (1997)* führt nach dem aufgeführten Ansatz beispielhaft Parameterstudien zum einaxialen Verformungsverhalten von Elementgeometrien durch. Eine Anbindung an reale Gegebenheiten bzw. echt räumliche Spannungszustände erfolgt dabei nicht. Weiterhin wird das Vorhandensein eines rein elastischen Regimes für nichtruhende Lasteinwirkungen aus experimenteller Sicht nach Abschnitt 3.2 nicht bestätigt.

Die vorgenannten beispielhaften Modellansätze machen deutlich, dass sich die Formulierung eines expliziten Ansatzes sehr stark von den Materialtheorien unter statischer bzw. monotoner Belastung unterscheidet. Generell sind empirische Beobachtungen Teil eines jeden solchen Ansatzes. Diese äußern sich wie zuvor beschrieben in Entwicklungsgleichungen zum Volumendehnungs- bzw. deviatorischen Dehnungsverhalten vs. Lastwechselzahl, die aus geeigneten Laborversuchen abgeleitet werden müssen. Von daher kann bei expliziten Ansätzen auch nicht von Stoffgesetzen gesprochen werden. Es existiert kein expliziter Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung. Es gilt das Prinzip der Determiniertheit. Der Zustand zum Zeitpunkt  $t$  wird durch die Zustandsgeschichte bis zu diesem Zeitpunkt bestimmt. Der Umkehrschluss, vom Verformungszustand auf den aktuellen zyklischen Spannungszustand, ist jedoch nicht zulässig.

Von den Laborversuchen zum Materialverhalten unter nichtruhenden Lasteinwirkungen erscheint der zyklische Triaxialversuch am geeignetsten, da das Studium des Einflusses der Anzahl der wiederholten Lastaufbringung auf die plastischen Dehnungen im Hauptspannungsraum unter verschiedensten Randbedingungen möglich ist,

$$\varepsilon_{cp} = f(\sigma_3, \sigma_{dyn}, N, f_B, \varphi, e, M, B) \quad (3.12)$$

mit:

$\sigma_{dyn}$	dynamische Spannung
$N$	Lastwechselzahl
$f_B$	Frequenz
$e$	Porenzahl
$M$	mineralogische Eigenschaften
$B$	bodenmechanische Eigenschaften



*Gotschol (2002)* zeigt detailliert die gegenseitigen Abhängigkeiten, insbesondere die der Lastwechselzahl, der Frequenzabhängigkeit und der veränderlichen Porenzahl auf die plastischen Dehnungen im zyklischen Triaxialversuch auf.

Vorbelastungen haben direkten Einfluss auf die entstehenden Dehnungen. Für konstante hydrostatische Spannungen ist die Größe der bleibenden Verformungen nach einer bestimmten Anzahl von Lastwechseln direkt abhängig von der Größe der Hauptspannungsdifferenzen, *Morgan (1966)*. Anders formuliert bedeutet dies, dass die Steifigkeit granularer Böden stark abhängig von der hydrostatischen Spannung ist. Eine Beachtung aller drei Hauptspannungsrichtungen ist bei expliziten Berechnungsansätzen daher von großer Bedeutung.

So nimmt Gleichung 3.12 gewöhnlicherweise die Form eines exponentiellen, halb- oder auch doppelt-logarithmischen Zusammenhanges im Hauptspannungsraum an. Die *axialen* plastischen Dehnungen in Richtung der größten Hauptspannung werden im zyklischen Triaxialversuch z. B. folgendermaßen beschrieben:

$$\varepsilon_{cp}^N = a + b \cdot \log N \quad \text{halb-logarithmisch} \quad (3.13)$$

$$\log \varepsilon_{cp}^N = \log a + b \cdot \log N \quad \text{doppelt-logarithmisch} \quad (3.14)$$

$$\varepsilon_{cp}^N = a \cdot e^{-\frac{b}{N}} \quad \text{exponentiell} \quad (3.15)$$

mit:

$\varepsilon_{cp}^N$  zyklisch-plastische Dehnungen in Hauptspannungsrichtung

$N$  Lastwechsel-/ Zyklenzahl

$a, b$  Regressionskoeffizienten

Die aus zyklischen Triaxialversuchen ermittelten Regressionskoeffizienten bzw. Funktionale, hier vereinfacht als  $a$  und  $b$  dargestellt, beschreiben den Zusammenhang zwischen bleibenden Dehnungen am Element und den Belastungsrandbedingungen. In diesem Zusammenhang steht der Regressionskoeffizient  $a$  für die bleibenden Dehnungen die im ersten Zyklus auftreten und  $b$  für die Magnitude der folgenden plastischen Dehnungsinkremente. Vorgenannte Regressionsparameter sind für gewöhnlich aus einer statistisch auswertbaren Mindestmenge zu ermitteln, siehe auch Abschnitt 4.4.

## 4 Verwendete Modelle und Stoffansätze für die eigenen Untersuchungen

### 4.1 Allgemeines

Gemäß der Zielsetzung dieser Arbeit, der Entwicklung eines praxisorientierten Verfahrens, siehe Abschnitt 1, soll das in *Hu (2000)* und *Kempfert/Hu (1999 a,b)* aufgeführte explizite Berechnungsmodell mit dem von *Gotschol (2002)* weiterentwickelten zyklisch-viskoplastischen Stoffansatz für granulare Böden und Schottermaterialien unter nichtruhenden Lasteinwirkungen in ein allgemeines räumliches FE-Programm implementiert werden, um damit numerische Modellierungen, mit dem Schwerpunkt Verkehrswegebau, vorzunehmen. Porenwasserdruckfragen, siehe *Hu (2000)*, sollen dabei zunächst nicht berücksichtigt werden.

Mit diesen numerischen Modellierungen von Projekten, bei denen möglichst auch Messergebnisse vorliegen, sollen insbesondere die Brauchbarkeit solcher Modelle und die Stoffansätze im Hinblick auf die Anwendung für praktische Aufgabenstellungen überprüft werden.

Nichtlineares Materialverhalten kann in numerischen Modellierungen nach Abschnitt 3.3 durch folgende Modellansätze berücksichtigt werden:

- a) dynamische Ansätze mit Lösung im Zeitbereich,
- b) implizite Ansätze unter Vernachlässigung von Trägheitskräften und
- c) explizite quasi-statische Ansätze.

Aufgrund der in Abschnitt 3.3.2 skizzierten Probleme bei den Modellierungen nach a) und b) wird im Folgenden in Anlehnung an *Kempfert/Hu (1999 a, b)* und *Hu (2000)* eine vereinfachte explizite Vorgehensweise mit quasi-statischer Belastungseinwirkung (für die nichtruhende Lasteinwirkung) und einer pauschalen stofflichen Beschreibung der bleibenden Verformungen über die Lastwechselzahl gewählt.

Es wird im Folgenden eine grundsätzlich vereinfachte Vorgehensweise zur Untersuchung von dynamisch belasteten Systemen am Beispiel Verkehrswegebau aufgezeigt, geeignete Belastungsrandbedingungen aus Laborversuchen und in situ Beobachtungen abgeleitet und ein entsprechender expliziter zyklisch-viskoplastischer Stoffansatz formuliert.

## 4.2 Darstellung einer grundsätzlich vereinfachten Vorgehensweise bei dynamisch belasteten Systemen am Beispiel Verkehrswegebau

### 4.2.1 Getrennte Untersuchungen im Kurz- und Langzeitverhalten

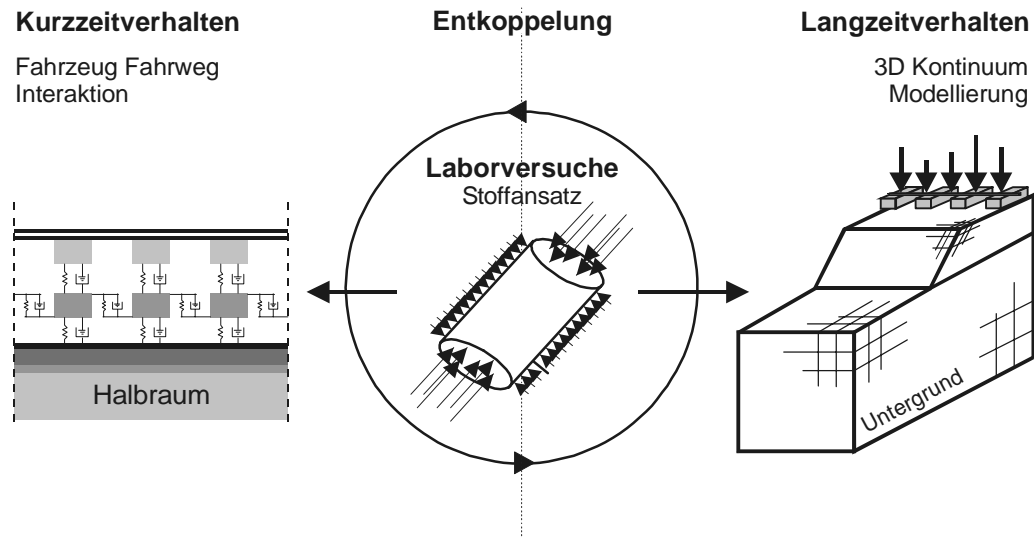
Eine Untersuchung des Langzeitverformungsverhaltens und des Kurzzeitverhaltens (Dynamik), siehe auch Abschnitt 1, von Böden unter nichtruhender Lasteinwirkung in einem impliziten dynamischen Modell erweist sich als schwierig. Das Gesamtsystem Fahrzeug-Oberbau-Untergrund müsste über lange Zeiträume hinweg unter Berücksichtigung eines allmählich anwachsenden schwach hysteretischen Verhaltens mit bleibenden Verformungen über eine sehr hohe Anzahl Zugüberfahrten bzw. Lastwechsel dynamisch untersucht werden. Bei einem derartigen Gesamtmodell müsste das dynamische Verhalten im jeweils inkrementell veränderten System berechnet werden, bis sich insgesamt eine relevante bleibende Verformung einstellt. Bleibende Verformungen in schädigungsrelevanter Größenordnung ergeben sich erst nach einer sehr hohen Anzahl von Überfahrten, *Knothe/Wu (1998)*. Die Berücksichtigung einer derart hohen Anzahl von Inkrementen bzw. Rechenläufen erscheint unrealistisch. Weiterhin erfordert jede nichtlineare Zeitschrittberechnung einer entsprechenden einzelnen Zugüberfahrt oder sogar Achsüberfahrt im Vergleich zu einer linearen Berechnung ein Vielfaches an Rechenzeit.

Wesentlich erscheint bei der zu berücksichtigenden hohen Anzahl von Lastwechseln auch die Gefahr einer Fehlerfortpflanzung im Rahmen der nichtlinearen Berechnung für hysteretisches Materialverhalten. Mit jedem Zeitschritt können sich Fehler akkumulieren, wenn auch nur jeweils von minimaler Größenordnung. Auf diese Weise kann es jedoch zu unkontrollierbaren Ergebnissen kommen.

Eine realisierbare, praxisorientierte Prognoseberechnung des Schädigungsverhaltens ist derzeit mit der oben beschriebenen, auf ein zeitlich und örtliches Gesamtsystem ausgerichteten Vorgehensweise auf kurze Sicht nicht möglich. Gründe hierfür sind fehlende Rechenkapazitäten und geeignete grundlegender Ansätze für ein Gesamtmodell. Sie ist aus den oben angeführten Punkten auch nicht als sinnvoll anzusehen.

Aussichtsreich bezüglich der geotechnischen Fragestellungen im Bereich der Boden-Bauwerk-Interaktion (hier für Verkehrswegebauwerke) unter nichtruhender Lasteinwirkung erscheint dagegen eine differenzierte, das heißt vom Kurzzeitverhalten (Dynamik) entkoppelte Betrachtung des Langzeitverformungsverhalten, siehe Bild 4.1. Anstelle einer Modellierung als zeitliches und örtliches Gesamtsystem, das aufgrund der Nichtlinearitäten vollständig nichtlinear berechnet werden müsste, werden hier eindeutig definierte Parameter

nichtlinear berechnet werden müsste, werden hier eindeutig definierte Parameter zwischen jeweils eigenständigen Modellen übergeben.



**Bild 4.1:** Entkoppelung des Kurzzeitverhaltens und des Langzeitverhaltens

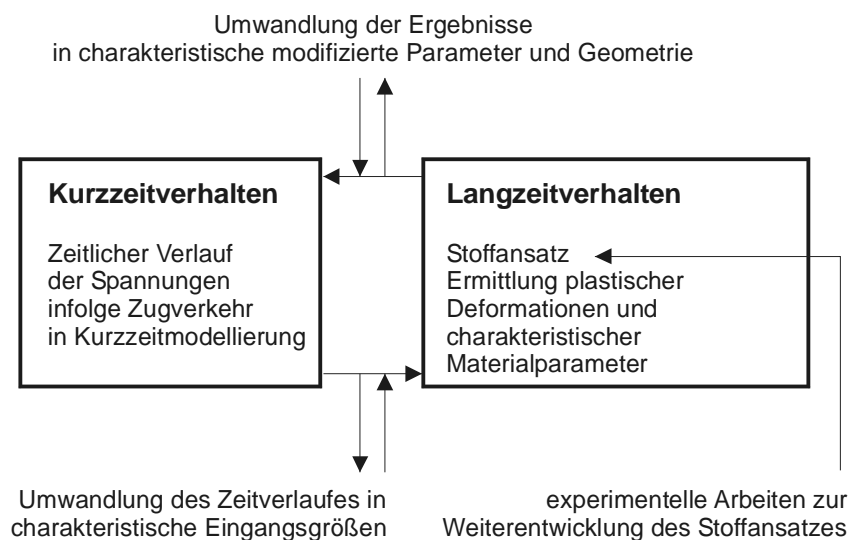
Dementsprechend wird der in Wirklichkeit kontinuierliche Prozess der Langzeitveränderungen von Oberbau, Unterbau und Untergrund in eine Folge von Zeitblöcken aufgegliedert, während das dynamische Kurzzeitverhalten jeweils für festgehaltene Systemeigenschaften linear dynamisch berechnet werden kann. Als Verfahren bietet sich hierbei die Frequenzbereichslösung nach Abschnitt 3.3.2.2 an. Die so für die jeweiligen Zeitblöcke in ihrer räumlichen und zeitlichen Veränderlichkeit ermittelten Beanspruchungen bilden die Grundlage zur Beschreibung der zwischen zwei Zeitblöcken eingeschalteten Langzeitberechnungen. Die wesentlichen Ergebnisse der Langzeitberechnungen sind speziell die mit der Zyklenzahl fortschreitende Entwicklung bleibender Deformationen sowie durch experimentelle Absicherung die Veränderungen des Materialverhaltens wie der Steifigkeiten. *Gotschol (2002)* zeigt auf, dass sich über die dynamische Belastungsgeschichte die dynamischen Kenngrößen durchaus verändern können. Diese Veränderungen bewirken, dass im folgenden Zeitblock (Kurzzeitverhalten), für das wiederum linear zu untersuchende System, geänderte geometrische und mechanische Parameter anzusetzen sind. Die Systemveränderungen bewirken für den nächsten Zeitblock mit der Interaktion zwischen Fahrzeug und Oberbau veränderte und u.U. progressiv anwachsende Beanspruchungen in den Berechnungen des Kurzzeitverhalten.

Die Näherung der hier vorgeschlagenen Vorgehensweise besteht darin, dass der kontinuierlich nichtlinear ablaufende Schädigungsprozess approximiert wird, indem Veränderungen des Kurzzeitverhaltens nur zu diskreten Zeitpunkten für selektierte Parameter jeweils nach Ab-

schluss eines Zeitblocks berücksichtigt werden. Dies geschieht auf der Grundlage der Beanspruchungswechsel-Historie während der jeweiligen Zeitblöcke.

Durch die Aufteilung in Zeitblöcke ergibt sich für jede Zugüberfahrt unter Annahme linearen Verhaltens innerhalb eines Zeitblocks näherungsweise dasselbe Ergebnis. Daher kann innerhalb eines Zeitblocks von einem Beanspruchungskollektiv ausgegangen werden. Für die Modellierung des Langzeitverhaltens sollen die Ergebnisse des Kurzzeitverhaltens in möglichst einfacher Form zu Eingangsgrößen zusammengefasst werden. Die Reduzierung des Rechenaufwandes ist erheblich. Die Gefahr der Fehlerfortpflanzung wird beschränkt.

Die durch die Linearisierung verursachten Fehler in den einzelnen Zeitblöcken sind gering und lassen sich hinsichtlich ihrer Auswirkungen a posteriori abschätzen. Dies ermöglicht eine Adaption der Größe der Zeitblöcke im Laufe des Verfahrens. Die Vorgehensweise zeigt Ähnlichkeiten mit der üblichen Berücksichtigung der Materialdämpfung oder mit ebenfalls üblichen Schädigungsakkumulationsberechnungen für Stahlkonstruktionen, bei denen ebenfalls das in Wirklichkeit hysteretische Verhalten über geeignete modifizierte lineare Untersuchungen in praktisch adäquater Weise genähert beschrieben wird.



**Bild 4.2:** Vorgehensweise der entkoppelten Betrachtung von Kurzzeitdynamik und Langzeitverhalten

Bild 4.2 zeigt schematisch die vereinfachte Vorgehensweise zur Entkoppelung des Kurzzeit- und des Langzeitverhaltens, welche auf einer Aufteilung in Zeitblöcke und Subsysteme basiert. Im Rahmen der Modellierung des Oberbaues und des Untergrundes werden als Ergebnis des Kurzzeitverhalten Spannungen an der Planumsoberkante oder alternativ Kraftvektoren auf der Schwelle für die Langzeitmodellierungen übergeben.

Es sind folgende vier Hauptaufgaben innerhalb einer Zeitblockberechnung zu unterscheiden:

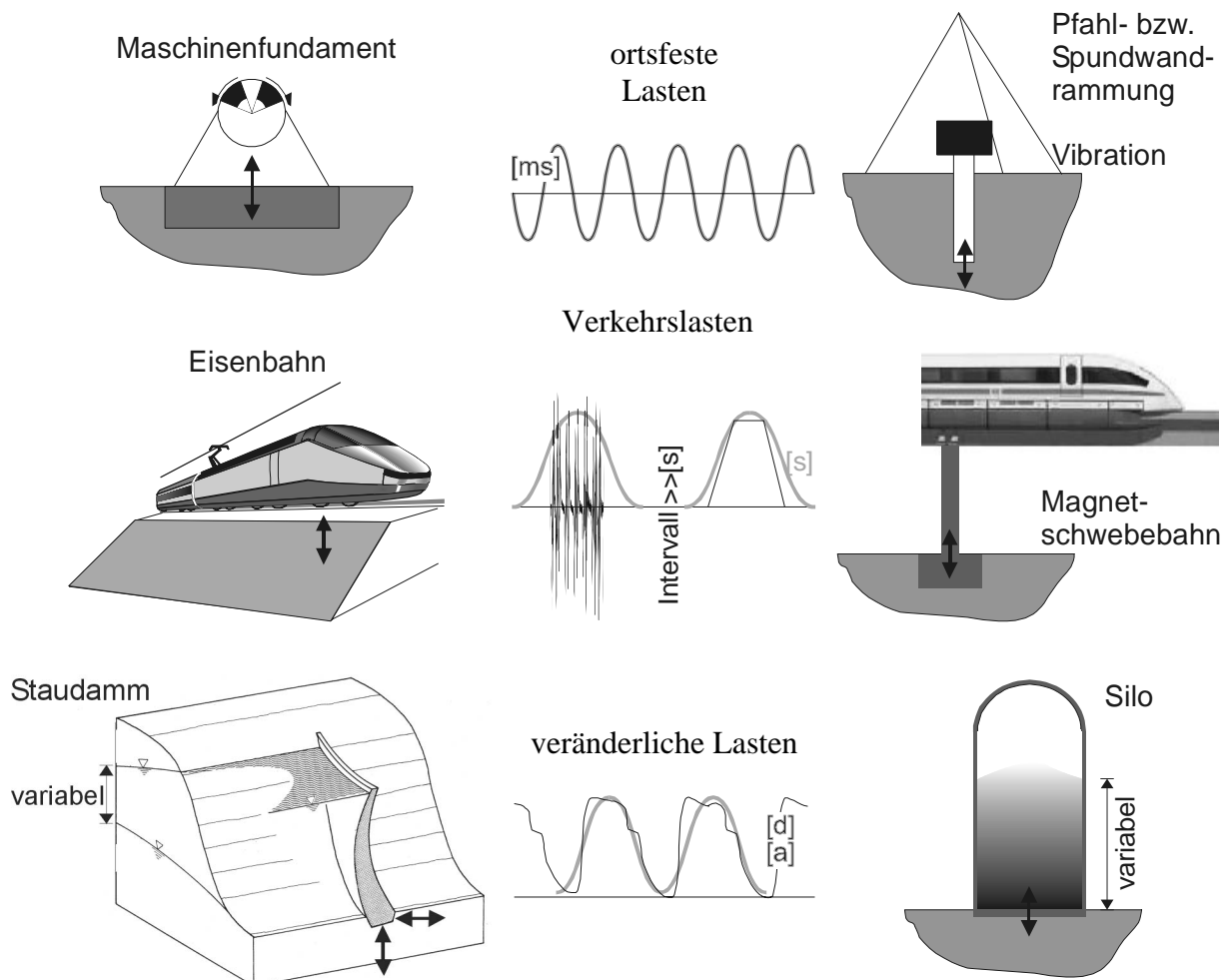
- Berechnung der zeitlichen Veränderlichkeit der Beanspruchungen für alle schädigungsgefährdeten Systemkomponenten (Kurzzeitverhalten, Dynamik) als Folge der Interaktion mit dem überfahrenden Fahrzeug,
- Umwandlung des Zeitverlaufes der Beanspruchungen in schädigungsrelevante Eingangsgrößen für die Berechnung des Langzeitverhaltens,
- Berechnung der plastischen Verformungen mit Hilfe des Stoffansatzes (Langzeitverhalten),
- Ableitung von geänderten Kenngrößen aufgrund berechneter plastischer Verformungen und Übernahme der veränderten Größen in das System der Kurzzzeitdynamik.

Als Informationen erhält man für die Systemkomponenten das Langzeitverhalten hinsichtlich Verformungen der Planumsoberkante und des Oberbaues. Aus den dynamischen Kurzzeitbetrachtungen über der Zeit, lassen sich gleichzeitig die veränderten Einwirkungen und Beanspruchungen auf die Systemkomponenten, und, infolge Interaktion, auf das Fahrzeug beschreiben.

Die hier skizzierte Vorgehensweise für den Verkehrswegebau lässt sich ohne weiteres auch auf andere Problemstellungen, bei denen schädigungsrelevante Größen nach einer hohen Anzahl von Lastwechseln auftreten, übertragen.

#### **4.2.2 Abbildung der nichtruhenden Lasteinwirkung für die Modellierung des Langzeitverhaltens**

Je nach untersuchten praktischen Systemen liegen sehr unterschiedliche nichtruhende Lasteinwirkungen vor. Dabei sind in Bild 4.3 beispielhafte Belastungsformen und mögliche näherungsweise Vereinfachungen zur Modellbildung dargestellt. Bei den unterschiedlichen Belastungsformen ist zu beachten, dass in situ in der Regel keine harmonischen Belastungen auftreten. Näherungsweise kann dies bei Maschinenfundamenten oder Rammarbeiten der Fall sein, bei Verkehrsbelastungen dagegen treten Intervallweise transiente Schwingungen auf. Für veränderliche Lasten ist von einer statisch nicht monotonen Belastung auszugehen, da der große Zeitmasstab eines Lastwechsels in Tagen [d] oder auch Jahren [a] Trägheitskräfte von vornherein ausschließt.

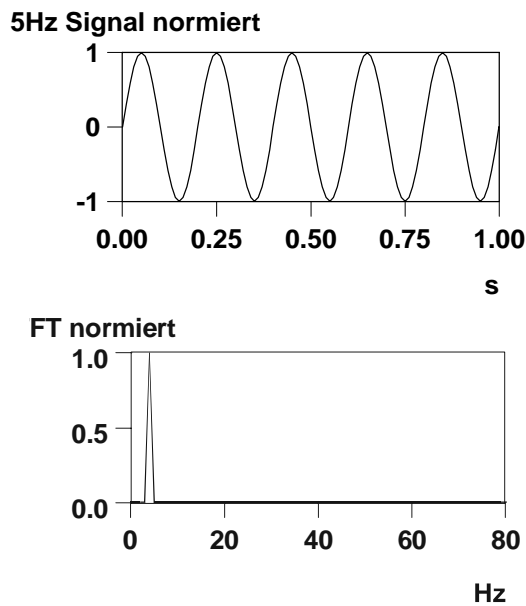


**Bild 4.3:** Schematische Darstellung von praktischen nichtruhenden Lasteinwirkungen auf Böden und mögliche näherungsweise Vereinfachungen

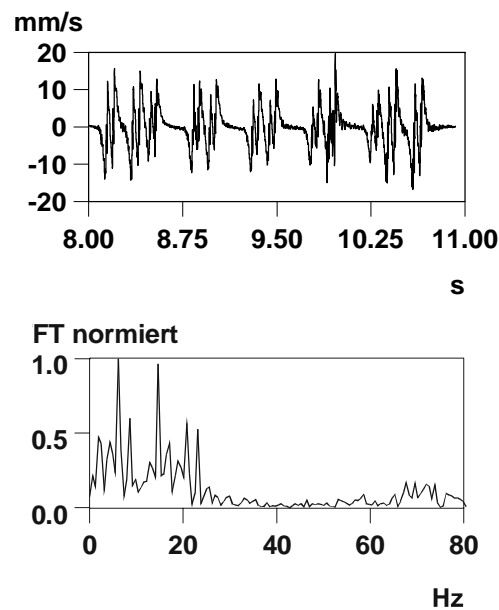
Beobachtet man nun, gemäß der schwerpunktmäßigen Zielsetzung dieser Arbeit, für die Untergrundbeanspruchung von Eisenbahnverkehrswegen eine regelmäßige harmonische Ersatzbelastung nach Bild 4.3, so wird deutlich, dass dies zunächst eine sehr vereinfachende Betrachtungsweise der tatsächlich in der Realität vorhandenen Situation ist. Zum einen liegt eine transiente Anregung durch die Zugüberfahrt vor und zum anderen ist die Anregung an sich durch die Zugabstände diskontinuierlich.

Bild 4.4 zeigt eine Gegenüberstellung von Messsignalen im Untergrund aus einer Zugüberfahrt und eines zyklischen Triaxialversuches, der üblicherweise zur Ermittlung von Stoffparametern Verwendung findet. Anhand von Fouriertransformationen, siehe Abschnitt 3.3.2.2, werden die Zeitsignale in den Frequenzbereich übertragen. Es lassen sich somit maßgebliche Frequenzen anschaulich ermitteln.

## a) Zyklischer Triaxial Versuch



## b) Schnellemessung im Untergrund Erdbauwerk bei Zugüberfahrt



**Bild 4.4:** Geschwindigkeitsgrößen (Schnellemessung) sowie Frequenzspektren (normierte Fouriertransformation) für a) einen zyklischen Triaxialversuch und für b) praktische in situ Messungen.

Den zugehörigen diskreten Frequenzspektren ist zu entnehmen, dass beim zyklischen Triaxialversuch eine harmonische Anregungsfrequenz vorliegt, während das Zugsignal von einer Überlagerung einer Vielzahl von Harmonischen geprägt ist. Diese Harmonischen können auf Flachstellen am Rad, Achs- und Drehgestellabstand, Wagenlängen usw. zurückgeführt werden. Hinzu kommt in der Praxis, dass innerhalb einer Zugüberfahrt unterschiedliche Rad-, Drehgestell- und Wagenabstände vorliegen können. Weiterhin bestehen unterschiedliche zeitliche Abstände zwischen den Zugüberfahrten selbst. Wie in Abschnitt 3.1 angesprochen, wird hier also vereinfacht nur der nicht monotone Charakter der Belastung in Form der Zugüberfahrt betrachtet.

### 4.2.3 Zusammenfassung

Nachfolgend sind nochmals die zwei wesentlichen getroffenen Vereinfachungen zur Ableitung des Stoffansatzes dieser Arbeit aufgelistet:

- a) Nichtruhende-zyklische Belastung der Boden- und Schotterprobe:  
 Der Ermittlung der Parameter zum verwendeten Stoffansatz werden zyklische Triaxial-



versuche zugrunde gelegt. Die Triaxialversuche werden mit einer zyklischen harmonischen Belastung durchgeführt, wobei aber für einzelne Versuchsreihen unterschiedliche Anregungsfrequenzen eingestellt werden können, siehe hierzu auch die Zusammenstellung in *Gotschol (2002)*.

b) Quasi-Statistische Belastung bei der numerischen Modellierung:

Bei den im Folgenden dargestellten numerischen Modellierungen wird für die Langzeitverformungswirkung der nicht ruhenden Eisenbahnverkehrsbelastung näherungsweise ein quasi-statischer Belastungsansatz in Anlehnung an Entwurf *DS 836 (1997)* verwendet. In *Jaup (1999)* findet sich hierzu eine Bewertung. Alternativ werden in situ Messungen herangezogen. Es liegen zu diesem Zeitpunkt umfangreiche Messergebnisse zu dynamischen Schwellenkräften („R-Kräfte“) vor, so dass eine realitätsnähere Abbildung der Belastungsrandbedingungen möglich ist. *Gotschol (2002)* hat dafür eine weiterführende Interpretation von in situ Messergebnissen und theoretischen Abhandlungen zum Thema durchgeführt.

Im Zusammenhang mit den vorliegenden Messungen sollen die in dieser Arbeit durchgeführten quasi-statisch numerischen Modellierungen von komplexen Systemen im Eisenbahnbau prüfen, ob die Vereinfachungen nach a) und b) zulässig sind, und wo die Grenzen der Anwendbarkeit liegen.

### **4.3 Gewählter zyklisch-viskoplastischer Stoffansatz zur Beschreibung der plastischen Dehnungsanteile unter nicht ruhender Belastung**

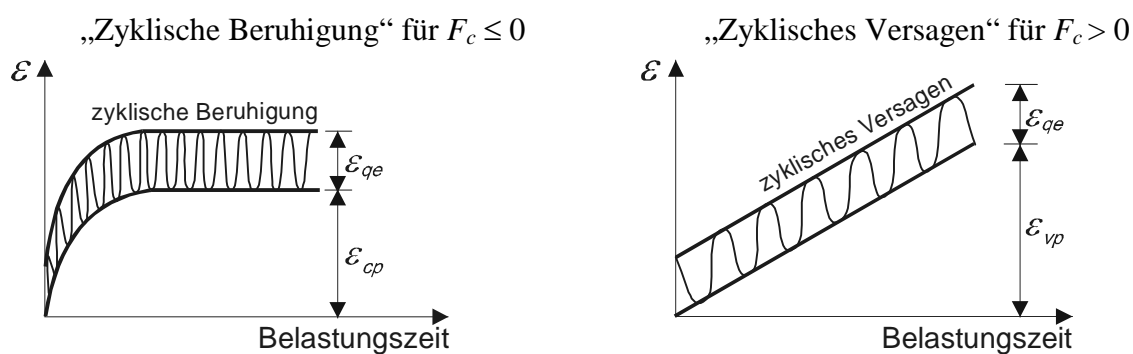
#### **4.3.1 Allgemeines**

Wie bereits ausgeführt, werden für die Modellierungen in dieser Arbeit zyklisch-viskoplastische Stoffansätze verwendet, wie sie grundlegend in *Kempfert/Hu (1999 a,b)* und *Hu (2000)* dargestellt sind. Diese Ansätze wurden auf der Grundlage von umfangreichen, großmaßstäblichen kombinierten zyklisch-dynamischen Elementversuchen mit granularen Materialien und Basaltschotter 22.4/63, siehe *Gotschol (2002)*, erweitert. Die abgeleiteten analytischen Zusammenhänge für zyklische Triaxialversuche, insbesondere die der Frequenzabhängigkeit und der Entwicklung der Porenzahl bezüglich der plastischen Dehnungen finden in dieser Arbeit in einer ersten Formulierung Eingang. Im Einzelfall kann der hier beschriebene Ansatz näherungsweise auch für *nicht* wassergesättigte bindige Böden verwendet werden.

Bei der Beschreibung der zyklisch-viskoplastischen Dehnungsanteile wird davon ausgegangen, dass je nach statischer Vorbelastung und zyklischer Deviatorspannung im zyklischen Triaxialversuch zwei Zustände entsprechend Bild 4.5 zu beobachten sind,

- zyklische Beruhigung und
- zyklisches Versagen.

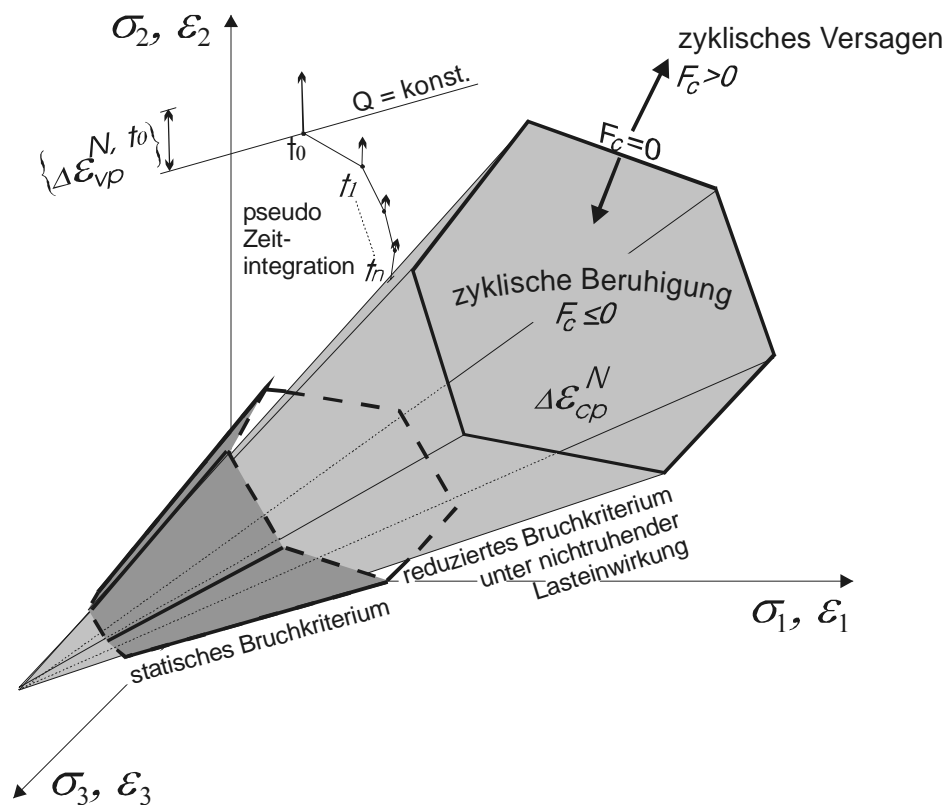
Es wird dabei auf ein reduziertes zyklisches Mohr-Coulombsches Bruchkriterium  $F_c$  zur Abgrenzung dieser zwei Verformungszustände zurückgegriffen.



**Bild 4.5:** Typische Verformungsarten von Bodenelementen in zyklischen Triaxialversuchen

Im zyklischen Triaxialversuch lässt sich bei ansonsten gleichen Randbedingungen beobachten, dass das Element im Vergleich zu einer statischen Belastung bei kleineren deviatorischen Spannungsamplituden versagt. Übertragen auf die Modellierungen bedeutet dies, dass lokale Plastifizierungen stattfinden. Diesem Umstand wird insofern Rechnung getragen, als das für die Scherparameter ein funktionaler Zusammenhang abgeleitet wird, der die verminderte Scherfestigkeit von granularen Böden unter zyklischer Last erfasst, siehe Abschnitt 4.3.5. Aus diesem Grund wird das in der vorliegenden Arbeit verwendete Mohr-Coulombsche Bruchkriterium als reduziert zyklisches Kriterium bezeichnet.

Bild 4.6 verdeutlicht die Übertragung der zuvor erläuterten plastischen Dehnungsanteile auf den dreidimensionalen Hauptspannungsraum. Innerhalb einer definierten Fließgrenze, hier der konische Mohr-Coulombsche Hexader im Hauptspannungsraum, finden zyklisch-viskoplastische Dehnungen, gekennzeichnet durch  $\varepsilon_{cp}^N$  statt. Bei Verletzung des Bruchkriteriums bewirken lokale Plastifizierungserscheinungen  $\varepsilon_{vp}^{N,t}$  eine Lastumlagerung auf andere Bereiche.



**Bild 4.6:** Abgrenzung der Verformungsarten für den Hauptspannungsraum und gewählten Stoffansatz

In der gewählten Modellvorstellung finden sich Gedanken der in Abschnitt 3.3.2.3 erläuterten Bounding Surface Modelle wieder. Die Fließfläche als solches verliert ihre Bedeutung als Grenze zwischen Bereichen mit rein elastischen und plastischen Dehnungen. Vielmehr wird nach Abschnitt 3.1 der Tatsache Rechnung getragen, dass im Boden unter nicht ruhender Lasteinwirkung auch bei kleinen Amplituden Energie dissipiert wird. Des Weiteren wird der Gedanke aufgegriffen, dass für Spannungszustände mit Verletzung des Bruchkriteriums Dehnungen entsprechend der klassischen Plastizitätstheorien auftreten.

### 4.3.2 Plastische Dehnungsanteile für $F_c \leq 0$ bei zyklischer Beruhigung

#### 4.3.2.1 Zyklisch deviatorisches Spannungsverhältnis $X$

Für zyklische Spannungszustände, die dem reduziert zyklischen Mohr-Coulombschen Bruchkriterium nach Abschnitt 4.3.5 genügen, konvergieren die bleibenden, d. h. plastischen Dehnungen  $\varepsilon_{cp}^N$  entsprechend Bild 4.5 gegen einen Grenzwert. Für diesen, in Abschnitt 3.2 erläuterten Grenzzustand des Unendlichen, würden bei gleichbleibender Belastung im zyklischen

Triaxialversuch nur noch oszillierende „quasi-elastische“ Dehnungsamplituden  $\varepsilon_{qe}$  auftreten, der Vorgang kann auch als Verfestigung des Bodenelementes angesehen werden. Entsprechend wird dieser Zustand als „zyklische Beruhigung“ bezeichnet.

Nach Abschnitt 3.3.3 werden bei expliziten, d. h. makroskopischen Formulierungen zur Beschreibung des hysteretischen Stoffverhaltens, in der Regel empirische Zusammenhänge aus zyklischen Triaxialversuchen bzw. Oedometerversuchen abgeleitet. Es wird davon ausgegangen, dass die empirischen Zusammenhänge aus dem zyklischen Triaxialversuch bei der Modellbildung auf den dreidimensionalen Fall übertragen werden können. Im Rahmen dieser Arbeit kommen dabei halb-logarithmische, doppelt-logarithmische sowie exponentielle Ansätze zur Anwendung. Im Folgenden wird eine Zusammenstellung der empirischen Ansätze zur Beschreibung der größten bleibenden Hauptdehnung, abhängig von der Lastzyklenzahl, nach *Hu (2000)* und *Gotschol (2002)* gegeben.

Es wird vereinfachend davon ausgegangen, dass bei der zyklischen Beruhigung die Richtung der Hauptdehnunginkremente entsprechend den Bedingungen im Triaxialversuch kongruent zu den Hauptspannungsrichtungen sind. Des Weiteren stellt das zyklisch deviatorische Spannungsverhältnis  $X$  das Verhältnis der zyklischen Deviatorspannung  $(\sigma_{c,1} - \sigma_{c,3})$  zur statisch deviatorischen Bruchspannung  $S_{sf}$  dar,

$$X = \frac{\sigma_{c,1} - \sigma_{c,3}}{(\sigma_{s,1} - \sigma_{s,3})_f} < \frac{(\sigma_{c,1} - \sigma_{c,3})_f}{(\sigma_{s,1} - \sigma_{s,3})_f} = \frac{S_{cf}}{S_{sf}} \leq 1.0 \quad (4.1)$$

Die zyklische Deviatorspannung kann dabei jedoch nicht größer als die zyklische deviatorische Bruchspannung  $S_{cf}$  werden, siehe auch Abschnitt 4.3.5. Da die statisch deviatorische Bruchspannung  $S_{sf}$  nicht aus dem zyklischen Spannungszustand abgeleitet werden kann, wird sie aus dem statischen Primärspannungszustand  $\sigma_{s,3}$  unter Annahme der Gültigkeit des Mohr-Coulombschen Bruchkriterium bestimmt,

$$(\sigma_{s,1} - \sigma_{s,3})_f = \frac{2 \sin \varphi'}{1 - \sin \varphi'} \sigma_{s,3}. \quad (4.2)$$

Auf der Grundlage der getroffenen Annahmen werden nach *Hu (2000)* und *Gotschol (2002)* für granulare Böden und für Basaltschotter 22.4/63 für den zyklischen Triaxialversuch wie folgt einaxiale Lastzyklen-Dehnungsbeziehung abgeleitet:

### 4.3.2.2 Zyklisch-plastische Dehnungsanteile granularer Böden

Die zyklisch-plastischen Dehnungsanteile für granulare Böden werden für das quasi-statische Berechnungsmodell entsprechend der Erkenntnisse aus den zyklisch-triaxialen Versuchen in einer halb-logarithmischen, einer doppelt-logarithmischen sowie einer exponentiellen Formulierung abgeleitet:

a) *halb-logarithmischer Ansatz*

$$\varepsilon_{cp,1}^N = \varepsilon_{cp,1}^1 (1 + \alpha \cdot \log N) \quad (4.3)$$

$$\varepsilon_{cp,1}^1 = \beta \cdot \left( \frac{\sigma_{s,3}}{P_a} \right)^\chi \cdot X^2 \quad (4.4)$$

mit:

$\alpha, \beta, \chi$  empirische Regressionsparameter

$P_a$  atmosphärischer Druck,  $P_a = 100 \text{ kN/m}^2$

$\varepsilon_{cp,1}^1$  stellt die zyklisch-plastischen Dehnungen in Richtung der größten Hauptspannung  $\sigma_1$  zur Lastwechselzahl  $N=1$  dar. Dabei ist das Verhältnis  $X$  der zyklischen Deviatorspannung zur statisch deviatorischen Bruchspannung und insbesondere der statische Primärspannungszustand  $\sigma_{s,3}$  von großer Bedeutung für  $\varepsilon_{cp,1}^1$ . Sie ist damit als relative Größe für die Entwicklung der plastischen Dehnungen über der Zyklenzahl  $N$  entscheidend. Dies gilt ebenso für die Ansätze b) und c).

b) *doppelt-logarithmischer Ansatz*

$$\log \varepsilon_{cp,1}^N = \log \varepsilon_{cp,1}^1 + \alpha \cdot \log N \quad (4.5)$$

$$\varepsilon_{cp,1}^N = \varepsilon_{cp,1}^1 N^\alpha \quad (4.6)$$

$$\varepsilon_{cp,1}^1 = \begin{cases} \beta \left( \frac{P_a}{\sigma_{s,3}} \right)^{1/3} X^\chi & \sigma_{s,3} \leq 35 \text{ kN/m}^2 \\ \beta \left( \frac{\sigma_{s,3}}{P_a} \right)^\chi X^2 & \sigma_{s,3} > 35 \text{ kN/m}^2 \end{cases} \quad (4.7)$$

c) *Exponentialfunktion*

$$\varepsilon_{cp,1}^N = a e^{-\frac{b}{N}} \quad (4.8)$$

mit:

$$a = \alpha \left( \frac{\sigma_{c,1}}{\sigma_{s,3}} \right) + \beta \left( \frac{\sigma_{c,1}}{\sigma_{s,3}} \right)^2 \quad (4.9)$$

$$b = \chi \frac{\sigma_{s,3}}{\sigma_{c,1}} + \zeta \frac{\sigma_{3,0}}{\sigma_{c,1}} \quad (4.10)$$

$\zeta$  empirischer Regressionsparameter

#### 4.3.2.3 Erweiterter Ansatz, zyklisch-plastische Dehnungsanteile Basaltschotter 22.4/63 und granulare Böden

Die Formulierung der zyklisch-plastischen Dehnungsanteile für Basaltschotter 22.4/63 und granulare Böden für den erweiterten Stoffansatz wurde von *Gotschol (2002)* durchgeführt. An dieser Stelle sind nur die für das weitere Vorgehen notwendigen Formulierungen dargestellt. Zur detaillierten Beschreibung des Stoffansatzes und der verwendeten funktionalen Zusammenhänge siehe *Gotschol (2002)*.

d) *erweiterter doppelt-logarithmischer Ansatz*

$$\log \varepsilon_{cp,1}^N = \log \varepsilon_{cp,1}^1 + \alpha_p \cdot \log N \quad (4.11)$$

$$\varepsilon_{cp,1}^N = \varepsilon_{cp,1}^1 N^{\alpha_p} \quad (4.12)$$

mit:

$$\varepsilon_{cp,1}^1 = \phi_f \cdot \kappa_p \cdot e^{\lambda_p} \quad (\text{Basaltschotter}) \quad (4.13)$$

$$\varepsilon_{cp,1}^1 = \phi_f \cdot \kappa_p \cdot D^{\lambda_p} \quad (\text{granulare Böden})$$

$$\alpha_p = \kappa_p^\alpha \cdot \exp(-\lambda_p^\alpha \cdot f_B) \quad (4.14)$$

$e$  Porenzahl

$D$  Lagerungsdichte nach *DIN 18126*

- $\phi_f$  Funktion der Belastungsfrequenz  $f_B$   
 $\kappa_p, \lambda_p$  Funktion der Porenzahl, Spannungszustandes und Belastungsfrequenz  
 $\kappa_p^\alpha, \lambda_p^\alpha$  Funktion des zyklisch deviatorischen Spannungsverhältnisses  $X$

Durch die nach *Gotschol (2002)* vollständig geschlossene Ableitung des Materialverhaltens für Basaltschotter 22.4/63 und granulare Böden, beschränkt sich die Anzahl der benötigten Bestimmungsgrößen auf die Porenzahl  $e$  bzw die Lagerungsdichte  $D$  und die Belastungsfrequenz  $f_B$ . Eine Anwendung für andere Schottermaterialien unterliegt besonderen Einschränkungen, siehe *Gotschol (2002)*.

#### 4.3.2.4 Zyklisch-plastische Querdehnungsanteile

Die Abbildung der Querdehnungsanteile in den verbleibenden Hauptspannungsrichtungen  $\sigma_2$  und  $\sigma_3$  nimmt eine besondere Stellung ein. Es liegen zur Zeit nur begrenzt verwertbare Versuchsergebnisse vor. Die Auswertung der von *Raymond/Williams (1978)* durchgeführten zyklischen Triaxialversuche an Schotter, sowie die Versuche an Schotter und granularen Materialien nach *Gotschol (2002)* lassen auf die folgende Beziehung zwischen der axialen Dehnung  $\varepsilon_{cp,1}^N$  und der radialen Dehnung  $\varepsilon_{cp,r}^N$  schließen,

$$\varepsilon_{cp,r}^N = (\lambda - \omega \log N) \varepsilon_{cp,1}^N. \quad (4.15)$$

Für die numerische Berechnung wird demnach für die Querdehnungsanteile  $\varepsilon_{cp,2}^N = \varepsilon_{cp,3}^N = \varepsilon_{cp,r}^N$  angenommen. Die Parameter  $\lambda$  und  $\omega$  werden neben der Seitenspannung von dem aktuellen Verhältnis der zyklischen Deviatorspannung zur statisch deviatorischen Bruchspannung nach Gleichung 4.1 bestimmt,

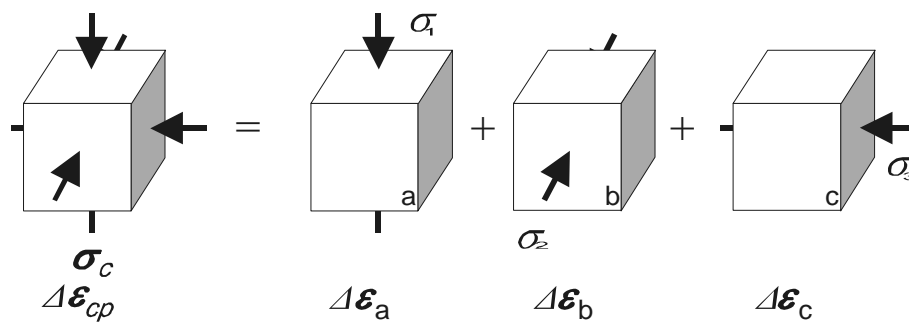
$$\lambda = \lambda_1 \left( 1 - \frac{\sigma_{s,3}}{\sigma_{3,0}} \right) + \lambda_2 X \quad (4.16)$$

$$\omega = \omega_0 \left( \frac{\sigma_{s,3}}{P_a} \right)^{1/2}. \quad (4.17)$$

$\lambda_1, \lambda_2, \sigma_{3,0}$  sowie  $\omega_0$  sind experimentell im zyklischen Triaxialversuch zu bestimmende Materialkonstanten. Für den exponentiellen Ansatz nach c) wird aufgrund fehlender Versuchsergebnisse der Parameter  $\omega$  zu Null gesetzt.

## 4.3.2.5 Inkrementelle Entwicklungsgleichungen

In der Literatur finden sich nur wenige Hinweise auf echte Triaxialversuche mit drei voneinander unabhängigen Hauptspannungsrichtungen. Dies gilt insbesondere für zyklische Triaxialversuche, da sich die konstruktive Gestaltung sehr schwierig erweist, siehe z. B. *Hosseini (1987)*. Bei den gebräuchlichen Triaxialversuchen kann einzig die axiale Spannung dynamisch gesteuert werden. Bedingt durch den axialsymmetrischen Querschnitt der Probe entspricht das Fehlen der mittleren Hauptspannung einem Sonderfall des dreidimensionalen Spannungszustands. Es wird deshalb angenommen, dass im Sinne der Modellbildung das Superpositionsprinzip der sich überlagernden Dehnungsanteile für Axial- und Querdehnung in allen drei Hauptspannungsrichtungen gültig ist, siehe Bild 4.7. Diese Vorgehensweise verfolgt z. B. *Hu (2000)*.



**Bild 4.7:** Superposition der vektoriellen Dehnungsinkremente in den Hauptspannungsrichtungen aus jeweils einachsigen Normalspannungsbeanspruchungen des Elementes

Durch diese Vorgehensweise soll zum einen entsprechend der Aufgabenstellung eine ingenieurmäßige Näherung gefunden werden. Zum anderen werden für den Hauptspannungsraum die durch Vernachlässigung der im Versuch fehlenden mittleren Hauptspannung bedingten Fehler minimiert.

Die inkrementellen Entwicklungsgleichungen ergeben sich damit für granulare Böden mit dem halb-logarithmischen Ansatz nach a) zu

$$\frac{\partial \epsilon_{cp,i}^N}{\partial N} = \delta_{ij} \alpha \frac{\epsilon_{cp,i}^1}{N \ln 10} - \frac{\epsilon_{cp,j}^1}{N \ln 10} (1 - \delta_{ij}) [\alpha (\lambda_j - \omega \log N) - \omega (1 + \alpha \log N)] \quad (4.18)$$

mit dem doppelt-logarithmischen Ansatz nach b) zu



$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon_{cp,i}^N}{\partial N} &= \delta_{ij} \alpha N^{\alpha-1} \varepsilon_{cp,i}^1 \\ &- (1 - \delta_{ij}) \left[ \alpha \varepsilon_{cp,j}^1 N^{\alpha-1} (\lambda_j - \omega \log N) - \frac{\omega \varepsilon_{cp,j}^1 N^\alpha}{N \ln 10} \right] \end{aligned} \quad (4.19)$$

mit dem exponentiellen Ansatz nach c) zu

$$\frac{\partial \varepsilon_{cp,i}^N}{\partial N} = -\delta_{ij} \frac{a_i b_i}{N^2} e^{\frac{b_i}{N}} + \lambda (1 - \delta_{ij}) \frac{a_j b_j}{N^2} e^{\frac{b_j}{N}} \quad (4.20)$$

und mit dem erweiterten doppelt-logarithmischen Ansatz nach d) zu

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon_{cp,i}^N}{\partial N} &= \delta_{ij} \alpha_p N^{\alpha_p-1} \varepsilon_{cp,i}^1 \\ &- (1 - \delta_{ij}) \left[ \alpha_p \varepsilon_{cp,j}^1 N^{\alpha_p-1} (\lambda_j - \omega \log N) - \frac{\omega \varepsilon_{cp,j}^1 N^{\alpha_p}}{N \ln 10} \right]. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Eine andere als die von *Hu (2000)* gewählte und für das wirkliche Materialverhalten im Kontinuum gegenüber dem Triaxialversuchsmodell mögliche zutreffende Vorgehensweise, vernachlässigt die sich aus den infolge der zyklischen Hauptspannungen  $\sigma_{c,2}$  und  $\sigma_{c,3}$  rechnerisch nach Gl. (4.18) – Gl. (4.21) ergebenden axialen (gedrehtes Triaxialmodell) Dehnungsinkremente in Richtung von  $\sigma_{c,2}$  und  $\sigma_{c,3}$ . In den Anwendungsbeispielen nach Abschnitt 8.3, 8.5 und 8.6 wurde diese Vorgehensweise gewählt.

Entsprechend der expliziten viskoplastischen Theorie nach Abschnitt 2.3.3 wird zur Lastwechselzahl  $N$  für eine endliche Anzahl von Lastwechseln  $\Delta N$  das zyklisch-plastische Dehnungsincrement  $\Delta \varepsilon_{cp}^N$  und eine äquivalente Spannungsänderung der zyklisch-plastischen Dehnungen berechnet,

$$\Delta \varepsilon_{cp}^N = \Delta N \frac{\partial \varepsilon_{cp}}{\partial N} \quad (4.22)$$

$$\Delta \sigma^N = \mathbf{D}_{el} \Delta \varepsilon_{cp}^N. \quad (4.23)$$

Es ist festzuhalten, dass im Gegensatz zu der im Folgenden angewendeten und in Abschnitt 2.3.3 erläuterten klassischen Theorie der Viskoplastizität, die plastischen Verzerrungsgeschwindigkeiten auch für Spannungszustände unterhalb der Fließfläche immer ungleich Null sind, da für diesen Fall stetig die zyklisch-plastischen Dehnungsanteile berechnet werden. Ein Gleichgewicht, das zur Lösung des numerischen Problems führt, wird entgegen herkömmli-

chen statischen Berechnungen also nicht für eine Laststufe, sondern für eine Zyklenzahl bzw. einen Zeitschritt gefunden. Im Gegensatz dazu wird bei Verletzung des Bruchkriteriums nach Mohr-Coulomb für jede berechnete Zyklenzahl mit den einhergehenden zyklisch-plastischen Dehnungsanteilen und Lastumlagerungen, ein Gleichgewicht durch viskoplastische Iterationen des zyklischen Versagens nach Abschnitt 4.3.3 berechnet.

### 4.3.3 Plastische Dehnungsanteile für $F_c > 0$ bei zyklischem Versagen

Analog der viskoplastischen Modelltheorie tritt bei Überschreiten der in Abschnitt 4.3.1 erläuterten Fließfläche ein schrittweises Versagen des Bodenelementes, „zyklisches Versagen“ nach Bild 4.5 auf. Im zyklischen Triaxialversuch führt dieser Zustand in kürzester Zeit, bzw. Zyklenzahl, zum Versagen bzw. Bruch des Bodenelementes. Im Sinne der Modellbildung folgt, dass eine lokale Überschreitung der Fließgrenze zur Zyklenzahl  $N$ , zusätzlich zu den zyklisch-plastischen Dehnungsanteilen  $\epsilon_{cp}^N$ , zu weiteren Plastifizierungen/plastischen Dehnungen  $\epsilon_{vp}^{N,t}$  am Materialpunkt führt. Plastische Dehnungsinckremente treten in dem Maße und solange, wie das Grenzwertkriterium verletzt wird, auf. Innerhalb des Stoffansatzes werden diese zusätzlichen Dehnungsanteile als zeitunabhängig angesehen.

**Tabelle 4.1:** Gegenüberstellung angewendeter Grenzzustände des zyklisch-plastischen Stoffansatzes mit denen der klassischen viskoplastischen Theorie

	Bruchkriterium	Plastische Verformungsinckremente im Hauptspannungsraum	Beschreibung
Viskoplastische Theorie (klassisch)	$F > 0$	$\Delta\epsilon_{vp}^t$	Viskoplastische Verformungen (Pseudozeitintegration)
	$F \leq 0$	-	Elastisches Materialverhalten
Zyklisch-plastischer Stoffansatz	$F_c > 0$	$\Delta\epsilon_{vp}^{N,t}$	„Zyklisches Versagen“ Viskoplastische Verformungen (Pseudozeitintegration)
	$F_c \leq 0$	$\Delta\epsilon_{cp}^N$	„Zyklische Beruhigung“ Zyklusabhängige Verformungen

Prinzipiell ist die Abbildung der zeitunabhängigen Dehnungsanteile des zyklischen Versagens nach Abschnitt 2.3.3 durch die Theorien der Elasto-Plastizität als auch der Viskoplastizität

möglich. Entsprechend Abschnitt 4.3.4 wird die klassische Viskoplastizität mit Pseudozeitintegration gewählt. Der aktuelle Spannungszustand im Element für eine Lastwechselzahl  $N$  mit Bruchkriteriumsverletzung lautet somit:

$$\boldsymbol{\sigma}^{N,t+\Delta t} = \mathbf{D}_{el} \left( \boldsymbol{\varepsilon}^{N,t+\Delta t} - \boldsymbol{\varepsilon}_{cp}^N - \boldsymbol{\varepsilon}_{vp}^{N,t} - \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{vp}^{N,t} \right). \quad (4.24)$$

Tabelle 4.1 zeigt dazu eine Gegenüberstellung der Grenzzustände des Materialverhaltens des zyklisch-viskoplastischen Stoffansatzes und der klassischen viskoplastischen Theorie.

#### 4.3.4 Koppelung der plastischen Dehnungsanteile bei zyklischer Beruhigung und zyklischem Versagen

Die zwei vorgenannten Dehnungsanteile, die in *ein* numerisches Modell implementiert werden müssen, sind als voneinander unabhängig, und auf analytischer Ebene ohne direkte Schnittstelle, wie z. B. ein gemeinsames Potenzial oder ähnliches, anzusehen. Zum einen haben die plastischen Dehnungsanteile der zyklischen Beruhigung eine explizite Zyklen- bzw. physikalische Zeitabhängigkeit. Zum anderen sind die Plastifizierungen des zyklischen Versagens durch Grenzwertüberschreitung zeitunabhängig. Sie sind also unabhängig von der Theorie nach welcher sie berechnet werden. Dies bedeutet für die Numerik, dass beide Zustände zugleich behandelt werden müssen, obwohl der Zustand des zyklischen Versagens nicht notwendigerweise zeitgleich einhergeht und nur lokal auftritt. Es gilt das Prinzip der Determiniertheit. Der Zustand zur Zyklenzahl  $N$  wird durch die Zustandsgeschichte bis zu diesem Zeitpunkt bestimmt. Der Umkehrschluss vom Verformungszustand auf den aktuellen Spannungszustand ist dagegen nicht möglich. Es muss daher ein geeigneter Weg gefunden werden, mit der beide Verformungsansätze auf einfache Weise abgebildet werden können.

**Tabelle 4.2:** Formulierungsansätze zur Abbildung der Elemente des Stoffansatzes für Böden unter zyklischer Belastung.

	„zyklische Beruhigung“	„zyklisches Versagen“
Abhängigkeiten der Verformungsinkremente	$e, X, \sigma_{s,3}, N_{\text{(bzw. Zeit)}}$	$\sigma, F_c, Q$
Verformungsvorgang	stetig	stetig lokal unstetig / intermittierend
Mögliche Formulierungsansätze	Viskoplastizität	Plastizität Viskoplastizität
Gewählte Formulierung	<i>Viskoplastizität</i>	

Bei Anwendung der Methode der Elasto-Plastizität nach Abschnitt 2.3.2 mit veränderlicher elastisch plastischer Tangenten-Steifigkeitsmatrix wären dadurch Probleme gegeben, dass die quasi-statische Last inkrementweise aufgebracht werden müsste. Es ist dabei zu bedenken, dass für die Entwicklung der zyklisch-plastischen Dehnungen das Verhältnis  $X$  der zyklischen Deviatorspannung zur statisch deviatorischen Bruchspannung und insbesondere der statische Primärspannungszustand  $\sigma_{s,3}$  von großer Bedeutung ist. Die zyklisch-plastischen Dehnungen können daher nicht in Bezug zu inkrementellen Laststufen gebracht werden. Bei dem gewählten expliziten zyklisch-viskoplastischen Stoffansatz muss nach Abschnitt 3.3.3 die quasi-statische Belastung der zyklischen Belastungskomponente daher komplett in einem Schritt bzw. Inkrement aufgebracht werden.

Die Anteile der zyklischen Beruhigung sind in erster Linie von der Lastwechselzahl abhängig und besitzen somit eine physikalische Zeitabhängigkeit. Dies kann mit der Elasto-Plastizität, bei der ein explizites Verhältnis zwischen Spannungs- und Dehnungsinkrementen vorliegen muss, so nicht abgebildet werden. Die Integration der expliziten zyklisch-plastischen Dehnungsanteile in das Berechnungsschema der Viskoplastizität mit dem Euler Vorwärtsverfahren bzw. der Initial-Strain Methode erweist sich somit als vorteilhaft, wenn nicht als die einzige Möglichkeit überhaupt. Sie erlaubt es, sowohl zeitabhängiges als auch zeitunabhängiges (Stichwort „Pseudozeitintegration“) Materialverhalten abzubilden. Numerisch werden die zyklisch-plastischen Dehnungsinkremente der zyklischen Beruhigung (für  $F_c \leq 0$ ) gleich den viskoplastischen Dehnungsinkrementen außerhalb der Fließfläche ( $F_c > 0$ , Bild 4.6) behandelt. Es gilt die Einschränkung, dass es bei der zyklischen Beruhigung kein Potenzial und keine Fließfläche gibt, auf die der Spannungszustand zurückkehren muss. Die Lastzyklen-Dehnungsbeziehungen entstammen zyklischen Triaxialversuchen. Die Fließfläche an sich dient zur Abgrenzung der Verformungsarten und ist dazu Teil des inkrementellen Kollapses. Bei der numerischen Initial Strain Methode spielt es dabei keine Rolle, welchen theoretischen Hintergrund die Dehnungsinkremente haben. Das Verfahren weist jedoch für kleiner werdende (visko-) plastische Dehnungsinkremente eine höhere Genauigkeit auf.

#### **4.3.5 Reduziertes zyklisches Bruchkriterium und zyklische Scherparameter**

Wie in Abschnitt 4.3.1 beschrieben, erleiden Bodenproben unter hohen zyklischen deviatorischen Spannungszuständen im zyklischen Triaxialversuch entweder durch sichtbare Brucherscheinungen oder progressives Dehnungsverhalten einen Zustand der als „zyklisches Versagen“ bezeichnet wird. Die im Versagenszustand wirkende zyklische deviatorische Bruch-

spannung erweist sich in der Regel kleiner als diejenige unter statischen Randbedingungen. In Bild 4.6 ist dies symbolisch durch ein reduziertes Mohr-Coulombsches Bruchkriterium dargestellt.

*Hodjera (1979)* schlägt zur Abschätzung der zyklischen Deviatorbruchspannung  $\sigma_K$  den Faktor  $K$ , in Abhängigkeit von der statischen Deviatorbruchspannung  $S_{sf}$  vor,

$$K = \frac{(\sigma_{c,1} - \sigma_{c,3})_f}{(\sigma_{s,1} - \sigma_{s,3})_f} = \frac{\sigma_K}{S_{sf}} > X \quad (4.25)$$

Das Verhältnis  $K$  ist streng genommen keine Konstante sondern eine Funktion der dynamischen Belastungsrandbedingungen wie Frequenz, Wassersättigung und dergleichen. Derzeit wird  $K$  aus zyklischen Triaxialversuchen bestimmt, bzw. vereinfachend ein Wertebereich zwischen  $0.7 < K < 1.0$  angenommen. Notwendigerweise gilt immer  $K \leq 1.0$ .

Aus der Annahme, dass die zyklische Bruchbedingung mathematisch dem Mohr-Coulombschen Bruchkriterium unterliegt, ergibt sich, dass ein funktionaler Zusammenhang zwischen statischen und zyklischen Scherparametern gefunden werden muss.

Für den statischen Fall kann die Bruchbedingung nach Gleichung 2.2 abgeleitet werden zu:

$$\sigma_{s,1} = \sigma_{s,3} + (\sigma_{s,1} - \sigma_{s,3})_f = \sigma_{s,3} + S_{sf} = \sigma_{s,3} \cdot \frac{1 + \sin \varphi'}{1 - \sin \varphi'} + \frac{2 \cdot c' \cdot \cos \varphi'}{1 - \sin \varphi'}. \quad (4.26)$$

Bei Gültigkeit von Gleichung 4.25 und 4.26 ergibt sich für die zyklische Bruchbedingung,

$$\begin{aligned} \sigma_{c,1} &= \sigma_{c,3} + (\sigma_{1,c} - \sigma_{3,c})_f = \sigma_{c,3} + \sigma_K = \sigma_{c,3} + K(\sigma_{s,1} - \sigma_{s,3})_f \\ &= \sigma_{c,3} + \sigma_{s,3} \cdot K \cdot \left( \frac{1 + \sin \varphi'}{1 - \sin \varphi'} - 1 \right) + K \cdot \frac{2 \cdot c' \cdot \cos \varphi'}{1 - \sin \varphi'} \end{aligned} \quad (4.27)$$

bzw.

$$\sigma_{c,1} = \sigma_{c,3} + \sigma_K = \sigma_{c,3} \cdot \frac{1 + \sin \varphi'_c}{1 - \sin \varphi'_c} + \frac{2 \cdot c'_c \cdot \cos \varphi'_c}{1 - \sin \varphi'_c} \quad (4.28)$$

mit:

$c'_c, \varphi'_c$ : zyklische Scherparameter

Unter Berücksichtigung einer im zyklischen Triaxialversuch konstanten Seitenspannung  $\sigma_{c,3} = \sigma_{s,3}$  ergibt der direkte Vergleich zwischen Gleichung 4.26 und 4.28,

$$\frac{1 + \sin \varphi_c'}{1 - \sin \varphi_c'} = K \cdot \left[ \frac{1 + \sin \varphi'}{1 - \sin \varphi'} - 1 \right] + 1 \quad (4.29)$$

$$\frac{2 \cdot c_c' \cdot \cos \varphi_c'}{1 - \sin \varphi_c'} = K \cdot \frac{2 \cdot c' \cdot \cos \varphi'}{1 - \sin \varphi'} \quad (4.30)$$

und damit den funktionalen Zusammenhang der zyklischen und statischen Scherparametern für  $c'$  und  $\varphi'$ ,

$$c_c' = K \cdot \sqrt{\frac{1 + \sin \varphi'}{\sin \varphi' (2K - 1) + 1}} \cdot c' \quad (4.31)$$

$$\varphi_c' = \arcsin \frac{K \cdot \sin \varphi'}{1 + \sin \varphi' (K - 1)} \quad (4.32)$$

Es ist anzumerken, dass für gewöhnlich für die hier betrachteten granularen Böden keine Kohäsion angesetzt wird. Gleichung (4.31) gilt somit nur für die in Abschnitt 4.3.1 genannten Einzelfälle.

Unter Verwendung der zyklischen Scherparameter kann das reduzierte zyklische Mohr-Coulombsche Bruchkriterium für Schubbruch, z. B. in der Formulierung der Spannungsinvarianten, in gewohnter Weise angewendet werden,

$$F_{MC,c} = \sigma_{m,c} \cdot \sin \varphi_c' + \bar{\sigma}_c \cdot \left( \cos \theta_c - \frac{\sin \theta_c \cdot \sin \varphi_c'}{\sqrt{3}} \right) - c_c' \cdot \cos \varphi_c' = 0 \quad (4.33)$$

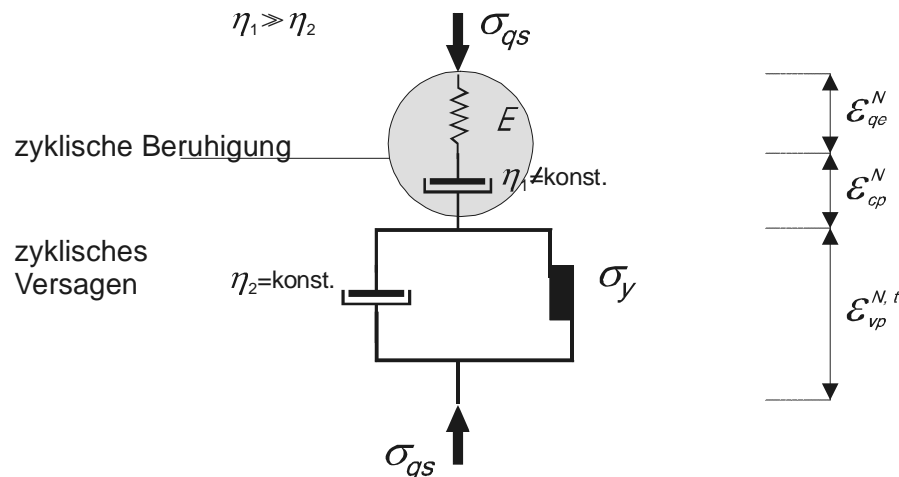
bzw. analog dazu das Zugbruchkriterium,

$$F_{t,c} = \sigma_{m,c} + \frac{2 \cdot \bar{\sigma}_c \cdot \sin \left( \theta_c + \frac{2\pi}{3} \right)}{\sqrt{3}} - \sigma_{t,c} = 0 \quad (4.34)$$

wobei  $\sigma_{t,c}$  die verminderte Zugfestigkeit des Materiales unter zyklischer Last darstellt. Für granulare Materialien ist i.d.R. durch die fehlende Kohäsion  $c'$  die Zugfestigkeit gleich Null.

### 4.3.6 Eindimensionale Darstellung des gewählten Stoffansatzes als rheologisches Modell

Im Folgenden wird eine Beschreibung der Elemente des erweiterten zyklisch-viskoplastischen Stoffansatzes als rheologisches Modell gegeben.



**Bild 4.8:** Rheologisches Modell für granulare Böden unter nichtruhender Lasteinwirkung; vereinfachte Darstellung des zyklisch-viskoplastischen Stoffansatzes

Bild 4.8 zeigt eine vereinfachte eindimensionale Darstellung des Modellansatzes, analog der viskoplastischen Modelltheorie nach Abschnitt 2.3.3. Sie enthält folgende Elemente,

- quasi-statisches Belastungsniveau  $\sigma_{qs}$ ,
- linear elastisches Federelement  $E$ ,
- zeitabhängiger nichtlinear viskoplastischer Dämpfer  $\eta_1 = f(N, \sigma, \dots)$ ,
- linear visko-elastischer Dämpfer  $\eta_2$  und ein
- Reibelement welches die Fließgrenze mit dem Spannungszustand  $\sigma_y$  („yield strength“) und  $F_c=0$  symbolisiert

$\sigma_{qs}$  ist die quasi-statische Ersatzlast für die Verkehrslast. Das linear elastische Federelement  $E$  symbolisiert die quasi-elastischen Verformungen  $\epsilon_{qe}^N$  nach Abschnitt 3.2. Die in Wirklichkeit zyklenabhängigen elastischen Materialeigenschaften werden von Gotschol (2002) untersucht. Entsprechend der durchgeführten Untersuchungen und Literaturstudien, sind die zyklenabhängigen elastischen Dehnungsamplituden  $\epsilon_{qe}^N$  jedoch viel kleiner als die akkumulierenden plastischen Dehnungen  $\epsilon_{cp}^N$ . Dementsprechend wird im gewählten Stoffansatz vereinfachend angenommen, dass das elastische Materialverhalten unabhängig von der zyklischen Belastungsdauer ist.

Der viskoplastische Dämpfer  $\eta_1$  ist zeitabhängig nichtlinear und lässt die plastischen Verformungen entgegen dem in Abschnitt 3.2 angesprochenen Grenzwert konvergieren.  $E$  und  $\eta_1$  bilden zusammen die „zyklische Beruhigung“, siehe Abschnitt 4.3.2. Das Reibelement  $\sigma_r$  sowie der lineare Dämpfer  $\eta_2$ , der viel kleiner als  $\eta_1$  angenommen wird, bilden zusammen das „zyklische Versagen“. Das Versagen erfolgt im Vergleich zu den zeit- bzw. zyklenabhängigen Verformungen des „zyklischen Versagens“ in kurzer Zeit und wird daher als zeitunabhängig idealisiert.

## 4.4 Ermittlung der Materialparameter für den Stoffansatz

### 4.4.1 Allgemeines

Die Ermittlung der Parameter für den verwendeten Stoffansatz für Basaltschotter 22.4/63 als auch für granulare Böden ist ausführlich in *Gotschol (2002)* beschrieben. Die Stoffparameter werden im wesentlichen aus statischen und zyklischen Triaxialversuchen bestimmt. In Tabelle 4.3 sind die je Bodenmaterial erforderlichen empirischen Bestimmungsgrößen und davon abhängigen Eingangparameter des Stoffansatzes nach Abschnitt 4.3 nochmals zusammengestellt und mit den zuvor aufgeführten Stoffgleichungen in Beziehung gesetzt.

**Tabelle 4.3:** Erforderliche Eingangparameter für die gewählten Stoffgleichungen für granulare Böden.

Materialverhalten		Eingangparameter	Bestimmungsgrößen		Bemerkung	
			Statisch	Zyklisch		
Elastisch	isotrop	$E, \nu$	$E_1, \nu, n$	-	Gl. (4.35)	
Plastisch	Verformbarkeit	$\varepsilon_{cp,1}^N$	$\alpha, \beta, \chi$	-	$\alpha, \beta, \chi$	konst.
		$\varepsilon_{cp,2}^N, \varepsilon_{cp,3}^N$	$\alpha_p$	$e, D$	$f_B$	Gl. (4.13)
			$\lambda, \omega,$	-	$\lambda_1, \lambda_2, \omega_0, \sigma_{3,0}$	Gl (4.16) Gl (4.17)
	Festigkeits-Überschreitung	$c', \varphi', c_c', \varphi_c'$	$c_0', \varphi_0', \xi$	$K$	Gl. (4.31) Gl. (4.32) Gl. (4.36)	
	Dilatanz	$\psi'$	$\psi'$		Gl. (4.37)	



Grundsätzlich wird bei der Formulierung des Stoffansatzes dieser Arbeit Wert darauf gelegt, dass die enthaltenen Elemente und erforderlichen Stoffparameter möglichst bekannt sind und eine in der Bodenmechanik vertraute Bedeutung haben. Auf diese Weise wird die Bestimmung der benötigten Größen aus Versuchen wesentlich erleichtert und nachvollziehbarer.

Das Materialverhalten für granulare Böden unter zyklisch-dynamischer Lasteinwirkung wird damit mit dem gewählten zyklisch-viskoplastischen Stoffansatz über 15 Bestimmungsgrößen beschrieben. Davon entfallen 7 auf statische Bestimmungsgrößen, die den bekannten Stoffansätzen (Mohr-Coulomb) bzw. dem linear-elastischen Materialverhalten zugrunde liegen.

Zur Beschreibung des zyklisch-viskoplastischen Materialverhaltens werden für granulare Böden 8 Bestimmungsgrößen benötigt. Hiervon entfallen drei,  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\chi$  auf die Beschreibung der zyklisch-viskoplastischen Dehnungszunahmen in Richtung der größten Hauptspannung, analog dazu 4 auf die Dehnungen in den verbleibenden Hauptspannungsrichtungen. Die Größe  $K$  dient der Festlegung des reduzierten Mohr-Coulombschen Bruchkriteriums. Vereinfachend können die Dehnungsanteile dieser verbleibenden Hauptspannungsrichtungen auch abgeschätzt werden, wodurch sich die Anzahl dieser Bestimmungsgrößen,  $\lambda_1$ ,  $\omega_0$  und  $\sigma_{3,0}$ , auf eine reduziert. In diesem Fall verbleiben damit 5 zyklische Bestimmungsgrößen für praktische Anwendungen des zyklisch-viskoplastischen Stoffansatzes,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\chi$ ,  $\lambda_2$  und  $K$ .

Die Beschreibung des zyklisch-viskoplastischen Materialverhaltens für Basaltschotter 22.4/63 und granulare Böden entsprechend des erweiterten Ansatzes findet in gleicher Weise statt. Die Anzahl der benötigten Bestimmungsgrößen für die zyklisch-viskoplastischen Dehnungsanteile ist dabei jedoch auf zwei,  $e$  und  $f_B$  beschränkt. Diese stark reduzierte Anzahl der Bestimmungsgrößen ist in dem theoretisch vollständigen Ansatz, siehe *Gotschol (2002)*, begründet.

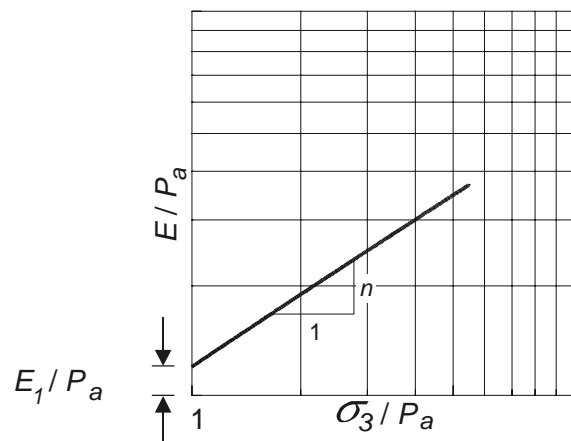
#### 4.4.2 Elastische Materialparameter

Die dem Stoffansatz zugrunde liegenden linear-elastischen Spannungsdehnungsbeziehungen basieren auf der Annahme der Gültigkeit des allgemein bekannten Hooke'schen Gesetzes mit den elastischen Materialparametern Elastizitätsmodul  $E$  und Poissonzahl  $\nu$ . Für die plastischen Lastumlagerungen ist das Steifigkeitsverhältnis zwischen einzelnen Bodenschichten von großer Bedeutung. Davon ausgehend wird vereinfachend angenommen, dass der quasi-elastische Modul  $E$  allein von der statischen Vorbelastung bestimmt werden kann. *Janbu (1963)* hat hierzu für verschiedene Bodenarten gezeigt, dass der Elastizitätsmodul  $E$  von der Potenz des Konsolidierungsdruckes abhängt:

$$E = E_1 \left( \frac{\sigma_3}{P_a} \right)^n \quad (4.35)$$

$E_1$ : Initial Elastizitätsmodul entsprechend Bild 4.9

$n$ : Geradensteigung im doppeltlogarithmischen Maßstab entsprechend Bild 4.9



**Bild 4.9:** Doppelt-logarithmische Darstellung des seitendruckabhängigen Elastizitätsmoduls, nach Janbu (1963)

In Bild 4.9 ist beispielhaft die Bestimmung des Anfangsmoduls  $E_1$  und der Steigung  $n$  für eine doppelt-logarithmische Darstellung des seitendruckabhängigen Elastizitätsmoduls dargestellt.

Für die im Vordergrund stehende Berechnung der zyklisch-viskoplastischen Dehungen spielt das elastische Materialverhalten des Stoffansatzes eine sekundäre Rolle. Es kann daher für praktische Anwendungen davon ausgegangen werden, dass ein von der Konsolidationsspannung unabhängiges Elastizitätsmodul vorliegt. Der quasi-statische Elastizitätsmodul  $E$  und die Querdehnungszahl  $\nu$  sind in der Regel von der Lastzyklenzahl  $N$  abhängig, Gotschol (2002). Da auch hier der Einfluss auf die Ergebnisse der plastischen Berechnungen von untergeordnetem Einfluss sind, wird in der Formulierung des verwendeten Stoffansatzes diese Abhängigkeit aus dem vorgenannten Grund nicht berücksichtigt.

#### 4.4.3 Festigkeitsüberschreitung und Mohr-Coulombsches Bruchkriterium

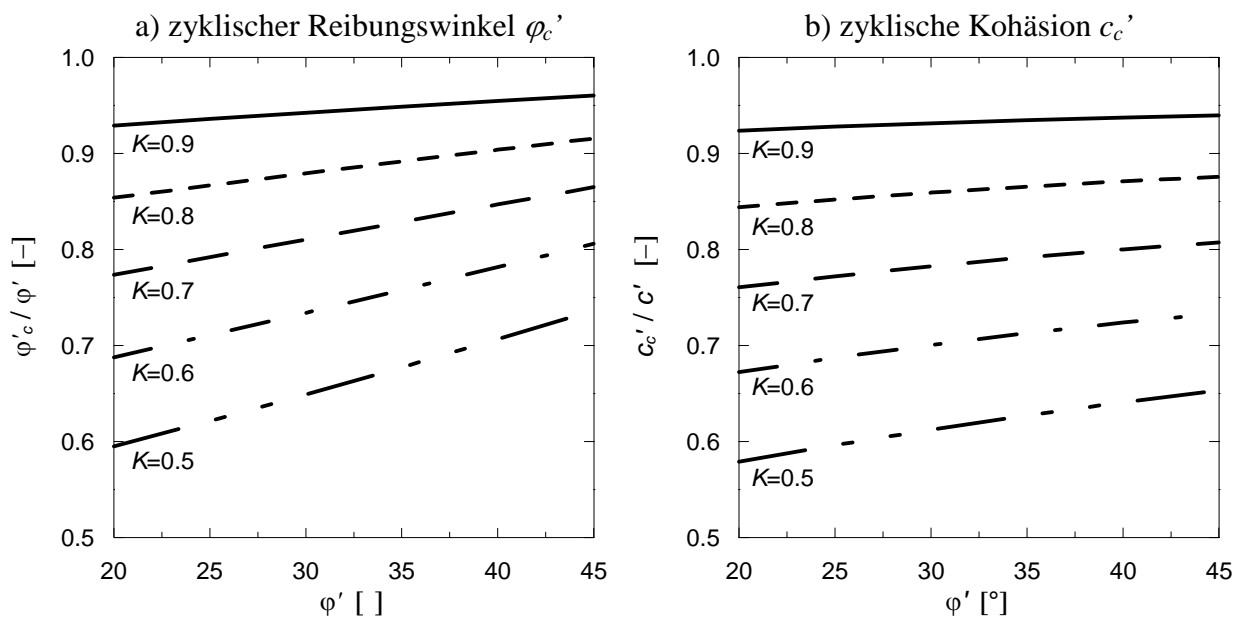
Reibungswinkel  $\varphi'$  und Kohäsion  $c'$  werden konventionell z. B. aus statischen Triaxialversuchen bestimmt.

Für Schottermaterial ist nach *Hettler (1987)* und auch nach *Gotschol (2002)* mit zunehmenden Seitendrücken eine Abnahme der reibungsbehafteten Scherfestigkeit zu beobachten:

$$\varphi' = \varphi_0' - \xi \cdot \sigma_3 \quad (4.36)$$

Zusätzlich zeigt *Gotschol (2002)* eine Abhängigkeit des Reibungswinkels von der Porenzahl  $e$  bzw. der Lagerungsdichte  $D$ . Mit Einschränkung kann dieser Sachverhalt auch auf granulare Böden im allgemeinen übertragen werden. Die Regressionskonstante  $\xi$  kann für praktische Anwendungen jedoch vereinfacht auch zu  $\xi = 0$  gesetzt werden. In diesem Fall wird die innere Reibung als vom Seitendruck unabhängig behandelt.

Für quasi-statische Berechnungen mit dem entwickelten Stoffansatz für granulare Böden und Schotter unter zyklischer Last werden entsprechend Abschnitt 4.3.5, Gleichung (4.31) und (4.32), reduzierte Scherparameter benötigt. Bild 4.10 zeigt Nomogramme der zyklischen Scherparameter  $\varphi_c'$  sowie  $c_c'$  in Abhängigkeit vom deviatorischen Bruchspannungsverhältnis  $K$  und dem Reibungswinkel  $\varphi'$  nach den Gleichungen (4.31) und (4.32).



**Bild 4.10:** Nach Gleichung (4.31) und (4.32) abgeleitete Nomogramme zyklischer Scherparameter in Abhängigkeit vom statischen Reibungswinkel  $\varphi'$  und dem Verhältnis  $K$  der zyklischen zur statisch deviatorischen Bruchspannung.

Das für den Stoffansatz benötigte maximale Verhältnis der zyklischen zur statischen deviatorischen Bruchspannung  $K$ , Gleichung (4.25), ist eine Funktion der dynamischen Belastungsrandbedingungen wie Frequenz, Seitenspannung, Porosität und dergleichen. Derzeit wird  $K$  jedoch weitgehend frequenzunabhängig aus zyklischen Triaxialversuchen bestimmt, bzw.

vereinfachend ein Wertebereich zwischen  $0.7 < K < 1.0$  angenommen. Unabhängig von der Belastungsfrequenz muss  $K \leq 1.0$  gelten, da unter dynamischen Einwirkungen die Reibung zwischen den Körnern herabgesetzt wird.

#### 4.4.4 Dilatanz

Der Dilatanzwinkel  $\psi'$ , der das plastische Potenzial im Bereich des zyklischen Versagens festlegt, Bild 4.6, wird so gewählt, dass

$\psi' = 0$  volumenkonstantem Fließen entspricht und

$\psi' = \varphi'$  einer assoziierten Fließregel gleichkommt.

Oft wird unter Ansatz einer konstanten Spannungsinvariante  $\sigma_m$ , der Dilatanzwinkel  $\psi'$  wie folgt erfasst:

$$\psi' = \arcsin \frac{d\varepsilon_1 - d\varepsilon_3}{d\varepsilon_1 + d\varepsilon_3} = \arcsin \frac{\dot{\varepsilon}_1 - \dot{\varepsilon}_3}{\dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_3}. \quad (4.37)$$

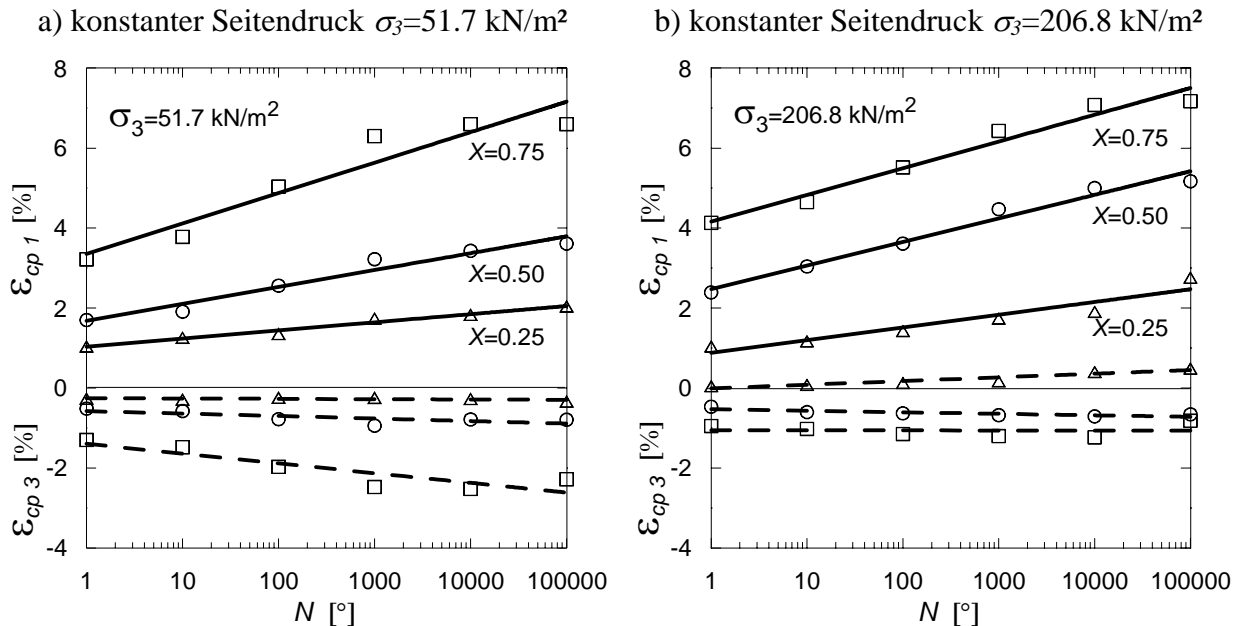
Bei der mit der linearen Mohr-Coulomb Bedingung assoziierten Fließregel (für die  $d\varepsilon_1 > d\varepsilon_3$ ) hätte man  $\psi' = \varphi'$ , tatsächlich gilt aber immer  $\psi' < \varphi'$ , *Gudehus (1996)*.

Um einen zutreffenden Wert für den Dilatanzwinkel zu erhalten, ist es zweckmäßig vollkommen drainierte Versuche auszuwerten, bei denen rein deviatorische Spannungszustände aufgebracht und die Volumendehnungen gemessen werden. Diese Vorgehensweise stellt sich aber als recht aufwendig dar. Häufig genügt es deshalb bei Problemen geringer volumetrischer Verformungsbeschränkungen durch kinematische Randbedingungen eine grobe Schätzung des Dilatanzwinkels anzusetzen, siehe *Schad (1979)*. Im Folgenden wird als Näherung  $\psi' = 1/3 \varphi'$  verwendet.

#### 4.4.5 Zyklisch-viskoplastische Materialparameter

In Abschnitt 4.3.2 werden die verwendeten Ansätze zur Beschreibung der bleibenden Hauptdehnungen abhängig von der Lastwechselzahl beschrieben. Für den erweiterten Stoffansatz d für Basaltschotter 22.4/63 und granulare Böden werden wie zuvor erläutert nur die Bestimmungsgrößen Porenzahl  $e$  und Lagerungsdichte  $D$  sowie Belastungsfrequenz  $f_B$  benötigt. Die

Bestimmungsgrößen des Stoffansatzes im Falle granularer Böden nach den Ansätzen a, b und c (Abschnitt 4.3.2.2) sind dagegen durch geeignete zyklische Triaxialversuche zu ermitteln.



**Bild 4.11:** Auswertung zyklischer Triaxialversuche an Dolomit Schotter (4.5/38) von *Raymond/Williams (1978)* für zwei Versuchssequenzen mit unterschiedlichem Seitendruck  $\sigma_3$  in Abhängigkeit vom deviatorischen Spannungsverhältnis  $X$

Bild 4.11 zeigt beispielhaft ausgewertete Versuche von *Raymond/Williams (1978)* für zwei Versuchssequenzen mit unterschiedlichen konstanten Seitendrücken  $\sigma_3$ . Deutlich zu erkennen ist hier die mit der Durchführung der Versuche verbundene Streuung der Messergebnisse, im Speziellen bei der Erfassung der radialen Dehnungen  $\varepsilon_{cp,3}$ .

Nach Tabelle 4.3 entfallen auf die Beziehung der größten Hauptdehnungszinkremente, im zyklischen Triaxialversuch identisch der axialen Dehnungszinkremente, 3 Parameter,  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\chi$ . Dementsprechend werden auch mindestens 3 voneinander unabhängige Gleichungen zur Parameterbestimmung benötigt. Für die Praxis folgt, dass mit dem zu untersuchenden Material, für mindestens 3 unterschiedliche Seitenspannungen  $\sigma_3$  bzw. dynamische Spannungsverhältnisse  $X$ , zyklische Triaxialversuche durchgeführt werden müssen. Aufgrund der vorgenannten Varianzen sollten für eine statistische Absicherung indes möglichst viele Versuche durchgeführt werden. Analog dazu sollte zur Bestimmung der benötigten Regressionsparameter für die radialen Dehnungskomponenten,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\omega_0$ ,  $\sigma_{3,0}$ , eine Mindestanzahl von 4 zyklischen Versuchen vorliegen. Zur Abschätzung dieser Bestimmungsgrößen würde jedoch zunächst ein Versuch ausreichen.

## 5 Numerische Implementierung des zyklisch-viskoplastischen Stoffansatzes in ein quasi-statisches Modell in ABAQUS

### 5.1 Allgemeines

Nach den in Abschnitt 4 formulierten theoretischen Grundgleichungen wird der zyklisch-viskoplastische Stoffansatz zum Langzeitverformungsverhalten von granularen Materialien unter nichtruhender Lasteinwirkung numerisch umgesetzt. Zur Anwendung kommt das Finite Elemente Programm ABAQUS 5.8-19, *HKS (1998)*, eines der großen FE-Programme zur Lösung von nichtlinearen Anfangsrandwertproblemen der Kontinuumsmechanik. Grundsätzlich ist es möglich, die entwickelten Ansätze auch in nicht kommerzielle FE Programme, die frei über das Internet erhältlich sind, z. B. *Smith/Griffith (1997)* zu implementieren. Auf die Vor- und Nachteile solcher frei erhältlicher Programme gegenüber ABAQUS wird später eingegangen.

Im Folgenden wird allgemein die Lösung linearer Randwertprobleme mit der Finite Elemente Methode erläutert, die Lösungsmöglichkeiten von nichtlinearen Randwertproblemen mit ABAQUS behandelt und die Implementierung der Stoffansätze nach Abschnitt 4 mittels einer von ABAQUS bereitgestellten Schnittstelle UMAT dargestellt.

### 5.2 Lösung linearer Randwertprobleme mit der Finite Elemente Methode

Die Thematik der Finiten Elemente Methode (FEM) ist in der Literatur sehr umfassend dargestellt. Die Grundlagen werden z. B. von *Zienkiewicz/Taylor (2000)* oder *Altenbach (1994)* in ausführlicher Weise dargestellt. Die Umsetzung der FEM in numerische Programme wird beispielsweise bei *Smith/Griffith (1997)* erläutert. Im Folgenden werden nur die für das Verständnis dieser Arbeit erforderlichen Grundlagen wiederholt.

#### *Räumliche Diskretisierung*

Die Näherungsverfahren der FEM beruhen auf der räumlichen Diskretisierung des für die Berechnung gewählten Kontinuumsausschnitts in einzelne Elemente endlicher Größe, welche durch Knotenpunkte miteinander verknüpft sind. Die grundlegende Annahme der FEM ist, dass sich die Verschiebungen  $\mathbf{u}$  an beliebiger Stelle innerhalb des „Finiten“ Elementes aus den Verschiebungen  $\mathbf{a}^e$  der Knotenpunkte des Elementes mittels Ansatzfunktionen  $N$  interpolieren lassen, *Zienkiewicz/Taylor (1991)*,

$$\mathbf{u} = \sum N_i \mathbf{a}_i^e = \begin{bmatrix} N_i & N_j & \dots \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{a}_i \\ \mathbf{a}_j \\ \vdots \end{Bmatrix}^e = \mathbf{N} \mathbf{a}^e. \quad (5.1)$$

Der Vektor  $\mathbf{a}^e$  ist über die Inzidenzmatrix  $\mathbf{Z}^e$  mit dem Vektor  $\mathbf{a}$  der Verschiebungen des Gesamtsystems verbunden,

$$\mathbf{a}^e = \mathbf{Z}^e \mathbf{a}. \quad (5.2)$$

Der Verzerrungszustand im Inneren des Elementes ist durch einen linearen Operator  $\mathbf{L}$  in Abhängigkeit von den Verschiebungen  $\mathbf{u}$  bestimmbar,

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{L} \mathbf{u} \quad (5.3)$$

bzw. unter Ansatz von Gleichung (5.1) mit der Verzerrungs-Verschiebungsmatrix  $\mathbf{B}$  zu

$$\boldsymbol{\varepsilon} \approx \mathbf{L} \mathbf{N} \mathbf{a} = \mathbf{B} \mathbf{a}. \quad (5.4)$$

Aus den Verzerrungen kann, unter Beachtung eventuell vorhandener Anfangsverzerrungen  $\boldsymbol{\varepsilon}_0$  und Anfangsspannungen  $\boldsymbol{\sigma}_0$ , mit der elastischen Spannungs-Verzerrungsmatrix bzw. Elastizitätsmatrix  $\mathbf{D}$  die Spannungsverteilung im gesamten Element und damit auch an den Rändern und über das diskretisierte Kontinuum bestimmt werden,

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_0) + \boldsymbol{\sigma}_0. \quad (5.5)$$

### Statisches Gleichgewicht des Kontinuums

Das statische Gleichgewicht des Kontinuums wird nach *Hügel (1995)* mit der Massendichte  $\rho$  und den Volumenkräften  $\mathbf{f}$  durch

$$\mathbf{L}^T \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{f} = 0 \quad (5.6)$$

beschrieben. Nach dem Variationsprinzip von *Galerkin* lautet die Gleichgewichtsbedingung für einen Körper mit dem Volumen  $V$  nach der sogenannten schwachen Formulierung der Gleichgewichtsbedingung,

$$\int_V \delta \mathbf{u}^T (\mathbf{L}^T \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{f}) dV = 0. \quad (5.7)$$

Mit den Oberflächenkräften  $\mathbf{t}$  und der Oberfläche  $A$  des betrachteten Körpers ergibt sich daraus unter Anwendung des Integralsatzes von Gauss nach *Altenbach (1994)*,

$$\int_V (\mathbf{L} \delta \mathbf{u})^T \boldsymbol{\sigma} dV = \int_V \rho \delta \mathbf{u}^T \mathbf{f} dV + \int_A \rho \delta \mathbf{u}^T \mathbf{t} dA. \quad (5.8)$$

Unter Ansatz der erläuterten Elementdiskretisierung ergibt sich als Summe der Elemente im Kontinuumsausschnitt,

$$\sum_{e=1}^m \int_{V_e} (\mathbf{LNZ}^e \delta \mathbf{a})^T \boldsymbol{\sigma} dV = \sum_{e=1}^m \int_{V_e} \rho (\mathbf{NZ}^e \delta \mathbf{a})^T \mathbf{f} dV + \sum_{e=1}^m \int_{A_e} (\mathbf{NZ}^e \delta \mathbf{a})^T \mathbf{t} dA. \quad (5.9)$$

Dies ist ein lineares Gleichungssystem zwischen den aus den Spannungen resultierenden Reaktionskräften  $\mathbf{r}_i$  und den aus den äußeren Lasten resultierenden Kräften  $\mathbf{r}_e$ . Unter Berücksichtigung konzentrierter externer Knotenkräfte  $\mathbf{F}$  ergibt Gleichung (5.9),

$$\underbrace{\sum_{e=1}^m \mathbf{Z}^{eT} \int_{V_e} (\mathbf{LN})^T \boldsymbol{\sigma} dV}_{\mathbf{r}_i} = \underbrace{\sum_{e=1}^m \mathbf{Z}^{eT} \int_{V_e} \rho \mathbf{N}^T \mathbf{f} dV + \sum_{e=1}^m \mathbf{Z}^{eT} \int_{A_e} \mathbf{N}^T \mathbf{t} dA}_{\mathbf{r}_e} + \mathbf{F}. \quad (5.10)$$

Mit der Elementsteifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}(\mathbf{a})$ ,

$$\mathbf{K}(\mathbf{a}) = \sum_{e=1}^m \mathbf{Z}^{eT} \int_{V_e} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV \mathbf{Z}^e, \quad (5.11)$$

ergibt sich nach *Zienkiewicz/Taylor (1991)* das bekannte lineare Gleichungssystem,

$$\mathbf{K}(\mathbf{a}) \mathbf{a} - \mathbf{r}_e = 0. \quad (5.12)$$

Für lineares Materialverhalten entspricht  $\mathbf{K}(\mathbf{a})$  der elastischen Steifigkeitsmatrix. Mathematisch ist die genannte Vorgehensweise als Minimierungsverfahren für das in Abhängigkeit von einem vorgegebenen Verschiebungsfeld ausgedrückte Gesamtpotential des Systems zu beschreiben.

## 5.3 Lösung nichtlinearer Randwertprobleme mit ABAQUS

### 5.3.1 Allgemeines

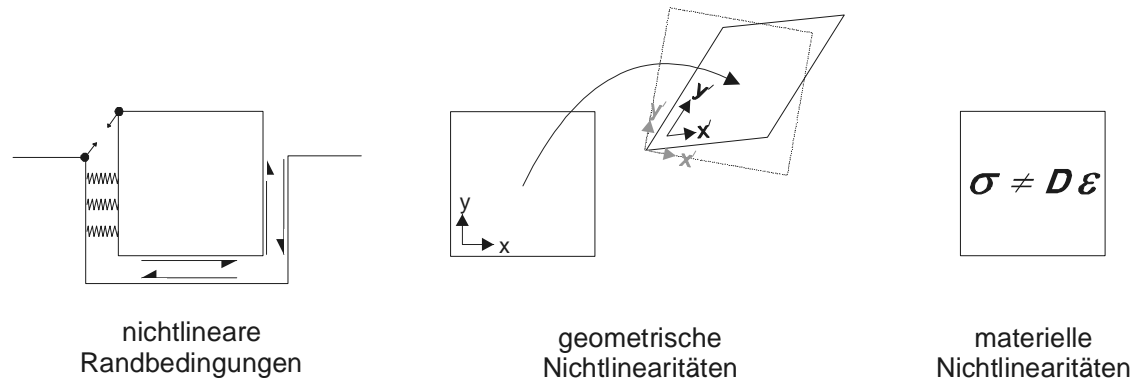
Der Lösung linearer Randwertprobleme mit der FEM liegen lineare Formen der Verzerrungs-Verschiebungs Beziehungen nach Gleichung (5.3) und der Spannungs-Verzerrungs Beziehung nach Gleichung (5.5) zugrunde.

Auf dem Gebiet der nichtlinearen Festkörpermechanik treffen diese Annahmen in der Regel jedoch nicht zu. Es wird unterschieden in,

- nichtlineare Randbedingungen,



- geometrische Nichtlinearitäten, sowie
- materielle Nichtlinearitäten, siehe Bild 5.1.



**Bild 5.1:** Nichtlinearitäten der Festkörpermechanik

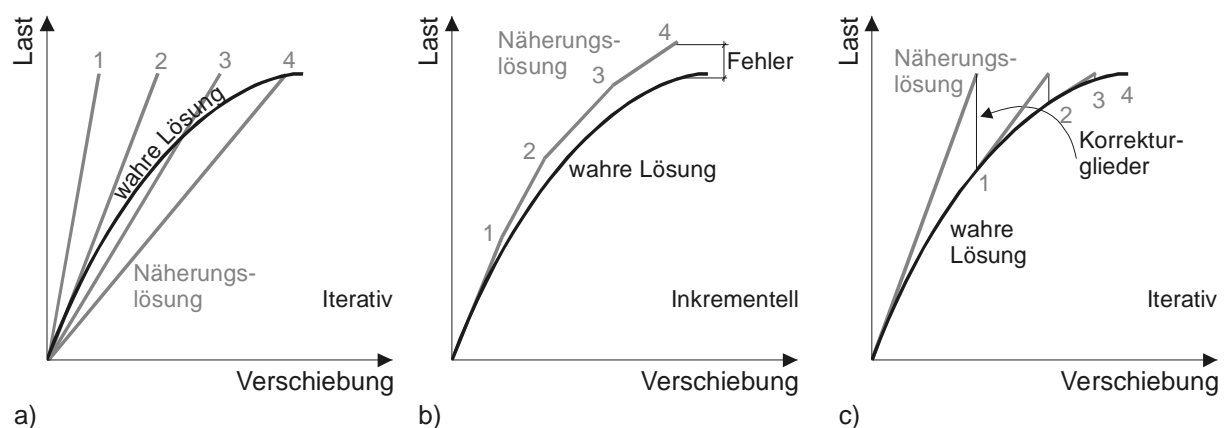
Nichtlineare Randbedingungen äußern sich in Kontaktbedingungen zwischen geometrischen Strukturen oder auch in nichtlinear elastischen Federn und Zwangsbedingungen einzelner Knoten.

Geometrische Nichtlinearitäten sind dann zu betrachten, wenn auftretende Starrkörperrotationen so groß sind, dass das Gleichgewicht nach Abschnitt 5.2 am deformierten Zustand betrachtet werden muss und die von äußeren Kräften zusätzlich verrichtete Arbeit nicht vernachlässigt werden kann, *Hügel (1995)*. Zur Behandlung dieser Problemstellung bieten sich dazu nach *Bathe (1990)* zwei verschiedene Betrachtungsweisen zur Lösung der Gleichgewichtsbedingungen des Kontinuums an. Zum einen die totale „Lagrange“ Betrachtungsweise, bei der die Referenzkonfiguration die Ausgangskonfiguration ist. Zum anderen die „updated Lagrange“ Betrachtungsweise bei der die Referenzkonfiguration die Momentankonfiguration darstellt. Für weitergehende Ausführungen zur Thematik wird auf die Literatur verwiesen, da sie zum Verständnis dieser Arbeit keinen Beitrag leisten. Die Implementierung von Stoffroutinen in ABAQUS durch den Benutzer ist auf materielle Nichtlinearitäten beschränkt. Geometrische Anteile werden durch ABAQUS übernommen. Es muss nur darauf geachtet werden, dass die implementierten Routinen frei von Starrkörperrotationen sind, siehe Abschnitt 5.4.1. In den folgenden Ausführungen wird daher von einer „updated Lagrange“ Betrachtungsweise ausgegangen.

Materielle Nichtlinearitäten zeichnen sich durch nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Beziehungen aus. Diese Art der Nichtlinearität kann sich durch nichtlinear-elastisches Materialverhalten, siehe *Zienkiewicz/Taylor (2000)*, oder aber durch nichtlineare Spannungs- und Verzerrungsraten äußern, siehe Abschnitt 3 zur Plastizität und Viskoplastizität.

Die Problematik der materiellen Nichtlinearitäten lässt sich oft einfach behandeln, ohne dass eine jeweils neue Formulierung der gesamten nichtlinearen Problematik vorgenommen wird. D. h., es ist nicht notwendig, das zugrunde liegende Variationspostulat erneut zu formulieren. Es lässt sich die Lösung durch einen sogenannten Iterationsprozess dazugehöriger linearer Problem angeben. In diesem Iterationsprozess werden die Materialwerte so angepasst, dass letztlich das neue Stoffgesetz erfüllt ist.

Im Allgemeinen wird in inkrementelle, Bild 5.2b, und iterative Verfahren, Bild 5.2a,c, unterschieden. Bei inkrementellen Verfahren wird die Belastung in Stufen aufgebracht und die materielle Tangentensteifigkeit  $\mathbf{K}(\mathbf{a})$  den Spannungs-Verzerrungsbeziehungen des Stoffgesetzes angepasst. Abweichungen von der wahren Lösung sind dabei abhängig von der Inkrementgröße und können nicht direkt korrigiert werden. Bei iterativen Verfahren kann dagegen in jeder Iteration und in jedem Inkrement geprüft werden, wie groß die Abweichung von der wahren Lösung ist. Diese Abweichungen werden korrigiert und der Iterationsprozess wird bei verschwindend kleiner Korrektur abgebrochen.



**Bild 5.2:** Beispielhafte Darstellung numerischer Verfahren zur Erfassung nichtlinearer Spannungs-Verzerrungsbeziehungen ohne (a, b) und mit (c) Anwendung von Korrekturgliedern.

Die Iterationsverfahren können unterschieden werden in solche, bei denen nach Bild 5.2 in jedem Iterationsschritt die Grundlagen der Berechnung (Geometrie, Spannungs-Verzerrungsbeziehungen) dem jeweiligen Zustand angepasst werden, und solche bei denen der Einfluss der Nichtlinearität ausgehend von der linearisierten Lösung durch Korrekturglieder berücksichtigt werden, *Schad (1979)*.

Im Gegensatz zu linearen Problemen gibt es bei nichtlinearen Problemen oftmals keine eindeutige Lösung. Eine kombinierte inkrementell-iterative Vorgehensweise gewährleistet in

diesem Fall die korrekte Abbildung der Pfadabhängigkeit und erlaubt für jede Laststufe eine iterative Fehlerkorrektur, weshalb sie in der Regel für statisch monotone Belastungen bevorzugt wird.

Das grundsätzliche Problem der Nichtlinearität lässt sich immer wie folgt formulieren:

$$\Psi_{n+1} \equiv \mathbf{r}_{i,n+1} - \mathbf{r}_e = 0. \quad (5.13)$$

Ausgehend von einem Gleichgewichtszustand,

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_n \quad \Psi_n = 0 \quad \mathbf{r}_e = \mathbf{r}_{e,n}$$

ergibt sich die Lösung durch die sich verändernden äußeren Kräften  $\mathbf{r}_e$  von  $\mathbf{r}_{e,n}$  nach

$$\mathbf{r}_{e,n+1} = \mathbf{r}_{e,n} + \Delta \mathbf{r}_{e,n} \quad (5.14)$$

die Zunahme der Knotenverschiebung um  $\Delta \mathbf{a}_n$  ergibt,

$$\mathbf{a}_{n+1} = \mathbf{a}_n + \Delta \mathbf{a}_n. \quad (5.15)$$

Im Folgenden werden die für diese Arbeit relevanten und von ABAQUS angebotenen (inkrementell) iterativen Verfahren zur Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme erläutert:

- Newton Raphson Verfahren,
- Modified Newton Raphson Verfahren und
- Quasi-Newton Verfahren.

Neben den hier aufgeführten, gibt es weitere Verfahren. Da sie keine Bedeutung für diese Arbeit haben, wird auf entsprechende Literatur verwiesen, siehe beispielsweise *Zienkiewicz/Taylor (2000)*, *Chen (1994)* und *Schad (1979)*.

### 5.3.2 Newton Raphson Verfahren

Das Newton Raphson Verfahren ist ein mit quadratischer Geschwindigkeit konvergierendes Iterationsschema für nichtlineare Probleme. Gleichung (5.13) stellt ein nichtlineares Gleichungssystem dar. Zur Lösung benutzt man eine nach dem ersten Glied abgebrochene Taylor-Reihenentwicklung in folgender Form:

$$\Psi_{n+1}^{j+1} \equiv \Psi_{n+1}^j + \left( \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{a}} \right)_{n+1}^j \delta \mathbf{a}_n^j = 0. \quad (5.16)$$

Der Index  $j$  beziffert den Iterationszähler und

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{a}}\right)^j = \left(\frac{\partial \mathbf{r}_n}{\partial \mathbf{a}}\right)^j = \mathbf{K}^j \quad (5.17)$$

die Tangentensteifigkeit. Gleichung (5.17) ergibt direkt die iterative Korrektur der Knotenpunktverschiebung zu

$$\mathbf{K}^j \delta \mathbf{a}_n^j = -\Psi_{n+1}^j \quad (5.18)$$

bzw.

$$\delta \mathbf{a}_n^j = -[\mathbf{K}^j]^{-1} \Psi_{n+1}^j. \quad (5.19)$$

Die Summe der Iterationen führt schließlich zur gesamten Knotenpunktverschiebung

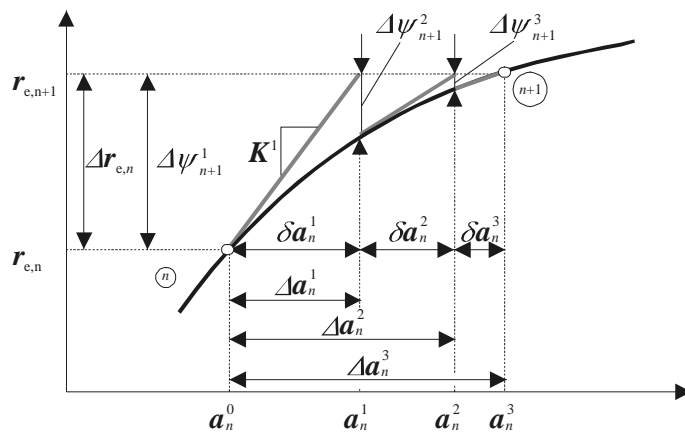
$$\mathbf{a}_{n+1}^{j+1} = \mathbf{a}_n + \Delta \mathbf{a}_n^j = \mathbf{a}_{n+1}^j + \delta \mathbf{a}_n^j \quad (5.20)$$

und

$$\Delta \mathbf{a}_n^j = \sum_{k=1}^j \delta \mathbf{a}_n^k. \quad (5.21)$$

Festzuhalten ist, dass für jeden Iterationsschritt ein neues lineares Gleichungssystem zu lösen ist. Das Newton Raphson Verfahren, siehe Bild 5.3, hat den Vorteil eines quadratischen Konvergenzverhaltens, aber auch grundlegende Nachteile:

- die Tangentensteifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}$  muss für jeden Iterationsschritt  $j$  aufgestellt und faktorisiert werden,
- für nichtassozierte Fließregeln wird die anfänglich symmetrische Steifigkeitsmatrix unsymmetrisch, siehe Abschnitt 3, und dementsprechende Gleichungslöser müssen verwendet werden; und
- beim Erreichen von Traglasten verschwindet die tangentielle Steifigkeit, so dass das Verfahren versagen kann.

**Bild 5.3:**

Newton Raphson Iterationsschema

ABAQUS verwendet das Newton Raphson Verfahren als Standardeinstellung. Der Benutzer kann abweichend davon jedoch eine Form des modifizierten Newton Raphson Verfahren oder ein Quasi-Newton Iterationsverfahren wählen.

### 5.3.3 Modifiziertes Newton Raphson Verfahren und Initial Strain Methode

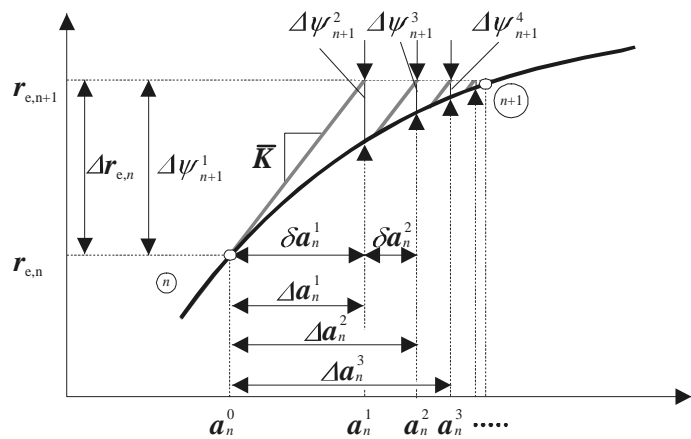
Dieses Verfahren benutzt im Wesentlichen denselben Algorithmus wie das Newton Raphson Verfahren. Im Gegensatz dazu wird die zuvor variable Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}$  nicht bei jedem Iterationsschritt neu aufgestellt und faktorisiert, sondern intervallweise, z. B. per Lastinkrement oder auch über die gesamte Berechnung (Initial Strain Methode), durch eine konstante Näherung ersetzt, siehe Bild 5.4.,

$$\mathbf{K}^j = \bar{\mathbf{K}} \quad (5.22)$$

$$\delta \mathbf{a}_n^j = -\bar{\mathbf{K}}^{-1} \boldsymbol{\Psi}_{n+1}^j \quad (5.23)$$

Die vorgenannten Schwierigkeiten des Newton Raphson Verfahrens werden mit dieser Methode umgangen; allerdings ist das Konvergenzverhalten nur noch linear und demnach schlechter als das ursprüngliche Verfahren, bei dem ein quadratisches vorliegt.

Bei bestimmten Problemstellungen in denen unsymmetrische Steifigkeitsmatrizen auftreten benutzt ABAQUS Formen des modifizierten Newton Raphson Verfahren mit symmetrischen Näherungslösungen.



**Bild 5.4:** Modifiziertes Newton  
Raphson Iterationsschema

Werden weiterhin nach Abschnitt 3 bei viskoplastischen Materialansätzen explizite Integrationsverfahren angewendet, ist die Zeitinkrementierung lediglich eine rechentechnische Notwendigkeit um einen Zustand vernachlässigbar kleiner Dehnungsraten mit einem Spannungszustand auf der Fließfläche zu erreichen. Solche expliziten Verfahren, die Initial Strain Methode, sind das Äquivalent zum modifizierten Newton Raphson Verfahren mit einer konstanten elastischen Steifigkeitsmatrix, *Zienkiewicz/Taylor (1991)*, *HKS (1998)*. Bei ratenabhängigen Problemen ist es dem Benutzer mit ABAQUS möglich, diese Methode über die gesamte Berechnung zu erzwingen. ABAQUS startet bei viskoplastischen Problemstellungen immer mit der Initial Strain Methode, würde jedoch bei gutem Konvergenzverhalten auf implizite Integration, verbunden mit der Neubildung der Steifigkeitsmatrix umschalten.

### 5.3.4 Quasi-Newton Verfahren

Anstelle der im Newton Raphson Verfahren verwendeten variablen Tangentensteifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}$  wird näherungsweise eine Sekantensteifigkeit für den Iterationsprozess verwendet, siehe Bild 5.5. Ausgehend von einer Anfangstangentensteifigkeit  $\mathbf{K}^0$ ,

$$\delta \mathbf{a}_n^1 = -[\mathbf{K}^0]^{-1} \boldsymbol{\Psi}_{n+1}^1 \quad (5.24)$$

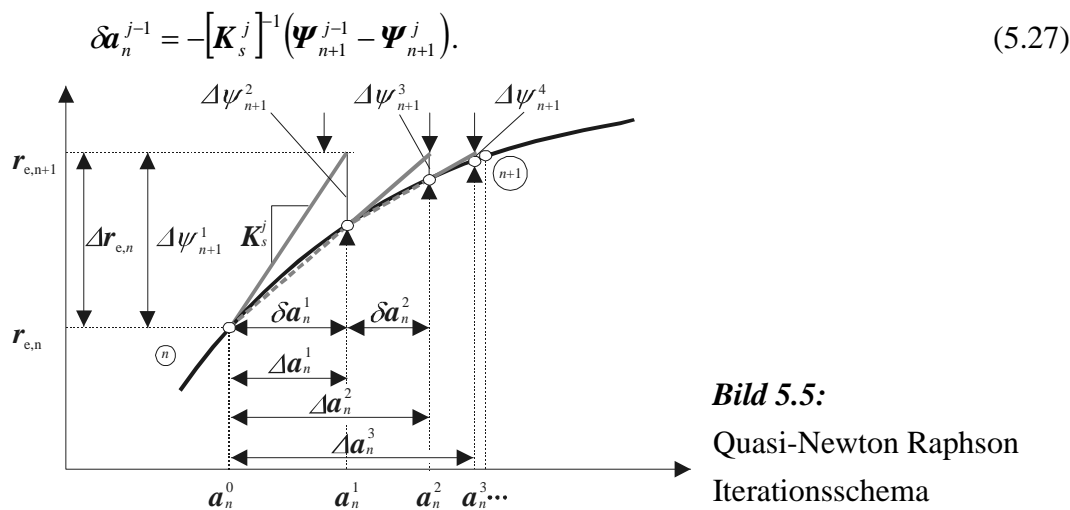
kann eine Sekantensteifigkeit  $\mathbf{K}_s^2$  für die folgende Iteration gefunden werden,

$$\delta \mathbf{a}_n^1 = -[\mathbf{K}_s^2]^{-1} (\boldsymbol{\Psi}_{n+1}^1 - \boldsymbol{\Psi}_{n+1}^2) \quad (5.25)$$

mit der allgemein formuliert die folgende Iteration durchgeführt wird,

$$\delta \mathbf{a}_n^j = -[\mathbf{K}_s^j]^{-1} \boldsymbol{\Psi}_{n+1}^j \quad (5.26)$$

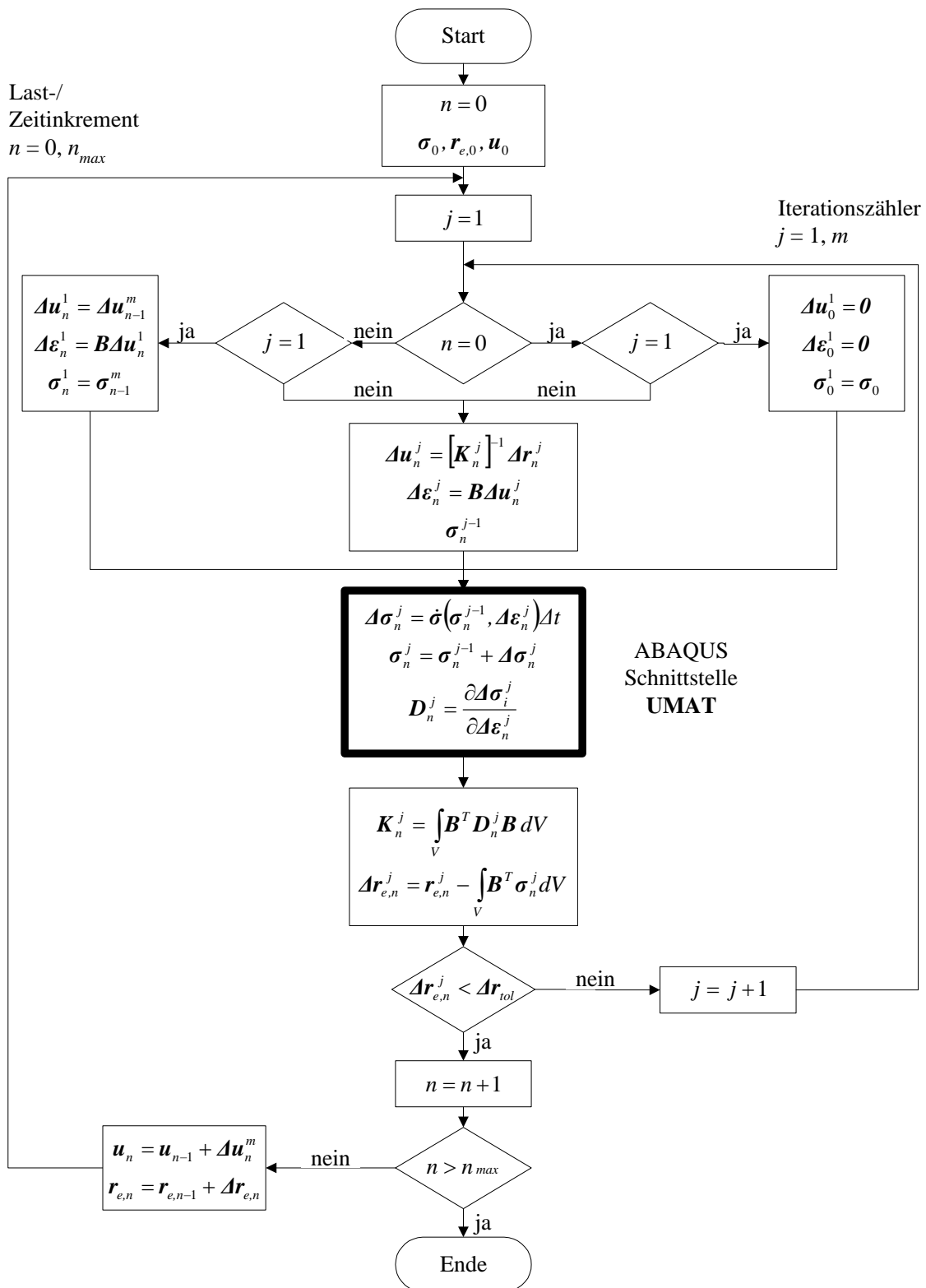
wobei



ABAQUS stellt als sogenanntes Quasi-Newton Verfahren eine BFGS (Broyden, Fletcher, Goldfarb, Shanno) Methode nach *Matthies/Strang (1979)* zur Verfügung, *HKS (1998)*. Die zuvor beschriebene Vorgehensweise äußert sich in einer Serie von Näherungslösungen für die Inverse der Sekantensteifigkeit  $[\mathbf{K}_s^j]^{-1}$  nach Gleichung (5.27), welche stets positiv definiert und symmetrisch ist. Es wird eine entsprechende Kernelmatrix  $[\mathbf{K}_s^0]^{-1}$  im Speicher gehalten, die durch Pre- und Post-Multiplikationen für jeden Iterationsschritt aktualisiert wird. Es ist dadurch möglich, für mehrere Iterationsschritte als auch Inkremente hinweg dieselbe Kernelmatrix zu verwenden. Die aufwendige Faktorisierung und Zerlegung der Steifigkeitsmatrix entfällt somit über eine festzulegende Anzahl von Iterationen.

Die angebotene BFGS Methode vermeidet durch die symmetrische Form der Steifigkeitsmatrix die beim Newton Raphson Verfahren anzutreffenden Schwierigkeiten und hat darüber hinaus ein schnelleres Konvergenzverhalten, als das lineare des modifizierten Newton Raphson Iterationsschema.

Bild 5.6 zeigt das Flussdiagramm für die Lösung von Anfangsrandwertproblemen mit ABAQUS anhand des Newton Raphson Verfahrens. Das modifizierte Newton Raphson und das Quasi-Newton Verfahren entsprechen im wesentlichen dieser Grundstruktur. Bei der Anwendung des modifizierten Newton Raphson Verfahrens mit einer konstanten elastischen Steifigkeitsmatrix für explizite Formulierungen der Viskoplastizität, entfällt der durch Index  $j$  gekennzeichnete Iterationsvorgang. Der Iterationsvorgang mit ABAQUS wird in diesem Fall ausgehend vom Ausgangszustand direkt über die obere viskoplastische Zeitschrittgröße  $\Delta t$ , siehe Abschnitt 2.33, des Inkrementes  $n$  gesteuert.



**Bild 5.6:** Flussdiagramm für die Lösung nichtlinearer Randwertprobleme mit dem Newton Raphson Verfahren in ABAQUS, nach Hügel (1995)



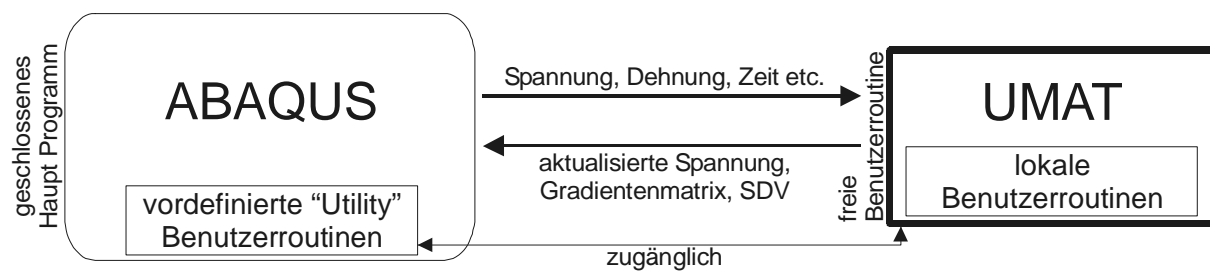
## 5.4 ABAQUS Schnittstelle Benutzerroutine UMAT

### 5.4.1 Allgemeines

Das Programmsystem ABAQUS bietet dem Benutzer umfangreiche Materialbibliotheken, welche lineares und nichtlineares, isotropes und anisotropes, statisch monotones sowie ratenabhängiges Materialverhalten umfassen. Viskoplastisches Materialverhalten sowie ein ratenabhängiges Modell für Metall unter zyklischer Belastung sind vorhanden. Aufgrund der geschlossenen Form des kommerziellen Programms ist es dem Benutzer jedoch nur bedingt möglich, auf die vorhandenen Stoffbibliotheken Einfluss zu nehmen. Insofern ist es nicht möglich, den entwickelten zyklisch-viskoplastischen Stoffansatz nach Abschnitt 4 unter Ausnutzung der vorhandenen Stoffbibliotheken zu implementieren. Um aber dem Benutzer weiterhin die Ausnutzung der leistungsfähigen Merkmale von ABAQUS zu gewährleisten, wird für solche Fälle eine Schnittstelle für Benutzer-Subroutinen angeboten. Das sogenannte *UserMATERial* (UMAT) erlaubt theoretisch die Einführung beliebiger Modelle als Fortran 77 Routinen.

### 5.4.2 Semantik der Benutzerroutine UMAT

Die Benutzerroutine UMAT befindet sich in der „innersten Schleife“ der Finite Elemente Berechnung, da sie bei jeder Gleichgewichtsiteration in jedem Lastinkrement für jeden Integrationspunkt eines Elementes aufgerufen wird.



**Bild 5.7:** Schnittstelle der Benutzerroutine UMAT in ABAQUS

Wenn UMAT aufgerufen wird, werden nach Bild 5.7 der Zustand am Materialpunkt, d. h., Spannungen  $\sigma$ , lösungsabhängige Zustandsvariablen (SDV), Temperatur etc. am Anfang des Inkrementes übergeben. Zusätzliche Informationen werden über die aktuellen Dehnungsinkremente  $\Delta \epsilon$  der Gleichgewichtsiterationen sowie das neue Zeitinkrement bereitgestellt, vergleiche Bild 5.6.

Die generelle Funktion der Benutzeroutine UMAT besteht darin, aus dem verwendeten Stoffgesetz einen aktualisierten Spannungszustand  $\sigma$  für die von ABAQUS vorgegebenen Verzerrungszinkremente  $\Delta\epsilon$ , sowie die Spannungs- Verzerrungsmatrix  $D$  (je nach Lösungsverfahren) am Ende des (Zeit-) Inkrements zu ermitteln. Zusätzlich müssen die Lösungsabhängigen Zustandsvariablen zum Ende des Inkrements berechnet werden.

ABAQUS benutzt die Zeit i.d.R. zur Abbildung der inkrementellen Laststufen, d. h.  $n \hat{=} t$ . Das Zeitinkrement  $\Delta t$  besitzt daher nur im Falle ratenabhängiger Stoffmodelle einen natürlichen Zeitmassstab. In statisch monotonen Prozessen bestimmt das Zeitinkrement  $\Delta t$  anteilig das äquivalente Lastinkrement. In Bild 5.6 gilt entsprechend  $\Delta n = \Delta t$ .

Dadurch, dass ABAQUS für inkrementell iterative Verfahren, aufbauend auf dem Iterationschema nach Newton Raphson konzipiert ist, wird UMAT mindestens zweimal für jedes Inkrement aufgerufen. Die Semantik der Benutzeroutine ist wie folgt,

- *Initialisierung*

Zu Beginn muss der interne Speicherbereich initialisiert werden. In erster Linie dient der erste Aufruf nach Bild 5.6 zur Definition der sogenannten Gradienten- bzw. Spannungs-Verzerrungsmatrix  $D = \partial\Delta\sigma/\partial\Delta\epsilon$ . Damit erhält ABAQUS eine Möglichkeit, das Gleichungssystem zur Umsetzung äußerer Lasten oder Verschiebungen in Dehnungszuwächse an den Integrationspunkten aufzustellen. In der Initialisierungsphase ist der vorgegebene Dehnungszuwachs  $\Delta\epsilon = \mathbf{0}$  und das System sollte im Gleichgewichtszustand des vorhergehenden Inkrements sein.

- *Spannungskorrekturen*

Ausgehend von den von ABAQUS gelieferten Dehnungszuwächsen hat die Benutzeroutine UMAT die Aufgabe, die aktualisierten Spannungen am Ende des Inkrements und im Regelfall die Gradientenmatrix bzw. elastisch-plastische Spannungs-Verzerrungsmatrix  $D = \partial\Delta\sigma/\partial\Delta\epsilon$  des konstitutiven Modells zu übergeben. Bei Anwendung von impliziten Integrationsschemata der Ratengleichungen oder bei Mitteldifferenzenverfahren ist die Ableitung der Gradientenmatrix schwierig, *siehe Hügel (1995)*. Es wird, da ohne weiteren Belang für diese Arbeit, auf entsprechende Literatur zur Thematik verwiesen. Im Fall der expliziten Viskoplastizität (Initial Strain Methode) stellt die Gradientenmatrix die über den Verlauf der Berechnung konstante Elastizitätsmatrix dar. Sie muss ABAQUS aber weiterhin bei jedem Aufruf von UMAT bereitgestellt werden. Weiterhin wird für dieses Verfahren nach Abschnitt 5.3.3 für jedes Zeitinkrement nur eine Iteration ausgeführt. ABAQUS muss aber zu dieser Vorgehensweise gezwungen werden, siehe Abschnitt 5.6.

Nach Abschnitt 5.3.1 ist in der Benutzeroutine UMAT nur der konstitutive Teil der Spannungsrate zu beschreiben, der Anteil der nicht linearen Geometrie wird von ABAQUS übernommen. Ebenso wird die Speicherung einer beliebigen Anzahl der von den meisten konstitutiven Modellen in UMAT benötigten lösungsabhängigen Zustandsvariablen (SDV) übernommen. Diese vom Benutzer zu deklarierenden SDV werden nur am Ende eines erfolgreichen Iterationsvorganges für ein Inkrement abgespeichert. Sie sind vom Benutzer in geometrisch nichtlinearen Berechnungen der Starrkörperrotation entsprechend durch vordefinierte „Utility“ genannte Benutzerrouninen ins lokale Koordinatensystem zu drehen.

Dem Benutzer stehen weiterhin vordefinierte „Utility“ Routinen zur Bestimmung von Invarianten, Hauptspannungen und Dehnungen sowie deren Transformationsmatrizen und eine Routine zum vorzeitigen Abbruch der Berechnung zur Verfügung.

ABAQUS verwendet soweit möglich, d. h. bei symmetrischen Gleichungslösern im Falle der assoziierten Fließregel oder wie in diesem Fall, bei konstitutiven Ansätzen unter Anwendung konstanter Steifigkeitsmatrizen für die Abspeicherung der tensoriellen Spannungs- und Verzerrungskomponenten,

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0.5\gamma_{12} & 0.5\gamma_{13} \\ 0.5\gamma_{21} & \varepsilon_{22} & 0.5\gamma_{23} \\ 0.5\gamma_{31} & 0.5\gamma_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

eine komprimierte „vektorielle“ Form, bei der die Symmetrie der Spannungs- und Verzerrungstensoren ausgenutzt wird zu,

$$\boldsymbol{\sigma}^T = (\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{12}, \sigma_{13}, \sigma_{23}) \quad (5.30)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T = (\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, 2\varepsilon_{12}, 2\varepsilon_{13}, 2\varepsilon_{23}) = (\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, \gamma_{12}, \gamma_{13}, \gamma_{23}). \quad (5.31)$$

Für die tensoriellen Verzerrungskomponenten  $\varepsilon_{ij}$  nach Gleichung (5.29) ist dabei zu beachten, dass in der Benutzeroutine UMAT die komprimierte vektorielle Form der Verzerrungskomponenten in ingenieurmäßiger Formulierung zu  $\gamma_{ij} = 2\varepsilon_{ij}$  notiert werden. Diesem Umstand muss insbesondere bei der Formulierung der zyklisch-viskoplastischen Anteile nach Abschnitt 5.5.5 Beachtung geschenkt werden.

Ist beabsichtigt, in einem diskretisierten Berechnungsausschnitt mehr als einen Stoffansatz zu benutzen, ist dies ohne weiteres möglich. In diesem Fall muss über den zu definierenden Materialnamen in UMAT eine Unterscheidung erfolgen. UMAT sowie alle weiteren Benutzer-routinen müssen in Fortran 77 geschrieben werden, welche dann von ABAQUS kompiliert und mit dem Hauptprogramm verbunden (gelinkt) werden.

## 5.5 Implementation der Stoffroutinen

### 5.5.1 Organisation des Berechnungsablaufes

Entsprechend der Aufgabenstellung sind die Langzeitverformungen am System explizit zu ermitteln. Der Berechnungsvorgang zur Ermittlung von Langzeitverformungen unter nicht-ruhender Lasteinwirkung ist im Hinblick auf ein einfaches Postprozessing organisiert, siehe Bild 5.8. Masseträgheitskräfte werden nach Abschnitt 4 vernachlässigt. Insgesamt sind durch den Benutzer 4 Schritte (Berechnungsschritte) wie folgt zu definieren,

*Schritt 1: Primärspannungszustand (Ausgangszustand), elastisch*

Der Berechnungsschritt ist eine lineare Gleichgewichtsiteration des elastischen Primärspannungszustandes des Systems unter Gravitation, d. h. Eigengewicht und auch statischen Vorlasten, wie z. B. bei einem dynamischen Lastplattendruckversuch der Anpressdruck durch einen hydraulischen Mäkler. Die auftretenden Dehnungen sind elastisch,  $\Delta\epsilon_e$ . ABAQUS bietet eine Benutzeroutine SIGINI zur Definition primärer Spannungszustände, so dass der für geotechnische Fragestellungen wichtige Ausgangszustand keinerlei Verformungen mit sich bringt.

*Schritt 2: Primärspannungszustand, viskoplastisch*

Der zweite Berechnungsschritt enthält das aus dem ersten unverändert übernommene Lastbild. Zusätzlich werden über das in UMAT definierte zyklisch-viskoplastische Materialverhalten die plastischen Dehnungen am System im Primärspannungszustand berechnet. Dabei ist der zeitliche Verlauf der Verformungen nach Abschnitt 2 von untergeordneter Bedeutung. Lediglich der Zustand vernachlässigbar kleiner Dehnungsraten mit einem Spannungszustand auf der Fliessfläche am Ende des Berechnungsschrittes ist von Interesse. Die so gewonnene Lösung  $\Delta\epsilon_{vp}$  entspricht der Lösung nach der elasto-plastischen Theorie. Die gesamten Dehnungen am Ende des Berechnungsschrittes setzen sich aus dem elastischen Anteil  $\Delta\epsilon_e$  nach Schritt 1 und dem viskoplastischen Anteil  $\Delta\epsilon_{vp}$  zusammen.

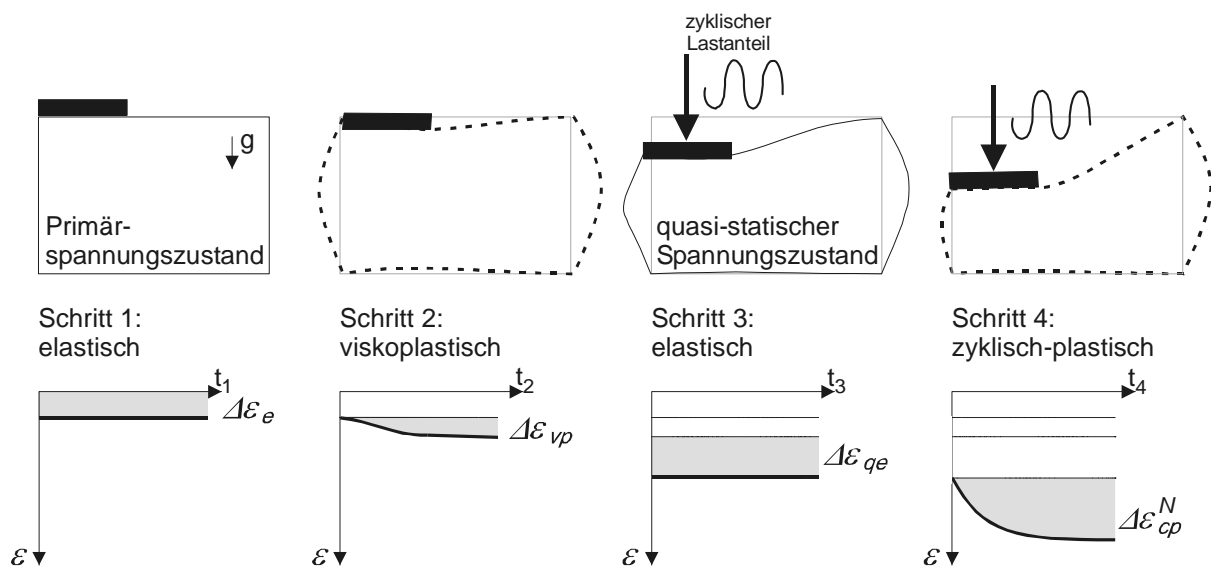
**Schritt 3:** *Quasi-Statischer Spannungszustand, elastisch*

Im dritten Berechnungsschritt werden zusätzlich zu dem aus dem zweiten unverändert übernommenen Lastbild die nicht ruhenden Lasten definiert. Eine linear-elastische Berechnung bringt zusätzlich zu den elastisch-plastischen Dehnungen aus dem Primärspannungszustand (Schritt 1 und 2) den quasi-statischen Anteil elastischer Dehnungen  $\Delta\varepsilon_{qe}$ .

**Schritt 4:** *Quasi-Statischer Spannungszustand, zyklisch-plastisch*

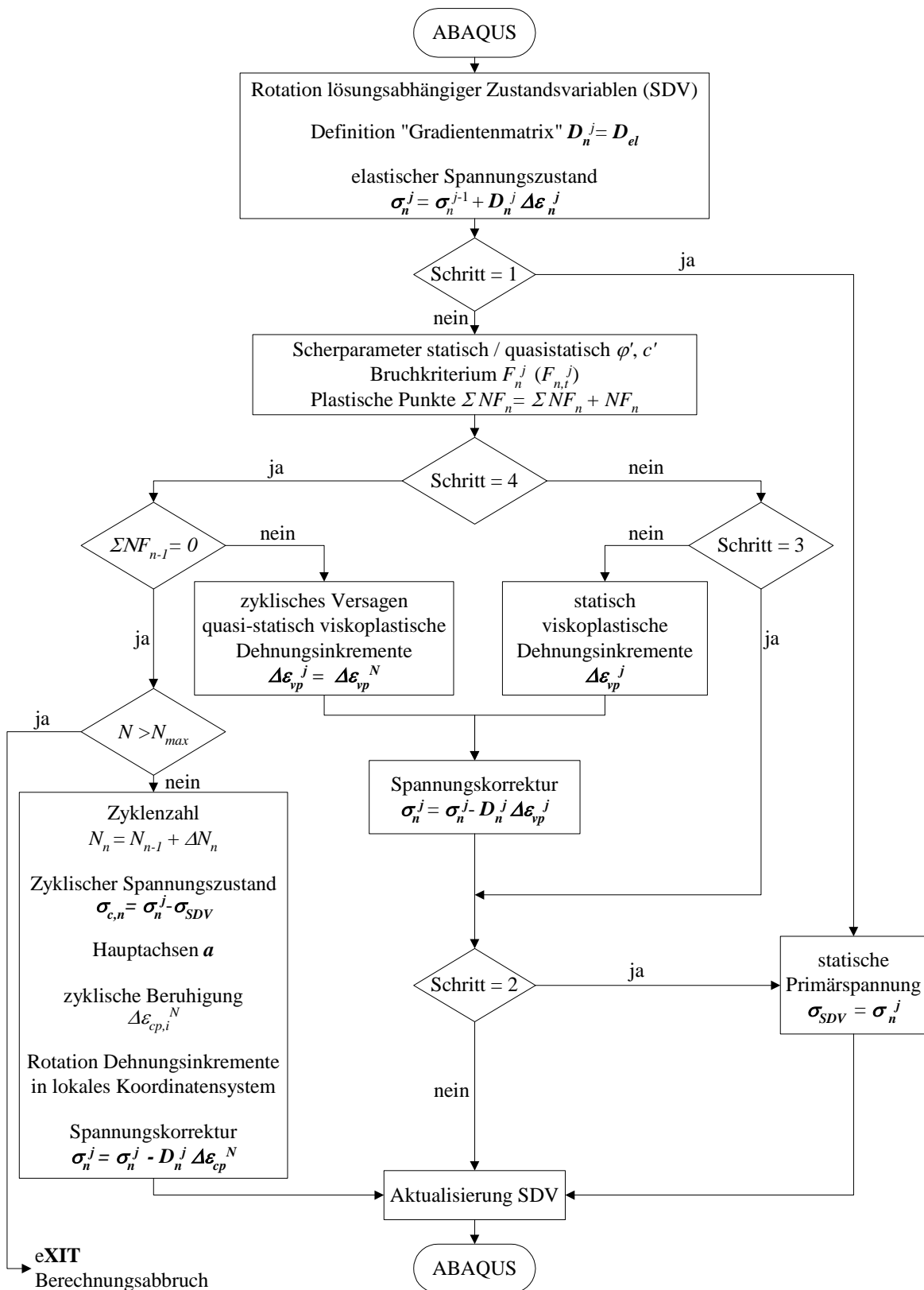
Im letzten Berechnungsschritt wird das unveränderte quasi-statische Lastbild aus dem vorherigen unter Ansatz des zyklisch-plastischen Materialverhalten nach Abschnitt 4 berechnet. Die dazugehörige Modellvorstellung ist Bild 4.8 zu entnehmen. Die so ermittelten plastischen Dehnungen  $\Delta\varepsilon_{cp}^N$  entstammen der zyklischen Beruhigung sowie dem zyklischen Versagen.

Zur Ermittlung der zyklisch-plastischen Setzungen  $\Delta u_{cp}$ , müssen im Postprocessing somit nur die Setzungen aus Schritt 4 von denen des quasi-statisch elastischen Schritt 3 subtrahiert werden,  $\Delta u_{cp} = u_{\text{Schritt 4}} - u_{\text{Schritt 3}}$ . Durch die erläuterte Organisation des Berechnungsverfahrens sind somit die verschiedenen additiven Verformungsanteile einfach zu ermitteln.



**Bild 5.8:** Organisation des Berechnungsvorganges von Langzeitverformungen unter nicht-ruhender Lasteinwirkung mit ABAQUS.

Im Folgenden werden die für das Verständnis wichtigen, in der Benutzerroutine UMAT umgesetzten Routinen erläutert. Grundsätzlich kommen die funktionalen Zusammenhänge aus Abschnitt 2 und 4 zur Anwendung. Bild 5.9 zeigt dazu das Flussdiagramm für den quasi-statischen Stoffansatz für granulare Böden unter zyklischer Last in der Schnittstelle UMAT.



**Bild 5.9:** Flussdiagramm für den implementierten zyklisch-viskoplastischen Stoffansatz für granulare Böden unter nichtruhender Last in der ABAQUS Schnittstelle UMAT

### 5.5.2 Initialisierung und Elastische Dehnungsanteile (Schritt 1, 2, 3, 4)

Nach Bild 5.9 sind in der Initialisierungsphase eines jeden UMAT Aufrufes die vom Benutzer definierten lösungsabhängigen Zustandsvariablen (SDV) mittels der von ABAQUS bereitgestellten Utility Benutzeroutine „ROTSIG“ in das lokale Koordinatensystem zu drehen. Dieser Vorgang ist in geometrisch nichtlinearen Berechnungen wichtig, da die SDV nicht automatisch von ABAQUS den Starrkörperrotation angepasst werden. Der Grund hierfür liegt in der komprimierten Darstellung der Spannungs- und Verzerrungskomponenten. ABAQUS weiß a priori nicht, ob es sich bei den SDV um tensorielle Spannungsgrößen oder Verzerrungsgrößen in ingenieurmäßiger Formulierung handelt. Bei geometrisch linearen Berechnungen kann dieser Vorgang entfallen; eine Überprüfung der von ABAQUS gelieferten Rotationsmatrix ergibt die Einheitsmatrix.

Wie in Abschnitt 5.4.2 erläutert, ist in ABAQUS, unabhängig von der gewählten Methode der Lösung nichtlinearer Randwertprobleme, bei jedem Aufruf der Benutzeroutine UMAT die Spannungs-Verzerrungsmatrix bzw. die sogenannte Gradientenmatrix  $\mathbf{D}$  zu definieren. Da für die durchgeführte Implementierung aller nichtlinearen Dehnungsanteile die explizite Viskoplastizität bzw. Initial Strain Methode gewählt wurde, siehe Abschnitt 4.3.4, ist  $\mathbf{D}$  einfach als die elastische Spannungs-Verzerrungsmatrix, bzw. Elastizitätsmatrix  $\mathbf{D}_{el}$  zu ermitteln,

$$D_{el,ijrs} = \lambda \delta_{ij} \delta_{rs} + \mu (\delta_{ir} \delta_{js} + \delta_{is} \delta_{jr}) \quad (5.32)$$

mit den Laméschen Konstanten

$$\lambda = \frac{Ev}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad \text{und} \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (5.33)$$

Für alle 4 Berechnungsschritte nach Abschnitt 5.5.1 ist weiterhin der aus den von ABAQUS gelieferten Dehnungsinkrementen  $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_n^j$  aktualisierte elastische Spannungszustand  $\boldsymbol{\sigma}_n^j$  zu berechnen.

$$\boldsymbol{\sigma}_{n,kl}^j = \boldsymbol{\sigma}_{n,kl}^{j-1} + D_{el,klrs} \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{n,rs}^j. \quad (5.34)$$

Für die Berechnungsschritte 2 und 4 bildet dieser elastische Spannungszustand die Grundlage zur Überprüfung des Mohr-Coulombschen Bruchkriteriums dar. Weiterhin liefert Gleichung (5.34) die Grundlage der aus den plastischen Dehnungsinkrementen resultierenden Spannungsaktualisierungen  $\boldsymbol{\sigma}_n^j$ .

### 5.5.3 Statisch Viskoplastische Dehnungsanteile (Schritt 2)

Entsprechend Abschnitt 2 werden die viskoplastischen Dehnungsraten mit dem expliziten Euler-Vorwärts Verfahren integriert. An ABAQUS wird daher ein aktualisierter Spannungszustand  $\sigma_n^j$  nach der Initial Strain Methode unter Ansatz der konstanten elastischen Spannungs-Verzerrungsmatrix  $D_{el}$  übergeben:

$$\sigma_{n,kl}^j = \sigma_{n,kl}^j - D_{el,klrs} \Delta \varepsilon_{vp,rs}^j \quad (5.35)$$

### 5.5.4 Dehnungsanteile des zyklischen Versagens (Schritt 4)

Die Dehnungsanteile des zyklischen Versagens werden entsprechend Abschnitt 5.5.3 berechnet. Der Unterschied liegt einzig in dem zur Anwendung kommenden reduzierten Mohr-Coulombschen Bruchkriterium, siehe Abschnitt 4.

### 5.5.5 Dehnungsanteile der zyklischen Beruhigung (Schritt 4)

Entsprechend dem entwickelten Stoffansatz nach Abschnitt 4 sind die inkrementellen Entwicklungsgleichungen der zyklisch-plastischen Dehnungsanteile in Richtung der Hauptspannungsachsen formuliert, siehe Bild 5.10.

Dementsprechend müssen die zyklisch-plastischen „Hauptdehnungsinkremente“ in das lokale Koordinatensystem des Elementes bzw. bei Beschränkung auf materielle Nichtlinearitäten in das globale Koordinatensystem transformiert werden. Für diesen Zweck wird die von ABAQUS angebotene Utility Benutzerroutine „SPRINT“ verwendet. ABAQUS liefert für einen beliebigen Spannungszustand  $\sigma$  die zugehörigen Hauptspannungen  $\sigma'$  bzw.  $\sigma_i$ , für die gilt, Oertel (1996),

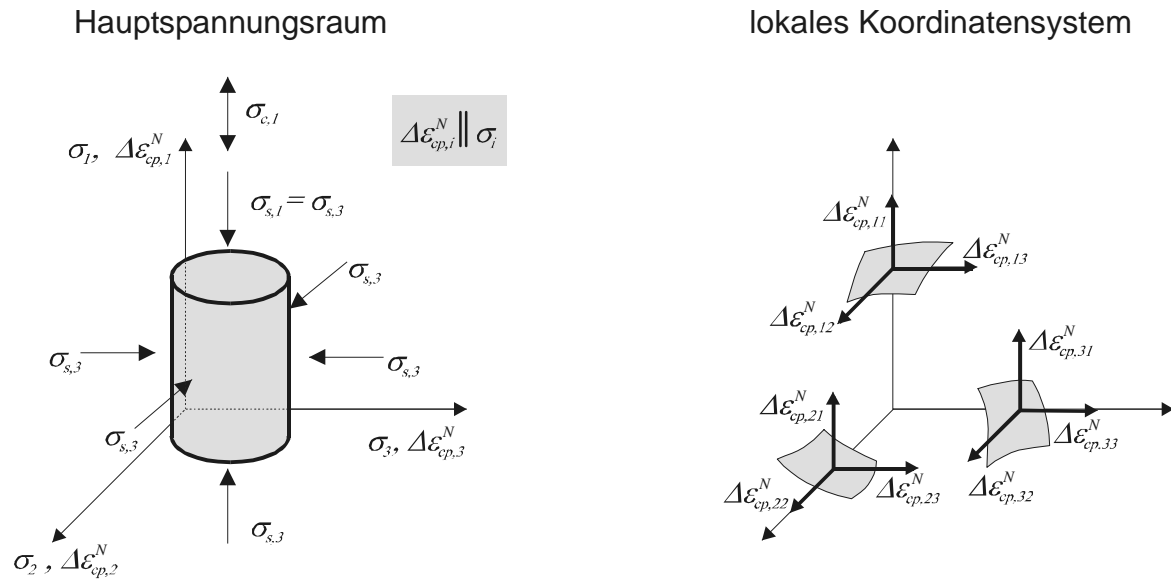
$$\sigma'_{ij} = a_{ia} a_{jb} \sigma_{ab} \quad (5.36)$$

$$\sigma_{ij} = a_{ai} a_{bj} \sigma'_{ab} \quad (5.37)$$

mit der Transformationsmatrix  $a_{ij}$ ,

$$a_{ij} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}. \quad (5.38)$$





**Bild 5.10:** Kongruenz der Richtung der zyklisch-plastischen Hauptdehnungsinkremente  $\Delta \epsilon_{cp,i}^N$  mit den Richtungen der Hauptspannungen  $\sigma_i$  einer triaxialen Kompression sowie Transformation der Hauptdehnungsinkremente in das lokale Koordinatensystem,  $\Delta \epsilon_{cp,ij}^N$

Unter der Annahme der Kongruenz der Richtung der zyklisch-plastischen Hauptdehnungsinkremente  $\Delta \epsilon_{cp,i}^N$  bzw.  $\Delta \epsilon'_{cp}$  mit denen der Hauptspannungsrichtungen  $\sigma_i$  lassen sich mit der Transformationsmatrix  $a_{ij}$  der Hauptspannungen  $\sigma_i$  bzw.  $\sigma'$  die zugehörigen Verzerrungsanteile  $\Delta \epsilon_{cp,ij}^N$  im lokalen UMAT Koordinatensystem bestimmen:

$$\Delta \epsilon_{cp,ij} = a_{ai} a_{bj} \Delta \epsilon'_{cp,ab} . \quad (5.39)$$

Es ist hierbei zu beachten, dass bei der Bildung der komprimierten Darstellung der Verzerrungskomponenten die von ABAQUS verwendete ingenieurmäßige Formulierung der Verzerrungen benutzt wird,

$$\left( \Delta \epsilon_{cp}^N \right)^T = \left( \Delta \epsilon_{cp,11}^N, \Delta \epsilon_{cp,22}^N, \Delta \epsilon_{cp,33}^N, 2\Delta \epsilon_{cp,12}^N, 2\Delta \epsilon_{cp,13}^N, 2\Delta \epsilon_{cp,23}^N \right) . \quad (5.40)$$

Die dem zyklisch-plastischen Dehnungsincrement  $\Delta \epsilon_{cp}^N$  im lokalen Koordinatensystem entsprechende Spannungsänderung  $\Delta \sigma_{cp}^N$  wird mit Bezug auf Abschnitt 4.3 nach der expliziten Formulierung der Viskoplastizität (Initial Strain Methode) berechnet zu:

$$\sigma_{n,kl}^j = \sigma_{n,kl}^j - D_{el,klrs} \Delta \epsilon_{cp,rs}^N . \quad (5.41)$$

In der ABAQUS Benutzeroutine UMAT wird durch die Verwendung der Initial Strain Methode die Behandlung der plastischen Dehnungsanteile der zyklischen Beruhigung und des

zyklischen Versagens einerseits und der viskoplastischen Dehnungsanteile unter statischer Einwirkung andererseits nicht unterschieden.

### 5.5.6 Steuerung der viskoplastischen Zeitschrittgröße und der inkrementellen Zyklenzahlen (Schritt 2, 4)

ABAQUS stellt in UMAT eine „Schritt Time“ und eine „Total Time“ zur Verfügung. Die Total Time geht mit der Ziffer des Berechnungsschrittes einher. Die Schritt Time wird von ABAQUS in der Regel über die gewählten Verfahren zur Lösung nichtlinearer Randwertprobleme gesteuert. In linear-elastischen Berechnungen ist das Zeitinkrement  $\Delta t = 1.0$ , das heißt, die Last wird in einem Berechnungsschritt aufgebracht (Schritt 1 und 3). In nichtlinearen Fällen werden für statisch-monotone Fälle ausgehend von einem Anfangsinkrement, das heißt, einer Anfangs Schritt Time  $\Delta t \ll 1.0$  und dem auftretenden Konvergenzverhalten, modifizierte Zeitinkremente vorgegeben. Bei gutem Konvergenzverhalten werden die Zeitinkremente extrapoliert, um eine beschleunigte Lösung für das Lastinkrement zu erhalten. Für viskoplastische Materialien bietet ABAQUS die Möglichkeit, ausschließlich die Initial Strain Methode nach Abschnitt 5.3.3 anzuwenden. Auch hier werden in der Regel die Zeitinkremente automatisch extrapoliert.

Da der in UMAT implementierte quasi-statische Stoffansatz zwei von einander unabhängige und nicht zeitgleich auftretende Vorgänge, das zyklische Versagen und die zyklische Beruhigung enthalten sind, wird ABAQUS ein konstantes (viskoplastisches) Zeitinkrement  $\Delta t$  vorgegeben. Für die Simulation viskoplastischer Materialeigenschaften hat *Cormeau (1975)* hierzu nach Abschnitt 2 umfangreiche Untersuchungen durchgeführt. Der absolute Wert dieses Zeitinkrementes wird vom Benutzer im Eingabedatensatz für einzelne Berechnungsschritte festgelegt.

Für Iterationen in denen die Anteile der zyklischen Beruhigung berechnet werden, ist das vorgegebene viskoplastische Zeitinkrement ohne Bedeutung. Innerhalb von UMAT wird eine obere Grenze der explizit zyklisch-plastischen Dehnungsinkremente  $\Delta \epsilon_{cp}^N$  abgeschätzt. In dieser Arbeit wird ein empirisches Kriterium verwendet, in dem in jedem Iterationsschritt zyklisch-plastische Dehnungsinkremente von maximal  $\Delta \epsilon_{cp}^N \leq 2\%$  der Anfangsdehnungen  $\epsilon_{cp}^1$  zum Lastwechsel  $N = 1$  auftreten dürfen.

$$\left| \Delta \epsilon_{cp}^N \right|_n^j \leq \frac{1}{50} \left| \Delta \epsilon_{cp}^1 \right| \quad (5.42)$$

Gesteuert wird diese obere Grenze, die einer maximalen Zyklenzahl  $\Delta N$  entspricht, indirekt über den funktionalen Zusammenhang zwischen Zyklenzahl  $N$  und inkrementeller Entwicklungsgleichung nach Abschnitt 4.

Da während einer Iteration im gesamten Berechnungsausschnitt nur ein und derselbe Vorgang, zyklische Beruhigung oder Versagen, auftreten kann, schreitet die Zyklenzahl  $N$  auch nur in Iterationen der zyklischen Beruhigung voran. Iterationen des zyklischen Versagens leisten keinen Beitrag zur Entwicklung der Zyklenzahl  $N$ . Ist die maximal erwünschte Zyklenzahl erreicht, wird die Berechnung mit Hilfe der ABAQUS Utility Benutzerroutine „XIT“ abgebrochen.

### 5.5.7 Steuerung des zyklischen Versagens und der zyklischen Beruhigung (Schritt4)

Die Umsetzung der kombinierten plastischen Anteile des zyklischen Versagens und der zyklischen Beruhigung des Stoffansatzes nach Abschnitt 4 gestaltet sich schwierig. Wie erläutert sind rechenstechnisch gesehen beide Vorgänge der zyklischen Beruhigung und des zyklischen Versagens zwei unterschiedliche Vorgänge, die sich innerhalb eines Iterationsschrittes für den gesamten Berechnungsausschnitt gegenseitig ausschließen. Beide haben je einen eigenen Zeitmassstab. Die zyklische Beruhigung die Zyklenzahl  $N$  und das zyklische Versagen die viskoplastische Pseudozeitschrittgröße  $\Delta t$ , siehe Abschnitt 5.5.6. Da beide Zeitmassstäbe unabhängig von einander sind, ist die von ABAQUS bereitgestellten Schritt Time nicht, bzw. nur eingeschränkt verwendbar. Es muss daher in jedem Iterationsschritt geprüft werden, ob im diskretisierten Berechnungsausschnitt im vorangegangenen Iterationsschritt Verletzungen des Mohr-Coulombschen Bruchkriteriums vorhanden waren.

UMAT liegt in der innersten Schleife der Berechnung. Es ist von daher nicht möglich, beispielsweise einen neuen Zähler zu definieren bzw. ein Kriterium zu entwickeln, dass die Vorgänge der zyklischen Beruhigung bzw. des zyklischen Versagens trennt. Die lösungsabhängigen Zustandsvariablen SDV am Integrationspunkt sind im Arbeitsspeicher der Berechnung nicht zeitgleich zugänglich, eine Überprüfung der Gesamtheit der Integrationspunkte von daher nicht möglich. Lediglich eine aufwendige Zugriffsteuerung über die binären Ergebnisfiles würde dies erlauben, was jedoch mit einem hohen Ein- und Ausgabeaufwand verbunden ist.

Alternativ ist hier die Möglichkeit einer „Common Block“ Vereinbarung getroffen worden, welche zu jedem Zeitpunkt an jedem Integrationspunkt zugänglich ist. Im Sinne der Modellbildung ist ein Fortran 77 Common Block erstellt, der innerhalb der einzelnen Iterationsschrit-

te die Anzahl der Integrationspunkte,  $\Sigma NF_n$ , mit Verletzung der Bruchkriterien mit  $F_{c,n}^j > 0$  aufsummiert. So kann in jedem Iterationsvorgang geprüft werden, ob im gesamten diskretisierten Berechnungsausschnitt, für das vorangegangene Zeitinkrement  $n-1$ , Verletzungen des Bruchkriteriums stattgefunden haben, d. h.  $\Sigma NF_{n-1} > 0$ .

**Table 5.1:** Inkrementelle plastische Dehnungen am Integrationspunkt in Abhängigkeit der vorhergehenden Iteration sowie der verwendeten Materialtheorie für die zyklisch-viskoplastische Berechnung, Schritt 4

Materialtheorie am Integrationspunkt	plastisches Dehnungsinkrement			
	$\Sigma NF_{n-1} = 0$		$\Sigma NF_{n-1} > 0$	
	$F_{c,n}^j > 0$	$F_{c,n}^j = 0$	$F_{c,n}^j > 0$	$F_{c,n}^j = 0$
zyklisch-viskoplastisch	$\Delta \epsilon_{cp}$	$\Delta \epsilon_{cp}$	$\Delta \epsilon_{vp}$	-
viskoplastisch	$\Delta \epsilon_{vp}$	-	$\Delta \epsilon_{vp}$	-
elastisch	-	-	-	-

Solange  $\Sigma NF_{n-1} > 0$  ist, werden für den gesamten Berechnungsausschnitt für alle zyklisch-viskoplastischen Materialien mit Verletzung des Bruchkriteriums  $F_c$  Dehnungsinkremente des zyklischen Versagens bestimmt. Der konvergierte Zustand mit  $\Sigma NF_{n-1} = 0$  erlaubt dagegen die Berechnung der zyklischen Beruhigung. Sind im Berechnungsausschnitt Materialien enthalten, die zyklisch-plastisches Materialverhalten ausschließen, werden in Zuständen der zyklischen Beruhigung nur elastische bzw. viskoplastische Dehnungen berechnet, siehe Tabelle 5.1.

### 5.5.8 Primärspannungszustand (Schritt 1, 2) und zyklisch-deviatorische Spannungsamplitude (Schritt 4)

Der für die Berechnung der zyklisch-plastischen Hauptdehnungsinkremente erforderliche Primärspannungszustand, der im zyklischen Triaxialversuch der konstanten Seitenspannung  $\sigma_3$  gleichkommt, wird an jedem Integrationspunkt mit zyklisch-plastischem Materialverhalten zu jeder Iteration der Berechnungsschritte 1 und 2 als zustandsabhängige Variable SDV abgespeichert. Für jeden Integrationspunkt ist somit zu jeder späteren Iteration der Primärspan-

nungszustand  $\sigma_{SDV}$  direkt aus dem Arbeitsspeicher zugänglich. Durch diese Vorgehensweise kann in Schritt 4 die zyklisch-deviatorische Spannung  $S_c$  nach Abschnitt 4,

$$S_{c,kl}^j = \sigma_{n,kl}^j - \sigma_{SDV,kl} \quad (5.43)$$

zur Ermittlung des Verhältnisses  $X$  der zyklisch-deviatorischen Spannung zur statisch-deviatorischen Bruchspannung berechnet werden.

## 5.6 Erfahrungen mit der Benutzerroutine UMAT

Im Vorangegangenen ist die Implementation der zyklisch-viskoplastischen Stoffroutinen nach Abschnitt 4 in die ABAQUS Schnittstelle für Benutzerroutinen UMAT erläutert worden. In Abschnitt 6 finden sich Verifikationsbeispiele für die einzelnen Komponenten des Stoffansatzes. Mit ABAQUS können dreidimensionale Berechnungen für granulare Materialien unter nichtruhender Lasteinwirkung durchgeführt werden. Im folgenden sollen die Vor- und Nachteile der Wahl des FE Programms ABAQUS zur numerischen Umsetzung des quasi-statisch zyklisch-viskoplastischen Stoffansatzes aufgezeigt werden.

Nach Abschnitt 5.3.3 wird für die Berechnung der viskoplastischen Anteile und zyklisch-viskoplastischen Anteile das von ABAQUS angebotene modifizierte Newton Raphson Verfahren in Form der Initial Strain Methode für explizites viskoplastisches Materialverhalten verwendet. Die in der ABAQUS Terminologie sogenannte Gradientenmatrix bzw. Spannungs-Verzerrungsmatrix  $D = \Delta\delta\sigma/\Delta\delta\varepsilon$  entspricht für diesen Fall der konstanten Elastizitätsmatrix  $D_{el}$ . Eine Neuaufstellung sowie Faktorisierung der Steifigkeitsmatrix  $K$  sollte bei diesem Verfahren zu Lasten einer erhöhten Iterationszahl entfallen. Entgegen der ABAQUS Benutzerführung entsteht aber der Eindruck, dass dem bei ABAQUS nicht so ist. Vergleichsberechnungen mit einer nicht-kommerziellen Software, die grundsätzlich auf der Initial Strain Methode aufbaut, ergeben für Berechnungen mit ABAQUS einen stark erhöhten Berechnungsaufwand.

Ebenfalls wurden Vergleichsberechnungen unter Anwendung des Quasi-Newton Verfahrens nach Abschnitt 5.3.4 durchgeführt. Entsprechend der Benutzerführung kann die Anzahl der Iterationen ohne Neuaufstellung der „Kernelmatrix“ definiert werden. Ein und dieselbe Matrix kann über Inkremente hinweg konstant gehalten werden. Für die Vergleichsberechnungen werden die ABAQUS Konvergenzkriterien künstlich niedrig gehalten, so dass für jedes Zeitinkrement  $\Delta t$  entsprechend der Initial Strain Methode eine Iteration benötigt wird. Obwohl durch die Pre- und Post- Multiplikationen ein erhöhter Berechnungsaufwand entsteht, sind

keine bedeutenden Unterschiede in der Rechenzeit zu der angebotenen expliziten Initial Strain Methode feststellbar. Die Berechnungsergebnisse an sich sind identisch. Vergleichende Berechnungen unter Ansatz des Modified Newton Verfahrens mit ebenfalls erzwungener Konvergenz für jeden Zeitschritt ergaben noch höhere Rechenzeiten.

Der erhöhte Rechenzeitaufwand steht einer sehr einfachen Benutzerführung, Netzgenerierung sowie einem einfachen Pre- und Postprocessing mit der ABAQUS Software entgegen. Insbesondere bei großen sowie dreidimensionalen Berechnungen, kann die Netzgenerierung und Auswertung sehr Umfangreich werden, so dass der Nachteil aus der vorgenannten erhöhten Rechenzeit relativiert wird.

Es ist möglich, die gefundenen Ansätze auch in nicht kommerzielle FE Programmcodes, die frei über das Internet erhältlich sind, siehe beispielsweise *Smith/Griffith (1997)*, zu implementieren. Diese Programmcodes haben den Vorteil, dass der gesamte Source Code zugänglich ist und man sich nicht auf eine Benutzerschnittstelle in der innersten Schleife der Berechnung beschränken muss. Weiterhin können die vom Benutzer programmierten Routinen leichter über Debugger auf Fehler untersucht werden. Bei ABAQUS wird im ungünstigsten Fall die Anwendung einer sogenannten „Jacket“ Routine notwendig, die das Hauptprogramm ABAQUS simuliert, *Köttgen et al. (1991)*.

Wird in ABAQUS wie in diesem Fall die Initial Strain Methode angewendet, können sich gravierende Rechenzeit Unterschiede ergeben. Den frei erhältlichen Programmen fehlen in der Regel jedoch die bei ABAQUS vorhandenen Tools des Pre- und Postprocessing.

Unter Abwägung des Vorgenannten erscheint eine Benutzung von ABAQUS mit den implementierten Stoffroutinen zur Berechnung von Langzeitverformungen unter zyklischer Lasteinwirkung als sinnvoll.

## **6 Verifikation der in die ABAQUS Benutzerroutine UMAT implementierten Stoffroutinen**

### **6.1 Allgemeines**

Der in Abschnitt 4 beschriebene zyklisch-viskoplastische Stoffansatz für granulare Böden unter nicht ruhender Lasteinwirkung ist entsprechend Abschnitt 5 in das Finite-Elemente Programm ABAQUS/standard implementiert worden. Zur Anwendung kommt hierbei die von ABAQUS/standard vorgegebene Schnittstelle *UserMATERial* (UMAT).

Grundlage für die weitergehenden numerischen Analysen an Modellversuchen und praktischen Projekten ist die Verifizierung der implementierten Stoffroutinen an einfachen Strukturen bzw. Elementen. Ausgehend von analytischen Vergleichsrechnungen der Dehnungszunahme an Elementen werden dazu Vergleichsstudien an komplexeren Problemstellungen aus der Literatur und entsprechende analytische Sonderfälle vorgenommen.

Nach Abschnitt 4 sind folgende Dehnungsanteile der implementierten Stoffroutinen relevant:

- viskoplastische Anteile für den Primärspannungszustand
- Anteile des zyklischen Versagens (viskoplastisch)
- Anteile der zyklischen Beruhigung (zyklisch-plastisch)

Die numerische Behandlung der viskoplastischen Anteile des Primärspannungszustandes und des zyklischen Versagens ist nach Abschnitt 5 identisch. Die numerische Behandlung der zyklisch-plastischen Dehnungsanteile entspricht im wesentlichen der viskoplastischen, mit dem Unterschied der zugrundeliegenden Differentialgleichungen.

### **6.2 Viskoplastische Dehnungsanteile**

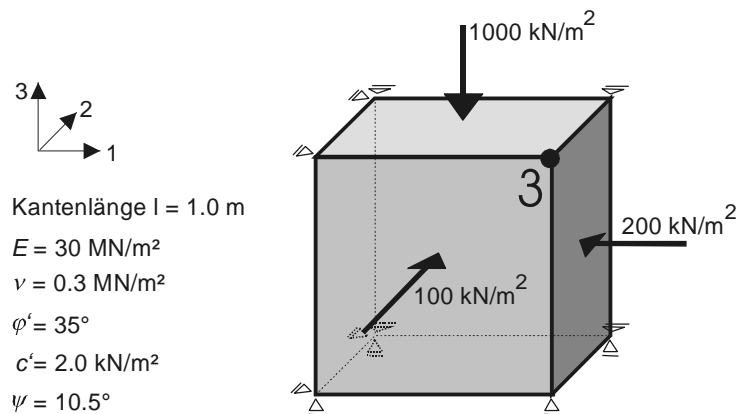
#### **6.2.1 Schubbruch und Zugbruch**

Die implementierten Routinen der in Abschnitt 2.3.3 beschriebenen Theorie der Viskoplastizität mit expliziter Dehnungsratenintegration (Initial-Strain Methode) für Schubbruch können am anschaulichsten am Beispiel eines ideellen Quaders unter deviatorischer Beanspruchung überprüft werden. Bild 6.1 zeigt dazu die Geometrie eines Probekörpers zum Nachweis des Schubbruchs welcher sowohl mit Hilfe von ABAQUS als auch mit Hilfe der dazugehörigen analytischen Lösung berechnet wird.

Der genannte Materialblock mit der Kantenlänge  $l = 1.0 \text{ m}$  wird für die FE-Berechnung durch ein einzelnes 8-Knoten Element diskretisiert und triaxial belastet. Die Freiheitsgrade des Elementes sind unter Ausnutzung der Symmetrieachsen eingeschränkt, so dass als einziger Knoten der Punkt 3 frei verschieblich ist. Durch die Verletzung des Mohr-Coulombschen Bruchkriteriums ohne Verfestigung und der fehlenden Lastumlagerungsmöglichkeiten entsteht eine *konstante* viskoplastische Dehnungsrate  $\dot{\epsilon}_{vp}$  für jeden translatorischen Freiheitsgrad des Knoten 3. In jedem Zeitinkrement muss für das ideal-plastische Material daher exakt der gleiche viskoplastische Dehnungszuwachs auftreten.

**Bild 6.1:**

Materialblock unter deviatorischer Beanspruchung



Aus Bild 6.1 sind die verwendeten Belastungs- sowie geometrischen Randbedingungen und die gewählten idellen bodenmechanische Parameter mit nicht assoziierter Fließregel für den zu untersuchenden quaderförmigen Materialblock ersichtlich.

Nach Gleichung (2.2) lässt sich das Mohr-Coulombsche Bruchkriterium zu

$$F_{MC} = \frac{1}{2} \sigma_1 \cdot (1 - \sin \varphi') - \frac{1}{2} \sigma_3 \cdot (1 + \sin \varphi') - c' \cdot \cos \varphi' = 132.89 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

bestimmen. Mit dem totalen Differential des plastischen Potentials nach Gleichung (2.14),

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial \sigma} &= \frac{\partial Q}{\partial \sigma_m} \frac{\partial \sigma_m}{\partial \sigma} + \frac{\partial Q}{\partial \bar{\sigma}} \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} + \frac{\partial Q}{\partial J_3} \frac{\partial J_3}{\partial \sigma} \\ &\approx \{ 0, -0.40888, 0.59111, 0, 0, 0 \}^T \end{aligned}$$

ergibt sich nach Gleichung (2.20) und mit einer gewählten Viskositätszahl  $\eta = 1.0 \text{ kNs/m}^2$  eine konstante viskoplastische Dehnungsrate von

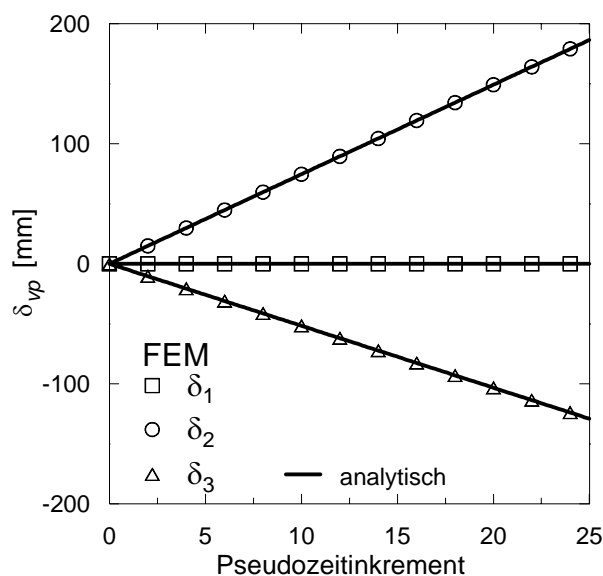
$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{vp} &= \frac{1}{\eta} \langle \phi(F) \rangle \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \\ &\approx \{ 0, -54.3361, 78.5526, 0, 0, 0 \}^T \end{aligned}$$



Aus der Referenzberechnung mit ABAQUS ergibt sich für die gewählten Randbedingungen eine konstante viskoplastische Dehnungsrate von

$$\dot{\epsilon}_{vp, FE} \approx \{0, -54.3473, 78.5578, 0, 0, 0\}^T$$

und somit zwischen analytischer Lösung und der FE-Berechnung eine Abweichung von weniger als 0.02%. Bild 6.2 zeigt dazu für die bleibenden Verformungen bzw. Verschiebungen  $\delta_{vp}$  eine Gegenüberstellung der FEM Lösung zur analytischen Lösung. Die Abweichung von 0.02% ist im Rahmen der Toleranz für nichtlineare FEM Berechnungen, die im allgemeinen höher liegen. Für später durchzuführende Berechnungen sind die Unterschiede generell von mehreren Faktoren wie Diskretisierung, Wertigkeit des Elementes, Zeitschrittgröße usw. abhängig.



**Bild 6.2:**

Vergleich viskoplastischer Verformungen, numerisch vs. analytisch für ideal plastisches Materialverhalten nach Bild 6.1.

Für die hier durchgeführte viskoplastische Berechnung gilt nach Gleichung (2.25) eine obere Grenze der Pseudozeitschrittgröße von

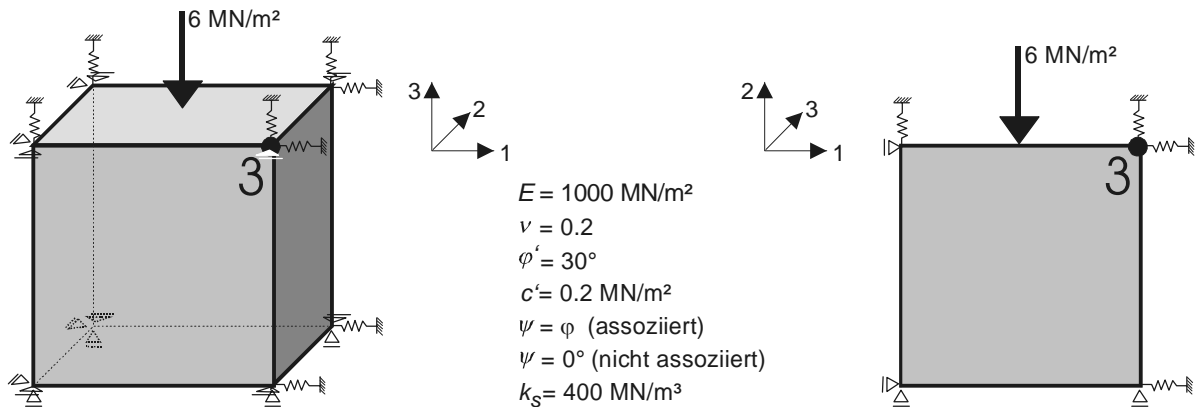
$$\Delta t \leq \frac{4 \cdot (1 + \nu) \cdot (1 - 2\nu) \cdot \eta}{E(1 - 2\nu + \sin^2 \varphi)} = 9.5 \cdot 10^{-5} \text{ s}.$$

Der analog geführte Nachweis für Zugbruch nach Gleichung (2.11) liefert äquivalente Ergebnisse. Von einer Darstellung der Ergebnisse wird deshalb abgesehen.

### 6.2.2 Lastumlagerung

Die folgende Vergleichsberechnung nach Wittke (1990) erlaubt die Überprüfung der Lastumlagerung, hervorgerufen durch die im Element entstandenen viskoplastischen Dehnungen.

Weiterhin werden die implementierten Routinen für den ebenen und räumlichen Fall überprüft.



**Bild 6.3:** Vergleichsberechnung zur Lastumlagerung, nach Wittke (1990)

Der Berechnung liegt die Quadergeometrie aus Bild 6.1 zugrunde. Dem Quader wird zusätzlich der translatorische Freiheitsgrad senkrecht zur Bildfläche gesperrt, um einen ebenen Verzerrungszustand sicherzustellen. Im zweidimensionalen Fall ergibt sich ein Quadrat nach Bild 6.3.

Ergänzend werden an den entsprechenden freien Knoten linear elastische Federn in den verbleibenden Freiheitsgraden angebracht. Durch die akkumulierenden viskoplastischen Dehnungen werden die unbalanzierten Spannungen als Federkräfte umgelagert. Das System befindet sich nach erfolgter Lastumlagerung im Gleichgewicht, sobald das Mohr-Coulombsche Bruchkriterium eingehalten ist ( $F \approx 0$ ).

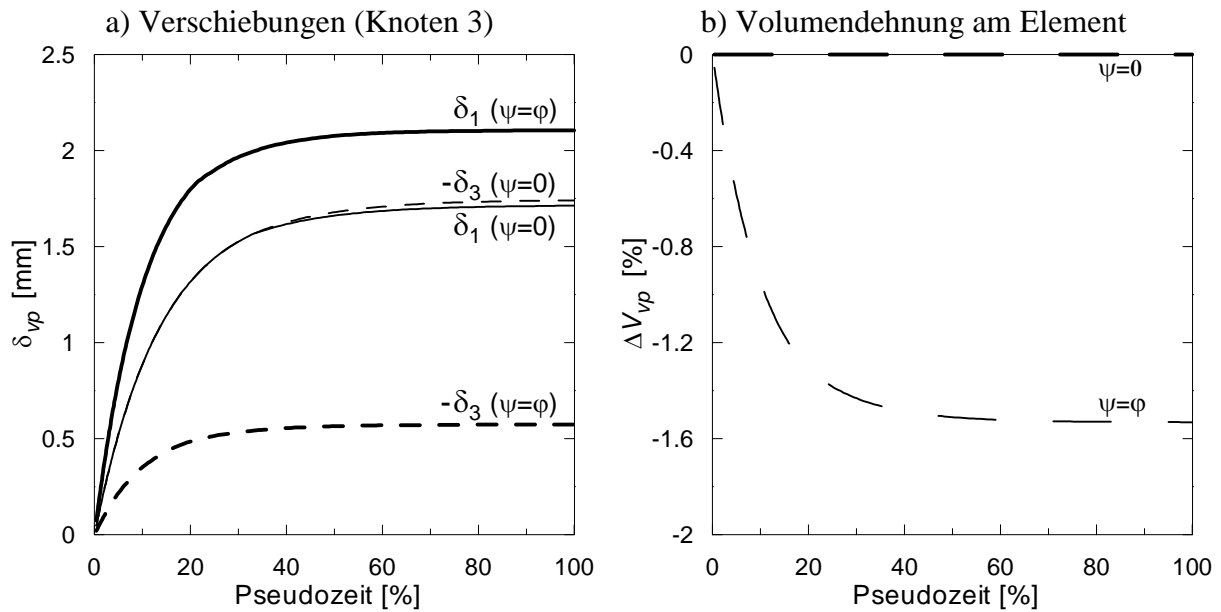
Für den Anfangszustand des behandelten Systems im elastischen Gleichgewicht gilt,

$$\sigma_1 = 4.36 \text{ MN/m}^2; \sigma_2 = 0.30 \text{ MN/m}^2; \sigma_3 = 0.93 \text{ MN/m}^2.$$

wobei das Mohr-Coulombsche Bruchkriterium verletzt ist:

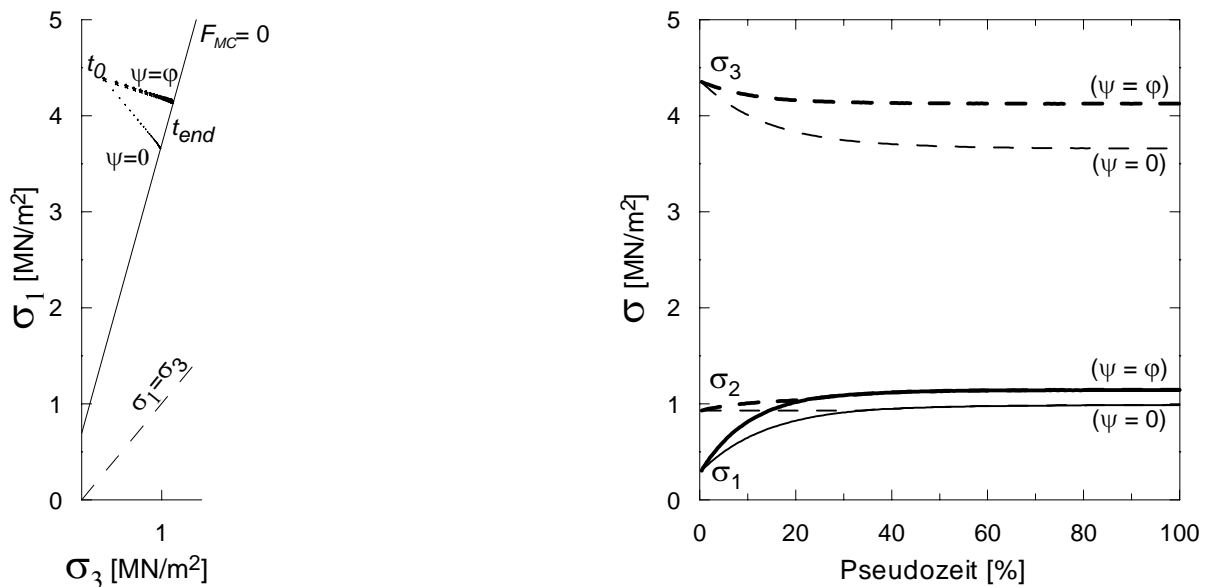
$$F_{MC} = \frac{1}{2}(-0.3) \cdot (1 + \sin 30^\circ) - \frac{1}{2}(-4.36) \cdot (1 - \sin 30^\circ) - 0.2 \cdot \cos 30^\circ = 0.69 \text{ MN} / \text{m}^2 \geq 0.$$

Bild 6.4a zeigt für eine assoziierte und nicht-assozierte Fließregel den zeitlichen Verlauf der viskoplastischen Verschiebungsanteile  $\delta_{vp, i}$  und der Volumendehnung  $\Delta V_{vp}$ . In Bild 6.5b ist dazu der Verlauf der Spannungsänderung dargestellt. Die Spannungsumlagerung erfolgt auf die linear-elastischen Federn. Deutlich erkennbar ist das unterschiedliche Dilatanzverhalten in Bezug auf die Verformungsgrößen. Aus der Entwicklung der Volumendehnung am Element in Bild 6.4b ist für die nicht assoziierte Fließregel ( $\Psi = 0$ ) Volumenkonstanz zu erkennen.



**Bild 6.4:** Ergebnisse der viskoplastischen Berechnung am Element vs. Pseudozeit

Bild 6.5 zeigt die Rückkehr des Spannungspfades bzw. -zustandes auf die Fließfläche ( $F_{MC} \approx 0$ ). Bei assoziierter Fließregel steht der Verformungsvektor senkrecht auf der Fließfläche.

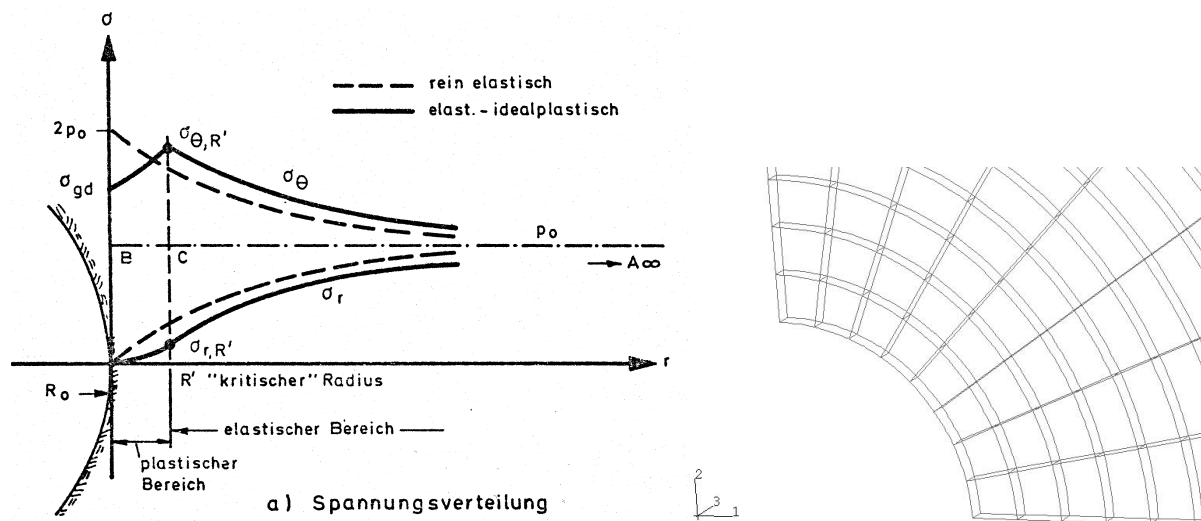


**Bild 6.5:** a) Rückkehr des Spannungspfades zur Fließfläche (assoziiert / nicht assoziiert)  
b) Spannungsumlagerungen vom Element auf die Federn während der Verformungsgeschichten

Mit dem Berechnungsbeispiel ist belegt, dass übereinstimmende Ergebnisse zu *Wittke (1990)* erreicht werden und die implementierten viskoplastischen Routinen für den ebenen und räumlichen Fall identische Ergebnisse liefern.

### 6.2.3 Analytisches Beispiel: Kreisrunde Tunnelröhre

Als Anwendungsbeispiel zum viskoplastischen Verformungsvorgang bietet sich ein Sonderfall des ideal-plastischen Post-Failure-Verhaltens bei Steinsalz an. *Kastner (1962)* zeigt für diesen Fall eine Lösung für das Spannungsumfeld eines kreisrunden Tunnelausbruches auf.



**Bild 6.6:** Spannungsverteilung für kreisrunde Tunnelausbrüche, *Kastner (1962)*; FE Netz

Für die elastisch ideal-plastischen Verschiebungen wird von *Egger (1973)* ein analytischer Zusammenhang gegeben.

$$u = \frac{1}{r^\alpha} \cdot c_{st} + \frac{(1-\nu^2)}{E} \cdot \frac{\sigma_{gd}}{\lambda_p - 1} \cdot r \cdot \left\{ \left( \frac{r}{R_0} \right)^{\lambda_p - 1} \left[ (\lambda_p - 1) \cdot \frac{\sigma_{r0}}{\sigma_{gd}} + 1 \right] \cdot \left[ \frac{1 + \alpha \cdot \lambda_p}{\alpha + \lambda_p} - \frac{\nu}{1 - \nu} \right] - \frac{1 - 2\nu}{1 - \nu} \right\} \quad (6.1)$$

mit:

$$u_{R'} = \frac{1 + \nu}{E} \cdot R' \cdot [2 \cdot (1 - \nu) \cdot p_0 - \sigma_{r,R'}] \quad (6.2)$$

$$\sigma_{r,R'} = \frac{2p_0 - \sigma_{gd}}{\lambda_p + 1} \quad (6.3)$$

$$c_{st} = R'^{\alpha} \cdot u_{R'} - \frac{1-\nu^2}{E} \cdot \frac{\sigma_{gd}}{\lambda_p - 1} \cdot R'^{(\alpha+1)}. \quad (6.4)$$

$$\left\{ \left( \frac{R'}{R_0} \right)^{\lambda_p - 1} \cdot \left[ (\lambda_p - 1) \cdot \frac{\sigma_{r0}}{\sigma_{gd}} + 1 \right] \cdot \left[ \frac{1 + \alpha \cdot \lambda_p}{\alpha + \lambda_p} - \frac{\nu}{1 - \nu} \right] - \frac{1 - 2\nu}{1 - \nu} \right\}$$

$$R' = R_0 \cdot \left[ \frac{2}{\lambda_p + 1} \cdot \frac{p_0(\lambda_p - 1) + \sigma_{gd}}{\sigma_{r0} \cdot (\lambda_p - 1) + \sigma_{gd}} \right]^{\frac{1}{\lambda_p - 1}} \quad (6.5)$$

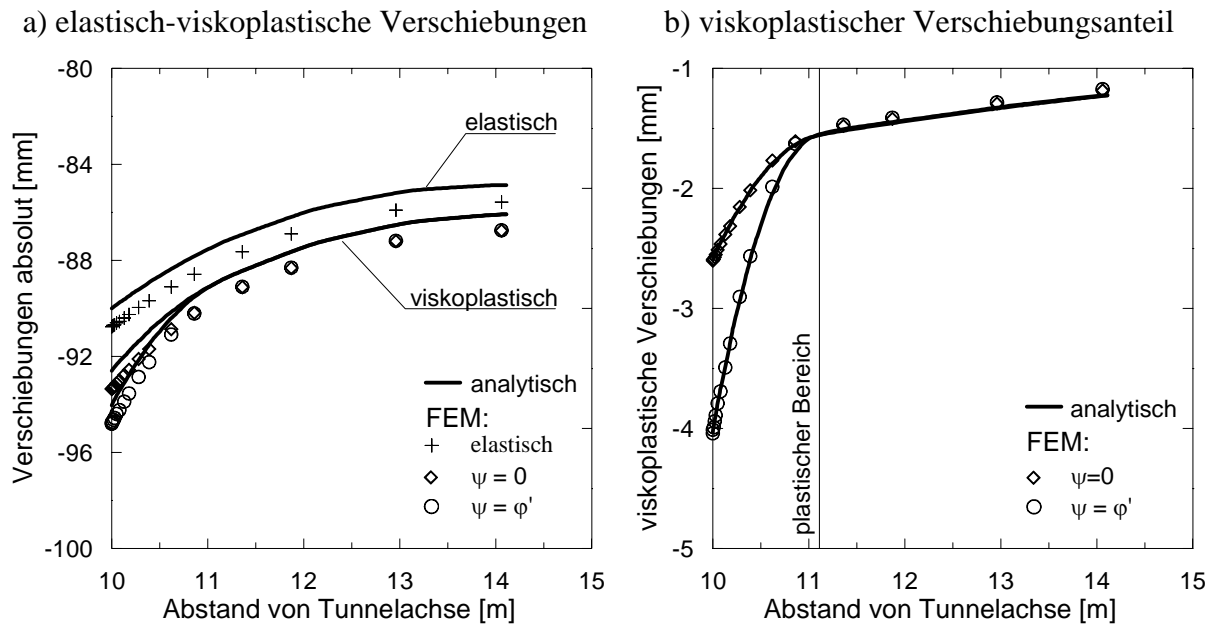
mit:

- $u$  elastisch-plastische Verschiebungen im Umfeld des Tunnelausbruch
- $R_0$  Tunnelradius [m]
- $\alpha$  Auflockerungsbeiwert [-]
- $\lambda_p$  Gebirgsfestigkeit [t/m<sup>2</sup>]
- $c_{st}$  Integrationskonstante
- $R'$  kritischer Radius [m]
- $u_{R'}$  (elastischer) Verschiebungswert am kritischer Radius [m]
- $\sigma_{r0}$  Innendruck (Ausbauwiderstand) an  $R_0$  angreifend [t/m<sup>2</sup>]
- $p_0$  allseits gleicher Druck des Primärspannungsfeldes

Für die Vergleichsrechnungen werden folgende Randbedingungen gewählt:

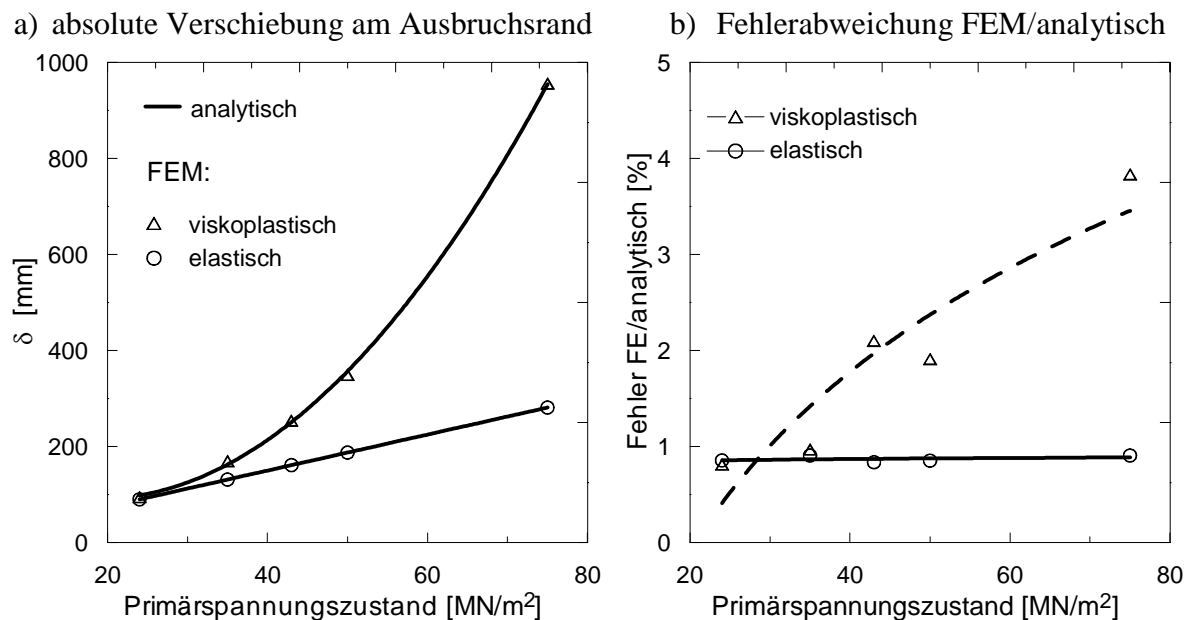
- Tunnelradius:  $r = 10,0\text{m}$
- Primärspannungszustand des Gebirges: allseitig gleicher Druck; in der Berechnung wird der Primärspannungszustand von  $p_0 = 24 \text{ MN/m}^2$  bis  $p_0 = 75 \text{ MN/m}^2$  variiert
- Gebirgsfestigkeit: konstant  $\sigma_{gd} = 36 \text{ MN/m}^2$ ;  
in bodenmechanischer Schreibweise  $\varphi' = 19.47^\circ$  und  $c = 12.75 \text{ MN/m}^2$
- Elastizitätsmodul: konstant  $E = 5000 \text{ MN/m}^2$ ; die Berechnungen werden mit assoziierter ( $\psi = \varphi$ ) sowie nicht-assoziierter Fließregel ( $\psi = 0^\circ$ ) durchgeführt.

In Bild 6.7a sind die absoluten Verschiebungen radial zur Tunnelachse aufgetragen. Der Vergleich der analytischen und FEM Lösung für den elastischen Fall zeigt geringe Abweichungen. Der Fehler, der für den elastischen Fall nach Bild 6.8b unter 1 % liegt, ist durch die FEM Näherungslösung als solches begründet. Bild 6.7b zeigt die um die elastische Lösung bereinigten viskoplastischen Verschiebungen.



**Bild 6.7:** Verschiebungen am Ausbruchrand eines kreisrunden Tunnels für einen isotropen Primärspannungszustand von  $p_0 = 24 \text{ MN/m}^2$  und einer assoziierten Fließregel; analytische Lösung nach Egger (1973) sowie Berechnung nach der FEM

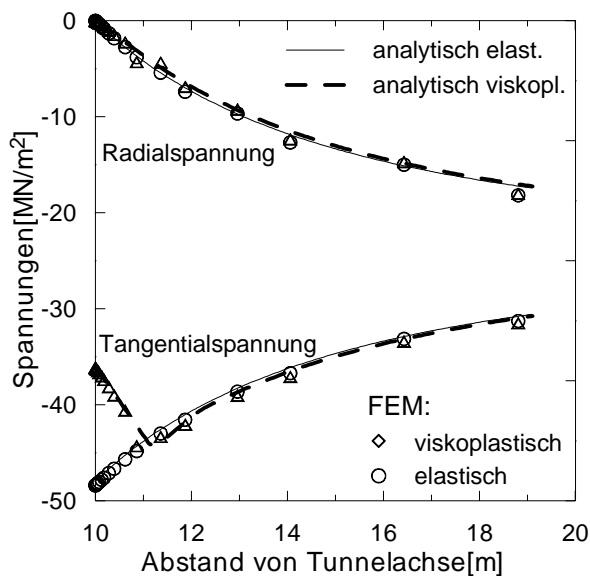
Die numerische Lösung stimmt gut überein mit der analytischen Lösung (ideal-plastisch). Zu erkennen ist der plastische Bereich (innerhalb des kritischen Radius) in dem die Gesteinsfestigkeit überschritten wird und Lastumlagerungen durch Plastifizierung stattfinden.



**Bild 6.8:** Verschiebungen am Ausbruchrand eines kreisrunden Tunnels mit assoziierter Fließregel in Abhängigkeit vom Primärspannungszustand

Die Fehler gegenüber der analytischen Lösung für die elastisch-viskoplastischen Verschiebungen am Ausbruchsrund variieren zwischen 1% und 4%. Dieser Fehler liegt im üblichen Rahmen für nicht-lineare numerische Berechnungen und ist von der Wertigkeit der Elemente sowie der relativen Größe der Nichtlinearitäten abhängig.

In Übereinstimmung mit den Ergebnissen nach Abschnitt 6.2.2, führt der Ansatz einer assoziierten Fließregel aufgrund fehlender Volumenkonstanz zu einer Auflockerung bzw. einer größeren Verformung, siehe Bild 6.7b.



**Bild 6.9:**

Spannungen am Ausbruchsrund eines kreisrunden Tunnels, analytische Lösung nach Egger (1973) und Berechnung nach der FEM

Bild 6.9 zeigt eine gute Übereinstimmung der Spannungen im Umfeld des Tunnelausbruches zwischen analytischer und numerischer Lösung, wobei letztere von der gewählten Diskretisierung abhängig ist. Die radialen Spannungen am Tunnelausbruch gehen auf Null zurück, während die tangentialen Spannungen durch Plastifizierung die Gebirgsdruckfestigkeit erreichen.

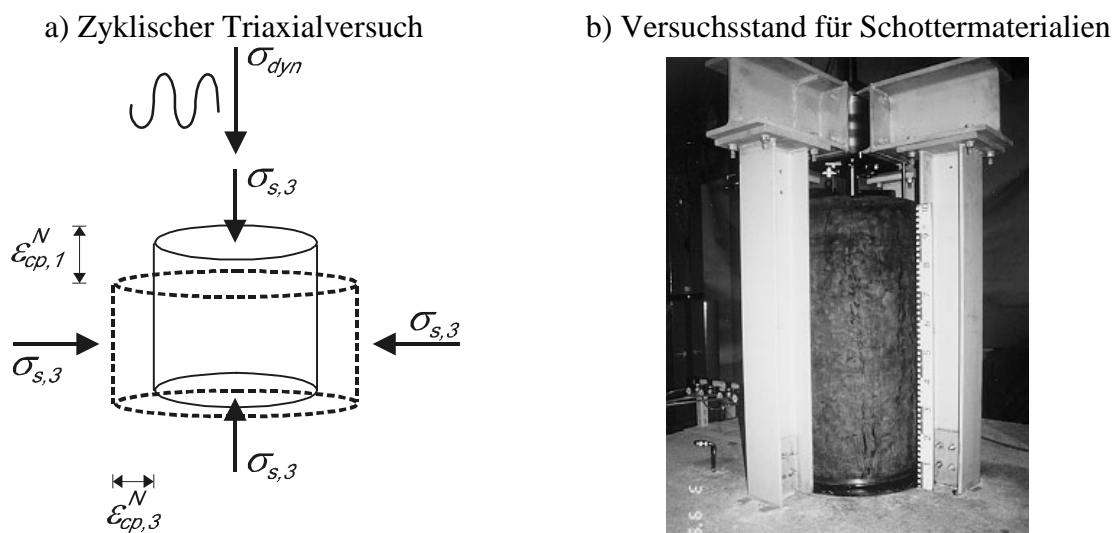
Mit dem Berechnungsbeispiel ist belegt, dass die implementierten viskoplastischen Routinen (Initial Strain Methode) für allgemeine dreidimensionale Spannungszustände den analytischen Lösungen entsprechend gute Ergebnisse liefern. Des weiteren wird bestätigt, dass bei Einhalten der oberen viskoplastischen Zeitschrittgrenze nach Cormeau (1975), ausreichend genaue Ergebnisse gegenüber der analytischen Lösung erreicht werden.

### 6.3 Zyklisch-plastische Dehnungsanteile

Die Verifizierung der in UMAT implementierten Routinen zur Abbildung der zyklisch-plastischen Dehnungsanteile, der in Abschnitt 4.3.2 erläuterten zyklischen Beruhigung, wird

beispielhaft anhand der Nachrechnung von zyklischen Triaxialversuchen an Schottermaterialien vorgenommen. Auf eine Darstellung gleichwertiger Ergebnisse an Sanden wird hier verzichtet.

Wie zuvor erläutert, wird in dieser Arbeit zur Umsetzung aller plastischen Dehnungsanteile die explizite Initial Strain Methode angewandt. Nach Abschnitt 6.2 ist die Funktionalität der Initial Strain Methode anhand der viskoplastischen Dehnungsanteile verifiziert. Nun ist der Nachweis zu führen, dass die inkrementellen Entwicklungsgleichungen der zyklisch-plastischen Dehnungsanteile richtig formuliert sind. Dies erfolgt über den Vergleich der mit dem zyklisch-triaxialen Versuchsgerät CTCRC nach *Gotschol (2002)* ermittelten zyklisch-plastischen Dehnungsanteile mit den Ergebnissen nach der FEM-Methode (ABAQUS).



**Bild 6.10:** Lastschema und zyklisch-triaxialer Versuchsstand, aus *Gotschol (2002)*

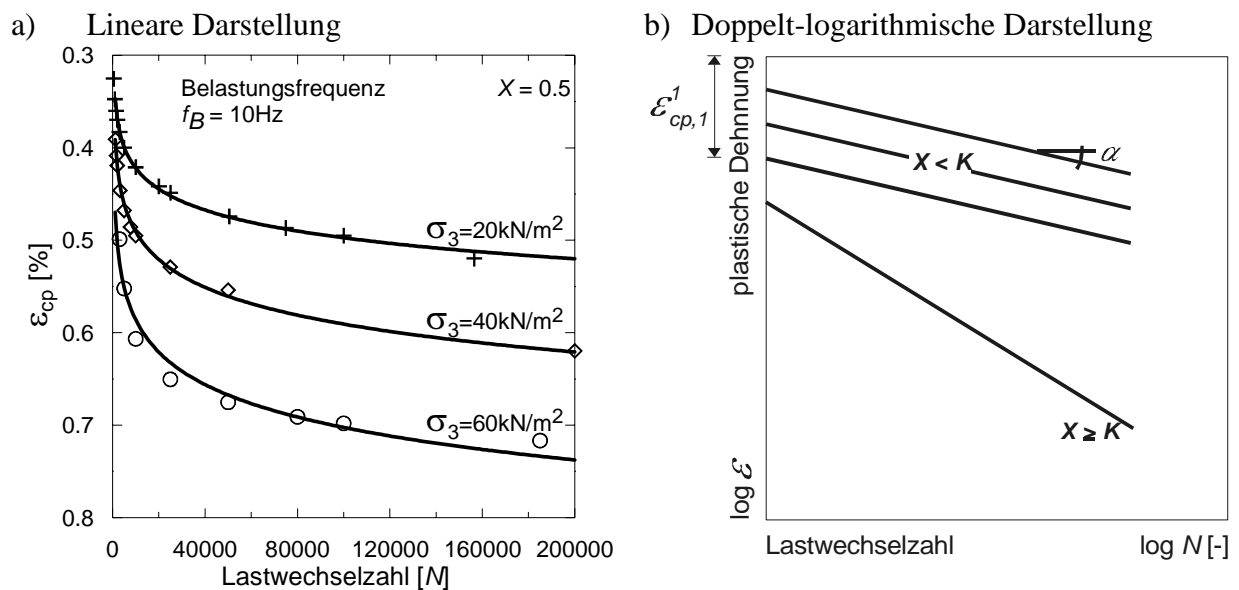
Bild 6.10 zeigt den von *Gotschol (2002)* konzipierten zyklisch-triaxialen Versuchsstand und das dazugehörige Belastungsschema. Ausgehend vom statischen Primärspannungszustand  $\sigma_{s,3}$  wird eine harmonische, zyklisch-dynamische Axialspannung  $\sigma_{dyn}$  aufgebracht. Die Untersuchung beschränkt sich, bedingt durch die konstruktive Ausbildung der Zelle, auf eine statische Seitenspannung.

Für den zyklischen Beruhigungszustand konvergieren mit steigender Lastwechselzahl die bleibenden axialen und radialen Dehnungen  $\varepsilon_{cp,i}^N$  in den Hauptspannungsrichtungen. In Bild 6.11a sind die Versuchsergebnisse im linearen Maßstab aufgetragen.

Übliche Darstellungsformen zur Beschreibung des Dehnungsverhaltens im zyklischen Triaxialversuch sind entsprechend Abschnitt 4.3 halb-logarithmische, doppelt-logarithmische sowie



exponentielle Ansätze. In Bild 6.11b ist beispielhaft eine Möglichkeit zur Auswertung der Versuchsergebnisse im doppelt logarithmischen Maßstab dargestellt. Für Spannungszustände  $X < K$  nehmen die Lastwechsel-Dehnungsbeziehungen eine zueinander parallele lineare Form an. Somit können auf einfache Weise die Einflussparameter nach Abschnitt 4.4 ermittelt werden. Die Mindestanzahl der Versuche sind 3 Einzelversuche mit unterschiedlichen Spannungsverhältnissen  $X < K$ . Für Spannungsverhältnisse  $X \geq K$  tritt ein zyklisches Versagen ein, dass durch einen starken Anstieg der Dehnungszunahme gekennzeichnet ist. In diesem Fall kommt es zu einem schnellen Versagen der Bodenprobe.



**Bild 6.11:** Versuchsergebnisse und Darstellungsformen von zyklisch-triaxialen Versuchsergebnissen, nach *Gotschol (2002)*

Bild 6.12 zeigt im doppelt logarithmischen Maßstab die Ergebnisse der drei zyklischen Triaxialversuche aus Bild 6.11a. In der hier gewählten Skalierung lassen sich die angeführten linearen Beziehungen und daraus die Eingangsparameter des Stoffansatzes b nach Abschnitt 4.3.2.2 ableiten. Zur Ableitung geeigneter Eingangsparameter ist nach *Gotschol (2002)* im allgemeinen eine statistisch aussagefähige Mindestanzahl von Reproduktionsversuchen durchzuführen.

**Bild 6.12:**

Versuchsergebnisse und Beschreibung durch Regressionsgeraden von 3 zyklischen Triaxialversuchen an Basaltschotter 22.4/63 mit unterschiedlichen Seitenspannungen  $\sigma_3$ , aus Gotschol (2002)

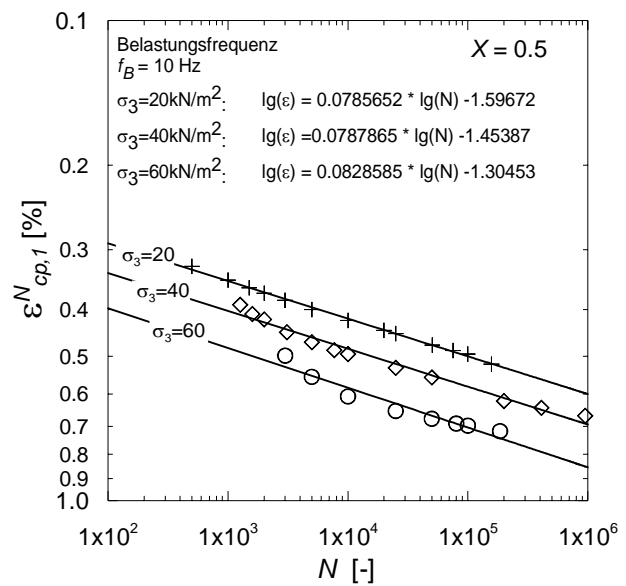


Tabelle 6.1 enthält die aus den Versuchen nach Bild 6.12 abgeleiteten bodenmechanischen Kenngrößen.

**Tabelle 6.1:** Bodenmechanische Kenngrößen, Basaltschotter 22.4/63

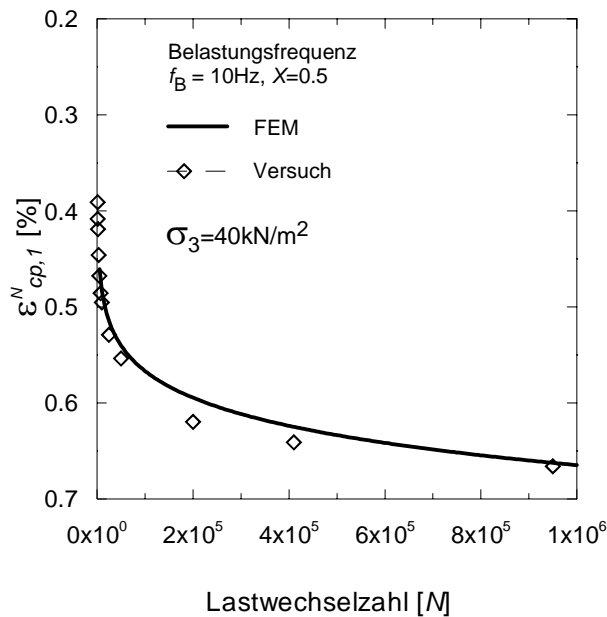
$E$ [MN/m <sup>2</sup> ]	$\nu$ [-]	$\rho$ [g/cm <sup>3</sup> ]	$\varphi'$ [°]	$\psi$ [°]	$c'$ [kN/m <sup>2</sup> ]
50.0	0.33	2.13	50.0	16.0	0.0

Tabelle 6.2 zeigt zusammenfassend die zur Beschreibung des zyklisch-viskoplastischen Stoffansatzes zusätzlich benötigten Parameter.

**Tabelle 6.2:** Parameter für den zyklisch-viskoplastischen Stoffansatz, Basaltschotter 22.4/63

$\alpha$ [-]	$\beta$ [-]	$\chi$ [-]	$N$ [-]	$\omega_0$ [-]	$\lambda_1$ [-]	$\lambda_2$ [-]	$K$ [-]
0.0787	0.172	-1.05	0.0	0.014	0.1	0.0	0.8

In Bild 6.13 ist beispielhaft der Vergleich der Versuchsergebnisse und der numerischen Berechnungsergebnisse für den zyklischen Triaxialversuch mit der Seitenspannung  $\sigma_{s,3} = 40 \text{ kN/m}^2$  wiedergegeben. Demnach liegt eine befriedigende Übereinstimmung zwischen der numerischen Modellierung mit ABAQUS und dem zyklisch-triaxialen Laborversuch vor.

**Bild 6.13:**

Vergleich der Versuchsergebnisse für den zyklischen Triaxialversuch an Basalt-schotter 22.4/63 mit  $\sigma_3 = 40.0 \text{ kN/m}^2$ , aus Gotschol (2002), zur numerischen Berechnung

Die durchgeführte Vergleichsberechnung zu den plastischen Hauptdehnungen des zyklischen Versagens ergeben eine gute Übereinstimmung der zyklisch-plastischen Dehnungen  $\varepsilon_{cp,i}^N$  für die Hauptspannungsrichtungen  $\sigma_i$ , die im zyklischen Triaxialversuch der axialen sowie radialen Richtung entsprechen, siehe Tabelle 6.3. Nach Abschnitt 5 werden in der ABAQUS Benutzeroutine UMAT die Hauptdehnungsinkremente  $\Delta\varepsilon_{cp,i}^N$  in das lokale UMAT Koordinatensystem gedreht, und der Spannungszustand  $\sigma_n^j$  am Integrationspunkt aktualisiert.

**Tabelle 6.3:** Tabellenwerte zur Ermittlung des Korrelationskoeffizienten zwischen den Ergebnissen aus ABAQUS und den zyklisch-triaxialen Laborversuchen

Datenpunkt i	N x <sub>i</sub> [-]	$\varepsilon_{cp,1}^N$ zyklischer Triaxialversuch		$\varepsilon_{cp,1}^N$ ABAQUS	$[y_i - \hat{y}(x_i)]^2$
		y <sub>i</sub> [%]	y <sub>i</sub> <sup>2</sup>	$\hat{y}(x_i)$ [%]	
1	1260	0.390	0.152	0.418	0.00076
2	1600	0.408	0.166	0.425	0.00029
3	2000	0.419	0.175	0.432	0.00017
4	3110	0.445	0.198	0.445	1.8E-07
5	5000	0.467	0.218	0.460	5.4E-05
6	7700	0.485	0.235	0.474	0.00013
7	10000	0.495	0.245	0.483	0.00014
8	25000	0.529	0.279	0.514	0.00020
9	50000	0.553	0.306	0.540	0.00019
10	200000	0.619	0.384	0.594	0.00063
11	410000	0.641	0.410	0.624	0.00026
n=12	950000	0.665	0.443	0.662	1.2E-05
$\sum_{i=1}^n$	1665670	6.122	3.219	6.076	0.00284

Im Folgenden wird das nichtlineare Korrelationsverhalten der mit ABAQUS durchgeführten Berechnungen gegenüber den von *Gotschol (2002)* aus den CTRC Versuchen ermittelten zyklisch-viskoplastischen Dehnungen  $\varepsilon_{cp,1}^N$  betrachtet.

Für das untersuchte Beispiel des zyklischen Triaxialversuches ermittelt sich die empirische Varianz  $s_y^2$  der zyklisch plastischen Dehnungen nach *Witte/Schmidt (1989)* zu:

$$s_y^2 = \frac{1}{n-1} \left( \sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{1}{n} \left[ \sum_{i=1}^n y_i \right]^2 \right) = \frac{1}{11} \left( 3.219 - \frac{1}{12} 6.122^2 \right) = 0.00866 \quad (6.6)$$

Unter der Annahme der Gültigkeit der ABAQUS Berechnungsergebnisse als Erwartungswerte  $\hat{y}(x_i)$  für den zyklischen Triaxialversuch, ergibt sich aus Tabelle 6.3 die Restvarianz der Messwerte  $y_i$  in Bezug auf die Erwartungswerte  $\hat{y}(x_i)$  zu:

$$s_e^2 = \frac{\sum_{i=1}^n [y_i - \hat{y}(x_i)]^2}{n - u} = 0.00028 \quad (6.7)$$

Das empirische Bestimmtheitsmaß  $r^2$  ist ein Maß der Gesamtquadratsumme der  $y$  Werte in bezug auf die Erwartungswerte. Der Korrelationskoeffizient  $r$  ergibt sich als Quadratwurzel des Bestimmtheitsmaßes  $r^2$  zu,

$$r = \sqrt{r^2} = \sqrt{1 - \frac{(n-u)s_e^2}{(n-1)s_y^2}} = 0.98496 < 1.0 \quad (6.8)$$

Für das untersuchte Beispiel kann nach *Witte/Schmidt (1989)* im Bereich von  $0.75 < r < 1.0$  von einer starken Korrelation ausgegangen werden. Weitere Berechnungen mit ABAQUS haben das hohe Korrelationsverhalten der berechneten plastischen Dehnungen in bezug auf die Messwerte bestätigt. Es wird deshalb von einer hinreichend genauen Abbildung der zyklisch-viskoplastischen Dehnungsanteile für weiterführende FEM Berechnungen ausgegangen.

## 7 Vereinfachtes Berechnungsverfahren zur Abschätzung von Setzungen unter nicht-ruhenden Lasteinwirkungen

### 7.1 Allgemeines

Erfahrungen mit dem nach Abschnitt 4 und 5 in das Programmsystem ABAQUS implementierten zyklisch-viskoplastischen Stoffansatz für granulare Böden unter nichtruhender Lasteinwirkung zeigen, dass auch für einfache Geometrien die Arbeiten des Pre- und Postprozessing sowie der Finite-Elemente Berechnung selbst einen nicht zu vernachlässigenden Aufwand darstellen können.

Im Folgenden wird in ingenieurmässiger Näherung ein vereinfachtes Verfahren zur Abschätzung von Setzungen starrer kreisförmiger und streifenförmiger Fundamente unter nichtruhenden Lasteinwirkungen abgeleitet. Die Spannungsverteilung im Untergrund wird dabei anhand bekannter geschlossener bzw. numerischer Lösungen für den elastisch-isotropen Halbraum abgeleitet. Das zyklisch-viskoplastische Stoffverhalten geht entsprechend dem gewählten expliziten quasi-statischen Ansatz nach Abschnitt 4 in das Verfahren ein. Eine Berechnungsroutine, die eine vergleichsweise einfache Abschätzung der Langzeitsetzungen für starre Kreisfundamente/Platten bzw. unendliche Streifenfundamente erlaubt, wird erläutert und deren praktische Anwendbarkeit überprüft. Weiterhin wird im Sinne quasi-statisch numerischer Berechnungen sowie des vereinfachten Berechnungsverfahrens der Einfluss angewandeter Grenztiefen untersucht.

### 7.2 Theoretischer Hintergrund

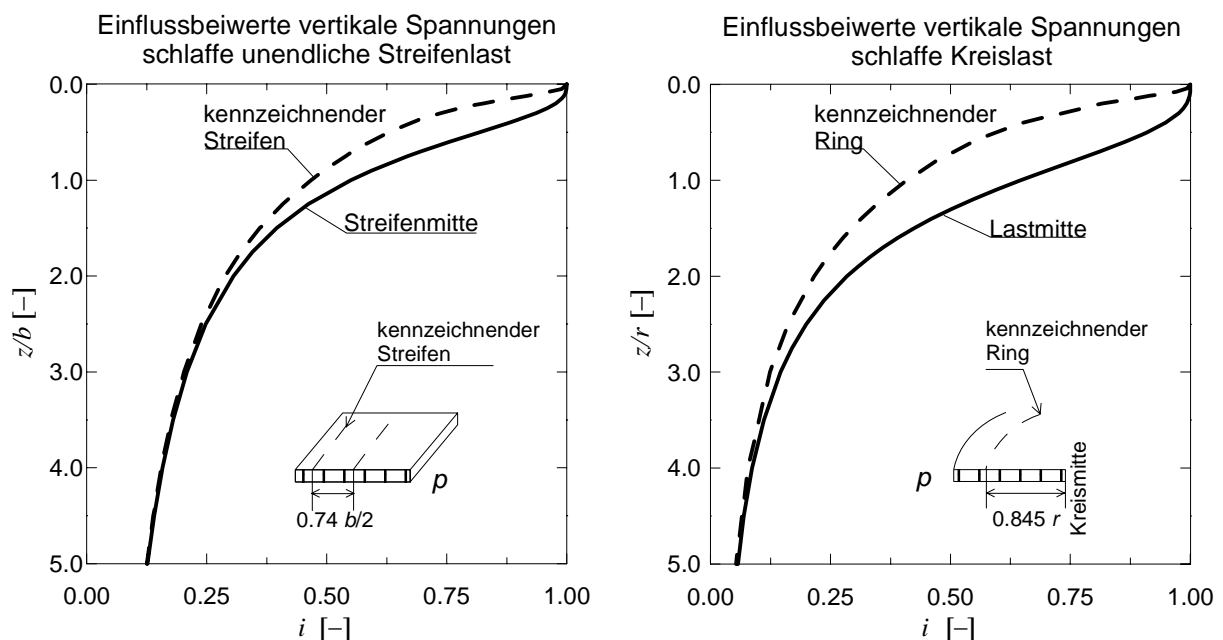
Für konventionelle Setzungsermittlungen unter statischer Lasteinwirkung werden i.d.R. Angaben über die Zusammendrückbarkeit des Untergrundes sowie die vertikale Spannungsverteilung im Untergrund benötigt, *Schultze/Horn (1996)*. Die für die Ermittlung der Setzungen maßgebenden Bodenspannungen ermitteln sich aus den Spannungen infolge Eigengewicht des Bodens sowie evt. Zusatzlasten aus Bauwerkslasten.

Geschlossene sowie numerische Lösungen für den Boussinesq'schen elastisch isotropen Halbraum sind für schlaffe Zusatzlasten  $p$  für verschiedene Geometrien sowie Randbedingungen in der Literatur zu finden. Über Spannungseinflusswerte  $i$  werden die vertikalen Zusatzspannungen  $\sigma_1$  infolge einer statischen Auflast  $p$  ermittelt,

$$i = \frac{\sigma_1}{p} \quad (7.1)$$

Sie sind i.d.R. unabhängig von der Querkontraktionszahl  $\nu$  und dem Elastizitätsmodul  $E$ . In Bild 7.1 sind beispielhaft Spannungseinflusswerte  $i$  für schlaffe, unendliche Streifen- sowie Kreislasten auf elastisch isotropen Halbraum dargestellt.

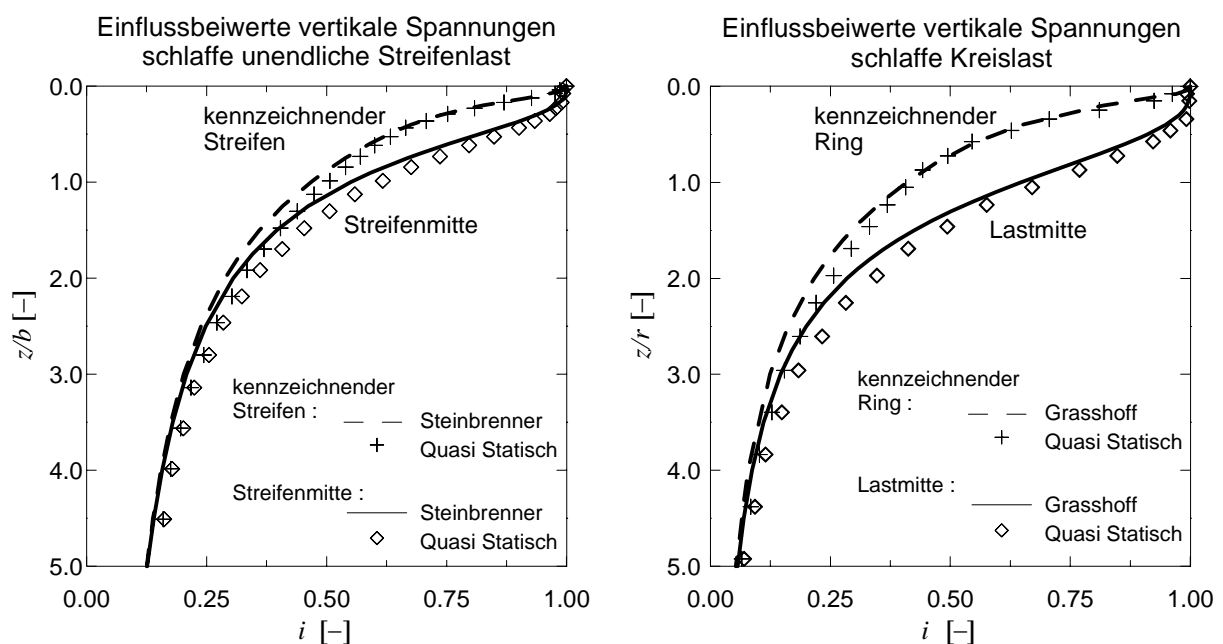
Bekannte Tabellenwerke zu Einflussbeiwerten sind die *Steinbrenner (1934)* Tafeln für Rechtecklasten sowie die von *Grasshoff (1954)* für Kreislasten. Da die Spannungsisobaren unter einer lotrechten Einzellast wegen des mit der Tiefe anwachsenden Steifemoduls eine mehr oder weniger gestreckte Form haben und nicht mehr kugelförmig sind, hat *Fröhlich (1937)* einen Konzentrationsfaktor  $\nu_k$  eingeführt. Der Wert  $\nu_k = 3$  entspricht einem elastisch isotropen Halbraum mit über dem Halbraum konstantem Steifemodul. Für den Wert  $\nu_k = 4$  liegt ein mit der Tiefe geradlinig zunehmender Steifemodul vor. Für den Baugrund liegt  $\nu_k$  in der Regel zwischen 3 und 4. Im Rahmen dieser Arbeit wird im Weiteren ein gleichbleibender Steifemodul mit  $\nu_k = 3$  gewählt. Die Begründung liegt in der Umsetzung der Stoffroutinen nach Abschnitt 4 und 5 in ABAQUS, bei der i.d.R. ebenfalls ein jeweils gleichbleibender Steifemodul innerhalb einzelner Bodenschichten angenommen wird. Diese Vorgehensweise erscheint als angemessen, da die Simulationsergebnisse damit auf der sicheren Seite liegen.



**Bild 7.1:** Spannungseinflusswerte  $i$  für schlaffe, unendliche Streifen- sowie Kreislasten auf elastisch isotropen Halbraum,  $\nu_k = 3$ , nach *Teferra/Schultze (1988)*

In ausgesuchten Fällen kann für nichtlineare statische Berechnungen mit elasto-plastischen und hypoplastischen Stoffgesetzen, siehe *Nübel et al. (1999)*, aber auch mit dem quasi-

statisch zyklisch-viskoplastischen Stoffansatz nach Abschnitt 4 eine geschlossene Lösung für die vertikale Spannungsverteilung im Untergrund angewendet werden. Einen Vergleich der Spannungseinflusszahlen  $i$ , wie sie sich aus der elastischen Lösung nach *Steinbrenner (1934)* bzw. *Grasshoff (1954)* für unendliche Streifen- bzw. Kreislasten ergeben, mit denen der numerischen Lösungen mit dem eigenen nicht-linearen zyklisch-viskoplastischen Stoffansatz für granulare Böden unter nichtruhender Lasteinwirkung, zeigt Bild 7.2. Die Kurven weisen für beliebige granulare Böden eine befriedigende Übereinstimmung auf; es kann daher für die weitere Vorgehensweise von einer hinreichenden Genauigkeit bei der Anwendung der Einflussbeiwerte ausgegangen werden.



**Bild 7.2:** Spannungseinflusswerte  $i$  für numerische Lösungen mit dem quasi-statisch zyklisch-viskoplastischen Stoffansatz und für Lösungen aus Tabellenwerken für Streifenlasten und Kreislasten nach Steinbrenner, in *Teferra/Schultze (1988)*

Für die Berechnung des Anfangsspannungszustandes in den verbleibenden horizontalen Hauptspannungsrichtungen wird vereinfachend eine behinderte Seitendehnung angenommen, aus der sich nach Hooke die Seitenspannung zu

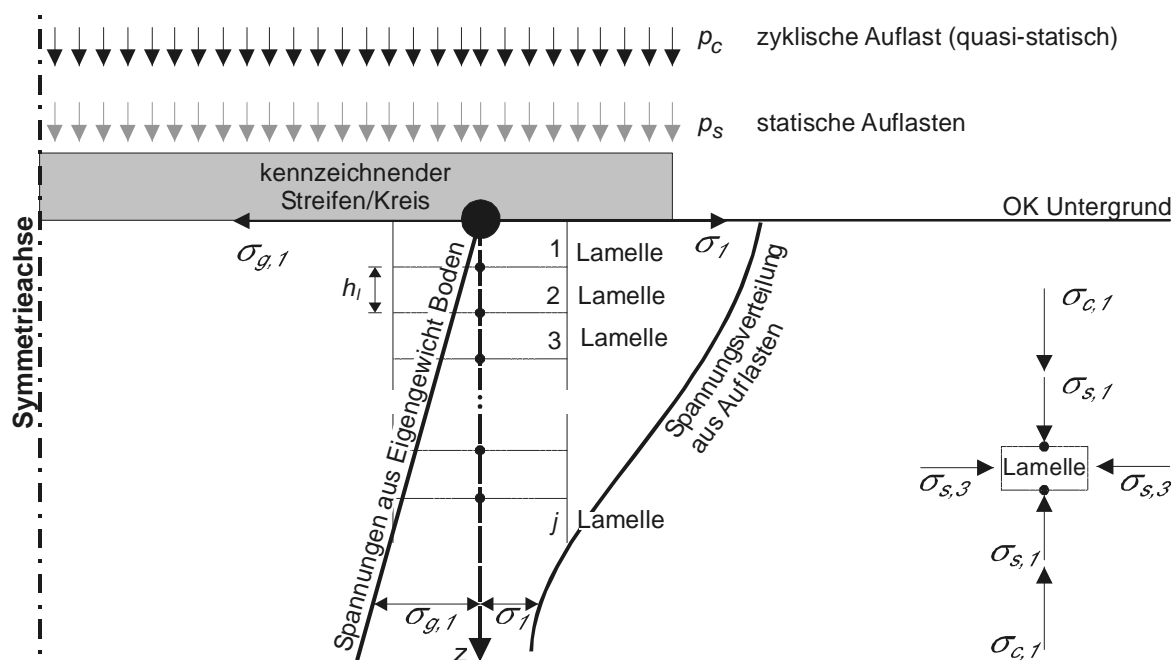
$$\sigma_3 = \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_1. \quad (7.2)$$

ergibt. Von der ansonsten üblichen Berechnung der Seitenspannung bzw. des Erdruhedruckes  $K_0$  nach *Jaky (1944)*

$$K_0 = 1 - \sin \varphi' \quad (7.3)$$

wird abgesehen, da für hohe Reibungswinkel starke Überschätzungen der zyklischen Verformungen zu beobachten sind.

Analog der Vorgehensweise nach *Nübel et al. (1999)* ist aufbauend auf den vorgenannten Annahmen sowie dem Stoffansatz nach Abschnitt 4 die grundlegende Idee entstanden, dass eine Bodensäule unterhalb der Lastplatte in kleine zylindrische Lamellen/Volumenelemente unterteilt werden kann, *Schulz (2001)*. Für jede dieser Lamellen wird eine zyklisch-triaxiale Kompression entsprechend dem CTCRC-Versuch nach Abschnitt 4.2 betrachtet, siehe Bild 7.3.



**Bild 7.3:** Schematische Darstellung des vereinfachten Berechnungsverfahrens für kreisrunde sowie streifenförmige Fundamente unter zyklischer Lasteinwirkung

Die statische und zyklische Spannungsverteilung über der Tiefe wird, wie erläutert, mittels geschlossener Lösungen oder Tabellenwerken ermittelt. Die Spannungsverteilung unter einer starren Fundamentsohle ist nicht gleichförmig, sondern weist an den Rändern Spannungsspitzen auf. In Analogie zur konventionellen Setzungsberechnung wird im Weiteren die vertikale Spannungsverteilung nicht unter der Lastachse (Fundamentmitte), sondern unter dem kennzeichnenden Punkt (hier Streifen bzw. Kreis) eines schlaffen Lastbündels berechnet. Im kennzeichnenden Punkt stimmt unter statischer Lasteinwirkung die Setzung eines schlaffen Lastbündels mit der gleichmäßigen Setzung des starren Fundamentes näherungsweise überein, *Grasshoff (1954)*. Eine weiterführende Parameterstudie hat ergeben, dass auch für den zyklisch-viskoplastischen Stoffansatz mit Spannungsberechnungen unter dem kennzeichnenden Punkt verbesserte Ergebnisse für Setzungsberechnungen starrer Fundamente zu erwarten sind.



Für jeden Lamellenknoten kann somit über den Spannungszustand und den Stoffansatz nach Abschnitt 4 eine axiale zyklisch-plastische Dehnung,  $\varepsilon_{cp,1}^N$ , berechnet werden. Die Integration über die Lamellenhöhe  $h_l$  ergibt entsprechend für jede Lamelle einen zyklisch-plastischen Setzungsanteil,  $\Delta s_{cp,1}^N$ . Aus der Summe der vertikalen Einzelsetzungen ermittelt sich schließlich die Gesamtsetzung  $s_{cp,1}^N$  an der Oberkante der Bodensäule bzw. des starren Fundamentes. Die Gesamtsetzung wird ausschließlich durch den zyklischen Lastanteil bewirkt. Die bleibenden Setzungen aus statischer Primärlast sind hier nicht erfasst.

### 7.3 Grenztiefe

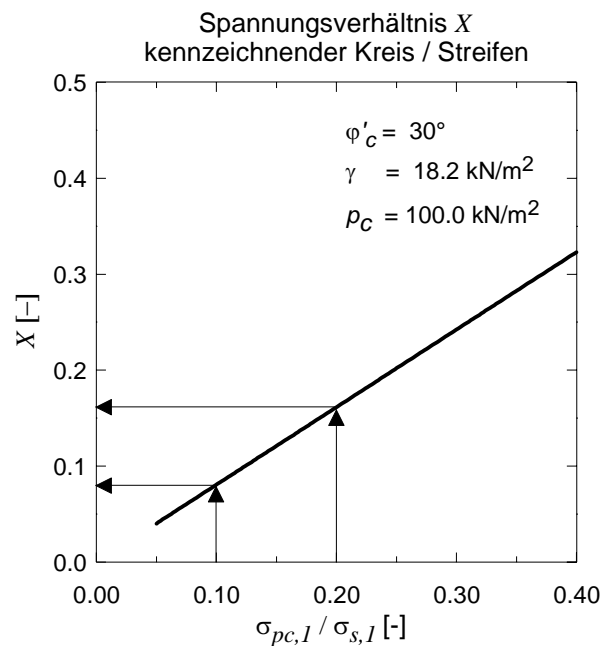
Für herkömmliche (indirekte) Setzungsberechnungen unter statischer Lasteinwirkung sind die Dehnungen über das gesamte Bodenprofil zwischen der Tiefe der die Setzungen hervorrufenden Zusatzlast und dem Beginn des festen Horizontes zu integrieren. Steht kein fester Horizont bzw. erst in großer Tiefe an, so wird die Setzungsberechnung i.d.R. in einer Grenztiefe abgebrochen. Die Grenztiefe wird häufig (siehe *DIN 4019*) durch den Wert der vertikalen Zusatzspannung von 20% der vertikalen Überlagerungsspannung (Primärspannungszustand) angenommen. Näherungsweise wird oftmals auch die 1.5 bis 2-fache Fundamentbreite  $b$  zugrunde gelegt.

Im Falle nichtruhender Lasteinwirkungen ist nach *Gotschol (2002)* im Vergleich zu statischen Lasteinwirkungen näherungsweise ein qualitativ gleichwertiger Spannungsverlauf über der Tiefe zu beobachten. Die maximalen Spannungsamplituden dagegen sind als größer einzuschätzen. Die statischen Ruhelasten werden durch die dynamische Anregung des Erregersystems (Masseträgheitskräfte) als solche, aber auch des Bodens selber vergrößert. Eine Beschränkung der Grenztiefe auf die vorgenannten Kriterien in analoger Form erscheint daher zunächst nicht ohne weiteres zulässig.

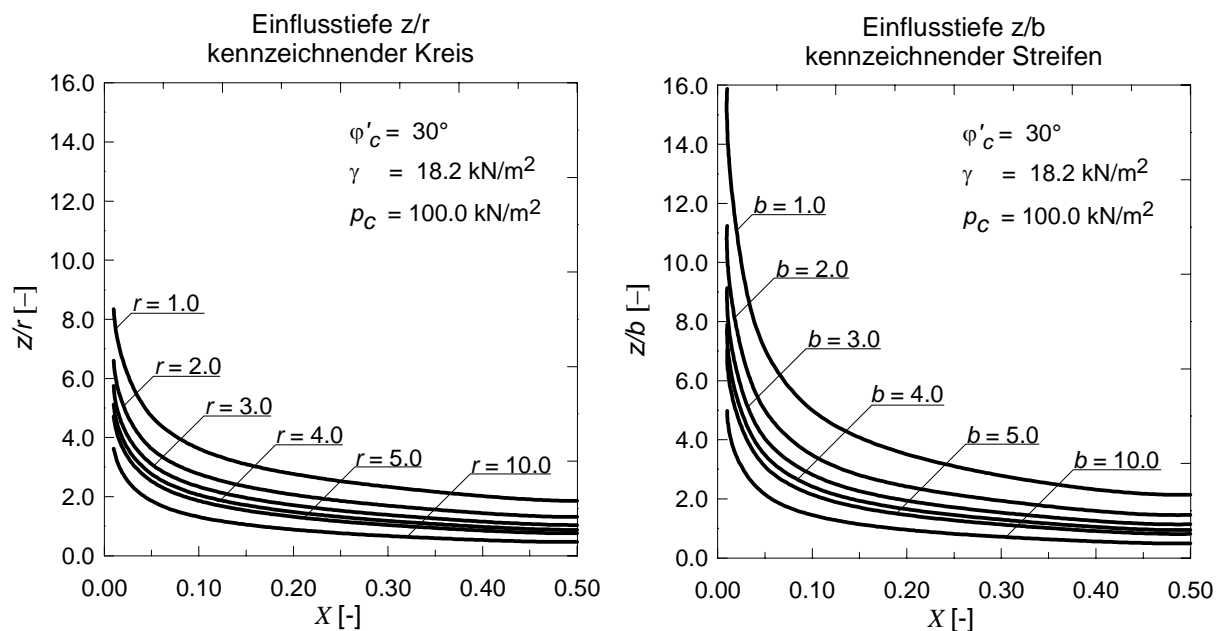
Nach Gleichung 4.1 in Abschnitt 4.3.2 werden die zyklisch-viskoplastischen Dehnungen  $\varepsilon_{cp,1}^N$  maßgeblich durch das zyklisch-deviatorische Spannungsverhältnis  $X$  bestimmt. Mit ansteigenden statischen Seitenspannungen  $\sigma_{s,3}$  und/oder kleiner werdenden zyklischen Spannungsamplituden  $\sigma_{c,1}$  konvergiert  $X$  gegen Null - und damit auch die zyklisch-plastischen Dehnungen  $\varepsilon_{cp,1}^N$ . Für einen Boden mit einem ungünstigen zyklischen Reibungswinkel von  $\varphi_c' = 30^\circ$  zeigt Bild 7.4 für variierte Quotienten aus zyklischer Zusatzspannung  $\sigma_{pc,1}$  zu vertikaler Überlagerungsspannung  $\sigma_{s,1}$  für Kreis und Streifengeometrien, siehe auch Abschnitt 7.2, die resultierenden deviatorischen Spannungsfaktoren  $X$  in den entsprechenden Grenztiefen. Für Böden mit höheren Reibungswinkeln verkleinern sich dementsprechend die Werte von  $X$ .

**Bild 7.4:**

Zyklisch deviatorisches Spannungsverhältnis  $X$  für einen granularen Boden und verschiedene Quotienten aus zyklischer Zusatzspannung zu vertikaler Überlagerungsspannung für Kreis und Streifengeometrie



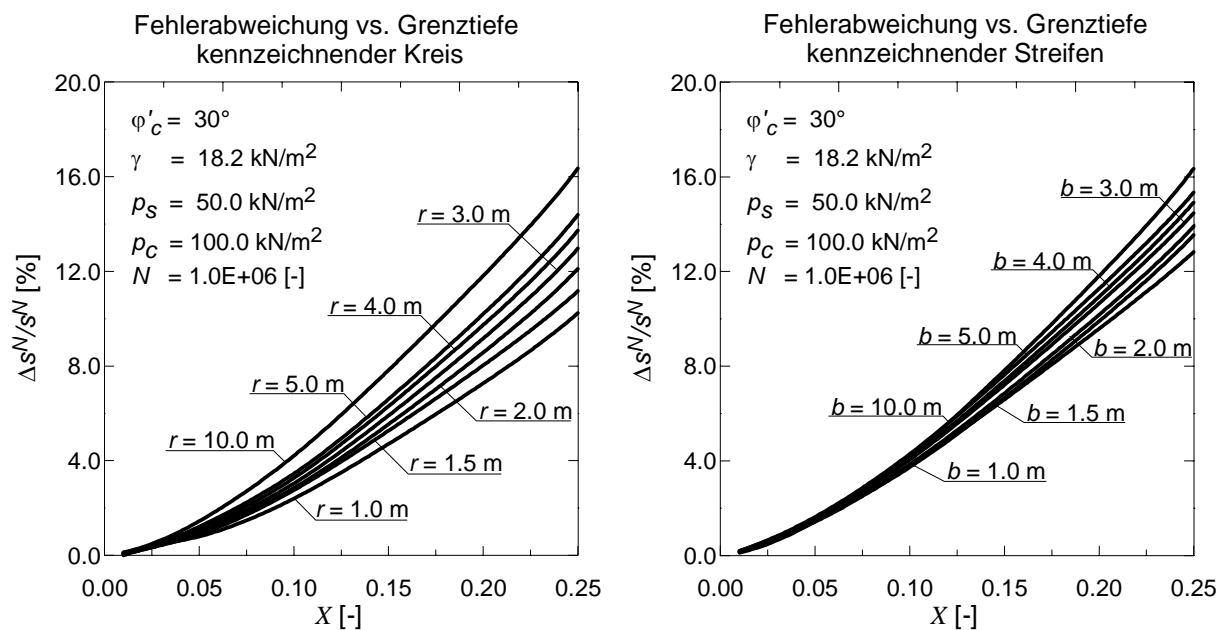
Offensichtlich kann für Setzungsberechnungen unter nicht ruhenden Lasteinwirkungen das Grenztiefenkriterium nicht allein durch den Wert der verbleibenden vertikalen zyklischen Zusatzspannungen bestimmt werden. Nach Bild 7.4 können auch Spannungsanteile aus der zyklischen Auflast von 20% der Überlagerungsspannung unabhängig von den Fundamentabmessungen noch zyklisch deviatorische Spannungsverhältnisse  $X \approx 0.17$  hervorrufen. Ein Einfluss der Fundamentgeometrie besteht für Kreis sowie unendliche Streifenfundamente nicht.



**Bild 7.5:** Einflussiefen  $z/r$  bzw.  $z/b$  für einen granularen Boden und verschiedene Grenzspannungsverhältnisse  $X$  unter Vernachlässigung statischer Zusatzlasten  $p_s$

Bild 7.5 zeigt dazu unter Vernachlässigung von statischen Zusatzlasten im Primärzustand die zu den Grenzspannungsverhältnissen  $X$  zugehörigen Einflusstiefen  $z/r$  bzw.  $z/b$ . Eine der statischen Berechnungsweise äquivalente Einflusstiefe von  $z/b$  bzw.  $z/r = 2.0$  birgt ein entsprechendes Fehlerpotential. Für Fundamente kleiner Abmessungen ( $r$  bzw.  $b < 3.0$  m) werden zyklisch deviatorische Spannungsverhältnisse von  $X > 0.5$  erreicht.

Im Rahmen dieser Arbeit erscheint es daher sinnvoll, zunächst sowohl für quasi-statisch numerische Berechnungen als auch für den behandelten vereinfachten Berechnungsansatz ein erweitertes Grenztiefenkriterium festzulegen. Neben einer notwendigen geforderten minimalen quasi-statischen Grenztiefe von  $z = 2r$  bzw.  $2b$  sollte als hinreichendes Kriterium überschlägig das zyklisch deviatorische Spannungsverhältnis  $X$  überprüft werden und einem maximalen Wert von  $X \leq 0.1$  genügen. Eine weitere Absicherung kann durch die vorliegenden Messwerte derzeit nicht erfolgen. Entsprechende Messwerte wären wünschenswert. Allerdings ergeben sich rechnerisch aus den tieferen Schichtbereichen aufgrund der geringen  $X$  Werte nur untergeordnete Verformungen aus der zyklischen Belastung.



**Bild 7.6:** Absolute Fehler der Setzungsberechnung für einen granularen Boden und verschiedene Grenzspannungsverhältnisse  $X$

Bild 7.6 zeigt in Abhängigkeit gewählter zyklischer Grenzspannungsverhältnisse  $X$  den absoluten Fehler der Setzungsberechnung durch Begrenzung der Grenztiefe. Für nahezu alle realistischen Fundamentabmessungen sind für den gewählten Wert von  $X = 0.1$  die auftretenden Fehler gegenüber einer Berechnung mit unendlicher Grenztiefe kleiner 4 %.

In Bezug auf den Eisenbahnverkehrsweg wäre nach Bild 7.6 unter Ansatz des gewählten niedrigen Reibungswinkels, und einer angenommenen Breite der hydraulisch gebundenen Tragschicht von  $b = 4.0$  m für eine begrenzte Einflusstiefe entsprechend  $X = 0.1$  der zu erwartende Fehler kleiner 4%. Nach Bild 7.5 würde sogar eine Grenztiefe von  $z/b = 1.5$  zum Erreichen dieser Genauigkeit ausreichen. Für die Berechnung sollte nach der zuvor erläuterten notwendigen Bedingung aber weiterhin der Faktor  $z/b = 2$  gelten. Es ist festzuhalten, dass die vorgenannten Erläuterungen auf der sicheren Seite durchgeführt sind. Zum einen sind in Bild 7.5 statische Zusatzlasten des Primärspannungszustandes vernachlässigt worden. Zum anderen werden in der Regel bei Baumassnahmen innerhalb der Einflusstiefe höhere Reibungswinkel und erheblich kleinere zyklische Auflasten angetroffen.

#### 7.4 Eingangparameter des vereinfachten Berechnungsverfahrens

Für den zyklisch viskoplastischen Stoffansatz des quasi-statischen Berechnungsmodells nach Abschnitt 4.3 verringert sich die Anzahl der benötigten Eingangparameter durch die axiale Betrachtungsweise des vereinfachten Berechnungsverfahrens, siehe Tabelle 7.1.

**Tabelle 7.1:** Darstellung der Eingangparameter des vereinfachten Berechnungsverfahrens für Langzeitsetzungen starrer Fundamente unter nichtruhender Lasteinwirkung

Parameter	Bezeichnung	Dimension
$b$	Breite Streifenfundament	[m]
$r$	Radius Kreisfundament	[m]
$p_s$	statische Zusatzspannung des Primärzustand	[kN/m <sup>2</sup> ]
$p_c$	zyklische Zusatzspannung	[kN/m <sup>2</sup> ]
$h_l$	Lamellenhöhe	[m]
$\nu$	Querkontraktionszahl	[-]
$\gamma'$	Wichte	[kN/m <sup>3</sup> ]
$\varphi'$	Reibungswinkel	[°]
$\alpha$	Regressionskonstanten aus zyklischen Triaxialversuchen	[-]
$\beta$		[-]
$\chi$		[-]
$K$		maximales zyklisch deviatorisches Spannungsverhältnis $X$

Die Lamellenhöhe  $h_l$  ist konstant zu 0.01 m gewählt. Eine feinere Lamellenunterteilung ist ohne weiteres möglich. Bei vergrößerten Ergebnisdatensätzen bringt sie jedoch keine nennenswerten Zuwächse in der Genauigkeit. Die zyklischen Materialparameter, sowie die Fundamentgeometrie sind vom Benutzer interaktiv anzugeben. Für Streifenfundamente ist nur die Breite  $b$  zu definieren, da das vereinfachte Berechnungsverfahren nur für unendliche Streifenfundamente gilt.

## 7.5 Vereinfachtes Berechnungsverfahren, Programm *PlastVer*

Das vereinfachte Berechnungsverfahren ist im C++ Code programmtechnisch umgesetzt. Das Flussdiagramm des Programms *PlastVer* zeigt Bild 7.7. Sämtliche Eingabe-Daten sowie Ergebnisse werden in einem Ergebnisdatensatz abgespeichert.

Nach der Eingabe der Eingangsparameter werden die horizontalen und vertikalen Primärspannungen  $\sigma_{s,1}$ ,  $\sigma_{s,3}$  aus der vertikalen Überlagerungsspannung des Eigengewichtes des Bodens  $\sigma_{g,1}$  und aus den vertikalen statischen Zusatzlasten  $p_s$  ermittelt. Des Weiteren werden die aus der zyklischen Zusatzlast  $p_c$  resultierenden vertikalen Spannungen  $\sigma_{pc,1}$  berechnet. Die Spannungsanteile in der Tiefe  $z$  an den einzelnen Lammellenkoordinaten  $[j]$  ergeben sich zu,

$$\sigma_{s,1}[j] = \sigma_{g,1}[j] + \sigma_{ps,1}[j] \quad (7.4)$$

$$\sigma_{g,1}[j] = \gamma \cdot z = \gamma \cdot h_l \cdot j \quad (7.5)$$

$$\sigma_{ps,1}[j] = i \cdot p_s \quad (7.6)$$

$$\sigma_{pc,1}[j] = i \cdot p_c$$

$$\sigma_{s,3}[j] = \sigma_{s,1} \cdot \frac{1}{3} \left( 1 + 2 \frac{\nu}{1-\nu} \right). \quad (7.7)$$

Sie sind in vektorieller Form gespeichert, wobei die Laufvariable  $j$  sich nach der Nummerierung der Lammellenknoten richtet. Die vertikalen Zusatzspannungen (statisch und zyklisch) über der Tiefe ergeben sich unterschiedlich für endlose Streifenfundamente und Kreisfundamente.

Im Folgenden werden die analytischen Zusammenhänge der Spannungsberechnungen über der Tiefe sowie der zyklisch-plastischen Dehnungs- und Setzungsanteile erläutert.

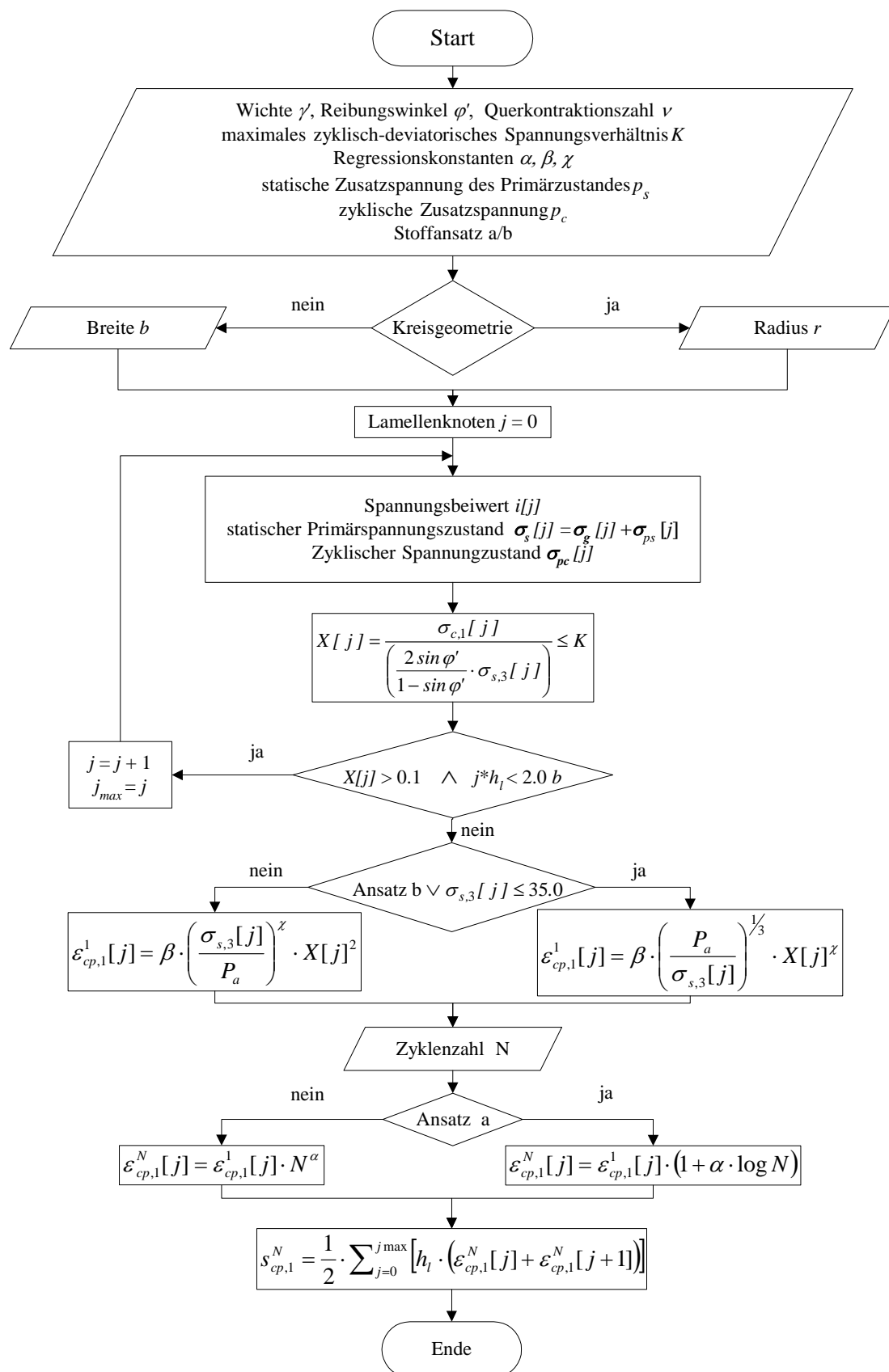


Bild 7.7: Flussdiagramm Programm *PlastVer*

*Zusatzspannungen aus endlosen Streifenfundamenten:*

Nach Abschnitt 7.2, werden die vertikalen Zusatzspannungen  $\sigma_{ps,l}$  und  $\sigma_{c,l}$  über der Tiefe im kennzeichnenden Punkt anhand der geschlossenen Lösung nach *Steinbrenner (1934)* berechnet:

$$i = \frac{1}{\pi} \cdot \left[ \begin{aligned} & \arctan\left(0.87 \frac{b}{z}\right) + \arctan\left(0.13 \frac{b}{z}\right) \\ & + \frac{\frac{1}{0.87} \cdot \frac{z}{b}}{1 + \left(\frac{1}{0.87} \cdot \frac{z}{b}\right)^2} + \frac{\frac{1}{0.13} \cdot \frac{z}{b}}{1 + \left(\frac{1}{0.13} \cdot \frac{z}{b}\right)^2} \end{aligned} \right] \quad (7.8)$$

*Zusatzspannungen aus kreisförmigen Fundamenten:*

Die Berechnung der Zusatzspannungen unter dem kennzeichnenden Punkt einer Kreislast kann für einen Konzentrationsfaktor von  $\nu_k = 3$  nicht in geschlossener Form erfolgen, *Grasshoff (1954)*. Im Rahmen dieser Arbeit wird daher auf die gegebenen Tabellenwerke numerischen Ursprungs zurückgegriffen und innerhalb des vereinfachten Berechnungsverfahrens werden abschnittsweise Ersatzfunktionen  $i_{(z/b)}$  aufgestellt, siehe auch Bild 7.1. Es liegt eine sehr gute Korrelation zwischen Ersatzfunktion und Tabellenwerken vor.

*Grenztiefe:*

Die Berechnung der Spannungseinflusszahlen  $i$  im kennzeichnenden Kreis bzw. Streifen wird nach Abschnitt 7.3 unabhängig von der gewählten Geometrie immer bis zu einer Grenztiefe entsprechend der notwendigen Bedingung

$$\frac{z}{b} = \frac{j \cdot h_l}{b} \geq 2.0 \quad (7.9)$$

und der hinreichenden Bedingung des Grenzspannungsverhältnis  $X < 0.1$  durchgeführt. Die untere Schranke des Grenzspannungsverhältnisses  $X$  beeinflusst damit durch die konstante Lamellenhöhe  $h_l$  die maximale Lamellenzahl  $j$ . Eine Berechnung für tieferliegende Bodenlamellen bringt nur vernachlässigbar erhöhte zyklisch-viskoplastische Setzungsanteile, da der Wert von  $X$  gegen Null konvergiert.

Sind darüber hinaus Setzungsanteile  $\Delta s_{cp,1}^N$  innerhalb räumlich begrenzter Schichten gesucht, können diese durch Subtraktion der Setzungen der betreffenden Tiefenlagen ermittelt werden, da die von *PlastVer* abgespeicherten Ergebnisvektoren vollständige Informationen jeder Lamellenkoordinate enthalten.

#### *Zyklisch-plastische Dehnungen:*

Für die Berechnung der zyklisch-plastischen Dehnungen werden nach Abschnitt 4 ein (a) halb-logarithmischer sowie (b) zwei doppelt-logarithmische Ansätze verwendet. Entsprechend wird der Vektor  $X[j]$ , der das Verhältnis der zyklisch deviatorischen Spannung  $S_c$  zur statisch deviatorischen Bruchspannung  $S_{sf}$  abbildet nach Gleichung (4.1) bestimmt. Damit können die vertikalen zyklisch-plastischen Dehnungen  $\varepsilon_{cp,1}^N [j]$  für beliebige Zyklenzahlen  $N$  berechnet werden, Gleichungen (4.3) und (4.5).

#### *Zyklisch-plastischer Setzungsanteil:*

Die gesamten zyklisch-plastischen Setzungsanteile jeder Tiefenlage und damit auch der gesamten Bodensäule  $s_{gesamt}^N$  zur Zyklenzahl  $N$  werden entsprechend der Gauß'schen Trapezformel, *Witte/Schmidt (1989)*,

$$s_{gesamt} = \frac{1}{2} \cdot \sum_{j=0}^{j_{max}} [h_L \cdot (\varepsilon_{cp,1}^N [j] + \varepsilon_{cp,1}^N [j+1])] \quad (7.10)$$

als linearisierte Approximation des  $\varepsilon$ -z Flächenintegrals ermittelt. Die gewählte Lamellenhöhe hat insofern direkten Einfluss auf die Genauigkeit der berechneten Setzungen, nicht jedoch auf die zyklisch-plastischen Dehnungen  $\varepsilon_{cp,1}^N$  in den jeweiligen Tiefenlagen.



## 7.6 Ergebnisinterpretation und Funktionsanpassung

Überschlägliche Berechnungen von Setzungen starrer Fundamente unter nicht ruhen- den/zyklischen Lasteinwirkungen mit vereinfachten Berechnungsverfahren unterliegen gene- rellen Problemen. Insbesondere für niedrige Reibungswinkel  $\varphi'$ , große Fundamentabmessun- gen  $r$  bzw.  $b$  sowie geringen statischen (primären) Auflasten  $p_s$  divergiert das vorgestellte vereinfachte Berechnungsverfahren von den mit ABAQUS erlangten Berechnungsergebnis- sen. Begründet ist dies zum einen in der im Vergleich zur FEM unvollkommenen Abbildung des räumlichen Spannungszustandes  $\sigma$  als auch in der fehlerbehafteten Reduzierung der plas- tischen Dehnungsanteile  $\varepsilon_{cp}^N$  auf die vertikale Komponente  $\varepsilon_{cp,1}^N$ .

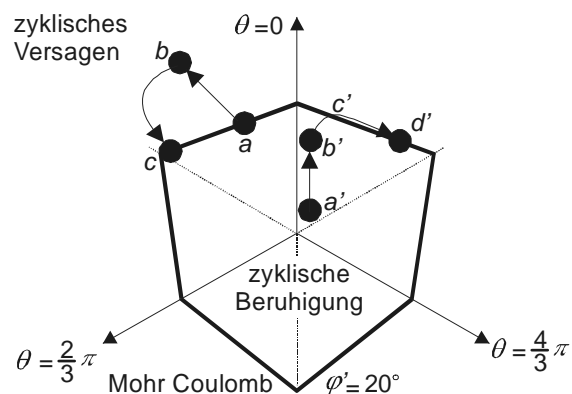
Je größer die Fundament/Kreis Abmessungen sind, desto größer fällt der Unterschied zwi- schen schlaffer Last und starrem Fundament aus. Wie in Abschnitt 7.2 erläutert, ist die Span- nungsverteilung unter einem starren Fundament im Gegensatz zu schlaffen Lastbündeln nicht gleichförmig. Sie weist einhergehend mit unterschiedlichem Setzungsverhalten Spannungss- spitzen auf. In der Praxis werden für statische Berechnungen daher näherungsweise die Set- zungen im kennzeichnenden Punkt eines Fundamentes, welcher den Schnittpunkt mit der Set- zungsmulde eines schlaffen Lastbündels darstellt, berechnet. Ähnlich verhält es sich bei der Berechnung von Setzungen starrer Fundamente unter zyklischer Lasteinwirkung, siehe Ab- schnitt 7.2. Parameterstudien haben bei Verwendung der Spannungsausbreitung unter dem kennzeichnenden Punkt eines schlaffen Lastbündels eine weitaus verbesserte Kongruenz der Ergebnisse des vereinfachten Verfahrens mit den numerischen Ergebnissen mit ABAQUS ergeben. Unabhängig davon ist diese Vorgehensweise nur eine Approximation. Im Einzelnen kann dies mit der Struktur des Modellansatzes nach Abschnitt 4 erläutert werden.

Die zyklisch-plastischen Dehnungen  $\varepsilon_{cp}^N$  ergeben sich nach Abschnitt 4.3 aus den Anteilen des *zyklischen Versagens* sowie der *zyklischen Beruhigung*. Die Anteile der zyklischen Beru- higung werden in der numerischen Berechnung zeitgleich, d. h. für jeden Iterationsschritt, über das ganze Kontinuum berechnet. Das zyklische Versagen, welches innerhalb des zyk- lisch-viskoplastischen Stoffansatzes als zeitunabhängig angesehen wird, tritt nach Abschnitt 4.3.5 zusätzlich und nur in solchen Fällen auf, in denen das reduzierte Mohr Coulomb'sche Bruchkriterium  $F_{MC}$  verletzt wird. In der numerischen Berechnung findet insofern an den betreffenden lokalen Integrationspunkten eine Lastumlagerung einhergehend mit zusätzlichen plastischen Dehnungsanteilen statt. Dieser komplexen räumlichen Verknüpfung zweier von- einander unabhängigen Dehnungsanteile kann in einem vereinfachten Berechnungsverfahren daher nur ansatzweise entsprochen werden. Insbesondere ein verminderter Reibungswinkel  $\varphi'$ , führt zu erhöhten Lastumlagerungen durch das zyklische Versagen. Ein breiteres Streifen-

fundament bzw. große Radien begünstigen dagegen eine vertikale Ausrichtung der Spannungstrajektorien mit einer Verlagerung des Verhältnisses zwischen zyklischer Beruhigung und zyklischem Versagen. Hinzu kommt, dass bei Primärspannungszuständen mit geringer statischer Auflast  $p_s$ , in denen der Spannungspunkt  $\sigma$  im Hauptspannungsraum innerhalb der Fließfläche liegt (Punkt  $a'$  in Bild 7.8), eine Aktivierung des zyklischen Versagens nach Aufbringen der zyklischen Last ( $b'$ ) erst bei Erreichen der Fließfläche ( $c'-d'$ ) stattfindet.

**Bild 7.8:**

Spannungspfade im Hauptspannungsraum (Deviatorebene) mit Bereichen plastischer Dehnungsanteile des zyklischen Versagens und der zyklischen Beruhigung



Das Verhältnis zwischen den Anteilen des zyklischen Versagens zur Beruhigung ist für solch einen Fall unproportional über der Belastungsdauer bzw. der Lastwechselzahl  $N$ . Im Gegensatz dazu ist bei Spannungszuständen die im statischen Primärspannungszustand bereits auf der Fließfläche liegen ( $a$ ), z. B. im Fall hoher statischer Fundamenta Auflasten, durch das Aufbringen der zyklischen Last ( $b-c$ ) der Anteil des viskoplastischen Versagens in der Regel proportional der zyklischen Beruhigung. Generell finden mit jedem Lastwechsel durch Dehnungsincrementen der zyklischen Beruhigung Lastverlagerungen statt, die wiederum proportional zyklisches Versagen hervorrufen.

Im Rahmen dieser Arbeit ist zur besseren Anpassung dieser Ungenauigkeiten eine umfangreiche Parameterstudie durchgeführt worden. Die Fehlerabweichung zwischen den mit dem vereinfachten Verfahren *PlastVer* berechneten zyklisch-plastischen Setzungsanteilen zu den mit ABAQUS gewonnenen Ergebnissen sind systematisch untersucht worden. Eine Korrekturfunktion ,

$$k = f(r, b, \varphi, \sigma_{s,3}) \quad (7.11)$$

welche die vorgenannten Ungenauigkeiten reduziert, ist in die *PlastVer* Routinen implementiert. Insgesamt sind mit *PlastVer* i.d.R. gute bis sehr gute Übereinstimmungen mit den ABAQUS Berechnungsergebnissen zu erzielen. Für niedrige Reibungswinkel und insbesondere geringe statische Auflasten  $p_s$  ist allerdings mit bis zu 25% Überschätzung der zyklisch-

plastischen Setzungsanteile zu rechnen. Eine Unterschätzung auf der unsicheren Seite ist bei den derzeitigen Erkenntnissen aus Vergleichsberechnungen im Einzelfall mit ca. 10% zu erwarten.

## **7.7 Anwendungsbereich und Gültigkeit des vereinfachten Berechnungsverfahrens, Programm *PlastVer***

Das vereinfachte Berechnungsverfahren ist unter den genannten Voraussetzungen und Einschränkungen ein Näherungsverfahren, welches die FEM nicht ersetzt, diese aber überschlägig ergänzen kann. Insbesondere ist es ein hilfreiches Arbeitsmittel um sehr umfangreiche zeitaufwendige dreidimensionale FEM Berechnungen a priori abzusichern. Die Dimensionierung des Berechnungsausschnittes (Grenztiefe) der numerischen Berechnung kann mit Hilfe von *PlastVer* auf sehr einfache Weise durchgeführt werden. Nach dem derzeitigen Erfahrungsstand ist die Anwendung von *PlastVer* auf die vorgenannten Bereiche zu beschränken. Ein abgesichertes Prognosemittel stellt *PlastVer* zur Zeit jedoch nicht da.

## **7.8 Praktisches Berechnungsbeispiel**

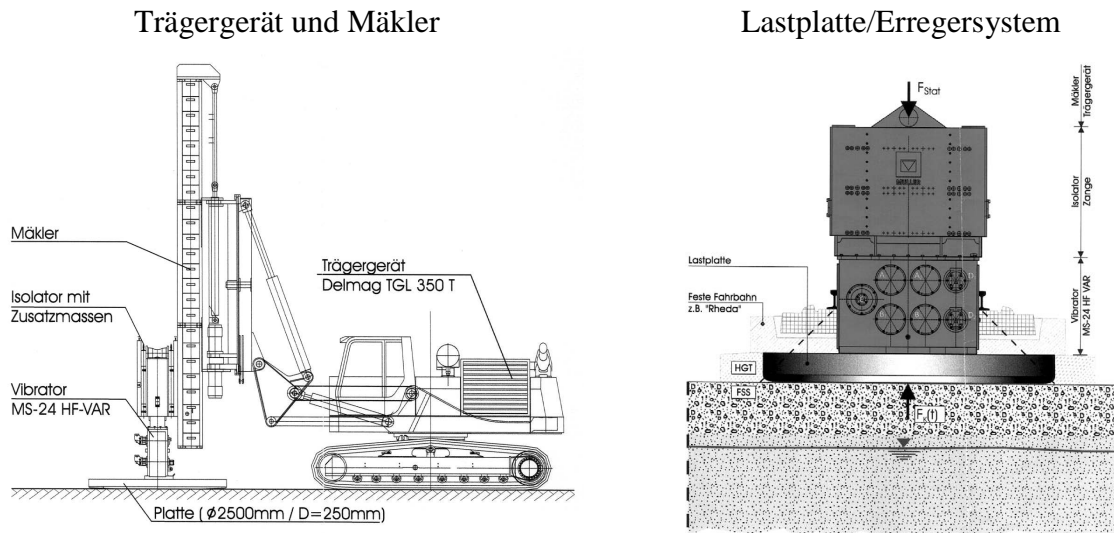
### **7.8.1 Vorbemerkung**

Um das vereinfachte Berechnungsverfahren mit dem Programm *PlastVer* zu verifizieren, werden die Ergebnisse eines in-situ Versuches mit denen von *PlastVer* und einer FEM Berechnung mit ABAQUS verglichen. Es werden Vergleichsberechnungen eines dynamischen in-situ Plattendruckversuches mit unterschiedlichen dynamischen Anregungen, durchgeführt.

### **7.8.2 Dynamischer Plattendruckversuch**

Im Bereich der ICE Neubaustrecke Köln-Rhein/Main, BA Mitte, Los C wurde das Verformungsverhalten der Hinterfüllungen von Kunstbauwerken in-situ unter dynamischer Belastung untersucht. Dazu wurden die Widerlagerhinterfüllungen der EÜ Petersberg (Bau-km 129+065, PFA 31.6) mit dem dynamischen Erregersystem DyStaFiT von *ARCADIS Trischler&Partner (1999)*, welches die Belastung aus Eisenbahnverkehr simulieren soll, zyklisch-dynamisch belastet, siehe Bild 7.9.

Mit einer großen starren Lastplatte ( $\varnothing 2.5\text{m}$ ) wird über Eigengewicht und Anpressdruck eine Bodenspannung  $p_s$  aufgebracht, die der eines ICE Drehgestelles entsprechen soll. Mit dem Vibrationsrüttler werden dann Schwinggeschwindigkeiten erzeugt, wie sie bei Zugüberfahrten auftreten. Eine beliebig hohe Anzahl von Lastwechseln ist möglich, an einem Tag können so bis zu  $N = 1.0\text{E}+06$  Lastwechseln aufgebracht werden, was in etwa 25% der gesamten Lastzyklen während der Lebensdauer einer Festen Fahrbahn entspricht, *Dürrwang et. al (1999)*.



**Bild 7.9:** Mobiles Testsystem DyStaFiT, aus *ARCADIS Trischler&Partner (1999)*

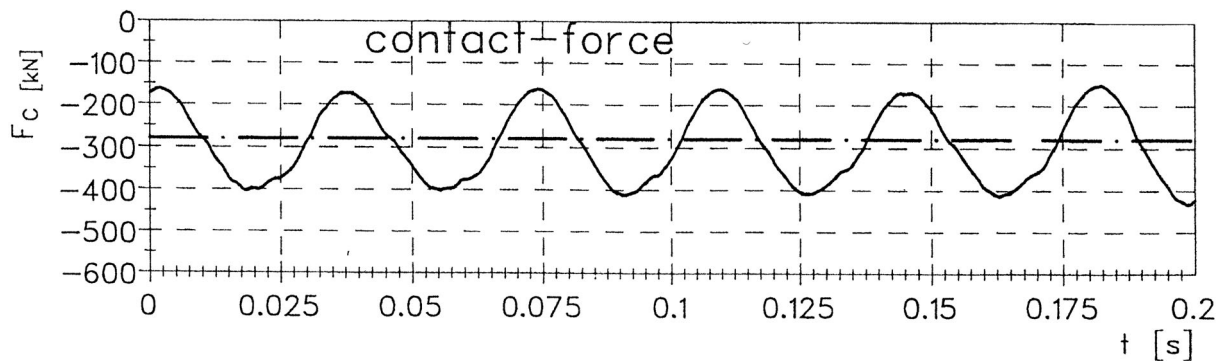
### 7.8.3 Lastannahmen und Randbedingungen der FEM Berechnung

#### 7.8.3.1 Lastannahmen

Das Eigengewicht der DyStaFiT-Platte einschließlich des Vibrators erzeugt eine mittlere statische Spannung von ca.  $27 \text{ kN/m}^2$  auf der Unterseite der DyStaFiT-Platte. Die Erhöhung des statischen Anpressdrucks um rd.  $30 \text{ kN/m}^2$  auf ca.  $57 \text{ kN/m}^2$  entspricht in etwa den auftretenden Zusatzspannungen bei Zugüberfahrten, *ARCADIS Trischler&Partner (1999)*. Zusätzlich zum statischen Anpressdruck wird die Druckplatte durch vier gegenläufige Exzentermassen sinusförmig angeregt, Bild 7.9.

Die Durchführung des DyStaFiT Versuches und damit auch der ABAQUS Berechnung gliedert sich in mehrere Abschnitte. In Phase 0 wird der statische Anpressdruck von  $57 \text{ kN/m}^2$  aufgebracht. In Phase 1 findet ein Frequenztest statt, bei dem zur Ermittlung des frequenzabhängigen Verhaltens die Platte mit verschiedenen Frequenzen aber kleiner Schwinggeschwin-

digkeit von  $v_{z,\text{eff}} < 10$  mm/s quasi-elastisch angeregt wird. Da aber auch in der Phase 1 signifikante Setzungen gemessen wurden, wird im Rahmen der numerischen Berechnung die Phase 1 als Bestandteil der nachfolgenden Gebrauchslastphase 2 behandelt. In Phase 2 wird schließlich eine dynamische Anregung mit  $v_{z,\text{eff}} = 20$  mm/s (OK Druckplatte) aufgebracht und für bis zu  $N = 3.25\text{E}+06$  Lastwechsel aufrechterhalten. Über die an der Grenzschicht Platte-Untergrund ermittelten Kontaktkräfte  $F_c$  können im Weiteren die Lastannahmen für die Berechnung abgeleitet werden.



**Bild 7.10:** Kontaktkraft  $F_c$  der zyklisch-dynamischen Lastplatte DyStaFiT während der Versuchsdurchführung, aus *ARCADIS Trischler&Partner (1999)*

In Bild 7.10 ist beispielhaft für eine Belastungsfrequenz von  $f_B = 26.8$  Hz die Kontaktkraft zwischen der DyStaFiT Platte und dem Untergrund über eine Belastungsdauer von  $\Delta t = 0.2$ s dargestellt. Die für den gewählten Lastplattendruckversuch am MQ3 angegebene Schwinggeschwindigkeit beträgt  $v_{\text{eff}} = 20$  mm/s auf OK Lastplatte. Dadurch, dass die Druckplatte über den genannten statischen Anpressdruck von ca.  $57$  kN/m<sup>2</sup> hinaus mittels Exzentermassen angeregt wird, ergibt sich aus Bild 7.10 der für den quasi-statischen Stoffansatz benötigte Ruhe- oder die statische Auflast  $p_s$  aus der minimalen dynamischen Kontaktkraft  $F_c$  der Druckplatte (Radius  $r = 1.5$ m) zu:

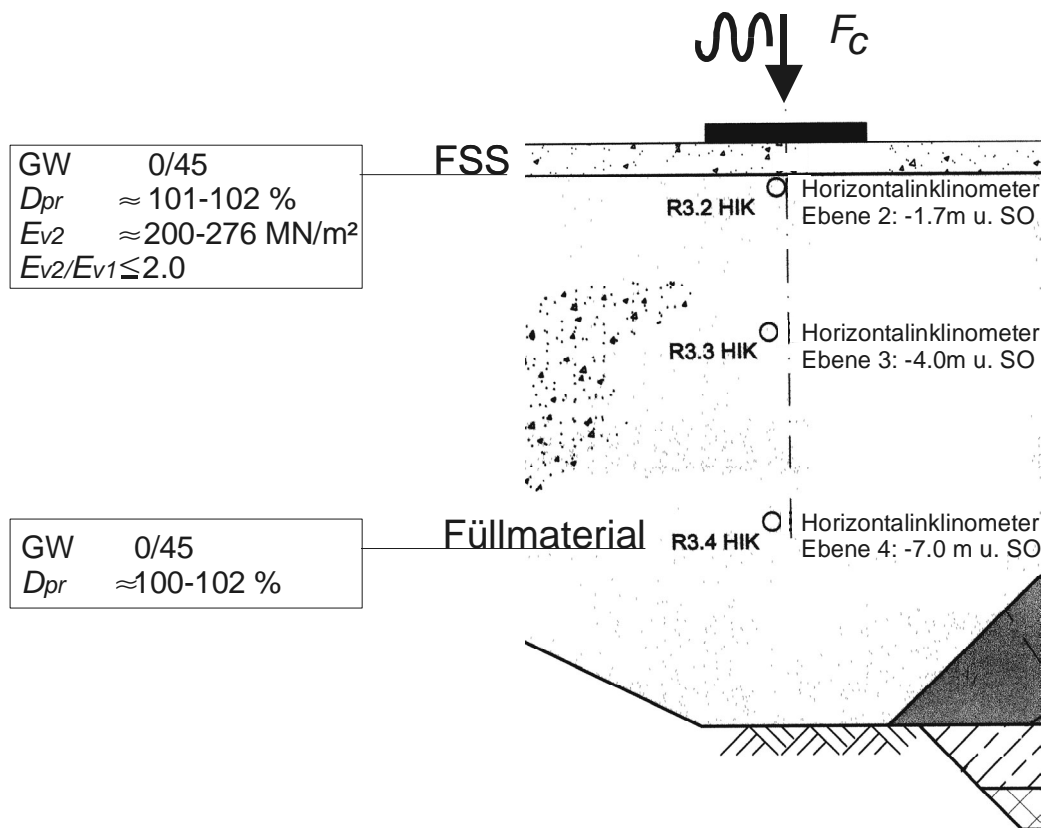
$$p_s = \frac{F_{c\text{min}}}{\pi r^2} = \frac{160}{\pi 1.25^2} \approx 32.6 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}. \quad (7.12)$$

Die zyklische Zusatzlast  $p_c$  ergibt sich aus der doppelten dynamischen Amplitude der Kontaktkraft  $F_c$  aus Bild 7.10 zu:

$$p_c = \frac{F_{c\text{max}} - F_{c\text{min}}}{\pi r^2} = \frac{240}{\pi 1.25^2} \approx 48.9 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (7.13)$$

## 7.8.3.2 Eingangsparemeter

Der berechnete Lastplattendruckversuch wurde in der unmittelbaren Nähe des Widerlagers am Regelquerschnitt RQ3 (Station 129+050), erbaut nach Anforderungskatalog Feste Fahrbahn (AKFF), DB AG (1995), durchgeführt, siehe Bild 7.11.



**Bild 7.11:** Querschnitt Widerlager EÜ Petersberg, nach ARCADIS Trischler&Partner (1999)

In den Ebenen 0 (UK HGT, UK DyStaFiT Platte) bis Ebene 4 wurden die Messquerschnitte orthogonal zur Linienachse in verschiedenen Tiefenlagen mit Horizontalinklinometern (HIK) ausgestattet, siehe Bild 7.11. Eine intermittierende Setzungsmessung über der Tiefe ist damit gewährleistet.

Die am Querschnitt RQ3 im Feste Fahrbahn Unterbau eingebauten Materialien entsprechen einem weitgestuften Kies (0/45) mit einem optimalen Verdichtungsgrad  $D_{pr} \approx 100\%$  und einem Wiederverdichtungsmodul von  $E_{v2} = 200 \text{ MN/m}^2$ . Die FSS weist im Vergleich zur Dammschüttung nach Bild 7.11 eine etwas höhere Verdichtung auf. Für die Berechnung wird einheitlich der Elastizitätsmodul zu

$$E = \frac{1 - \nu - 2\nu^2}{1 - \nu} E_s \approx 150 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2} \quad (7.14)$$

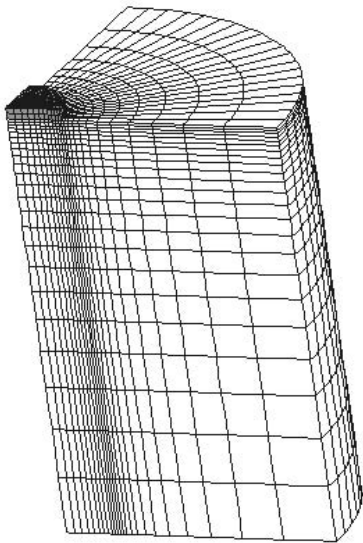
gesetzt. Tabelle 7.2 zeigt zusammenfassend die aus den eigenen CTRC-Versuchen, siehe *Gotschol (2002)*, ermittelten und für den zyklisch-viskoplastischen Stoffansatz benötigten Eingangsgrößen der im Querschnitt RQ3 verwendeten Materialien.

**Tabelle 7.2:** Eingangsgrößen der durchgeführten quasi-statischen Berechnung

Materialien	Bodenkenngrößen	Stoffansatz
Druckplatte	$\gamma = 24 \text{ kN/m}^3$ $E = 210000 \text{ MN/m}^2$ $\nu = 0.3$	elastisch
FSS / Füllmaterial	$\nu = 0.30$ $\gamma = 19.5 \text{ kN/m}^3$ $\varphi' = 47^\circ$ $c' = 1.0 \text{ kN/m}^2$ $E = 150 \text{ MN/m}^2$ $\alpha = 0.0847$ $\beta = 0.36$ $\chi = 1.6567$ $\lambda = 0.20$ $K = 1.0$	zyklisch-plastisch

### 7.8.3.3 Finite Elemente Modell

Die Diskretisierung des Berechnungsausschnittes ist in einem  $90^\circ$  Ausschnitt aus Bild 7.12 ersichtlich. Das für die Nachrechnung gewählte FE-Netz besteht aus axialsymmetrischen 8 Knoten-Elementen mit reduzierter Integration.

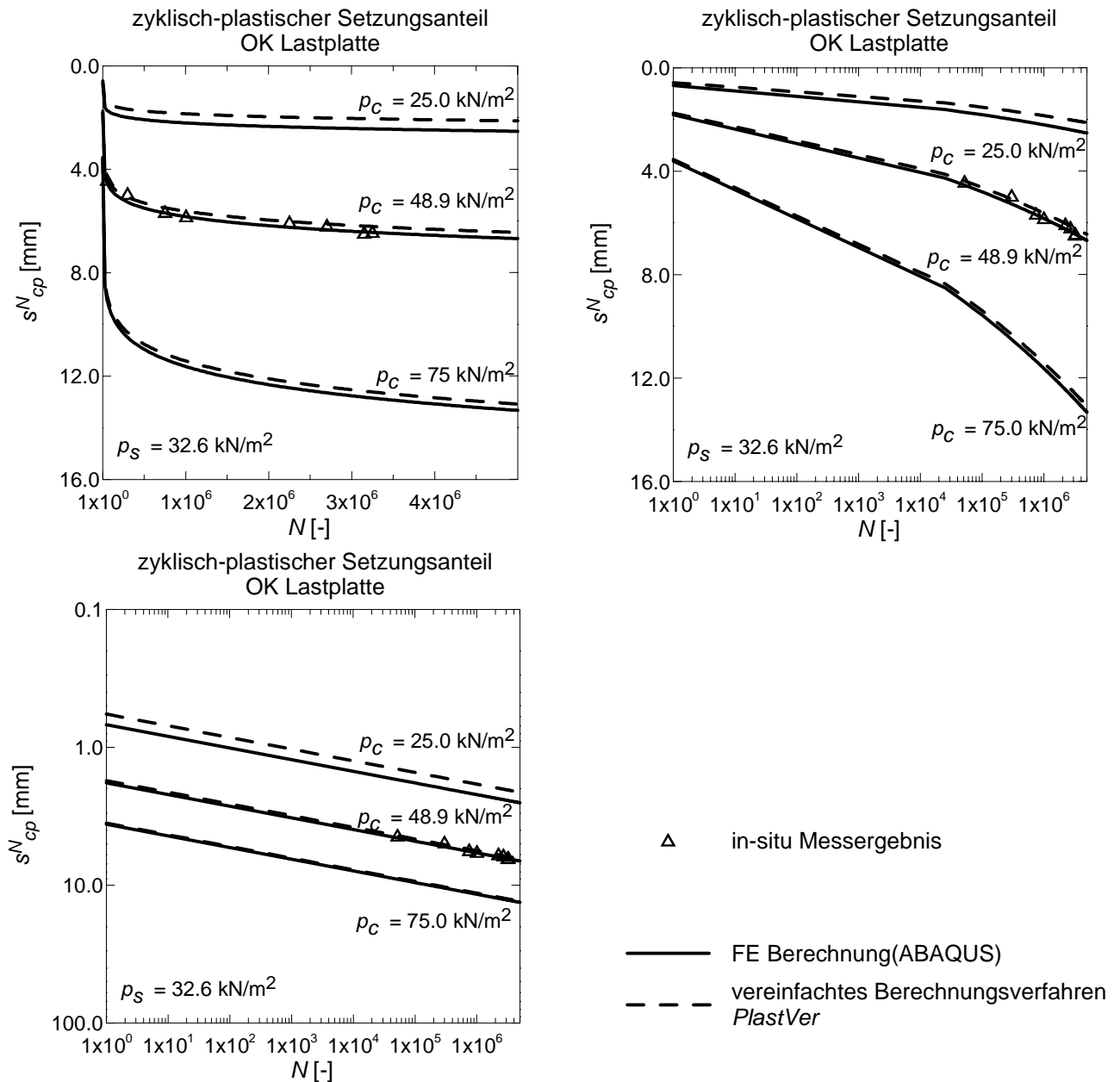


**Bild 7.12:**

$90^\circ$  Ausschnitt des axialsymmetrischen FE-Netzes zur Modellierung des dynamischen Plattendruckversuches

### 7.8.4 Berechnungsergebnisse

In Bild 7.13 sind das in-situ Messergebnis der Setzung auf der Oberkante der dynamischen Lastplatte, die Ergebnisse der dazugehörigen FE Berechnung mit ABAQUS sowie die des vereinfachten Berechnungsverfahrens, Programm *PlastVer* für die zuvor erläuterten Randbedingungen  $p_s = 32.6 \text{ kN/m}^2$  und  $p_c = 48.9 \text{ kN/m}^2$  gegenübergestellt.

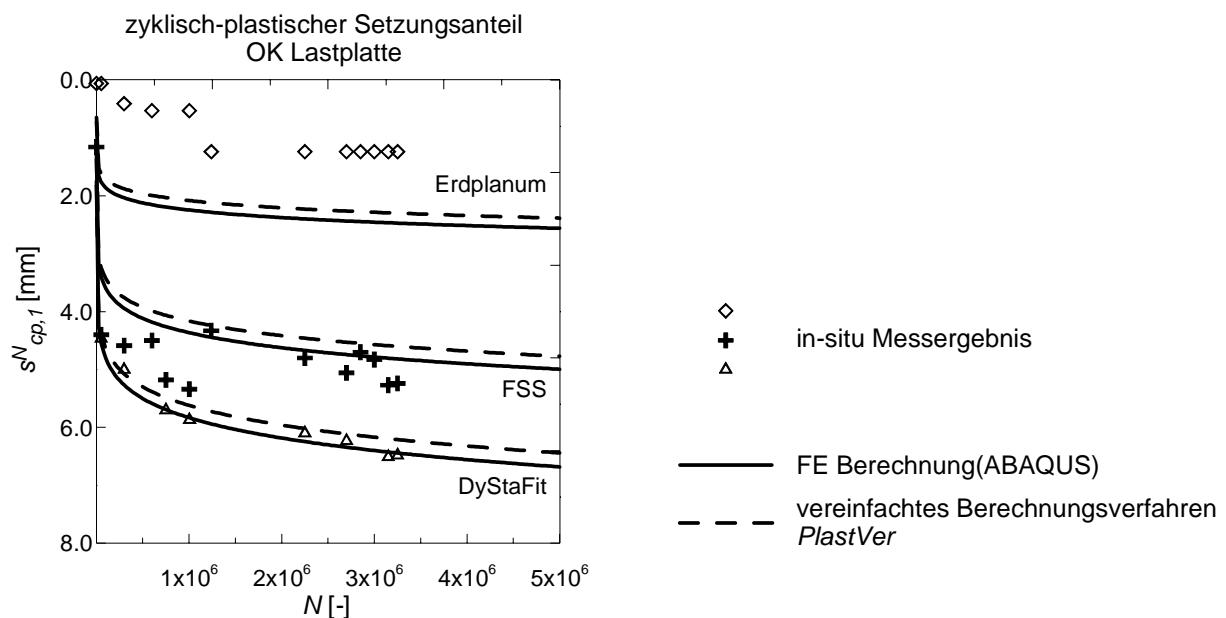


**Bild 7.13:** Gegenüberstellung in-situ Messergebnis der Setzung DyStaFiT Platte, mit dazugehöriger FE Berechnung, ABAQUS, sowie vereinfachtem Berechnungsverfahren, *PlastVer*. Lineare, halb-logarithmische und doppelt-logarithmische Darstellung



Es ist deutlich zu sehen, dass für die dynamische Zusatzlast  $p_c = 48.9 \text{ kN/m}^2$  die Ergebnisse der in-situ Messung mit DyStaFiT, der FEM mit ABAQUS und der *PlastVer* Berechnungen eine gute Kongruenz aufweisen. Im doppelt logarithmischen Maßstab ergibt sich für die Setzungen über der Lastwechselzahl ein linearer Zusammenhang.

Um das vereinfachte Berechnungsverfahren mit dem Programm *PlastVer* weiterhin auf die Zuverlässigkeit zu überprüfen wird darüber hinaus die zyklische Belastung mit  $p_c = 25 \text{ kN/m}^2$  bzw.  $75 \text{ kN/m}^2$  bei gleichbleibender statischer Zusatzlast von  $p_s = 32.6 \text{ kN/m}^2$  variiert, siehe Bild 7.13. Die Unterschätzung der Ergebniswerte mit *PlastVer* zur FEM Lösung mit ABAQUS beträgt bis zu 10% und liegt damit für praktische Überschlagsrechnungen im befriedigenden Rahmen.



**Bild 7.14:** Setzungen in verschiedenen Tiefenlagen aus in-situ Messung, ABAQUS und *PlastVer* Berechnung

Bild 7.14 zeigt die Gegenüberstellung der in-situ Setzungsmessungen mit den Berechnungsergebnissen nach ABAQUS und *PlastVer* auf Oberkante dynamischer Lastplatte DyStaFiT in der Frostschutzschicht (-1.20 m u. SO) sowie nahe Erdplanum (-1.70 m u. SO). Es liegt eine insgesamt befriedigende Kongruenz der Berechnungsergebnisse vor. Die relativ große Abweichung der Berechnungsergebnisse von den Setzungsmessungen auf dem Erdplanum ist zum einen in dem sehr kleinen Wert der absoluten Setzung und den erreichbaren Messgenauigkeiten der verwendeten Horizontalinklinometer zu suchen. Zum anderen sind Vorverdichtungen des Erdplanums, beispielsweise durch Baubetrieb, durch den ursprünglichen zyklisch-viskoplastischen Stoffansatz nach Abschnitt 4 nur bedingt erfassbar. Siehe dazu

*Gotschol (2002)*, der die Problematik mit einem Energieansatz für praktische Anwendungen untersucht.

Das Beispiel zeigt, dass das vereinfachte Berechnungsverfahren zur Abschätzung von starren kreisförmigen sowie unendlichen Streifenfundamenten, Rechenprogramm *PlastVer*, im Vergleich zur FEM Lösung mit ABAQUS die Entwicklung der zyklisch-plastischen Setzungen unter den gegebenen Randbedingungen in guter Näherung beschreibt. Eine Abschätzung der Grenztiefe mit *PlastVer* erscheint für numerischen Berechnungen sinnvoll.

Parameterstudien zeigen ein ähnliches Verhalten für starre kreisförmige sowie starre endlose Streifenfundamente. Zur Gültigkeit des vereinfachten Berechnungsverfahrens und des Programms *PlastVer* und dessen Anwendungsbereichen bzw. Grenzen siehe Abschnitt 7.7.

## **8 Anwendungsbeispiele unter Verwendung des zyklisch-viskoplastischen Stoffansatzes für granulare Materialien unter nichtruhender Lasteinwirkung**

### **8.1 Allgemeines**

Im Folgenden werden praktische Anwendungsbeispiele des nach Abschnitt 4 und 5 in das Programmsystem ABAQUS implementierten Stoffansatzes für granulare Materialien unter nichtruhender Lasteinwirkung gegeben. Im Einzelnen werden für zwei- sowie dreidimensionale Anwendungen jeweils Beispiele aus Modellversuchen sowie in situ Vergleichsberechnungen durchgeführt. Beispiele für axialsymmetrische Berechnungen finden sich in Abschnitt 7 zum Setzungsverhalten von zyklisch-dynamisch beanspruchten Lastplatten, sowie in Abschnitt 6 zu zyklisch-triaxialen Laborversuchen an Schottermaterialien.

Die Auswahl der Beispiele ergibt sich zunächst nach vorliegenden messtechnisch dokumentierten Randbedingungen bei Modellversuchen und einem Ausführungsprojekt. Dabei liegen zunächst nur Ergebnisse mit dem Oberbau Feste Fahrbahn vor. Beispielhaft wird u.a. die Übergangsproblematik Brücke-Erdbauwerk untersucht, um die Leistungsfähigkeit des entwickelten Verfahrens zu dokumentieren. Abschließend wird die Anwendbarkeit des Verfahrens für Schwellengeometrien auf Schotterbett gezeigt. In *Gotschol (2002)* ist eine weitere Vergleichsberechnung eines großmaßstäblichen Modellversuches mit Schotterbett dargestellt.

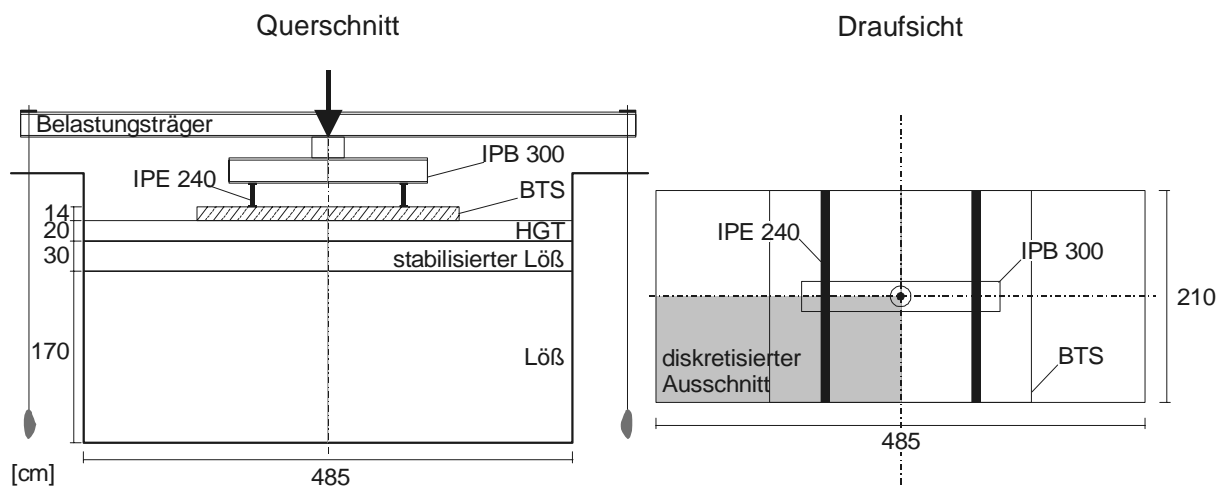
### **8.2 Ebener Modellversuch Feste Fahrbahn**

#### **8.2.1 Zielsetzung**

Grundlage dieser Vergleichsberechnung ist der Belastungsversuch an einem Feste Fahrbahn-Erdbau-Modell im Maßstab 1:1 an der FMPA, siehe *Wichter/Gay (1987)*. Der Modellversuch ist unter Ansatz weitgehend ebener Verformungsrandbedingungen durchgeführt worden, so dass mit ABAQUS zwei-dimensionale und/oder drei-dimensionale Berechnungen durchgeführt werden können. Weiterhin wurden im Modellversuch zum Teil bindige Bodenmaterialien verwendet, so dass die generelle Eignung des zyklisch-viskoplastischen Stoffansatzes nach Abschnitt 4 auch in Sonderfällen für bindiges Material gezeigt werden kann, soweit keine Porenwasserüberdrücke wirksam sind.

### 8.2.2 Geometrie und verwendete Messtechnik

Der Aufbau des Fahrbahnsystems im Modellversuch ist in Bild 8.1 dargestellt. Das im Versuchsstand eingebaute Segment der Festen Fahrbahn hatte in Gleisrichtung eine Länge von  $l = 2.1\text{m}$  und eine Breite von  $b = 4.85\text{m}$ . Auf die Wände des Versuchsstandes wurde ein System aus PVC Folie und Fettschicht appliziert um ebene Verformungsrandbedingungen zu gewährleisten. Die auf der HGT aufliegende BTS bestand aus einer 14.0 cm dicken stahlbewehrten Betontragplatte mit 2.6 m Breite. Die HGT selbst bestand aus einer hydraulisch gebundenen Schottertragschicht von 20 cm Mächtigkeit. Der Untergrund wurde durch eine 30.0 cm dicke stabilisierte Lößschicht mit einer anschließenden 1.7 m dicken Rohlößschicht realisiert. Die Gleise wurden durch Stahlprofile (IPE240) mit 1.50 m Achsabstand idealisiert. Über eine hydraulische Presse und einem querliegenden Stahlprofil (IPB 300) wurde die zyklische Last ortsfest in die Gleisprofile eingeleitet.



**Bild 8.1:** Querschnitt und Draufsicht ebener Modellversuch Feste Fahrbahn

Zur Messung der Querdehnung in der BTS wurden 2 DMS Messketten, appliziert auf Flachseisen 30/3, zwischen die Bewehrungsmatten der BTS mit jeweils 2.0 cm Überdeckung eingegossen. Weiterhin wurden quer zur Gleisachse in Fahrbahnmitte, auf der Oberkante der BTS, Weggeber und Messuhren zur Absolutsetzungsmessung installiert. Es lassen sich somit, neben den Dehnungen in der BTS, auch die Absolutsetzungen auf der Oberkante des Feste Fahrbahnsystems mit den numerischen Berechnungen des Langzeitverhaltens vergleichen.

### 8.2.3 Belastungsannahmen und Vereinfachungen

Die Beaufschlagung der ortsfesten hydraulischen Belastungspresse erfolgte mit einer Frequenz von ca.  $f_B = 1$  Hz. Die Unterlast betrug dabei 20 kN und die Oberlast 300 kN. Für die numerische Berechnung nach Abschnitt 4 und 5 ergibt sich dadurch eine statische Grundlast von  $p_s = 20$  kN sowie eine zyklische Belastung von  $p_c = 300 - 20 = 280$  kN. Dies entspricht einer mittleren Sohlspannung von  $\sigma_s = 1.96$  kN/m<sup>2</sup> und  $\sigma_c = 27.49$  kN/m<sup>2</sup>.

Obwohl der Versuchsaufbau als ebenes Modell konzipiert war, wird für die Berechnung im Rahmen dieser Arbeit eine dreidimensionale Abbildung gewählt, da die Last als Punktlast und nicht als ebene Streifenlast eingeleitet wird. Die Biegesteifigkeit der Schienen wird direkt erfasst. Für die numerische Berechnung wird damit ein vereinfachter dreidimensionaler Berechnungsausschnitt unter Ausnutzung der Symmetrie in Quer- und Längsrichtung zur Gleisachse angewendet, siehe Bild 8.1. Auf die Abbildung des auf dem Schienenprofil querliegenden Stahlträgers wird verzichtet, da die eingeleitete ortsfeste Kraft symmetrisch in die Schienen eingeleitet wird.

### 8.2.4 Materialkenngrößen

Für die Berechnung des Langzeitverhaltens am System wird davon ausgegangen, dass die Systemkomponenten HGT und BTS mittels elastischer Materialeigenschaften beschrieben werden können. Das Schottermaterial der HGT wurde dabei mit einer Zugabe von 6 % Portlandzement PZ35 gebunden. Die Kenngrößen dazu werden aus den Steifigkeitsberechnungen in *Wichter/Gay (1987)* übernommen.

Im Modellversuch wurden die Lössmaterialien in der Nähe des optimalen Wassergehaltes von  $w = 15\%$  eingebaut. Für den Rohlöß wurde nach Einbau ein Verformungsmodul für Wiederbelastung von  $E_{v2} = 14.2$  MN/m<sup>2</sup> gemessen. Für das stabilisierte Lößmaterial fand eine Zugabe von 5% Weißfeinkalk statt. Der gemessene  $E_{v2}$  Wert betrug für dieses Material 188 MN/m<sup>2</sup>. Die zyklisch-viskoplastischen Materialkenngrößen für den stabilisierten Löss sowie den Rohlöss sind in Anlehnung an eigene Versuche, den Angaben in *Wichter/Gay (1987)* und den von *Hodjera (1979)* publizierten Untersuchungen abgeleitet. Insbesondere für die notwendigen Kenngrößen zum zyklisch-viskoplastischen Materialverhalten fand eine Abgleichung der eigenen Versuche mit denen von *Hodjera (1979)* statt. Nach Abschnitt 4 werden für bindige Bodenmaterialien bei dem hier verwendeten zyklisch-

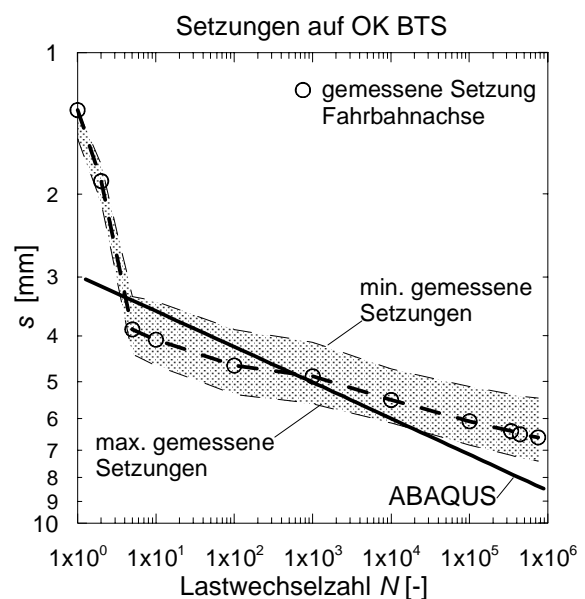
viskoplastischen Stoffansatz Porenwasserdrücke vernachlässigt. Tabelle 8.1 zeigt dazu zusammenfassend alle verwendeten Materialkenngrößen.

**Tabelle 8.1:** Zusammenfassende Darstellung verwendeter Materialkenngrößen

Materialien	Bodenkenngrößen	Stoffansatz
BTS	$\gamma = 24 \text{ kN/m}^3$ $E = 44000 \text{ MN/m}^2$ $\nu = 0.20$	elastisch
HGT	$\gamma = 22 \text{ kN/m}^3$ $E = 182 \text{ MN/m}^2$ $\nu = 0.20$	elastisch
Stabilisierter Löss	$\gamma = 14.6 \text{ kN/m}^3$ $E = 181 \text{ MN/m}^2$ $\nu = 0.3$ $\varphi' = 35^\circ$ $c' = 15.0 \text{ kN/m}^2$ $K = 1.0$ $\lambda = 0.2$ $\alpha = 0.0241$ $\beta = 0.01057$ $\chi = 1.7635$	zyklisch- viskoplastisch
Löss	$\gamma = 15.2 \text{ kN/m}^3$ $E = 14.1 \text{ MN/m}^2$ $\nu = 0.35$ $\varphi' = 27.5^\circ$ $c' = 5.0 \text{ kN/m}^2$ $K = 1.0$ $\lambda = 0.2$ $\alpha = 0.08$ $\beta = 0.1015$ $\chi = 1.35$	zyklisch- viskoplastisch

### 8.2.5 Ergebnisse

Die vertikalen Setzungen auf der Oberkante BTS sowie die Querdehnungen in der BTS wurden während des Versuches intervallweise zu bestimmten Lastwechselzahlen aufgezeichnet. Bild 8.2 zeigt dazu eine Gegenüberstellung der mit ABAQUS in Plattenmitte berechneten, sowie der im Belastungsversuch gemessenen Setzungen auf der Oberkante der BTS.

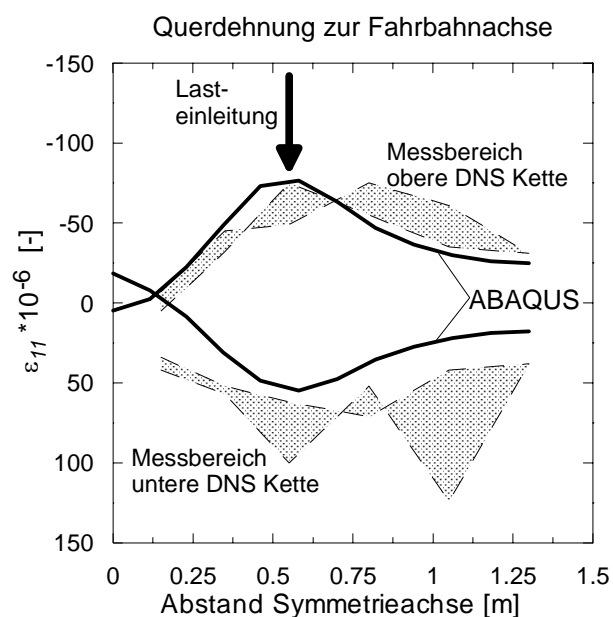


**Bild 8.2:**

Berechnungs- und Versuchsergebnisse Absolutsetzungen auf OK BTS

Für die gemessenen Setzungen wird neben der in Fahrbahnachse gemessenen Werte ein minimaler und ein maximaler Bereich angegeben, da sich im Laufe des Versuches zwischen linker und rechter Symmetrieseite der BTS eine Schrägstellung einstellte. Aus dem gekennzeichneten Bereich kann insofern der Grad der Schrägstellung entnommen werden.

Der im doppelt-logarithmischen Maßstab aufgetragene Verlauf der Setzungen ergibt für die numerische Berechnung einen linearen Zusammenhang. Die im Belastungsversuch gemessenen Werte zeigen nach Bild 8.2 innerhalb der ersten 10 Lastwechsel eine deutliche Steigungsänderung. Für Lastwechsel größer  $N = 10$  ist der Verlauf der Steigung im Versuch deutlich flacher als in der Berechnung. Ebenso zeigen sich deutliche Unterschiede bei der gemessenen und berechneten Anfangsdehnung. Begründet sind die genannten Unterschiede zum einen in der möglicherweise fehlerhaften Messtechnik und Schrägstellung der BTS im Versuch und zum anderen in dem für bindige Böden nicht vollständigen Ansatz. Für weiterführende Untersuchungen zum Stoffverhalten von bindigen Böden unter zyklischer Lasteinwirkung siehe *Hu (2000)*.



**Bild 8.3:**

Berechnungs- und Versuchsergebnisse, Dehnungen der BTS quer zur Gleisachse,  $N = 7.5E+05$

In Bild 8.3 sind die zur maximalen Lastwechselzahl  $N = 7.5E+05$  im Belastungsversuch gemessenen Querdehnungen der unteren und oberen DMS-Messkette in der BTS, und die mit ABAQUS berechneten gegenübergestellt. Wie zuvor ist für die Ergebnisse des Belastungsversuch ein Messbereich dargestellt, der sich aus den Werten der linken und rechten Symmetrieseite ergibt. Theoretisch sollten die Ergebnisse identisch sein. Für die obere Messkette ist eine gute Kongruenz zwischen Versuch und numerischer Berechnung zu erkennen. Die untere Messkette zeigt jedoch Abweichungen, die in einer fehlerhaften Messtechnik im Versuch be-

gründet sein kann. Insgesamt ergeben sich jedoch befriedigende Ergebnisse, die die Tendenzen zutreffend wiedergeben und damit plausibel sind.

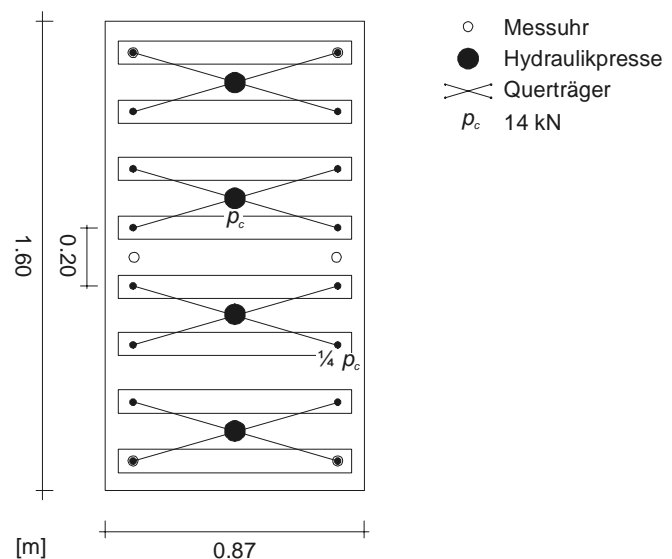
## 8.3 Räumlicher Modellversuch Feste Fahrbahn

### 8.3.1 Zielsetzung

Grundlage dieser Vergleichsberechnung ist ein räumlicher Modellversuch Feste Fahrbahn an der TH Karlsruhe im Maßstab 1:3, siehe *Hettler (1986)*. In dem hier herangezogenen Modellversuch wurde Karlsruher Mittelsand für das Untergrundmaterial verwendet, so dass eine Überprüfung des erweiterten zyklisch-viskoplastischen Stoffansatzes für den ähnlichen, enggestuften Sand (SE), nach *Gotschol (2002)* erfolgen kann. Durch die im Modellversuch vorhandene echt räumliche Spannungsausbreitung wird weiterhin gezeigt, dass bei der quasi-statischen Berechnung die zyklisch-plastischen Hauptdehnungsinkremente in den Hauptspannungsrichtungen korrekt erfasst werden.

### 8.3.2 Geometrie

Der untersuchte räumliche Modellversuch war ein im Maßstab 1:3 verkleinerter Oberbau, Bauart Rheda. Bild 8.4 sind die geometrischen Größen des Feste Fahrbahn Oberbaus zu entnehmen. Die „Fahrbahn“ wurde im maßstäblichen Versuch unter Einhaltung der Modellgesetze durch eine Holzplatte ersetzt, *Hettler (1986)*. Eine hydraulisch gebundene Tragschicht war nicht vorhanden.



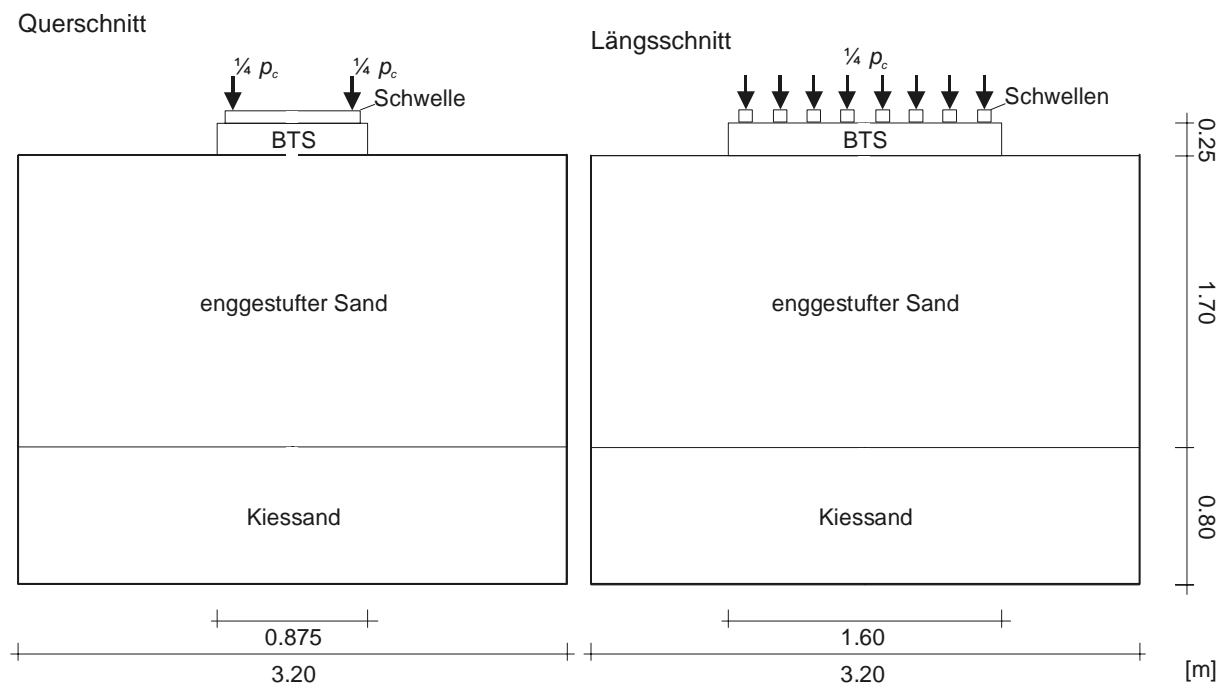
**Bild 8.4:**

Draufsicht Fahrbahnplatte mit Messtechnik, räumlicher Modellversuch Feste Fahrbahn, M. 1:3



Die Länge der Fahrbahn betrug im Modell 1.60m, wobei 8 Schwellen mit einem Abstand von 0.20 m auf der OK BTS montiert wurden. Die BTS lag ohne Einbindetiefe auf dem Untergrundmaterial (Sand) auf. Auf der OK Fahrbahn wurden 6 Messuhren installiert, so dass die Entwicklung der zyklisch-plastischen Setzungen nachverfolgt und mit den Berechnungsergebnissen verglichen werden kann.

Bild 8.5 zeigt den Querschnitt und Längsschnitt durch den diskretisierten räumlichen Modellversuch Feste Fahrbahn. Unterhalb des Untergrundmaterials ab -1.70 m Tiefe, stand im Modellversuch dichter Kiessand aus früheren Versuchen an. Für die numerische Berechnung wird diese Bodenschicht mit einer Mächtigkeit von 0.8 m bis in eine Tiefe von -2.5 m begrenzt. Weiterhin werden für die numerische Berechnung horizontale Schichtgrenzen, die an senkrecht aufstrebende Wände stoßen, vorausgesetzt. Im Modellversuch waren teilweise vom Rand abböschende Schichtgrenzen anzutreffen.



**Bild 8.5:** Querschnitt und Längsschnitt des diskretisierten räumlichen Modellversuches Feste Fahrbahn.

In der numerischen Berechnung wird auf die Abbildung der Schwellen nach Bild 8.5 verzichtet, da durch die aussteifende Wirkung der Fahrbahnplatte und der räumlichen Begrenzung des Kontinuums ein gleichmäßiges Setzungsverhalten zu erwarten ist. Die Punktlasten werden daher direkt auf die Feste Fahrbahn aufgebracht.

### 8.3.3 Belastungsannahmen

Die zyklische Lasteinleitung erfolgte sinusförmig über 4 Hydraulikzylinder mit einer oberen Schwelllast von 14.0 kN je Zylinder, siehe Bild 8.4. Über einen Querträger wurden die von den Hydraulikzylindern aufgebracht konzentrierten Lasten auf 4 Lasteinleitungspunkte jeweils zwei benachbarter Schwellen verteilt, wobei die Zylinder so gesteuert wurden, dass näherungsweise eine Zugüberfahrt wirksam ist. In der numerischen Berechnung werden nach Abschnitt 8.3.2 insgesamt  $4 \cdot 4 = 16$  Punktlasten direkt auf die Fahrbahn aufgebracht, die hier aber gleichzeitig zyklisch wirken. Die Belastungsfrequenz im Modellversuch betrug  $f_B = 1$  Hz.

### 8.3.4 Materialkenngrößen

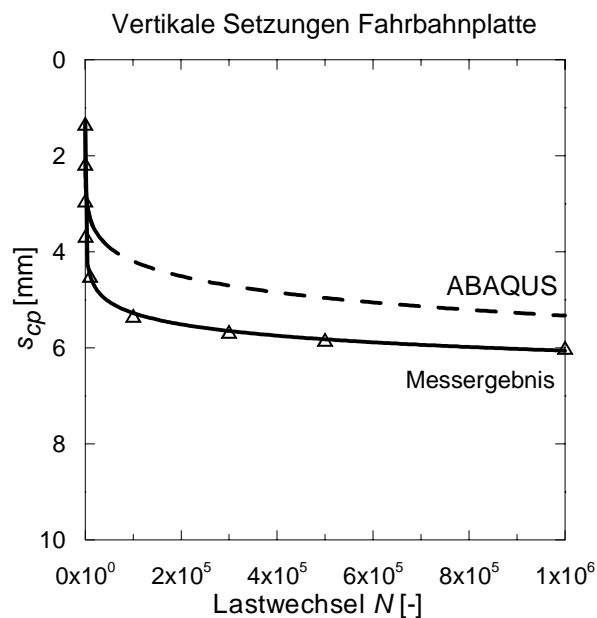
Für die Berechnung des Langzeitverhaltens des Systems wird davon ausgegangen, dass die Materialeigenschaften der im Modellversuch hölzernen Fahrbahnplatte mittels elastischer Materialeigenschaften beschrieben werden können. Für das zyklisch-viskoplastische Materialverhalten des Karlsruher Mittelsandes wird der erweiterte Stoffansatz für enggestuften Sand von *Gotschol (2002)* verwendet. Es werden daher auch nur 2 zyklische Kenngrößen benötigt, die Lagerungsdichte  $D$  sowie die Belastungsfrequenz  $f_B$ . Da der Modellversuch mit dichter Lagerung durchgeführt wurde, wird nach *Hettler (1986)* der Reibungswinkel zu  $\varphi' = 43^\circ$  gesetzt. Der Kiessand des Auflagers wird in der numerischen Berechnung mit elastischem Materialverhalten beschrieben. Tabelle 8.2 zeigt zusammenfassend alle verwendeten Stoffkenngrößen der numerischen Berechnung.

**Tabelle 8.2:** Zusammenfassende Darstellung verwendeter Stoffkenngrößen

Materialien	Bodenkenngrößen	Stoffansatz
Fahrbahn Holz	$\gamma = 24 \text{ kN/m}^3$ $E = 300 \text{ MN/m}^2$ $\nu = 0.16$	elastisch
Untergrund Karlsruher Mittelsand	$\gamma = 16.95 \text{ kN/m}^3$ $E = 90 \text{ MN/m}^2$ $\nu = 0.33$ $\varphi' = 43^\circ$ $D = 0.50$ $f_B = 1 \text{ Hz}$	zyklisch-viskoplastisch
Auflager aus Kiessand	$\gamma = 18.95 \text{ kN/m}^3$ $E = 90 \text{ MN/m}^2$ $\nu = 0.33$	elastisch

### 8.3.5 Ergebnisse

Aus Bild 8.6 ist der Setzungsverlauf gegenüber der Lastwechselzahl  $N$ , auf der Oberkante und in Fahrbahnmitte, für die numerische Berechnung sowie den Ergebnissen des Modellversuches zu entnehmen. Die mit ABAQUS berechneten Setzungen unterschätzen zwar die wirklichen im Modellversuch gemessenen bis zu einer Lastwechselzahl von  $N = 1.0E+06$  um ca. 15%, bilden den Verlauf aber gut ab. Eine noch bessere Übereinstimmung wäre zu erwarten, wenn die Kenngrößen anhand zyklischer Triaxialversuchsergebnisse am Karlsruher Sand unmittelbar zur Verfügung gestanden wären. Für praktische Anwendungen liegt diese Genauigkeit im geforderten Rahmen.



**Bild 8.6:**

Vertikale Setzungen in Mitte Fahrbahnplatte abhängig von der Lastwechselzahl  $N$

## 8.4 Ausführungsbeispiel Feste Fahrbahn

### 8.4.1 Zielsetzung

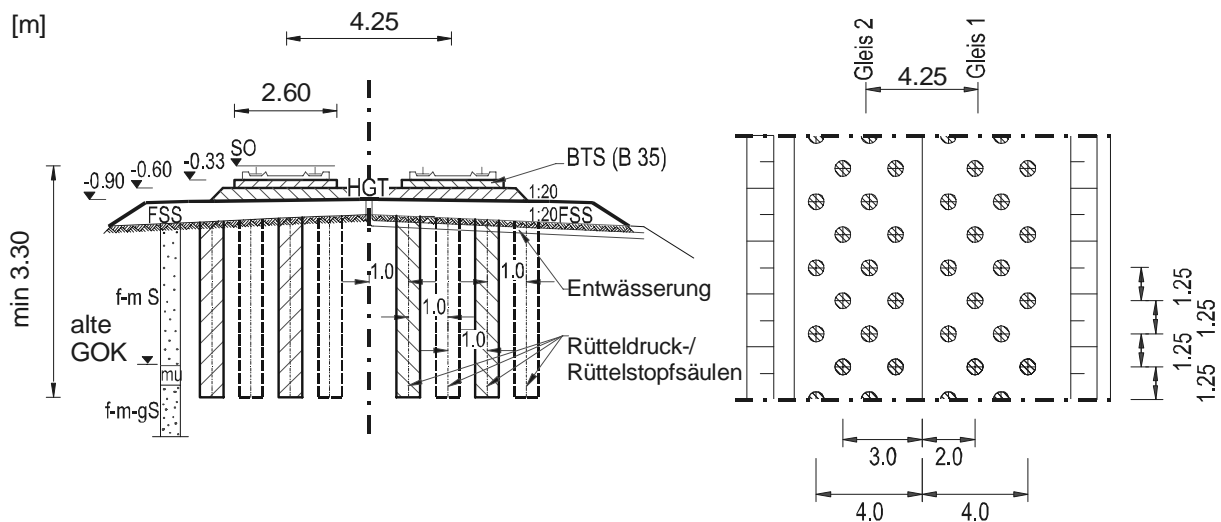
Das hier durchgeführte Berechnungsbeispiel baut auf einer Studie von *Kempfert/Hu (1999c)* auf. Es stützt sich auf in situ Messungen an der Ausbaustrecke Berlin-Hamburg der Jahre 1993-1994. Auf einem 6 km langen Abschnitt des Teilstücks Wittenberge-Dergenthin wurde der alte Schotteroberbau durch ein Oberbausystem Feste Fahrbahn Bauart Züblin für eine Richtgeschwindigkeit von bis zu 200 km/h ausgebaut, sowie der Unterbau/Untergrund wegen der relativ ungünstigen Untergrundverhältnisse mit Hilfe einer kombinierten Rüttelstopf-/Rütteldruckverdichtung verbessert. Zur Überwachung des Stabilitäts- und Verformungsver-

haltens der Festen Fahrbahn wurden nach Wiederinbetriebnahme umfangreiche in situ Messungen über einen längeren Zeitraum durchgeführt.

Ziel der numerischen Berechnungen ist es zu zeigen, dass das Langzeitverhalten für Oberbausysteme Typ Feste Fahrbahn in vereinfachter Weise unter Ansatz ebener Verformungszustände mit ABAQUS näherungsweise berechnet werden kann. Vergleichende Berechnungsergebnisse zu der von *Kempfert/Hu (1999)* durchgeführten Studie am Bauwerk werden den in situ Messergebnissen gegenübergestellt. Unterschiedliche Materialeigenschaften und Lastumlagerungen mit veränderlichen Hauptspannungsrichtungen innerhalb des Berechnungsausschnittes können sinnvoll abgebildet werden. Die Möglichkeit einer vereinfachten Bestimmung der nach Abschnitt 4 benötigten zyklisch-viskoplastischen Materialkenngrößen wird mittels eines Rütteltischversuches aufgezeigt.

#### 8.4.2 Bauwerk und Abmessungen

Für die Herstellung der kombinierten Rüttelstopf-/Rütteldruckverdichtung mit Schottersäulen zur Untergrundverbesserung wurde das vom alten Schotteroberbau abgetragene und gereinigte Schottermaterial verwendet. Das Säulenraster ist in Bild 8.7 dargestellt.



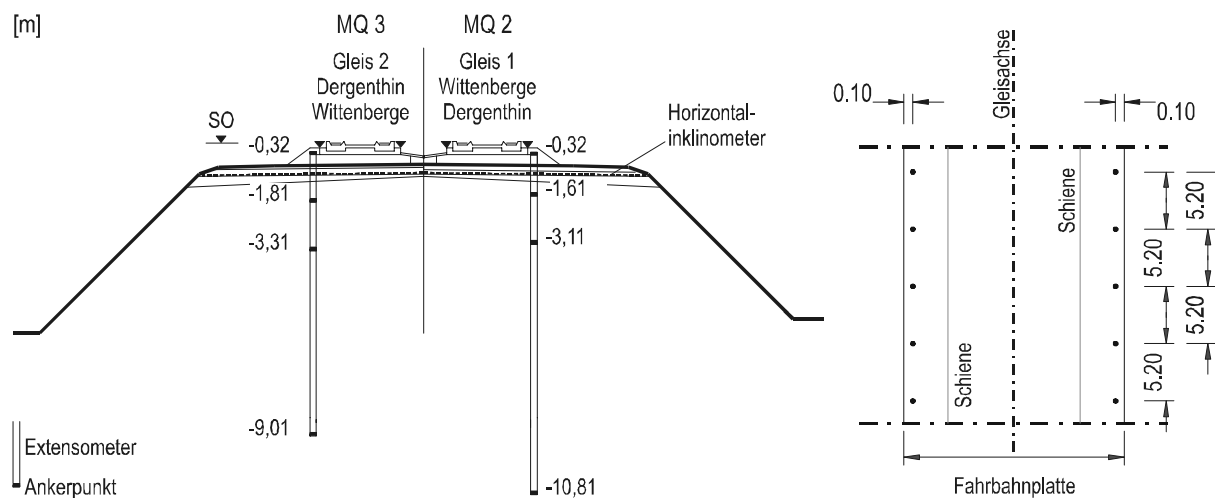
**Bild 8.7:** Querschnitt der Fahrbahnkonstruktion und Lageplan der Schottersäulen der durchgeführten Bodenverbesserung

Der Oberbau des erneuerten Systems besteht aus einer 28 cm starken Tragplatte (BTS) aus Stahlbeton B35 die auf einer 30 cm starken hydraulisch gebundenen Tragschicht (HGT) aufliegt, siehe Bild 8.7. Die unterliegende Frostschutzschicht (FSS) hat eine veränderliche Quer-

schnittshöhe von 40 bis 60 cm mit einer dem Erdplanumsquergefälle entsprechenden Neigung von 1:20.

### 8.4.3 In situ Messtechnik

Zur Überprüfung der Stabilität und des Langzeitverhalten des erneuerten Oberbausystems Feste Fahrbahn (erste zweigleisige Anwendung), wurden 4 Messquerschnitte entsprechend Bild 8.8 bestückt.



**Bild 8.8:** Installierte Messtechnik am betrachteten Querschnitt, sowie Lageplan

Folgende, für diese Arbeit relevanten Messelemente sind in den betrachteten Messquerschnitten eingebaut:

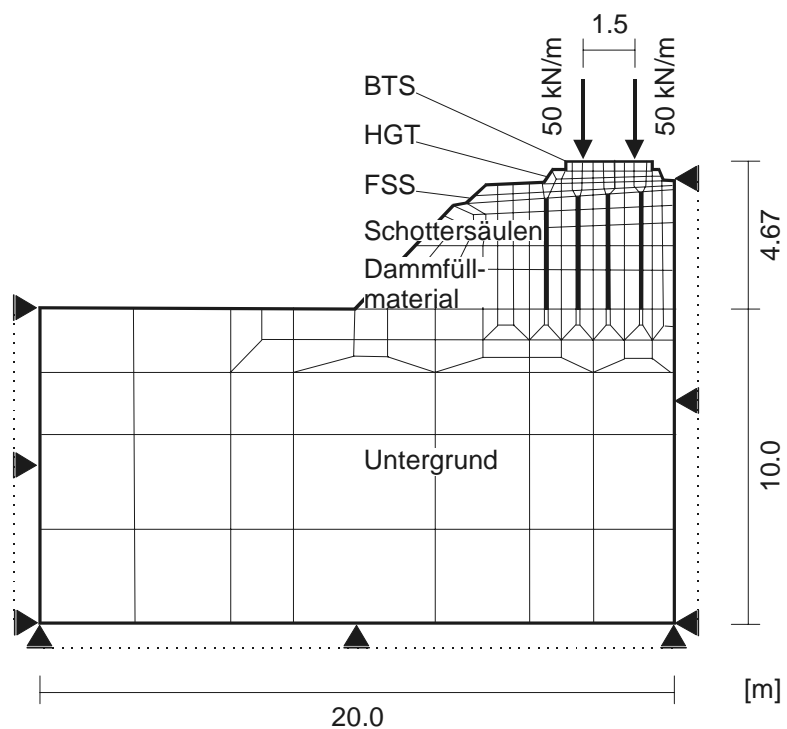
- 44 in die Tragplatte einbetonierte Messbolzen zur Bestimmung der Absolutsetzungen der Festen Fahrbahn (Feinnivellement), sowie
- Horizontalinklinometer quer zur Trassenachse zur Messung der Verformungen in der FSS über den gesamten Querschnitt, sowie
- Vertikalinklinometer.

### 8.4.4 Randbedingungen, Belastungsannahmen und Vereinfachungen

Die folgenden Berechnungen werden auf der Grundlage der Studie von *Kempfert/Hu (1999c)* sowie eigenen Laborversuchen durchgeführt. Für die bessere Vergleichbarkeit der Ergebnisse werden Netzgeometrie und Lastannahmen aus der Studie übernommen. Lediglich die ver-

wendeten Materialparameter und Stoffansätze werden nach Abschnitt 8.4.5 variiert. Es werden folgende Annahmen und Vereinfachungen getroffen:

- Ausnutzung der Achsensymmetrie zwischen den Gleisen.
- Lasteinwirkungen aus Eisenbahnverkehr werden als idealisierte Linienlasten aufgebracht und treten entsprechend der ausgenutzten geometrischen Symmetrie gleichzeitig auf. Das Niveau der quasi-statischen Ersatzlast zur Abbildung der dynamischen Lasteinwirkung beträgt  $p = 50 \text{ kN/m}$ , siehe *Kempfert/Hu (1999c)*.
- Das Material des Dammauflagers wird als konventionelles, elastisch-plastisches Material betrachtet. Der Einfluss auf die zu erwartenden zyklisch-plastischen Setzungsanteile ist als untergeordnet anzusehen. In Zusammenhang mit den hohen Überlagerungsspannungen aus der Dammauflast wird durch die Vorbelastung im Gebrauchszustand des alten Schotteroberbaues der größte Setzungsanteil aus der nicht ruhenden Lasteinwirkung vorweggenommen.
- Der Grundwasserspiegel liegt an den betrachteten Querschnitten in einer Tiefe von ca. 7 m unter Schienenoberkante (SO). Die Berechnung der zyklisch-viskoplastischen Verformungen des Dammschüttmaterials sowie der Schottersäulen sind hiervon unbeeinflusst.
- Die Schottersäulen werden für die vereinfachte ebene Berechnung analog zu *Raithel (1999)* in scheibenartige Ersatzgeometrien umgerechnet.



**Bild 8.9:**

Diskretisierter Berechnungsausschnitt, Querschnitt Eisenbahndamm mit Feste-Fahrbahn

Bild 8.9 zeigt den diskretisierten Berechnungsausschnitt des zweigleisigen Systems. Die Gesamthöhe des Modellausschnitts beträgt  $h = 14.67$  m und die Breite  $b = 20$  m.

Es wird vereinfachend zwischen den monolithischen Systemkomponenten BTS und HGT einerseits und den Bodenmaterialien andererseits ein voller Verbund angenommen. Auf die Verwendung von Interface-Elementen wird verzichtet.

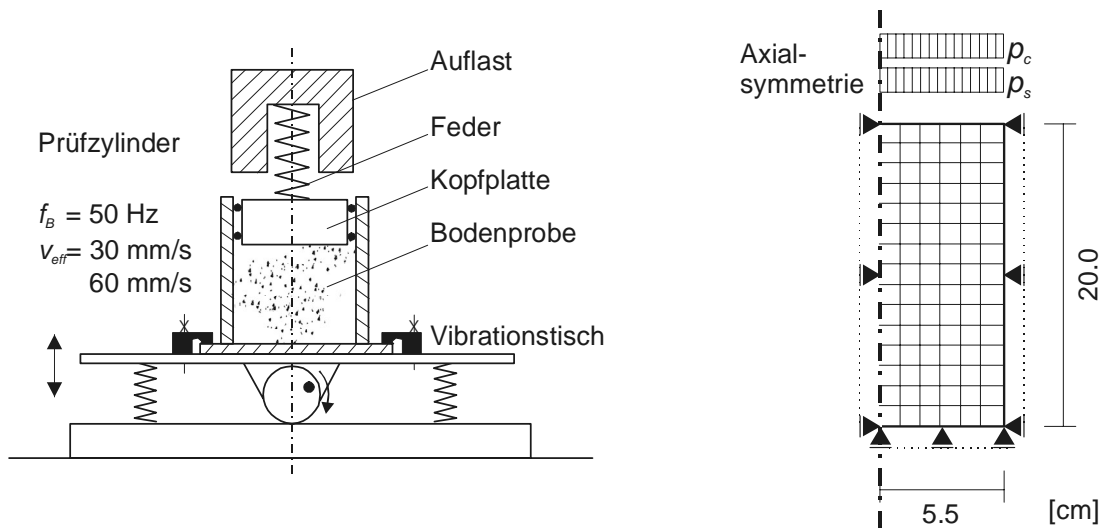
#### 8.4.5 Materialkenngrößen

Für die Berechnung des Langzeitverhaltens am System wird davon ausgegangen, dass die monolithischen Systemkomponenten HGT und BTS mittels elastischer Materialeigenschaften beschrieben werden können. Für das Material der FSS werden vereinfachend die in Abschnitt 7.8 für das Widerlager EÜ Petersberg bestimmten zyklisch-viskoplastischen Materialkenngrößen übernommen. Das Schottermaterial der Bodenverbesserung (Stopfsäulen) wird aufgrund fehlender Angaben in dichter Lagerung mit einer Ausgangsporenzahl von  $e = 0.70$  angenommen.

Unter dem Dammauflager stehen überwiegend schluffige Fein- bis Mittelsande in mitteldichter Lagerung an. Die nach Abschnitt 8.4.4 elastisch-plastischen Materialkenngrößen werden entsprechend den Laborversuchen nach *Kempfert/Berner (1997)* angesetzt.

Das Dammschüttmaterial setzt sich überwiegend aus Fein- und Mittelsanden mit schluffigen und grobsandigen Beimengungen zusammen. Die Lagerungsdichte der vorhandenen Dammschüttung ist als locker zu bezeichnen. Für die Bestimmung der zyklisch plastischen Kennwerte des Dammschüttmaterials wird auf die abgeleiteten Ergebnisse der Rütteltischversuche von *Kempfert/Hu (1999c)* zurückgegriffen.

Bild 8.10 zeigt die Rütteltischeinrichtung und das axialsymmetrische FE-Modell. Die Bodenprobe ist mit einer Ausgangslagerungsdichte von  $D = 0.49$  eingebaut. Der Probekörper hat zu Anfang des Versuches eine Höhe von  $h = 20.0$  cm mit Radius  $r = 5.5$  cm. Ausgehend von einer vertikalen statischen Auflast  $p_s = 5$  kN/m<sup>2</sup> wird eine dynamisch-harmonische Schwingung mit einer Frequenz von 50 Hz und den effektiven Schwinggeschwindigkeiten  $v_{eff} = 30$  mm/s bzw. 60 mm/s aufgebracht.

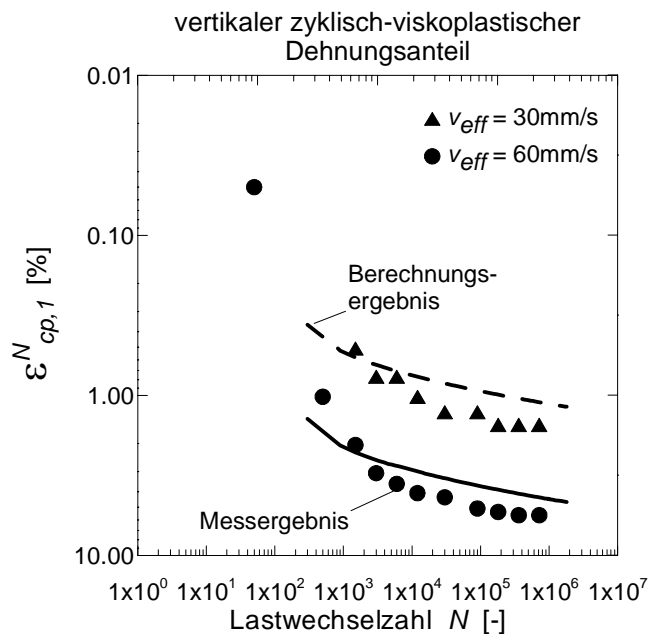


**Bild 8.10:** Rütteltischversuch im Experiment und Modell am Dammmaterial

Nach ca.  $N = 7.2E+05$  Lastwechseln beträgt die Lagerungsdichte der Probe  $D = 0.61$  bzw.  $D = 0.79$ . Bild 8.11 zeigt das Ergebnis der Nachrechnung der Rütteltischversuche mit ABAQUS. Es zeigt sich eine befriedigende Übereinstimmung, so dass die Parameter des Dammschüttmaterials nach *Kempfert/Hu (1999)* für die weiteren Berechnungen übernommen werden. Tabelle 8.4 zeigt zusammenfassend alle verwendeten Stoffkenngrößen.

**Bild 8.11:**

Berechnungs- und Versuchsergebnisse für den Rütteltischversuch



Bezüglich der Materialkenngrößen werden in dieser Arbeit die Lastwechsel abweichend von *Kempfert/Hu (1999)* idealisiert. Es wird je ein Drehgestellpaar zweier benachbarter Wagen eines Zuges als ein Lastwechsel angesehen, siehe Abschnitt 8.5.4. In *Kempfert/Hu (1999)* wurden Lastwechselkollektive pro Zugüberfahrt unabhängig von der Zuggeometrie definiert.



**Tabelle 8.3:** Zusammenfassende Darstellung verwendeter Stoffkenngrößen

Materialien	Bodenkenngrößen	Stoffansatz
BTS	$\gamma = 24 \text{ kN/m}^3$ $E = 30000 \text{ MN/m}^2$ $\nu = 0.16$	elastisch
HGT	$\gamma = 22 \text{ kN/m}^3$ $E = 5000 \text{ MN/m}^2$ $\nu = 0.25$	elastisch
FSS	$\gamma = 19.5 \text{ kN/m}^3$ $E = 150 \text{ MN/m}^2$ $\nu = 0.30$ $\phi' = 47^\circ$	elastisch-plastisch
	$K = 1.0$ $\lambda = 0.2$ $\alpha = 0.0847$ $\beta = 0.36$ $\chi = 1.6567$	zusätzlich für zyklisch-viskoplastisch
Dammschüttmaterial	$\gamma = 19 \text{ kN/m}^3$ $E = 45 \text{ MN/m}^2$ $\nu = 0.35$ $\phi' = 40^\circ$ $K = 0.8$ $\lambda = 0.1$ $\alpha = 0.84$ $\beta = 4.987\text{E-}04$ $\chi = 3.0$	zyklisch-viskoplastisch
Untergrund	$\gamma = 19 \text{ kN/m}^3$ $E = 45 \text{ MN/m}^2$ $\nu = 0.35$ $\phi' = 40^\circ$	elastisch-plastisch
Schotter	$\gamma = 20.0 \text{ kN/m}^3$ $E = 180 \text{ MN/m}^2$ $\nu = 0.33$ $e = 0.70$ $f_B = 10 \text{ Hz}$	zyklisch-viskoplastisch

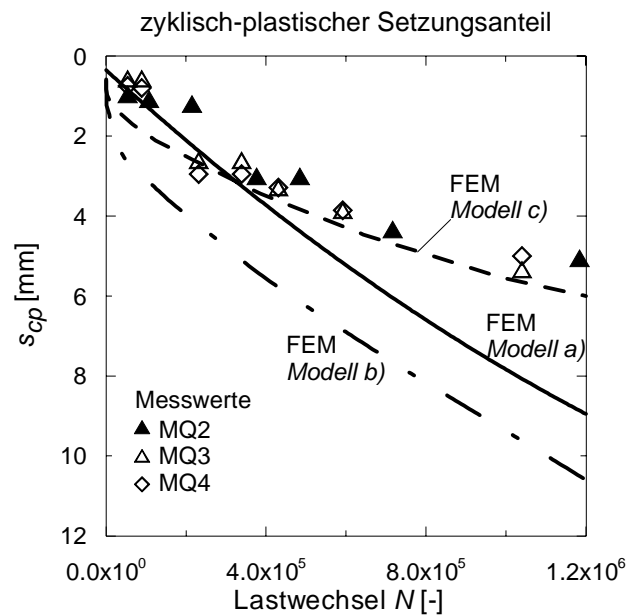
#### 8.4.6 Ergebnisse

In der Studie von *Kempfert/Hu (1999c)* sind aufgrund des Fehlens geeigneter Stoffansätze für die Schottersäulen zum einen der Damm als eine homogene Schicht idealisiert und die Frostschutzschicht mit elastisch-plastischem Materialverhalten abgebildet worden. Daraus ergeben sich zwangsläufig Abweichungen zwischen wahren und berechneten Setzungsverhalten. Die hier durchgeführten numerischen Berechnungen werden unter Ansatz verschiedener Stoffansätze in folgenden Modelle variiert:

*Modell a):* Analog *Kempfert/Hu (1999c)*, Idealisierung des Dammes als homogene Schicht, Vernachlässigung der durchgeführten Bodenverbesserung, Stoffverhalten der FSS elastisch-plastisch.

*Modell b):* Analog Modell a), Stoffverhalten der FSS zyklisch-viskoplastisch.

*Modell c):* Abbildung der eingebrachten Schottersäulen der Bodenverbesserung nach *Gotschol (2002)* mit dem erweiterten zyklisch-viskoplastischen Stoffansatz für Schotter, siehe Abschnitt 4; Stoffverhalten der FSS zyklisch-viskoplastisch.

**Bild 8.12:**

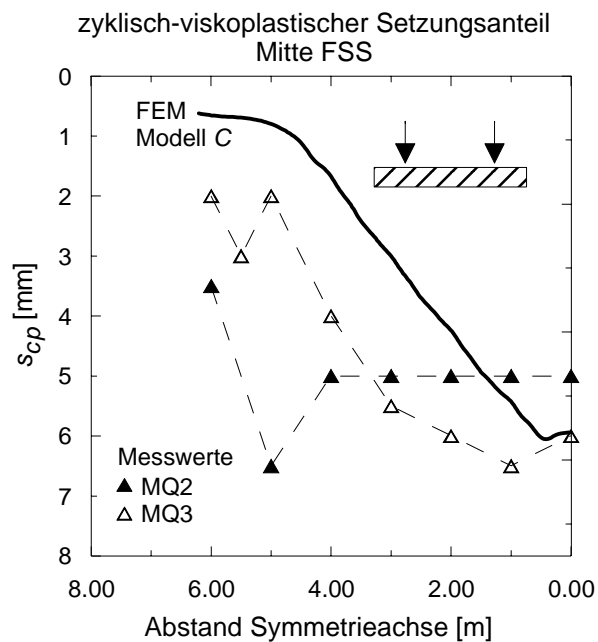
Zyklisch-plastischer Setzungsanteil der in situ Messergebnisse und der FEM Berechnungen.

Bild 8.12 zeigt zusammenfassend die Berechnungsergebnisse der Modellvariationen und die in situ Messergebnisse der Messquerschnitte MQ2-MQ4.

Die Ergebnisse der ersten Studie Modell a) ohne Berücksichtigung von Schottersäulen und zyklisch-viskoplastischen Materialeigenschaften der FSS liegen für Lastwechselzahlen im Bereich bis  $N = 4.0E+05$  nahe an den in situ Messergebnissen. Mit zunehmenden Lastwechseln divergiert die numerische Lösung jedoch erheblich.

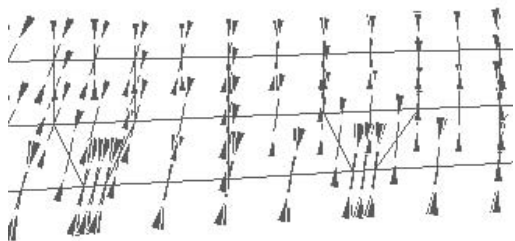
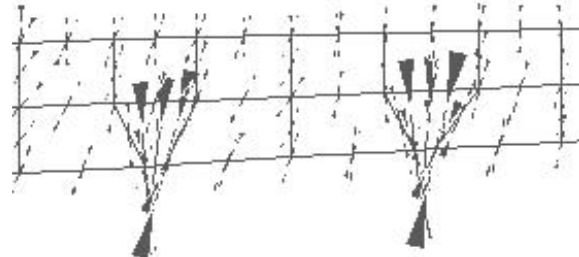
Der Vergleich mit der Lösung Modell b) zeigt, dass durch Ansatz der elastisch-plastischen Materialeigenschaften für die FSS in Modell a) ein relativ hoher Anteil zyklisch-plastischer Setzungen aus der FSS vernachlässigt werden. Qualitativ stimmt die Entwicklung der tendenziell divergenten Lösung mit Modell a) überein. Das vollständige Modell c) unter Berücksichtigung der zyklisch-viskoplastischen Materialeigenschaften der Schottersäulen und der Frostschuttschicht zeigt dagegen eine insgesamt befriedigende Übereinstimmung zwischen in situ Messung und numerischer Berechnung mit ABAQUS.

Damit konnte die Richtigkeit der zyklisch-viskoplastischen Stoffansätze für die nichtbindigen Böden und Schotter auf der Grundlage von Messungen über einen Betriebszeitraum von etwa 2.5 Jahren nach Wiederinbetriebnahme der Strecke belegt werden.

**Bild 8.13:**

Gegenüberstellung gemessener zyklisch-plastischer Setzungsanteile in der Frostschutzschicht mit den numerischen Ergebnissen,  $N \approx 1.0E+06$

Bild 8.13 zeigt für eine Lastwechselzahl von  $N \approx 1.0 E+06$  die Gegenüberstellung der in situ gemessenen Setzungen innerhalb der Frostschutzschicht mit der numerischen Lösung unter Ansatz zyklisch-viskoplastischen Stoffverhaltens für Schottersäulen und FSS, Modell c). Insgesamt ist auch hier eine befriedigende Übereinstimmung zu erkennen.

**Modell a)** homogener Untergrund**Modell c)** Schottersäulen

**Bild 8.14:** Hauptspannungsrichtungen und Spannungskonzentrationen in der FSS, Position mittlere Säulenköpfe für die gewählte Netzdiskretisierung

In Bild 8.14 sind für die Modellvarianten a) und c) die Hauptspannungsrichtungen in der FSS, Position mittlere Säulenköpfe dargestellt. Die vermeintliche Spannungskonzentration für das homogene Modell a) ist durch die Netzgeometrie und damit Knotendichte an Stelle der Säulenköpfe begründet. Insgesamt ist für das homogene Modell qualitativ und quantitativ eine sehr gleichmässige Hauptspannungsverteilung gegeben. Bei Berücksichtigung der zyklisch-viskoplastischen Eigenschaften der Schottersäulen sind, einhergehend mit Drehung der Hauptspannungsrichtungen, deutliche Spannungskonzentrationen über den Säulenköpfen zu erkennen. Die Simulationen zeigen, dass auch Lastumlagerungen infolge der nicht ruhenden

Lasteinwirkung und den damit verbundenen Änderungen der Hauptspannungsrichtungen erfasst werden können.

## **8.5 Prognose des Setzungsverhaltens im Widerlagerbereich eines Schienenweges mit Fester Fahrbahn**

### **8.5.1 Zielsetzung**

Das gewählte praktische Beispiel für eine dreidimensionale Berechnung orientiert sich an der schon in Abschnitt 7.8 erläuterten Widerlagerhinterfüllung der EÜ Petersberg an der NBS Köln-Rhein/Main. Dies ist damit begründet, dass zum einen geeignetes Material zur Bestimmung der Kenngrößen mit zyklischen Triaxialversuchen nach Abschnitt 4 vorliegt und zum anderen die Kenngrößen für den Stoffansatz durch numerische Vergleichsberechnungen zu den in situ durchgeführten zyklisch-dynamischen Lastplattendruckversuchen *DyStaFiT*, siehe Abschnitt 7, abgesichert sind. Weiterhin kann mit dem gewählten Beispiel die Brauchbarkeit des gewählten expliziten zyklisch-viskoplastischen Ansatzes für die Prognose komplexer dreidimensionaler Problemstellungen untersucht werden.

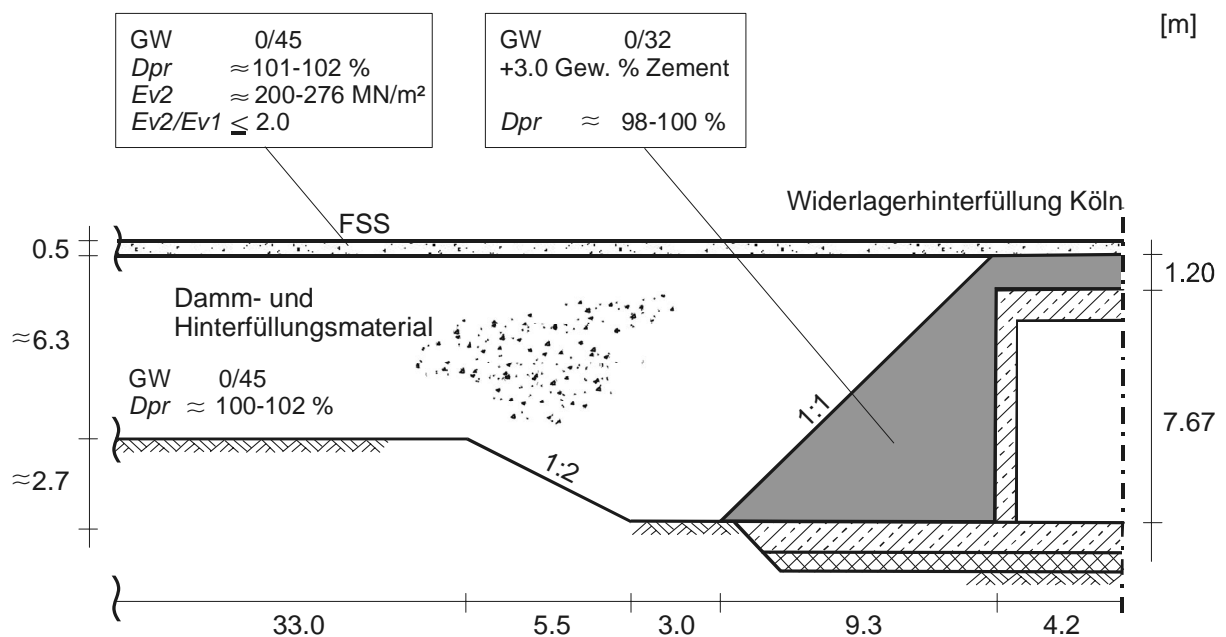
### **8.5.2 Bauwerksgeometrie**

Das untersuchte Bauwerk EÜ Petersberg befindet sich an der ICE Neubaustrecke Köln-Rhein/Main, BA Mitte, Los C (Bau-km 129+065, PFA 31.6). Die Widerlagerhinterfüllungen der EÜ Petersberg wurden nach folgenden zwei unterschiedlichen Konzepten hergestellt:

- Das Widerlager Köln wurde nach der Regelausführung des Anforderungskataloges Feste Fahrbahn (AKFF) der *DB AG (1995)* hinterfüllt.
- Das Widerlager Frankfurt/Main wurde nach einem modifizierten Erdbaukonzept hinterfüllt. Dieses sieht, abweichend vom AKFF, für die Herstellung der Hinterfüllungen die Verwendung von gemischt- und feinkörnigen Böden vor, die generell mit hydraulischen Bindemitteln verbessert werden.

Da nur für die im Widerlager Köln verwendeten Materialien geeignete Proben zur Bestimmung der Materialkennwerte vorliegen, werden die folgenden numerischen Simulationen ausschliesslich für das Widerlager Köln (Regellösung) durchgeführt.

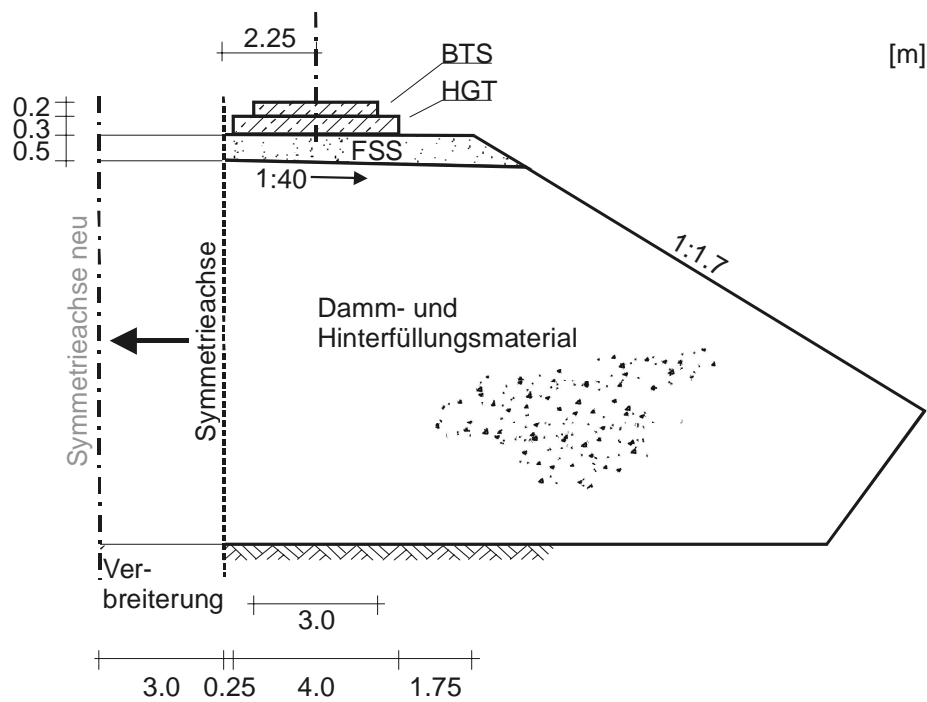
Bild 8.15 zeigt den Längsschnitt durch den Hinterfüllungsbereich des Widerlagers Köln mit den für die numerischen Simulationen verwendeten geometrischen Größen und Materialien. Die EÜ besteht aus einem geschlossenen Stahlbetonrahmen mit parallelen Flügelwänden. Mit der Erstellung der Hinterfüllungen wurde der Rahmen überschüttet. Dazu wurde die untere Tragschicht mit einer Mächtigkeit von rd. 1.2 m von den Hinterfüllungen aus über den Rahmen gezogen. In Abweichung vom AKFF wurde der an die aufgehende Widerlagerwand angrenzende zementverfestigte Keil bis UK FSS sowie zur Bauwerksmitte erweitert. Diese Maßnahme dient der Steifigkeitsvergleichmäßigung.



**Bild 8.15:** Längsschnitt durch die Widerlagerhinterfüllung EÜ Petersberg, NBS Köln-Rhein/Main, BA Mitte

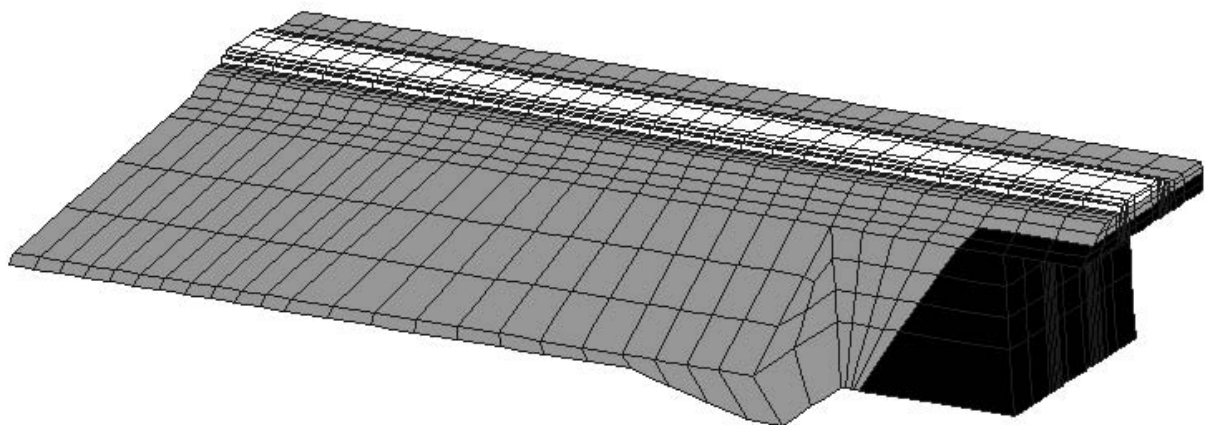
Im Rahmen der durchgeführten numerischen Simulationen wird der diskretisierte Berechnungsausschnitt auf eine Länge von  $l = 55 \text{ m}$  ab Bauwerksmitte festgelegt. Der Einfluss des Kunstbauwerkes, d. h. die durch Steifigkeitsunterschiede im Bereich des Kunstbauwerkes auftretenden bleibenden Ausrundungsradien nach Lastaufbringung, konvergieren zum äußeren Rand des Berechnungsausschnittes gegen Null.

Bild 8.16 zeigt einen schematischen Querschnitt und Bild 8.17 den in der numerischen Berechnung diskretisierten Bereich der Widerlagerhinterfüllung. Für die Berechnungen wird zunächst ein Oberbausystem Feste Fahrbahn Typ Rheda, bestehend aus einer 0.2 m mächtigen und 3.0 m breiten Betontragschicht (BTS) sowie einer 0.3 m mächtigen und 4.0 m breiten hydraulisch gebundenen Tragschicht (HGT) gewählt.



**Bild 8.16:** Berechnungsquerschnitt im Bereich der Widerlagerhinterfüllung

Im Rahmen dieser Berechnungen wird von einem vollen Verbund zwischen den Systemkomponenten HGT, BTS sowie den Bodenmaterialien ausgegangen. Zum einen liegen derzeit keine gesicherten Erkenntnisse über das Trennflächenverhalten unter nichtruhender bzw. zyklischer Lasteinwirkung vor. Zum anderen wird nach AKFF im Hinterfüllungsbereich von Brückenwiderlagern ein verstärkter Verbund durch die Anordnung von Schubdübeln gefordert. Es werden daher in dem diskretisierten Modell keine Interfacelemente verwendet.



**Bild 8.17:** Dreidimensionaler Berechnungsausschnitt des diskretisierten Widerlagers

Unter dem Oberbau ist eine 0.5 m mächtige Frostschuttschicht vorhanden, siehe Bild 8.15. Der diskretisierte symmetrische Berechnungsausschnitt ist nach Bild 8.16 über die Symmetrieachse hinaus um 3.0 m verbreitert, um einerseits die nichtsymmetrische Lastabstrahlung unter das benachbarte Gleis und andererseits die zweigleisige Strecke näherungsweise abzubilden, das Modell aber dennoch überschaubar zu halten.

### 8.5.3 Materialkenngrößen

Die Materialkenngrößen für die numerischen Modellierungen zum Langzeitverhalten sind entsprechend Abschnitt 4 an geeigneten Bodenproben bestimmt und mit numerischen Vergleichsberechnungen nach Abschnitt 7 abgesichert worden. Die Kenngrößen für die Stoffansätze sind zusammenfassend in Tabelle 8.4 dargestellt.

**Tabelle 8.4:** Kenngrößen für die numerischen Berechnungen

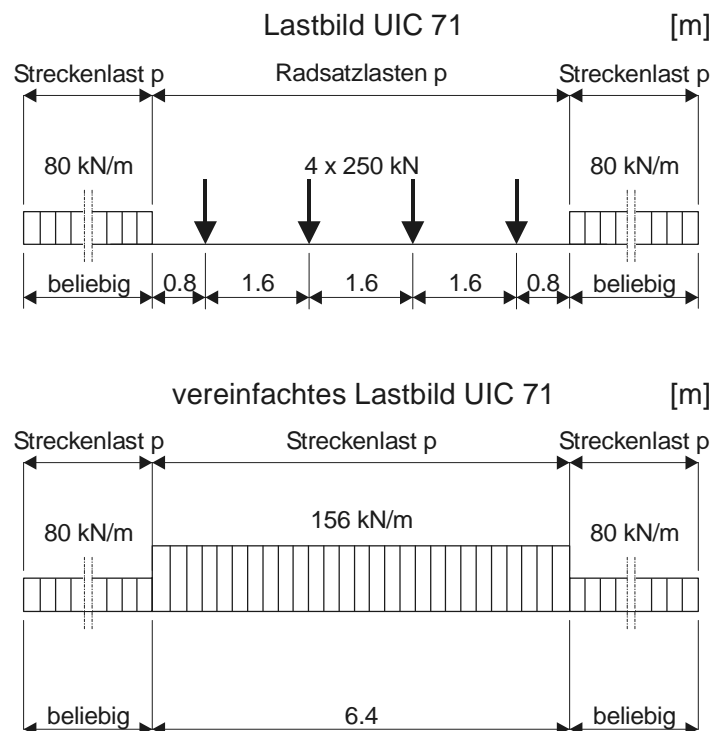
Materialien	Bodenkenngrößen	Stoffansatz
BTS	$\gamma = 24 \text{ kN/m}^3$ $\nu = 0.2$ $E = 34000 \text{ MN/m}^2$	elastisch
HGT	$\gamma = 22 \text{ kN/m}^3$ $\nu = 0.2$ $E = 7500 \text{ MN/m}^2$	elastisch
FSS / Füllmaterial	$\nu = 0.30$ $\varphi' = 47^\circ$ $E = 150 \text{ MN/m}^2$ $\alpha = 0.0847$ $\chi = 1.6567$ $K = 1.0$ $\gamma = 19.5 \text{ kN/m}^3$ $c' = 1.0 \text{ kN/m}^2$ $\beta = 0.36$ $\lambda = 0.20$	zyklisch-viskoplastisch
zementverfestigter Keil	$\nu = 0.20$ $\varphi' = 44^\circ$ $E = 7500 \text{ MN/m}^2$ $\alpha = 0.0241$ $\chi = 1.7635$ $K = 1.0$ $\gamma = 21.0 \text{ kN/m}^3$ $c' = 30.0 \text{ kN/m}^2$ $\beta = 0.01057$ $\lambda = 0.20$	zyklisch-viskoplastisch

Alle im Berechnungsausschnitt angetroffenen Materialien entsprechen weitgestuften Kiesen (GW). Die Scherparameter sind nach *Gotschol (2002)* für entsprechende Seitendrucke über-

nommen. Angaben zu Verformungsmoduln und Verdichtungsgraden sowie hydraulischen Bindemittel Zugaben sind in Bild 8.15 aufgeführt.

#### 8.5.4 Verkehrsbelastung

Aufgrund der Konzeption des quasi-statischen Stoffansatzes nach Abschnitt 4 sind bei den numerischen Berechnungen des Langzeitverhaltens nur ortsfeste, d. h. keine bewegten Lastbilder zu realisieren. Es müssen daher sinnvolle Lastannahmen getroffen werden. Zielsetzung dabei ist, die in situ auftretenden Setzungen unter der wiederholten Lasteinwirkung, im Falle des Verkehrswegebau der überrollenden Last, in ingenieurmäßiger Näherung unter Ansatz ortsfester Lasteinleitungen zu beschreiben. Unabhängig davon können nicht ortsfeste Lasten aus vorlaufenden dynamischen Berechnungen berücksichtigt werden. Resultierende Spannungsverteilungen dieser Modellierungen des Kurzzeitverhaltens würden als Sohlspannungen beispielsweise in der Ebene unterhalb der HGT als quasi-statische Belastung eingehen, siehe Abschnitt 4.2.1.

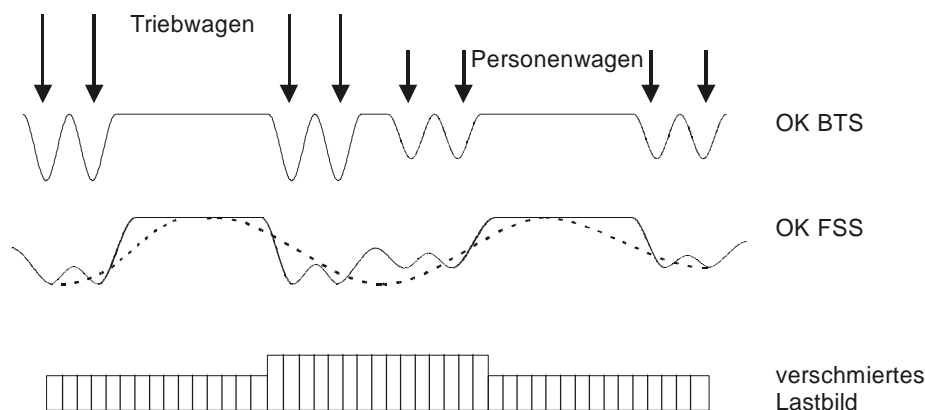


**Bild 8.18:**  
Lastbild UIC 71, nach  
*RIL 836 (1999)*

Bei konventionellen Berechnungen im Eisenbahnverkehrswegebau wird i.d.R. das UIC 71 Lastbild angesetzt, siehe Bild 8.18. Es zeigt das statische Lastbild eines theoretischen Lastenzuges bestehend aus 4 Triebwagen-Achslasten zu  $250 \text{ kN}$ , sowie angrenzenden, aus den Wagen-Achslasten resultierenden, beliebig langen Streckenlasten zu  $80 \text{ kN/m}$ . Das statische

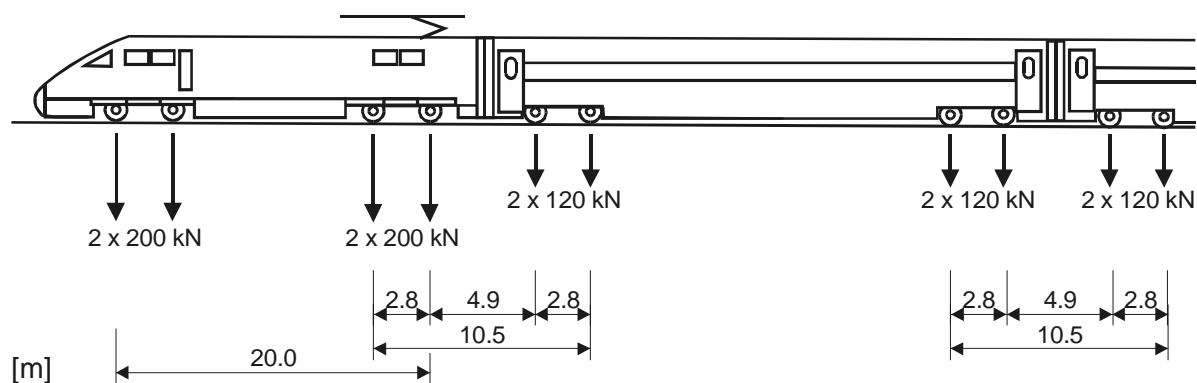


Lastniveau des UIC Lastschemas wird, um den dynamischen Einflüssen Rechnung zu tragen, i.d.R. mit einen dynamischen Erhöhungsfaktor multipliziert, siehe auch Abschnitt 4.2.3.



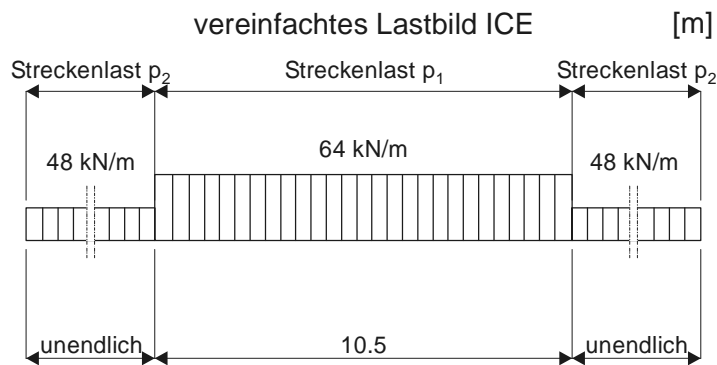
**Bild 8.19:** Idealisierungen zu Lastbildern unter Oberbausystemen Feste Fahrbahn

Aus *Gotschol (2002)* und *Jaup (1999)* geht hervor, dass beim Oberbausystem Feste Fahrbahn bereits in den oberen Bereichen des Unterbaus/Untergrunds einzelne Achslasten im Spannungs-Zeit Signal nicht mehr eindeutig zu erkennen sind, siehe Bild 8.19. Näherungsweise wird dadurch ein vereinfachtes Lastbild mit verschmierten Streckenlasten gerechtfertigt, siehe Bild 8.18. Bei der Diskretisierung des Oberbaus wird daher auch auf die Abbildung von Schiene und Schwelle verzichtet.



**Bild 8.20:** ICE-Lastbild

Für die im Folgenden beschriebenen Berechnungen werden abweichend vom UIC Lastbild die wirklichen Lasten eines ICE gemäss Bild 8.20 verwendet, da es hier um möglichst realistische rechnerische Prognosen für das Langzeitverhalten des Fahrwegs handelt. Das zugehörige vereinfachte Lastbild mit gerundeten Zahlenwerten ist Bild 8.21 zu entnehmen.



**Bild 8.21:** Vereinfachtes ICE Lastbild für die Berechnungen

Da für dieses Berechnungsbeispiel keine Kurzzeitberechnungen nach Abschnitt 4 vorliegen, muss zur Erfassung der dynamischen Lasteinwirkung ein quasi-statisches Lastniveau gefunden werden. Ausgehend von theoretischen Untersuchungen und in situ Messergebnissen wird i.d.R. davon ausgegangen, dass für Feste Fahrbahn Oberbausysteme die Zunahme des maximalen dynamischen Spannungsniveaus im Geschwindigkeitsbereich von 150 km/h auf 300 km/h bei ca. 30 % liegt, siehe *Jaup (1999)* und *Gotschol (2002)*. Für die gewählte Oberbaukonstruktion mit einer  $b = 3.0$  m breiten BTS ergeben sich somit die folgenden anzusetzenden Flächenlasten:

$$\sigma_{p1} = \frac{1.3 \cdot 64.0}{3} \approx 28 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (8.1)$$

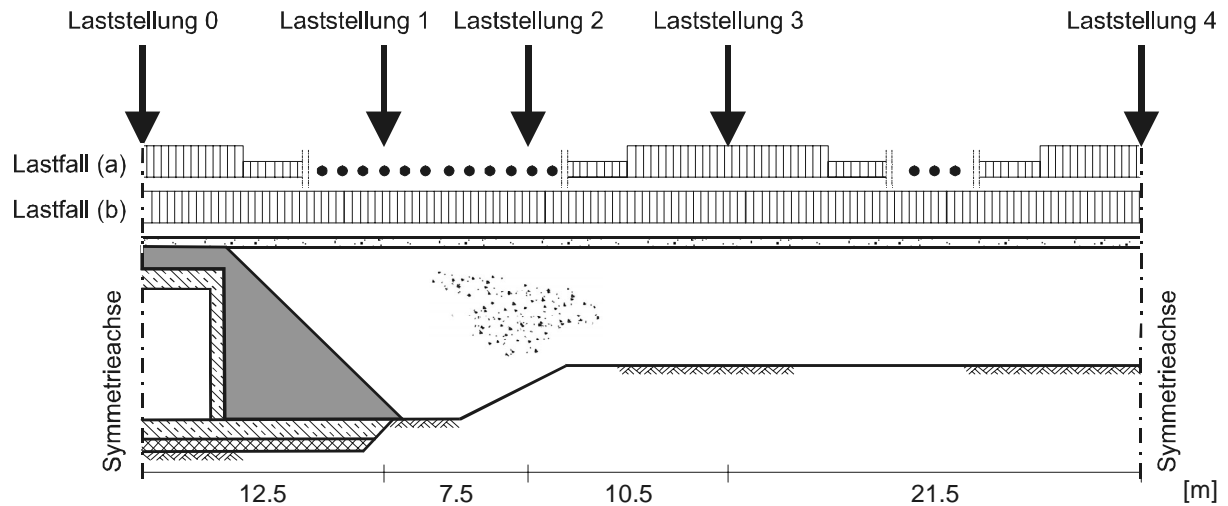
$$\sigma_{p2} = \frac{1.3 \cdot 48.0}{3.0} \approx 21 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (8.2)$$

Da zur Zeit keine gesicherten Erkenntnisse zu den unter den verschiedenen Oberbausystemen zu erwartenden dynamischen Spannungen vorliegen, hat *Gotschol (2002)* für Feste Fahrbahnsysteme und auch für Systeme mit Schotteroberbau ein weiterführendes Lastschema über der Tiefe abgeleitet. Die nach Gleichung (8.1) sowie (8.2) ermittelten Spannungen weisen zu den Nomogrammen von *Gotschol (2002)* eine gute Korrelation auf und entsprechen somit in etwa den in situ gemessenen Werten.

Für den weiteren pragmatischen Berechnungsablauf wird in zwei Lastfälle unterschieden:

- (a) Das vereinfachte ICE-Lastbild nach Bild 8.21 wird an verschiedenen Stellen des Berechnungsausschnittes aufgebracht, siehe Bild 8.22. Die resultierenden bleibenden Verformungen werden über der Lastwechselzahl berechnet. Aus den lokalen maximalen Setzungen im Berechnungsausschnitt können Rückschlüsse auf das gesamte Setzungsverhalten des Bauwerkes unter der überrollenden Last gezogen werden.

- (b) Die maximale quasi-statische Spannung aus der Triebwagenachslast  $p_l$  nach Bild 8.21, wird als verschmierte Flächenlast  $\sigma_{p_l}$  über die gesamte Länge der BTS aufgebracht. Durch die Streifenwirkung stellen die damit berechneten Setzungen eine obere Grenze dar.



**Bild 8.22:** Laststellungen der Verkehrslast in der FE Berechnung

Aus den Ergebnissen der beiden beschriebenen Berechnungsvorgaben soll eine realistische Vorgehensweise abgeleitet werden.

### 8.5.5 Abschätzung der Lastwechselzahlen

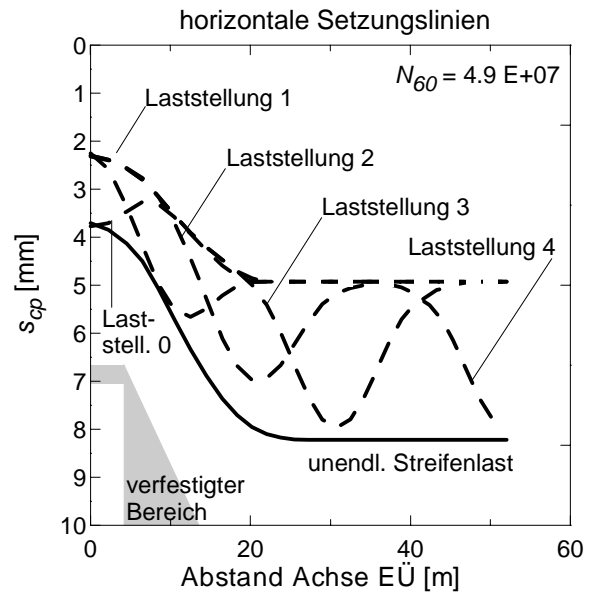
Nach Abschnitt 8.5.3 werden für das vereinfachte ICE Lastbild jeweils zwei benachbarte Drehgestelle als ein Lastwechsel für die quasi-statische Verkehrslast berücksichtigt. Es ergibt sich damit bei einer durchschnittlichen Wagenanzahl von 16 Wagen je ICE eine gleich hohe Anzahl von Lastwechseln pro Überfahrt. Geht man von einer durchschnittlichen Anzahl von 10 Zugüberfahrten bei 14 Stunden am Tag aus, ergibt sich beispielsweise für eine geforderte Betriebsdauer von 60 Jahren eine rechnerische Lastwechselzahl von:

$$N_{60} = 16 \cdot 10 \cdot 14 \cdot 365 \cdot 60 \approx 4.9E + 07 \quad (8.3)$$

## 8.5.6 Ergebnisse

### 8.5.6.1 Vergleichende Betrachtung der Lastfälle

Bild 8.23 zeigt die Setzungsmulden für die Laststellungen nach Lastfall (a), siehe Bild 8.22, sowie für die endlose Streifenlast Lastfall (b) nach  $N_{60} = 4.9E+07$  Lastwechseln (Nutzdauer etwa 60 Jahre mit reinem ICE Verkehr).



**Bild 8.23:**

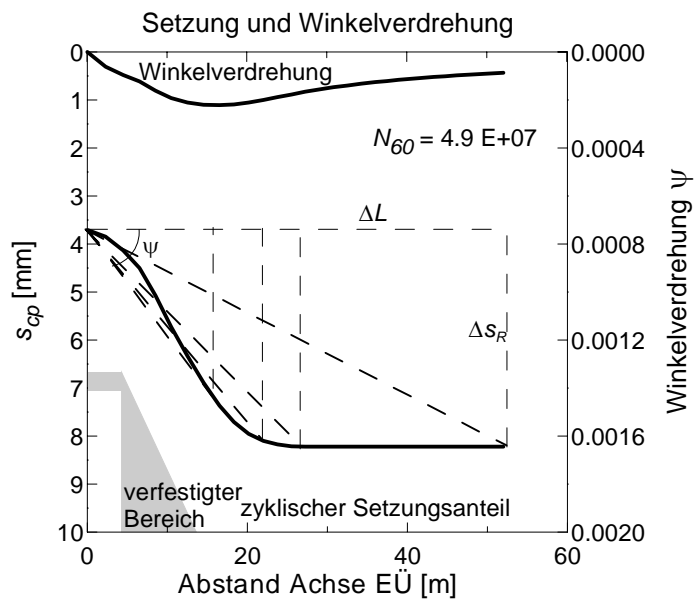
Setzungsmulden im Bereich der Widerlagerhinterfüllung für unterschiedliche Laststellungen und eine berechnete Lastwechselzahl von  $N_{60} = 4.9E+07$

Der Vergleich der maximalen Setzungsgrößen für die verschiedenen Laststellungen nach Lastfall (a) zeigt mit denen der unendlichen Streifenlast quantitative ähnliche Ergebnisse. Die unendliche Streifenlast nach Lastfall (b) bewirkt jedoch durch die Streifenwirkung geringere höhere Setzungsanteile. Für eine weitergehende Interpretation eignet sich aber nur die unendliche Streifenlast Lastfall (b). Zum einen genügen ortsfest angeordnete Lastbilder nach Lastfall (a) nicht der translatorischen Bewegung des Zuges über die Feste Fahrbahn hinweg. Zum anderen werden durch die ortsfeste Lasteinleitung des Lastfalls (a) lokale Setzungsmulden auch auf freier Strecke weg vom Widerlager, wo ein homogener Setzungsverlauf auftreten müsste, hervorgerufen.

### 8.5.6.2 Absolute Setzungen und Winkelverdrehung

Bei Oberbausystemen Typ Feste Fahrbahn dürfen nach *AKFF (1995)* die Gesamt-Restsetzungen  $s_R$  das maximale Korrekturmaß in der Schienenbefestigung von i.d.R. 20 mm abzüglich 5 mm nach Einbau der Feste Fahrbahn nicht überschreiten. Die sich einstellenden

Winkelverdrehungen aus den Gesamt-Restsetzungen  $s_R$  gegenüber den Setzungen des Kunstbauwerkes sollen innerhalb eines Abstandes von mindestens 20 m vom Kunstbauwerk den Verhältniswert von  $\psi = 1:500 = 0.002$  nicht überschreiten. Bild 8.24 zeigt für das Berechnungsbeispiel mit unendlicher Streifenlast Lastfall (b) die absoluten Setzungen sowie die zugehörigen Werte der Winkelverdrehung.



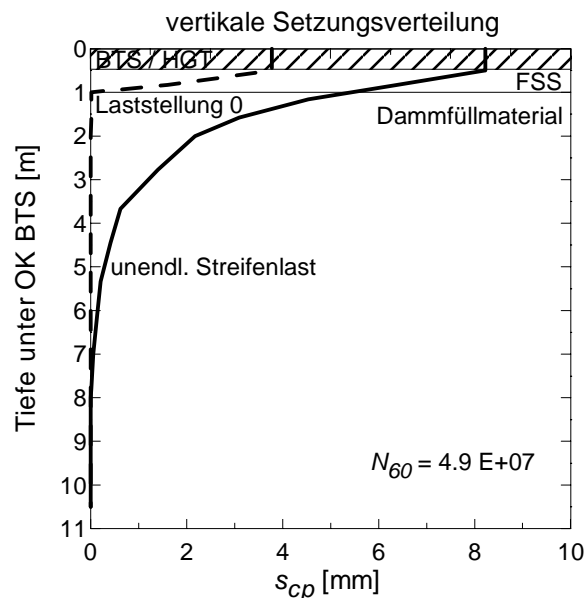
**Bild 8.24:**

Setzungslinie und zugehörige Winkelverdrehungen für eine berechnete Lastwechselzahl von  $N_{60} = 4.9E+07$

Die in diesem Beispiel berechneten absoluten Setzungen und Winkelverdrehungen unterschätzen die Ergebnisse nach *Kempfert / Jaup (1998)*, welche zu der Problemstellung des Setzungsverhalten im Hinterfüllungsbereich von Brückenwiderlagern weitreichende Untersuchungen und Modellversuche durchgeführt haben. Es ist jedoch zu beachten, dass die nach Abschnitt 8.5.3 verwendeten Materialkennwerte von den Kennwerten nach *Kempfert/Jaup (1998)* abweichen. Zum einen weisen die Füllmaterialien der Modellversuche nach *Kempfert/Jaup (1998)* Steifemoduln von bis zu  $E_s = 45 \text{ MN/m}^2$  auf. Der Vergleich zu den Angaben in Bild 8.15 zeigt, dass das System der hier durchgeführten numerischen Berechnung eine generell höhere Steifigkeit besitzt. Zum anderen weist das gebrochene Material nach Tabelle 8.4 mit  $\varphi' = 47^\circ$  einen um bis zu 20% höheren Reibungswinkel als die Materialien der Modellversuche auf. Insbesondere die Anteile des zyklischen Versagens nach Abschnitt 4 werden dadurch stark reduziert. Unter den gegebenen Randbedingungen kann daher tendenziell von einer guten Korrelation zwischen den Untersuchungen von *Kempfert/Jaup (1998)* und dieser beispielhaften Berechnung ausgegangen werden.

### 8.5.6.3 Vertikale Setzungsanteile

Bild 8.25 ist am Ort des lokalen Maximums für Laststellung 0 Lastfall (a) sowie für die unendliche Streifenlast Lastfall (b) die Verteilung der vertikalen zyklisch-viskoplastischen Setzungsanteile über der Tiefe zu entnehmen.



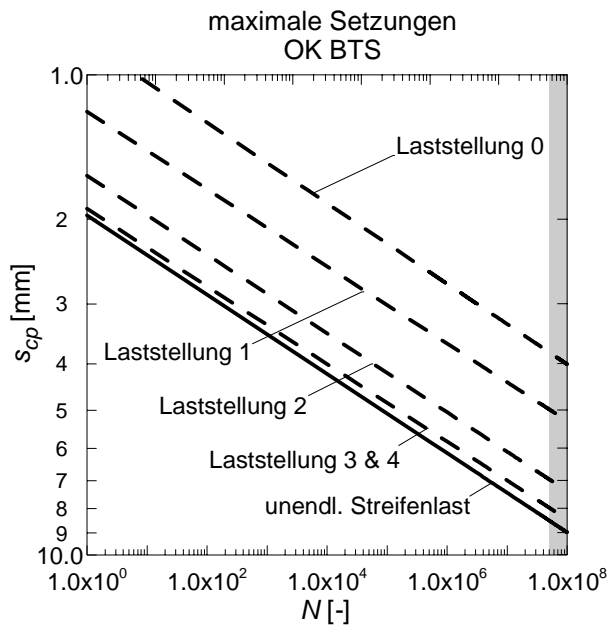
**Bild 8.25:**

Vertikale Setzungsverteilung  $s_{cp}$  für eine berechnete Lastwechselzahl von  $N_{60} = 4.9E+07$

Für die unendliche Streifenlast sind ca. 33% der aus nichtruhenden Lastweirwirkung entstammenden vertikalen Setzungsanteile in der FSS zu beobachten,  $\Delta s_{cp} \approx 2.15$  mm. Der relative Setzungsanteil der FSS aus den Lastplattendruckversuchen nach Abschnitt 7 ist im Vergleich um bis zu 50 % größer. Der Unterschied ist in der tiefreichenden Streifenwirkung des Oberbausystems Feste Fahrbahn begründet.

### 8.5.6.4 Setzungsentwicklung

Bild 8.26 zeigt für die verschiedenen Lastbilder des Lastfall a) sowie für den Lastfall b) die Entwicklung der lokalen maximalen Setzungen im Berechnungsausschnitt in einer doppelt-logarithmischen Darstellung.

**Bild 8.26:**

Entwicklung der maximalen Setzungen  $s_{cp}$  abhängig von der Lastwechselzahl  $N$  und der Laststellung und Lastfall

Der Bereich für Lastwechselzahlen größer als  $N_{60} = 4.9E+07$ , welche nach Abschnitt 8.5.5 über einem Zeitraum von 60 Jahren hinausgeht ist grau unterlegt. Entsprechend der Definition der zyklischen Beruhigung nach Abschnitt 4 ist ein konvergierendes Setzungsverhalten zu beobachten. Höhere Lastwechselzahlen rufen bei gleichbleibenden Randbedingungen nur geringfügige Setzungsanteile hervor.

#### 8.5.6.5 Lastniveau

Das verwendete quasi-statische Lastniveau zur Abbildung der nicht ruhenden Lasteinwirkung ist eine Idealisierung der überrollenden Lasteinwirkung durch Zugverkehr. Zum einen werden benachbarte Drehgestelle zu einem Lastereignis verschmolzen. In situ trifft diese Annahme größtenteils zu, jedoch sind auch in der Tiefe immer kleinere Spannungsspitzen vorhanden. Zum anderen kann zum derzeitigen Zeitpunkt von dem verwendeten Stoffansatz nur ein harmonisches Lastschema mit konstanter dynamischer Amplitude berücksichtigt werden, siehe *Gotschol (2002)*. In den vorangegangenen Berechnungen entspricht dies dem vereinfachten ICE Lastbild. Würde sich auf der betrachteten Verkehrsstrecke ein Mischbetrieb einstellen, würden die auftretenden Langzeitsetzungen wegen größerer Achslasten höher ausfallen.

**Bild 8.27:**

Vergleich der Setzungslinien  $s_{cp}$  für unterschiedliche Lastniveaus entsprechend Lastfall (b) für eine berechnete Lastwechselzahl von  $N_{60} = 4.9E+07$

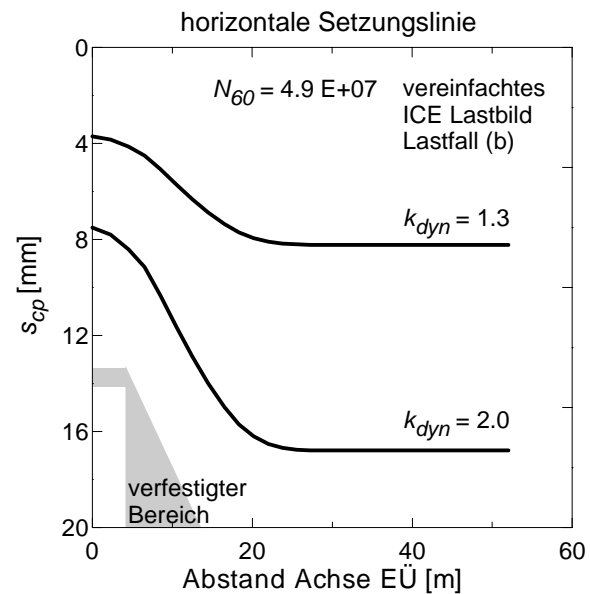


Bild 8.27 zeigt dazu beispielhaft eine Gegenüberstellung der berechneten Setzungslinie am Widerlager für den gewählten Lastfall b mit einem Lasterhöhungsfaktor von  $k_{dyn} = 1.3$  nach Abschnitt 8.5.4 sowie einen modifizierten Lastfall b mit einem Lasterhöhungsfaktor  $k_{dyn} = 2.0$ . Dieses Lastniveau von

$$\sigma_{p1}' = \frac{2.0 \cdot 64.0}{3} \approx 41 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad (8.4)$$

entspricht der doppelten ICE Flächenlast und damit näherungsweise der vereinfachten UIC 71 Flächenlast. Es ist deutlich zu sehen, dass sich eine Zunahme der aus der nichtruhenden Lasteinwirkung einstellenden Setzungsanteile um bis zu 100% ergibt. Dieses Ergebnis zeigt eine gute Übereinstimmung mit denen aus den großmaßstäblichen Modellversuchen von *Kempfert/Jaup (1998)*.

## 8.6 Dauerschwellversuch einer besohnten Schwelle im Schottertrog

### 8.6.1 Zielsetzung

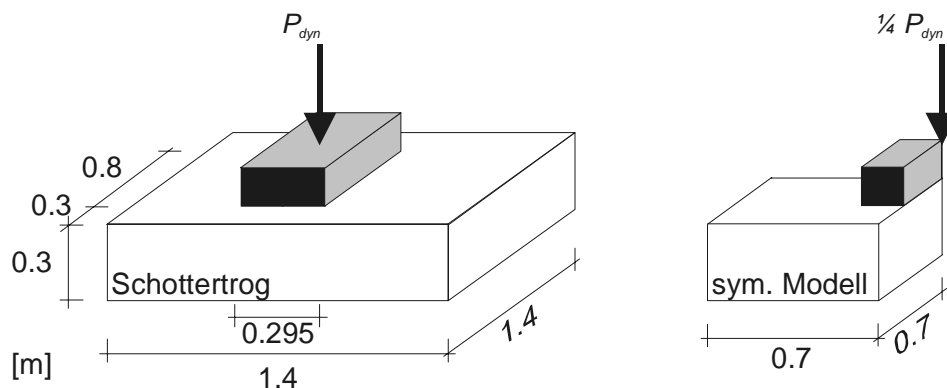
Die generelle Brauchbarkeit des zyklisch-viskoplastischen Stoffansatzes für Schottermaterialien unter nicht-ruhender Lasteinwirkung ist in *Gotschol (2002)* durch eine numerische Vergleichsstudie des am Fachgebiet Geotechnik der Universität Kassel durchgeführten großmaßstäblichen Modellversuches einer kreisrunden Platte auf geschichtetem Halbraum, gleich dem eines Schotteroberbaus, dokumentiert. Aufbauend auf den von *Eisenmann (1996)* durchge-



fürten Dauerschwellversuchen an einem besohlenen Schwellenblock im Schottertrog, soll mit dem folgenden Berechnungsbeispiel die Anwendbarkeit des zyklisch-viskoplastischen Stoffansatzes auf die spezielle Schwellengeometrie mit begrenzter Aufstandsfläche auf dem Schotterbett geprüft werden.

### 8.6.2 Geometrie, Lastannahmen und Materialkenngrößen

Bild 8.28 zeigt die geometrischen Abmessungen des mit Bahnschotter verfüllten rechtwinkligen Stahltröges. Auf der Oberfläche des verdichteten Schotterbettes wurde ein besohlter Schwellenblock mittig angeordnet, welcher über eine Schienenbefestigung mit konventioneller Zwischenlage zyklisch belastet wurde. Der Schwellenblock war auf der Unterseite mit einem Sylomer Material beschichtet. Die Einsenkung des Schwellenblockes gegenüber dem Stahltrög wurde mit Messuhren registriert. Eine Differenzierung in elastische und zyklisch-plastische Anteile der Schwellenblockverschiebung während des Versuches war dadurch gewährleistet.



**Bild 8.28:** Geometrie Schottertrog mit aufliegender Schwelle und symmetrisches Modell für die numerische Modellierung

Für die numerische Berechnung wird unter Ausnutzung der Symmetrieachsen ein geviertelter Ausschnitt diskretisiert. Die aufgebrachte Schwelllast während des Versuches beträgt  $P_{dyn} = 35 \text{ kN}$  bei einer Belastungsfrequenz von  $f_B = 3 \text{ Hz}$ . Für die numerische Berechnung ergibt sich aus der oberen Schwelllastamplitude damit eine quasi-statische Ersatzkraft von  $\frac{1}{4} P_{dyn} = 8.75 \text{ kN}$ .

Für das Materialverhalten werden für die numerische Simulation folgende Annahmen getroffen:

- Das Materialverhalten der Schwelle wird als linear elastisch angenommen.
- Die Sylomerbeschichtung des Schwellenblocks kann durch den Stoffansatz nicht erfasst werden und findet daher keine besondere Berücksichtigung. Der Schwellenblock liegt direkt auf dem Schotterbett auf.
- Der Bahnschotter wird mit einer dichten Lagerung mit dem erweiterten zyklisch-viskoplastischen Stoffansatz für Basaltschotter von *Gotschol (2002)* abgebildet. Die Berechnung wird weiterhin unter Berücksichtigung der von *Gotschol (2002)* abgeleiteten Energiebilanz für praktische Anwendungen durchgeführt.

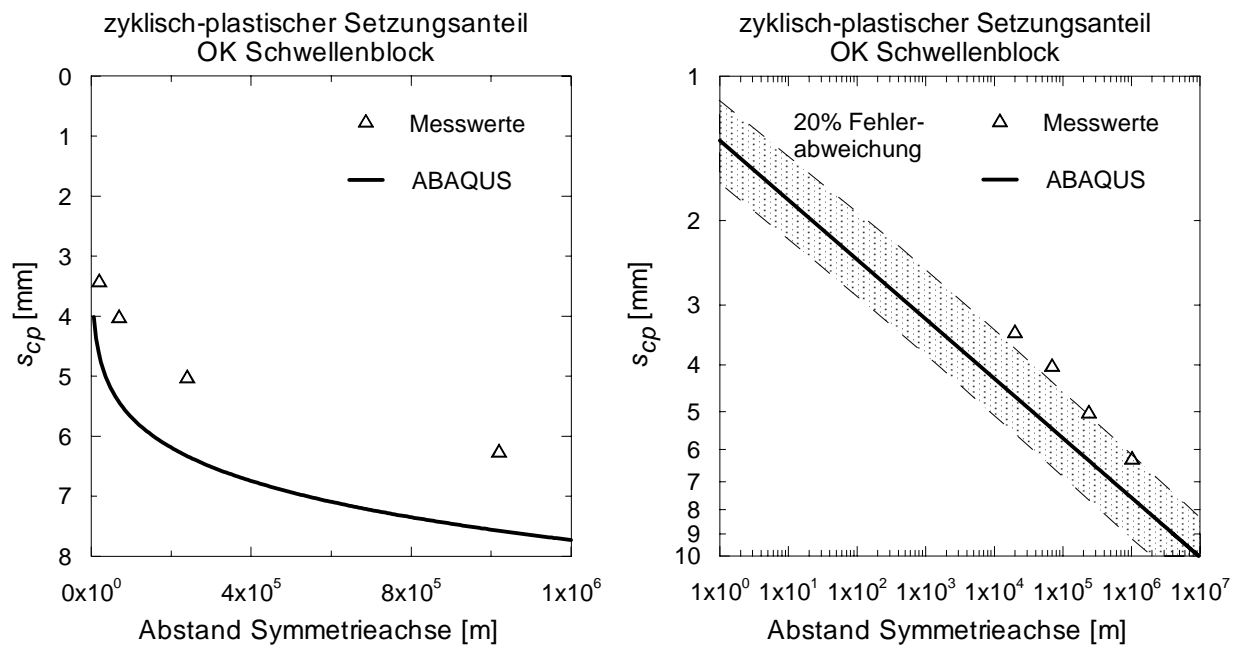
Tabelle 8.5 zeigt dazu zusammenfassend die verwendeten Materialkenngrößen.

**Tabelle 8.5:** Kenngrößen für die numerische Berechnung

Materialien	Bodenkenngrößen	Stoffansatz
Schwelle	$\gamma = 24 \text{ kN/m}^3$ $E = 3400 \text{ MN/m}^2$ $\nu = 0.2$	elastisch
Schotter	$\gamma = 20.0 \text{ kN/m}^3$ $E = 180 \text{ MN/m}^2$ $\nu = 0.33$ $e = 0.71$ $f_B = 3 \text{ Hz}$	zyklisch-viskoplastisch

### 8.6.3 Ergebnisse

In Bild 8.29 sind die Messergebnisse von *Eisenmann (1996)* den Ergebnissen der numerischen Berechnung mit ABAQUS gegenübergestellt. Der zyklisch-plastische Setzungsanteil ist jeweils in einer linearen und einer doppelt-logarithmischen Darstellung aufgetragen. In der linearen Darstellung ist deutlich das konvergente Verhalten der „Zyklischen Beruhigung“ nach Abschnitt 4 zu erkennen. In der doppelt-logarithmischen Darstellung ergibt sich sowohl für die Messergebnisse als auch für die numerische Berechnung ein linearer Zusammenhang.



**Bild 8.29:** Zyklisch-plastischer Setzungsanteil des Schwellenblocks im linearen sowie doppelt-logarithmischen Maßstab.

Die Berechnung mit ABAQUS bildet den Verlauf gut ab, überschätzt aber den zyklisch-viskoplastischen Setzungsanteil. In der doppelt-logarithmischen Darstellung ist der Bereich einer 20% Fehlerabweichung eingetragen; in dieser Größenordnung liegt die Überschätzung mit ABAQUS. Die Nachrechnung eigener großmaßstäblicher Modellversuche mit Bahnschotter, siehe *Gotschol (2002)*, weisen eine bessere Korrelation auf. Es ist dabei aber zu beachten, dass der hier simulierte Modellversuch von *Eisenmann (1996)* mit einer besohlenen Schwelle durchgeführt worden ist. Die Besohlung an sich hat aber eine dämpfende Wirkung, welche in der quasi-statischen Berechnung mit dem zyklisch-viskoplastischen Stoffansatz nicht berücksichtigt werden kann.

## 9 Zusammenfassung

Die dieser Arbeit zugrunde liegende Thematik ist in erster Linie in der Notwendigkeit von Untersuchungen begründet, die sich im Zusammenhang mit dem Langzeitverhalten granularer Böden und Schottermaterialien unter den nicht ruhenden Belastungen im Verkehrswegebau ergeben. Die dargestellten Untersuchungen beschäftigen sich daher mit der Implementierung und Validierung eines zyklisch-viskoplastischen Stoffansatzes für diese Böden unter nicht ruhender Lasteinwirkung. Ein weiteres Ziel der Arbeit ist es, den implementierten Stoffansatz für numerische Berechnungsmodelle aufzubereiten, ein vereinfachtes Berechnungsverfahren abzuleiten, sowie das Berechnungsmodell zu verifizieren und auf reale Problemstellungen anzuwenden. Grundlage für die Implementierung des Stoffansatzes ist das am Fachgebiet Geotechnik der Universität Kassel vorliegende quasi-statische Berechnungsmodell für bindige Böden unter zyklischer Belastung, siehe *Hu (2000)*, und der erweiterte zyklisch-viskoplastische Stoffansatz für granulare Böden und Schottermaterialien von *Gotschol (2002)*.

Für dreidimensionale Verformungszustände werden, unter Vernachlässigung von Porenwasserdrücken, die hergeleiteten Stoffroutinen nach der Methode der Finiten Elemente (FEM) in das Programmsystem ABAQUS implementiert. Die Untersuchung und Aufstellung eines theoretisch und physikalisch vollständigen Modells steht dabei nicht im Vordergrund. Zielsetzung ist vielmehr ein in ingenieurmäßiger Näherung zutreffendes Modell für praktische Aufgabenstellungen zu entwickeln. Die in dieser Arbeit vordergründig betrachteten Aufgabenstellungen ergeben sich dabei vor allem aus der Problematik des Verkehrswegebbaus. Durch die Formulierung mit der FEM ist eine Anwendung des numerischen Modells auch auf andere Bereiche der Geotechnik ohne weiteres möglich. Diese Bereiche könnten beispielsweise Fragestellungen zu Gründungen von Maschinenfundamenten oder auch zyklisch belastete Pfähle sein.

Grundlage der Vorgehensweise ist die Entkoppelung des Systemverhaltens unter nicht ruhender Lasteinwirkung in die des Kurzzeitverhaltens, mit der dynamischen Antwort des Systems, und die des Langzeitverhaltens, mit den sich einstellenden bleibenden Verformungen über der wiederholten Lasteinwirkung. Eine solche Entkoppelung erlaubt die systematische Untersuchung des Langzeitverhaltens von Gründungselementen auf granularen Böden. Das Kurzzeitverhalten, das i.d.R. mit elastischem Materialverhalten abgebildet wird, steht dabei zugunsten der Untersuchung des Langzeitverhaltens nicht im Interesse dieser Arbeit.

Im Bereich des Langzeitverhaltens wird in *implizite* und *explizite* Ansätze unterschieden. Implizite Ansätze verfolgen zwar den tatsächlichen Verlauf eines jeden Lastwechsels über der

Zeit, stellen aber hohe Anforderungen an einen theoretisch vollständigen Ansatz und große Rechenleistungen. Die Gefahr der Fehlerfortpflanzung, insbesondere für hohe Lastwechselzahlen, ist gegeben. Es wird daher eine explizite Vorgehensweise angewendet. Bei dieser steht nicht ein einzelner Lastwechsel im Mittelpunkt des Interesses, sondern die über der wiederholten Lasteinwirkung akkumulierenden bleibenden Verformungen. Mit einem quasi-statischen Belastungsniveau, welches sich aus der absoluten Größe der wiederholten Lasteinwirkung ergibt, werden, unter Ansatz statischer Gleichungslöser, für Lastwechselkonglomerate plastische Dehnungsinkremente berechnet. Die Formulierung des Stoffansatzes wird ähnlich der klassischen viskoplastischen Theorie umgesetzt. Insofern wird dieser als *zyklisch-viskoplastischer* Stoffansatz bezeichnet.

In den Abschnitten 2 und 3 werden die für das Verständnis dieser Arbeit notwendigen Kenntnisse zum Stoffverhalten von granularen Böden und Schottermaterialien unter statischer sowie nichtruhender Lasteinwirkung dargestellt. Die theoretischen Grundlagen und die für die numerische Implementierung erforderlichen Grundgleichungen der plastischen und viskoplastischen Theorien sind in Abschnitt 2 vorgestellt. In Abschnitt 3 ist eine Definition der nichtruhenden Lasteinwirkung gegeben und das Stoffverhalten unter nichtruhender Lasteinwirkung anhand des zyklischen Triaxialversuches erläutert. Die Erläuterungen beschränken sich dabei auf das zum Verständnis der Arbeit Notwendige. Parallel zu dieser Arbeit wurden umfangreiche Untersuchungen mit dem am Fachgebiet Geotechnik entwickelten kombinierten zyklisch-triaxialen Resonant Column Versuch (CTRC) an granularen Böden und Schottermaterialien durchgeführt. *Gotschol (2002)* gibt dazu weitreichende Erläuterungen, bei der auch die Ableitung des hier implementierten erweiterten Stoffansatzes im Detail erläutert wird.

Abschnitt 4 zeigt eine grundsätzlich vereinfachte Vorgehensweise bei dynamisch beanspruchten Systemen am Beispiel des Verkehrswegebbaus auf. Die zuvor angesprochene Entkopplung des Systemverhaltens in das Kurzzeit- und das Langzeitverhalten wird im Detail erläutert. Die Gleichungen des zyklisch-viskoplastischen Stoffansatzes für granulare Böden unter nichtruhender Lasteinwirkung werden für die numerische Implementierung aufbereitet und im Detail dargestellt. Einzelne Komponenten und Zusammenhänge des Ansatzes, die als Ganzes als rheologisches Modell anzusehen sind, werden erläutert. Ebenso wird für die praktische Anwendung die Bestimmung der zyklisch-viskoplastischen Materialparameter dargestellt.

Die Grundlagen der FEM werden in Abschnitt 5 angerissen. Des Weiteren wird die Semantik der Benutzer-Schnittstelle UMAT des Programmsystem ABAQUS, sowie die Implementierung der Stoffroutinen erläutert. Von den von ABAQUS angebotenen FEM Lösungsmethoden

wird für den verwendeten zyklisch-viskoplastischen Stoffansatz die Initial Strain Methode ausgewählt. Aufgrund der getroffenen Wahl, ist, wie angesprochen, die Abbildung der zyklischen Dehnungsanteile analog zur klassischen viskoplastischen Theorie und unter Ausnutzung einer konstanten Steifigkeitsmatrix möglich.

In Abschnitt 6 sind für den implementierten Stoffansatz Verifikationsbeispiele dargestellt. Anhand einfacher Geometrien und analytischer Sonderfälle wird die Gültigkeit der angewendeten Initial Strain Methode als solches gezeigt. Im Weiteren werden die Brauchbarkeit und die Funktionalität des implementierten zyklisch-viskoplastischen Stoffansatzes dokumentiert.

Aus der Einsicht, dass umfangreiche FEM Berechnungen nicht jederzeit durchgeführt werden können, und eine Absicherung der Eingangsgrößen a priori nicht immer möglich ist, wird in Abschnitt 7 ein vereinfachtes Berechnungsverfahren entwickelt. Auf der Grundlage bekannter Spannungsverteilungen im elastischen Halbraum und des entwickelten zyklisch-viskoplastischen Stoffansatzes werden auf analytische Weise für einfache kreisrunde und endlose Streifenfundamente Lösungen erzielt, die näherungsweise denen, mit ABAQUS berechneten entsprechen. Das in dieser ersten Version formulierte vereinfachte Berechnungsverfahren entspricht der Vorstellung eines praktisch anwendbaren Hilfsmittels. Dazu sind weitergehend Untersuchungen empfehlenswert. Die hier erarbeiteten Ergebnisse zeigen aber auf, dass der zyklisch-viskoplastische Stoffansatz auch mit vereinfachten Verfahren kombinierbar ist.

Abschnitt 8 enthält praktische Anwendungsbeispiele des in das Programmsystem ABAQUS implementierten zyklisch-viskoplastischen Stoffansatzes. Für zwei- und dreidimensionale Anwendungen werden jeweils Beispiele aus Modellversuchen sowie in situ Vergleichsberechnungen durchgeführt. Die Fragestellung der quasi-statischen Ersatzlasten, die nur unvollständig bzw. gar nicht die translatorische bzw. überrollende Last abbilden können wird untersucht. Es wird gezeigt, dass unter Ansatz idealisierter ortsfester Lastbilder in ingenieurmäßiger Näherung auch für komplexe Problemstellungen sinnvolle Ergebnisse zu erzielen sind. Die erfolgreiche Nachrechnung eines großmaßstäblichen dynamischen Lastplattendruckversuches auf dem Planum einer im Bauzustand befindlichen Widerlagerhinterfüllung, erlaubt die wirklichkeitsnahe Prognose des Langzeitverhaltens. Ein weiteres in situ Beispiel dokumentiert die Leistungsfähigkeit des Verfahrens anhand einer Festen Fahrbahn Geometrie, die auf Rüttelstopfsäulen gegründet ist. Aus der Berechnung geht hervor, dass das numerische Modell in der Lage ist, auch gedrehte Hauptspannungsrichtungen und deren Auswirkung auf das zyklische Setzungsverhalten zu erfassen. Weiterhin wird gezeigt, dass auch für Gleis-  
schotterkörnungen mit dem erweiterten zyklisch-viskoplastischen Stoffansatz, unter Berück-

sichtigung von Verdichtungszuständen, siehe *Gotschol (2002)*, gute Ergebnisse zu erzielen sind.

Mit dem implementierten Stoffansatz für granulare Böden unter nichtruhender Lasteinwirkung liegt ein numerisches Berechnungsmodell vor, mit dem unter bestimmten Randbedingungen auch heute schon aussagekräftige Ergebnisse erzielt werden können. Unabhängig davon sollten Verfeinerungen im Stoffansatz und eine weitere Absicherungen des Berechnungsverfahrens durch ergänzende Forschungen vorgenommen werden. Wünschenswert erscheinen ebenso weitere Verifizierungen an realen, gut dokumentierten Messprojekten, von denen Materialproben vorliegen.

## 9 Summary

The objective of this work is to be seen in the necessity of investigations on the long-term-deformation behaviour of granular soils and ballast under cyclic loading, especially due to railway traffic loading. In this work the implementation and validation of a cyclic-viscoplastic constitutive approach for such soils under cyclic-dynamic loading into a numerical model is carried out. Another objective is the derivation of a simplified analytical calculation model, which should be used on simple structures.

Basis for the implemented constitutive approach is the quasi-static model that has been developed at the University of Kassel for soft soils under cyclic loading, see *Hu (2000)*, and the extended cyclic-viscoplastic constitutive approach for granular soils and ballast materials derived by *Gotschol (2002)*.

For three dimensional states of deformation, the derived constitutive routines are implemented according to the Finite Element Method into the numerical program ABAQUS, while neglecting the influence of pore pressure. The investigation and set up of a theoretical and physical complete model is not intended. The objective rather is the development of an engineering type model, appropriate for practical tasks.

The modelling examples are predominantly taken from the area of rail track engineering. Due to the chosen FEM formulation, the numeric model can easily be applied on other geotechnical areas. These areas could be, e.g., questions for the establishment of machine foundations or also cyclically loaded piles.

The approach chosen in the present work is based on the decoupling of the system-behaviour under live load in the

- dynamic modelling of the linear elastic response of the investigated structure due to the induced excitation, *short-term dynamics*, and
- modelling of the accumulating remaining strains over the long-term, *long-term (deformation) behaviour*.

Such decoupling enables the systematic investigation of the long-term behaviour of foundation structures on granular soils. In the present work, focus is set on the long-term behaviour, the continuous explicit time/cycle dependent degradation of foundations and track systems caused by deformations within all unbounded corresponding layers.



In this context the solution techniques generally are differentiated into *implicit* and *explicit* formulations. The terms implicit and explicit do not have to be mistaken with the well known concept of strain rate integration in the theory of classic plasticity. The implicit technique describes the whole structure with the dynamic phenomena (in the short-term) and the long-term deformation behaviour in one global model. Thus the dynamic behaviour in an incrementally changed structure has to be simulated continuously/implicitly over the course of each single cycle, until a relevant remaining deformation has occurred. However such deterioration or deformation normally result from higher load-cycle numbers only. Also the constitutive material behaviour itself must be treated in a non-linear manner. Obviously the dynamic modelling of the hysteretic material behaviour is quite complicated from a theoretical point of view and for the required high number of load-cycles also inconvenient from a practical point of view. On the one hand adequate theoretical models are missing or are just too complicated for practical applications. On the other hand today's computing capacities do not seem to be sufficient for such extensive problems.

Within this work a macroscopic explicit formulation technique has been chosen, where single amplitudes of some quantity at discrete times, or the course of a single cycle in real time do not play the determining role. Certainly, focus is set on the repeated loading with it's resulting accumulation of permanent strain/deformation for a finite number of cycles. Such approach is of practical meaning for engineers, in spite of the theoretically required exact course of each cycle. Continuous modelling of granular soil otherwise becomes very difficult if not at all impossible. Therefore the loading scheme is applied in a static manner and due to the reflection of the cyclic dynamic influences onto the material deformation behaviour within the constitutive routine, the modelling is described as quasi-static. Such procedure simplifies the constitutive description, as forces of inertia and the whole problems connected with the dynamic wave propagation in media don't have to be taken into consideration. In general assumptions and simplifications have to be done to eliminate the impossibility of giving respect to all occurring effects in reality. Hence, the effects of pore water pressure and liquefaction processes are not included in the approach.

To be enabled to implement the constitutive approach, criteria for stabilisation versus progressive failure of soil under cyclic loading have to be defined. For the numerical model an analogous stress-strain relationship, observed in cyclic triaxial tests, is taken into consideration. Depending on the consolidation pressure, there are two deformation modes observed, the

- *Cyclic Calming*, and the
- *Cyclic Failure*.

One essential result from the laboratory tests is that there exists some limit of cyclic deviatoric stress which can be applied to the soil specimen without failure. Hence, for the distinction / separation of the two mentioned deformation modes, a "reduced", i.e. modified cyclic Mohr Coulomb failure criterion is applied.

For cyclic states of stress satisfying the failure criterion, the resulting cyclic permanent strains of the soil specimen will converge vs. a stable value. In this state of cyclic stress the soil specimens behaviour can be described as quasi-elastic. This process also can be described as a hardening issue. Consequently this deformation mode is called "Cyclic Calming". For cyclic states of stress violating the criterion, the soil specimen in the triaxial test will show signs of progressive failure. Such behaviour, in the model realised analogous to the theory of viscoplasticity, is called "Cyclic Failure". A local overshoot of the failure criterion at certain cycle numbers will cause, next to the cyclic-plastic strain, additional viscoplastic straining, as long and at a rate that is related to the amount by which the yield has been violated. Such a quasi-static model for granular materials and ballast under cyclic loading has been derived, and by means of a cyclic-viscoplastic constitutive approach implemented into the 3D general purpose FEM program ABAQUS. Hence, for the first time in praxis it is possible to simulate the plastic deformations in the substructure/subsoil of track systems under live load (i.e. recurring loading, such as a train passing).

From experience, it became obvious that neither extensive numerical modellings can be executed at all times, nor, a priori a verification of the input material parameters be done. Hence a simplified analytical computation method is derived as a supplement for the numerical modelling itself. On the basis of both, the known stress distribution in elastic half-space and the developed cyclic-viscoplastic constitutive approach, solutions for simple circular and continuous foundations are achieved analytically, which show a good correlation to those obtained with ABAQUS. The simplified analytical computation method formulated in this first version is seen as a practical aid, i.e. tool, in addition to the numerical modelling and not as a substitute for the latter one. In addition further improvements and evaluations are recommended. However, the results shown in this work, prove that it is possible to combine the cyclic-viscoplastic constitutive approach with simplified procedures too.

The presented cyclic-viscoplastic constitutive approach for granular and ballast materials has proven to be an appropriate enhancement for the quasi-static modelling of such materials under cyclic-dynamic loading. The objective for future research work is seen in further improvements of the constitutive approach, especially the enhancement to further gradings of granular materials. With the implemented constitutive approach for granular soils and ballast

under cyclic loading, a new numerical model is available, which under certain conditions already provides good results. Independently, refinements should be carried out regarding the implemented constitutive approach and another improvement of the numerical routines be realised. Another objective is the modelling itself, i.e. parametric studies of complex in situ situations, allowing prediction of deterioration behaviour as well as general improvements of construction guidelines. Finally the derivation of a corresponding quasi-static approach for joint behaviour in numerical interface modelling has to be undertaken.

## 10 Literatur

- Altenbach, J., Altenbach H. (1994): Einführung in die Kontinuumsmechanik. Teubner Verlag, Stuttgart*
- ARCADIS Trischler&Partner (1999): Bericht EÜ Petersberg, PFA 31.6, Bau-km 129+065, Überprüfung unterschiedlicher Konzepte zur Widerlagerhinterfüllung, Lastsetzungsverhalten der Hinterfüllbereiche unter dynamischer Belastung, Versuchsergebnisse. Darmstadt*
- Araujo, F. C. de (1994): Zeitbereichslösung linearer dreidimensionaler Probleme der Elastodynamik mit einer gekoppelten BE/FE Methode. Institut für Angewandte Mechanik, Technische Universität Braunschweig, Nr. 14-1994*
- Bathe, K. J. (1990): Finite-Elemente-Methoden, Matrizen und lineare Algebra, die Methode der finiten Elemente, Lösung von Gleichgewichtsbedingungen und Bewegungsgleichungen. Springer-Verlag, Berlin*
- Boyce, H. R. (1980): A non-linear model for the elastic behaviour of granular materials under repeated loading, International Symposium on Soils under Cyclic and Transient Loading. Swansea, Balkema, Rotterdam*
- Breinlinger, F. (1989): Bodenmechanische Stoffgleichungen bei großen Deformationen sowie Be- und Entlastungsvorgängen. Institut für Geotechnik Stuttgart, Mitteilung 30*
- Bronstein, I. N., Semendjajew, K. A. (1989): Taschenbuch der Mathematik, Harry Deutsch, Thun und Frankfurt am Main, 24. Auflage*
- Bucksch, H. (1997): Dictionary Geotechnical Engineering. Volume 1, Band 1, Springer-Verlag, Berlin*
- Chen W. F., Mizuno E. (1990): Nonlinear Analysis in Soil Mechanics, Theory and Implementation. Elsevier, Amsterdam*
- Chen W. F., Saleeb A F. (1994): Constitutive Equations for Engineering Materials, Volume 1, Theory and Implementation. Elsevier, Amsterdam*
- Chen W. F. (1994): Constitutive Equations for Engineering Materials, Volume 2, Plasticity and Modelling. Elsevier, Amsterdam*
- Cormeau, I.C. (1975): Numerical Stability in Quasistatic Elasto Viscoplasticity. Int. J. for Num. Methods in Engg., Vol. 9, pp. 109-127*
- Crisfield, M.A.(1997): Non-linear Finite Element Analysis of Soils and Structures. Volume 1, John Wiley & Sons Ltd, New York*
- Cudmani, R., Huber, G., Gudehus, G. (2000): Zyklische und dynamische Penetration nichtbindiger Böden, Workshop „Boden unter fast zyklischer Belastung: Erfahrungen und Forschungsergebnisse“. Schriftenreihe des Institutes für Grundbau und Bodenmechanik der Ruhr-Universität Bochum, Heft 32, S. 155-182*

- Dafalias, Y. F., Popov, E. P. (1976):* Plastic Internal Variables Formalism of Cyclic Plasticity. Journal of Applied Mechanics, Vol. 43, pp. 645-651
- Das, B. M. (1997):* Advanced Soil Mechanics. Taylor & Francis, Washington DC
- Das, B. M. (1983):* Fundamentals of Soil Dynamics. Elsevier, Amsterdam
- DB AG (1995):* Anforderungskatalog zum Bau der Festen Fahrbahn. 3. Überarbeitete Auflage, Deutsche Bahn AG
- DIN 4019 (1979):* Baugrund; Setzungsberechnungen bei lotrechter, mittiger Belastung. Ausgabe:1979-04
- Dinkel, J. (2000):* Ein semi-analytisches Modell zur dynamischen Berechnung des gekoppelten Systems Fahrzeug-Fahrweg-Untergrund für das Oberbausystem Feste Fahrbahn, Dissertation. Lehrstuhl für Baumechanik der Technischen Universität München
- DS 836 (1997, Entwurf):* Vorschrift für Erdbauwerke. Deutsche Bahn AG
- Dürrwang, R., Schulz, G., Neidhart, T. (1999):* Erdbauwerke für Hochleistungsstrecken, Neues Konzept. In: Der Eisenbahningenieur, Heft 8, Tetzlaff Verlag, Hamburg
- Egger, P. (1973):* Einfluß des Post-Failure-Verhaltens von Fels auf den Tunnelausbau unter Berücksichtigung des Ankerbaus. Veröffentlichung des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Karlsruhe, Heft 57
- Eisenmann, J. (1996):* Prüfung einer elastischen Schwellenbesohlung. Forschungsbericht, Prüfamts für Bau von Landverkehrswegen, TU München, München
- Fröhlich (1934):* Druckverteilung im Baugrund mit besonderer Berücksichtigung der plastischen Erscheinungen. Julius Springer Verlag, Wien
- Gotschol (2002):* Veränderlich elastisches und plastisches Verhalten nichtbindiger Böden und Schotter unter zyklisch-dynamischer Beanspruchung. Schriftenreihe Geotechnik, Universität Gh Kassel, Heft 12
- Grasshoff, H. (1954):* Der Einfluß der Schichtstärke auf die Sohldruckverteilung und die Biegemomente einer kreisförmigen Gründungsplatte. Bautechnik 31, Heft10
- Gudehus, G. (1996):* Stoffgesetze der Bodenmechanik. In: Grundbautaschenbuch, Teil 1, 5. Auflage, Verlag Ernst & Sohn
- Herle, I. (1997):* Hypoplastizität und Granulometrie einfacher Korngerüste. Veröffentlichung des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Karlsruhe, Heft 142
- Hettler A. (1984):* Bleibende Setzungen des Schotteroberbaues. Eisenbahn Technische Rundschau 33, Heft 11, S 847 - 854, Hesta-Verlag Darmstadt
- Hettler A. (1986):* Feste Fahrbahn/Erdbau Modellversuche an der festen Fahrbahn auf weichem Untergrund. Lehrstuhl für Bodenmechanik und Grundbau am Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Karlsruhe

- Hettler A. (1987):* Schottertriaxialversuche mit statischem und zyklischem Belastungsverlauf. Eisenbahn Technische Rundschau 36, Heft 6, S 399 - 405, Hesta-Verlag Darmstadt
- Hibbit, K & S, Inc.(1998):* Abaqus Theory Manual. United States
- Hibbit, K & S, Inc.(1998):* Abaqus/Standard. User's Manual, Vol. I-III, United States
- Hill, R. (1960):* The Mathematical Theory of Plasticity. University Press, Oxford
- Hodjera, B. (1979):* Das Verhalten von Böden unter dynamischer Dauerbelastung. Geotechnik, Jahrgang 2, Heft 2: S. 84-97
- Hosseini, S. M. M. (1987):* Stress-Strain Behaviour of Granular Soils under Monotonic and Cyclic Loading Conditions. Department of Civil Engineering, The University of Leeds, UK
- Hu, Y. (1995):* Standsicherheitsuntersuchungen von untertägigen Hohlräumen im Fels nach der Finiten-Elemente-Methode unter Berücksichtigung der geometrischen Nichtlinearität. Veröffentlichung des Institute für Grundbau, Bodenmechanik, Felsmechanik und Verkehrswasserbau der RWTH Aachen, Heft 29
- Hu, Y. (1997):* Unterbau- und Untergrundbeanspruchung infolge Eisenbahnverkehrslasten sowie Langzeitverhalten von gering tragfähigen Böden. 1. Zwischenbericht zum DFG Schwerpunktprogramm, Systemdynamik und Langzeitverhalten von Fahrwerk, Gleis und Untergrund, Fachgebiet Geotechnik, Universität Gh Kassel (unveröffentlicht)
- Hu, Y. (2000):* Zum Verformungsverhalten von wassergesättigten bindigen Böden unter zyklischer Belastung. Schriftenreihe Geotechnik, Universität Gh Kassel, Heft 8
- Hügel, M. H. (1995):* Prognose von Bodenverformungen. Veröffentlichung des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Karlsruhe, Heft 136
- Jaky, J. (1944):* The coefficient of earth pressure at rest. Journal of the Society of Hungarian Architects and Engineers, Budapest, pp. 355-358
- Janbu, N. (1963):* Soil Compressibility as determined by Oedometer and Triaxial Tests. European Conference on Soil Mechanics & Foundations Engineering, Wiesbaden, Vol. 1, pp.19-25
- Jaup A. (1999):* Anwendung von 1g Modellversuchen auf das Setzungsverhalten im Hinterfüllungsbereich von Brückenwiderlagern. Schriftenreihe Geotechnik, Universität Gh Kassel, Heft 7
- Kastner, H. (1962):* Statik des Tunnel- und Stollenbaues. Springer-Verlag, Berlin
- Kempfert, H.G., Berner, U. (1997):* Messprojekt Feste Fahrbahn Wittenberge-Dergenthin, Schlussbericht. Kempfert und Partner GmbH, Konstanz
- Kempfert, H. G., Hu, Y. (1999a):* Unterbau und Untergrundbeanspruchung infolge Eisenbahnverkehrslasten sowie Langzeitverhalten von gering tragfähigen Böden. 2. Zwischenbericht zum DFG-Schwerpunktprogramm, Systemdynamik und Langzeitverhalten

- von Fahrwerk, Gleis und Untergrund, Fachgebiet Geotechnik, Universität Gh Kassel (unveröffentlicht)
- Kempfert, H. G., Hu, Y. (1999b):* Measured Dynamic Loading of Railway Underground. Proceedings of the XI. Panamerican Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Foz de Iguacu, Brazil
- Kempfert, H. G., Hu, Y. (1999c):* Numerical modeling of the deformation in railway foundation – A case study. Proceedings of the VII. International symposium on numerical models in geomechanics, NUMOG VII, Graz, Austria
- Kempfert, H. G., Jaup, A. (1998):* Schlussbericht zum F+E Projekt: Wirksamkeit von Regelausführungen im Hinterfüllungsbereich von Brückenwiderlagern, Fachgebiet Geotechnik, Universität Gh Kassel
- Knothe, K. (1998):* Wechselwirkung zwischen Fahrzeug und Fahrweg. Zeitschrift für Eisenbahnwesen und Verkehrstechnik, Vol 122, Nr. 5, S. 173-180
- Knothe, K, Wu, Y. (1998):* "Receptance behaviour of railway track and subgrade". *Arch. Appl. Mech.* 68(7/8), pp. 457-470
- Kolymbas, D. (1977):* A Rate Dependend Constitutive Equation for Soils. *Mech. Res. Comm.* 4, pp 367-372
- Köttgen, V.B., Anthes, R.J., Seeger, T. (1991):* Implementation des Werkstoffmodells von Mroz in das Finite Element Programm ABAQUS – Teil1: Grundlagen. Fachgebiet Werkstoffmechanik, Technische Universität Darmstadt
- Lieb, M. (1997):* Adaptive numerische Fouriertransformation in der Bodendynamik unter Verwendung einer Waveletzerlegung. Lehrstuhl für Baumechanik, Mitteilungen a.d. Institut f. Bauingenieurwesen I, Heft 2, TU München
- Link, M. (1989):* Finite Elemente in der Statik und Dynamik. B.G. Teubner Verlag, Stuttgart
- Matthies, H., Strang, G. (1979):* The Solution of Nonlinear Finite Element Equations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 14, pp. 1613-1626
- Morgan, J. R. (1966):* The response of granular materials to repeated loading. *Proc. Australian Road Research Board*, Vol.3, Part 2, pp. 1178-1191
- Müller, G. (1989):* Ein Verfahren zur Erfassung der Fundament-Boden Wechselwirkung unter Einwirkung periodischer Lasten. Lehrstuhl für Baumechanik, Mitteilungen a.d. Institut f. Bauingenieurwesen I, Heft 25, TU München
- NGI (1995):* Deformations and Stability of Soil Foundations Subjected to Combined Static and Cyclic Loads. Review of NGI's Experience, Norwegian Geotechnical Institute, Heft 943013-1
- Niemunis, A. (1996):* A visco-plastic model for clay and its FE-implementation. In: *Resultats recents en mecanique des sols et des roches XI Colloque Franco-Polonais*, Gdansk

- Niemunis, A., Krieg, S (1996):* Viscous Behaviour of Soil under Oedometric Condition. Canadian Geotechnical Journal, Vol.33, pp. 159-168
- Niemunis, A. (1999):* Stoffgesetze in der Bodenmechanik, Eine Vorlesung für Grundbauvertiefer. Institut für Grundbau und Bodenmechanik der Ruhr-Universität Bochum
- Niemunis, A. (2000):* Akkumulation der Verformung infolge zyklischer Belastung des Bodens – numerische Strategien. Workshop „Boden unter fast zyklischer Belastung: Erfahrungen und Forschungsergebnisse“, Schriftenreihe des Institutes für Grundbau und Bodenmechanik der Ruhr-Universität Bochum, Heft 32, S. 1-20
- Nübel, K., Karcher, C., Herle, I. (1999):* Ein einfaches Konzept zur Abschätzung von Setzungen. Geotechnik, Jahrgang 22, Heft 4: S. 251-258
- Oertel, G. (1996):* Stress and Deformation, Oxford University Press, New York
- O'Reilly, M. P., Brown, S. F. (1991):* Cyclic Loading of Soils: from theory to design. Department of Civil Engineering, University of Nottingham
- Owen, D.R.J., Hinton, E. (1980):* Finite Elements in Plasticity: Theory and Practice. Pineridge Press Limited Swansea, U.K
- Owen, D.R.J., Hinton, E. (1982):* Finite Elements Programming. Academic Press, London
- Perzyna, P. (1966):* Fundamental problems in viscoplasticity. Advances in Applied Mechanics 9, pp. 243-377
- Raithel, M. (1999):* Zum Trag- und Verformungsverhalten von geokunststoffummantelten Sandsäulen. Schriftenreihe Geotechnik, Universität Gh Kassel, Heft 6
- Raymond, G. P., Davies, J. R. (1978):* Triaxial Tests on Dolomite Railroad Ballast. J. Geotech. Engrg., ASCE, 104(6), pp. 737-751
- Raymond, G. P., Williams, D. R. (1978):* Repeated Load Triaxial Tests on a Dolomite Ballast. J. Geotech. Engrg., ASCE, 104(7), pp. 1013-1029
- Rehfeld, E. (2000):* Wirkung der Zugüberfahrt auf Oberbau, Unterbau und Untergrund. Eisenbahningenieur 51, Heft 12/2000, S. 30-33
- Ril 836.01 (1999):* Erdbauwerke planen, bauen und instand halten. Fassung vom 20.12.1999, DB Netz AG, München
- Rippke, B. (1995):* Simulation der Schottersetzung unter Verwendung eines hochfrequenten Fahrzeug-Fahrweg-Modells, Schotteroberbau versus Feste Fahrbahn. IG Niedermeyer Institute, Westheim
- Rippke, B. (1996):* Validation of the vehicle-track interaction model using in situ measurements. Technical University of Berlin, EUROBALLT report, doc. 80410026A
- Sawicki, A. (1991):* Mechanika gruntów dla obciążeń cyklicznych. Wydawnictwo IBW PAN, Gdansk
- Sawicki, A., Swidzinski, W. (1995):* Cyclic compaction of soils, grains and powders. Powder Technology 85, pp 97-104



- Schad, H. (1979):* Nichtlineare Stoffgleichungen für Böden und ihre Verwendung bei der numerischen Analyse von Grundbauaufgaben. Institut für Geotechnik, Universität Stuttgart, Mitteilung 10
- Schad, H. (1990):* Zeit- und geschwindigkeitsabhängiges Materialverhalten in der Geotechnik, Experimentelle Erfassung und numerische Analyse. Institut für Geotechnik, Universität Stuttgart, Mitteilung 36
- Schulz, S. (2001):* Numerische Studien zum Langzeitverformungsverhalten von granularen Böden unter nichtruhender Lasteinwirkung. Diplomarbeit am Fachgebiet Geotechnik der Universität Gh Kassel, Kassel
- Schultze E., Horn, A. (1996):* Setzungsberechnung. In: Grundbautaschenbuch, Teil 1, 5. Auflage, Verlag Ernst & Sohn
- Semprich, S. (1980):* Berechnung der Spannungen und Verformungen im Bereich der Ortsbrust von Tunnelbauwerken im Fels. Veröffentlichung des Institute für Grundbau, Bodenmechanik, Felsmechanik und Verkehrswasserbau der RWTH Aachen, Heft 8
- Shenton, M. (1978):* Deformation of Railway Ballast under Repeated Loading Conditions. Railroad Track Mechanics and Technology, pp. 405-425, Pergamon Press
- Shenton, M. J. (1985):* Ballast Deformation and Track Deterioration. Proceeding of a Conference organized by the Institution of Civil Engineers and held at the University of Nottingham, 11. - 13. Juli, pp. 175-187
- Smith, I.M., Griffiths, D.V. (1997):* Programming the Finite Element Method. 3<sup>rd</sup> edition, John Wiley & Sons, Chichester
- Steinbrenner (1934):* Tafeln zur Setzungsberechnung. Straße 1, S. 121
- Stolle, D. F. E., Higgins, J. E. (1989):* Viscoplasticity and Plasticity – Numerical Stability Revisited, NUMOG III. Elsevier Applied Science, Elsevier, London
- Suiker, A. S. J., de Borst, R. (1997):* Low-Cycle Fatigue of Granular Materials. in Computational Plasticity - Fundamentals and Applications, CIMNE, Barcelona, pp. 1729-1736
- Teferra, A., Schultze, E. (1988):* Formulæ, Charts and Tables. Soil Mechanics and Foundation Engineering. Stresses in Soils. A.A.Balkema, Rotterdam
- Triantafyllidis, T. (1989):* Halbraumlösungen zur Behandlung bodendynamischer Probleme mit der Randelementemethode. Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik, Universität Karlsruhe, Heft 116
- Wang, Z. (2000):* Behaviour of Soils and Foundation Structures under Cyclic Loads. Mitteilungen aus dem Fachgebiet Grundbau und Bodenmechanik, Heft 25, Verlag Glückauf GmbH

- Wichter, W., Gay, G. (1987):* Belastungsversuch an einem Feste Fahrbahn-Erdbau-Modell im Maßstab 1:1. Forschungs- und Materialprüfungsanstalt Baden Württemberg, Otto Graf Institut, Stuttgart
- Witte, B., Schmidt, H. (1989):* Vermessungskunde und Grundlagen der Statistik für das Bauwesen. Geodätisches Institut RWTH Aachen, Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart
- Witke, W. (1990):* Rock Mechanics Theory and Applications with case Histories. Springer-Verlag, Berlin New York
- Wolf, J. P. (1985):* Dynamic Soil-Structure Interaction. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
- Zienkiewicz, O. C., Corneau I. C. (1974):* Visco Plasticity – Plasticity and Creep in Elastic Solids – a Unified Numerical Solution Approach. Int. J. num. Meth. Engng. 8, pp. 821-845
- Zienkiewicz, O. C., Taylor R. L. (1991):* The Finite Element Method. Basic Foundation and Linear Problems. Fourth Edition, Volume 1, McGraw-Hill International (UK)
- Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L. (1991):* The Finite Element Method. Soil and Fluid Mechanics Dynamics and Non-Linearity. Fourth Edition, Volume 2, McGraw-Hill International, United Kingdom
- Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L. (2000):* The Finite Element Method Set. London, Butterworth Heinemann, United Kingdom



## Anhänge

### **A Liste häufig verwendeter Bezeichnungen und Symbole**

- A.1 Indices, Vereinbarungen
- A.2 Kleine lateinische Buchstaben
- A.3 Grosse lateinische Buchstaben
- A.4 Griechische Buchstaben

### **B Tensor Invarianten und Vereinbarungen**

- B.1 Invarianten des Spannungstensors  $\sigma_{ij}$
- B.2 Invarianten des Tensors der Deviatorspannung  $s_{ij}$
- B.3 Vereinbarungen:
- B.4 Partielle Ableitungen der Invarianten
- B.5 Partielle Ableitungen des plastischen Potentials  $Q$  (Mohr Coulombsches Bruchkriterium) bei Festigkeitsüberschreitung in einem isotropen Material



## A Liste häufig verwendeter Bezeichnungen und Symbole

Nachfolgend sind die wichtigsten im Text benutzten Symbole zusammengestellt und kurz erläutert. Verschiedentlich haben einige auch eine andere als die angeführte Bedeutung. Stellenweise geht damit die Eindeutigkeit verloren. Im begleitenden Text wird diese aber hergestellt.

Matrizen und Spaltenvektoren sind im weiteren durch Fettdruck kenntlich gemacht, so z.B.  $\mathbf{D}$  und  $\boldsymbol{\varepsilon}$ . Mit  $\mathbf{D}^T$  wird die Transponierte von  $\mathbf{D}$  bezeichnet. Ein über dem Buchstaben stehender Punkt drückt die Differentiation aus, z.B.  $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{d\boldsymbol{\varepsilon}}{dt}$  usw.

Spannungsinvarianten und Differentiale sind in Anhang B aufgelistet.

### A.1 Indices, Vereinbarungen

- $c$  Index  $c$ : zyklisch
- $cf$  Index  $cf$ : zyklischer Bruchzustand
- $cp$  Index  $cp$ : zyklisch-plastisch
- $e$  Index  $e$ : elastisch
- $el$  Index  $el$ : elastisch
- $ep$  Index  $ep$ : elastisch-plastisch
- $FE$  Index  $FE$ : FEM Berechnungsergebnis
- $k0$  Index  $k0$ : Primärzustand
- $MC$  Index  $MC$ : Mohr-Coulomb
- $p$  Index  $p$ : plastisch
- $per$  Index  $per$ : plastisch
- $qe$  Index  $qe$ : quasi-elastisch
- $qs$  Index  $qs$ : quasi-statisch
- $s$  Index  $s$ : statisch
- $sf$  Index  $sf$ : statischer Bruchzustand
- $tr$  Index  $tr$ : Spur einer Matrize, gleichbedeutend  $\text{tr}$  in Indiceschreibweise („trace“)

$v_p$	Index $v_p$ : viskoplastisch	
0	Index 0: Primärzustand, Anfangszustand	
$d()$	Ableitung nach ()	
$\Delta$	Inkrement	
$\varnothing$	Durchmesser	[m]
'	effektive Werte	
$\wedge$	transformierte Größe	
$\langle \rangle$	Schaltfunktion	

Es gilt die EINSTEIN'sche Summenkonvention, dass über alle wiederholten Indices aufsummiert wird. Es gilt z.B.,

$$\sum_{i=1}^3 \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \equiv \frac{\partial v_i}{\partial x_i}$$

$\delta_{ij}$	Kronecka Delta Symbol	[-]
	$\delta_{ij} = \begin{cases} 0; & i \neq j \\ 1; & i = j \end{cases}$	

## A.2 Kleine lateinische Buchstaben

$a, b$	Variablen	[-]
$a^e$	Knotenpunktverschiebung am Element	
$\mathbf{b}_{(T)}$	Spannungsfunktion	
$c$	Kohäsion	[kN/m <sup>2</sup> ]
$c_{st}$	Integrationskonstante	[-]
$e$	Porenzahl	[-]
$\mathbf{f}$	Volumenkräfte	
$f$	Frequenz	[1/s, Hz]

---

$f_b$	Belastungsfrequenz	[1/s, Hz]
$f_d$	Plastizitätskriterium	[-]
$g_d$	konvexe Potentialfunktion	[-]
$h$	empirischer Materialparameter	[kN/m <sup>2</sup> ]
$h$	Höhe	[m]
$i$	Spannungseinflusswerte	[-]
$i, j, k$	Laufindices	[-]
$k$	Korrekturfunktion	[-]
$k_x$	transformierte Größe $k_x$ aus $x$ des Originalraumes	[-]
$m_d$	plastische Dehnungsrichtung	
$p$	Druck	[kN/m <sup>2</sup> ]
$r$	Radius	[m]
$r$	Korrelationskoeffizient	[-]
$r^2$	empirisches Bestimmtheitsmaß	[-]
$r_i$	innere Reaktionskräfte	
$r_e$	aus äußeren Lasten resultierende Kräfte	
$s_e^2$	Restvarianz der Messwerte $y_i$ in Bezug auf die Erwartungswerte $\hat{y}(x_i)$	[-]
$s_y^2$	empirische Varianz	[-]
$\mathbf{t}$	Oberflächenkräfte	
$t$	globale Zeitkoordinate	[s]
$\mathbf{u}$	Verschiebungen	
$u_{R'}$	(elastischer) Verschiebungswert am kritischer Radius	[m]
$v_{\text{eff}}$	effektive Schwinggeschwindigkeit	[mm/s]
$\hat{y}(x_i)$	Erwartungswerte	[-]

### A.3 Grosse lateinische Buchstaben

$A$	Oberfläche	[m <sup>2</sup> ]
-----	------------	-------------------



---

<b>A</b>	Verfestigung	[ - ]
	AKFF Anforderungskatalog Feste Fahrbahn der <i>DB AG (1995)</i>	
<b>B</b>	Verzerrungs-Verschiebungsmatrix	
<b>B</b>	bodenmechanische Eigenschaften	
	BEM Randelemente Methode (Boundary Element Method)	
	BTS Betontragschicht einer Festen Fahrbahn	
<b>C</b>	Dämpfungsmatrix	
$C_1, C_2$	empirische Stoffkonstanten	[ - ]
<b>D</b>	Lagerungsdichte nach DIN 18126	[ - ]
<b>D</b>	Spannungs-Verzerrungsmatrix, ABAQUS: „Jacobi Matrix“	
	DMS Dehnungsmessstreifen	
<b>E</b>	Elastizitätsmodul	[kN/m <sup>2</sup> ]
$E_p$	plastisches Modul	[kN/m <sup>2</sup> ]
EÜ	Eisenbahnüberführung	
<b>F</b>	Fliessgrenze, Schubbruchkriterium	[ - ]
$F_t$	Fliessgrenze, Zugbruchkriterium	[ - ]
$F_0$	Konstante zur Normierung	[kN/m <sup>2</sup> ]
$F_c$	Kontaktkraft	[kN]
$F_{(t)}$	Erregerkraftvektor	
	FEM Finite Elemente Methode	
	FSS Frostschutzschicht	
	HGT Hydraulisch gebundene Tragschicht einer Festen Fahrbahn	
	HIK Horizontalinklinometer	
$I_D$	bezogene Lagerungsdichte	[ - ]
$I_i$	Invarianten des Spannungstensors, siehe Anhang B	[ - ]
<b>J</b>	Invariante des Deviators der Dehnungsamplitude	[ - ]
$J_i$	Invarianten des deviatorischen Spannungstensors, siehe Anhang B	[ - ]

---

$K$	maximales zyklisch-deviatorisches Spannungsverhältnis	[-]
$\mathbf{K}(\mathbf{a})$	Elementsteifigkeitsmatrix	
$K_0$	Erdruchedruck nach Jaky	[-]
$\mathbf{K}^0$	Anfangstangentensteifigkeit	
$\bar{\mathbf{K}}$	Näherungslösung der Elementsteifigkeitsmatrix	
$[\mathbf{K}_s^0]$	Kernelmatrix	
$L$	linearer Operator	
$M$	mineralogische Eigenschaften	
$\mathbf{M}$	Massenmatrix	
MQ	Messquerschnitt	
$N$	Ansatzfunktion	[-]
$N$	Lastwechsel- bzw. Zyklenzahl	[-]
OCR	Überkonsolidierungsgrad	[-]
OK	Oberkante	
$P_a$	Atmosphärendruck	[kN/m <sup>2</sup> ]
$Q$	plastisches Potential	[-]
$R_0$	Tunnelradius	[m]
$R'$	kritischer Radius	[m]
$S$	deviatorische Spannung im zyklischen Triaxialversuch	[kN/m <sup>2</sup> ]
$S$	Wassersättigung	[-]
SDV	Lösungsabhängige Zustandsvariable (in ABAQUS: solution dependent user variable)	
SO	Schienenoberkante	
UG	Untergrund	
UK	Unterkante	
UMAT	Benutzerschnittstelle im FEM Programm ABAQUS (User MATerial)	
$V$	Volumen	[m <sup>3</sup> ]
$W_p$	plastische Verzerrungsenergie	[kNm, Ws, J]

$X$	zyklisch-deviatorisches Spannungsverhältnis	[-]
$X^i$	Volumenkräfte	[kN/m <sup>3</sup> ]
$Z^e$	Inzidenzmatrix	

#### A.4 Griechische Buchstaben

$\alpha$	Regressionskonstante aus zyklischem Triaxialversuch	[-]
$\alpha$	Auflockerungsbeiwert	[-]
$\beta$	Regressionskonstante aus zyklischem Triaxialversuch	[-]
$\chi$	Regressionskonstante aus zyklischem Triaxialversuch	[-]
$\delta$	Verschiebung	[m]
$\varepsilon$	Dehnungen	
$\varepsilon_{ij}^{*Ampl}$	Dehnungsamplituden	[-]
$\phi_f$	Funktion der Belastungsfrequenz $f_B$	[-]
$\Phi$	Volumetrische Verdichtung	[-]
$\gamma$	Wichte	[kN/m <sup>3</sup> ]
$\eta$	Viskosität	[kNs/m <sup>2</sup> ]
$\varphi$	Reibungswinkel	[°]
$\kappa$	Verfestigungsparameter	[-]
$\kappa_p$	Funktion der Porenzahl, Spannungszustandes und Belastungsfrequenz	[-]
$\kappa_{per}$	äquivalente plastische Dehnungen	[-]
$\kappa_p^\alpha$	Funktion des zyklisch-deviatorischen Spannungsverhältnisses $X$	[-]
$\lambda$	Skalar des Arbeitsverfestigungsgesetzes	[-]
$\lambda_p$	Gebirgsfestigkeit	[kN/m <sup>2</sup> ]
$\lambda_{p,}$	Funktion der Porenzahl, Spannungszustandes und Belastungsfrequenz	[-]
$\lambda_p^\alpha$	Funktion des zyklisch-deviatorischen Spannungsverhältnisses $X$	[-]
$\lambda, \mu$	Laméesche Konstanten	[-]
$\lambda_1, \lambda_2$	Regressionskonstante aus zyklischem Triaxialversuch	[-]

---

$\nu$	Poissonzahl	[-]
$\rho$	(Massen-) Dichte	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\nu_k$	Konzentrationsfaktor	[-]
$\theta$	Lode Winkel - deviatorischer Polarwinkel, Integrationskonstante	[-]
$\sigma$	Spannung	[kN/m <sup>2</sup> ]
$\sigma_i$	dynamische Spannung	[kN/m <sup>2</sup> ]
$\sigma_K$	zyklische deviatorische Bruchspannung	[kN/m <sup>2</sup> ]
$\sigma_m, \bar{\sigma}, \theta$	Invarianten (modifiziert), siehe Anhang B	[kN/m <sup>2</sup> ]
$\sigma_{s,3}$	statische Primärspannung im zyklischen Triaxialversuch	[kN/m <sup>2</sup> ]
$\sigma_i$	Hauptspannung	[kN/m <sup>2</sup> ]
$\sigma_{r0}$	Innendruck (Ausbauwiderstand)	[kN/m <sup>2</sup> ]
$\sigma_y$	einaxiale Bruchspannung, Zugfestigkeit	[kN/m <sup>2</sup> ]
$\sigma_{3,0}$	Regressionskonstante aus zyklischem Triaxialversuch	[kN/m <sup>2</sup> ]
$\omega_0$	Regressionskonstante aus zyklischem Triaxialversuch	[-]
$\psi$	Dilatanzwinkel	[°]
$\zeta$	Regressionskonstante aus zyklischem Triaxialversuch	[-]
$\Psi$	Residuum	



## B Tensor Invarianten und Vereinbarungen

### B.1 Invarianten des Spannungstensors $\sigma_{ij}$

$$I_1 = \sigma_{ii} \quad 1. \text{ Invariante des Spannungstensors}$$

$$I_2 = \frac{1}{2} (I_1^2 - \sigma_{ij} \sigma_{ji}) \quad 2. \text{ Invariante des Spannungstensors}$$

$$I_3 = \frac{1}{6} (2\sigma_{ij} \sigma_{jk} \sigma_{ki} - 3I_1 \sigma_{ij} \sigma_{ji} + I_1^3) \quad 3. \text{ Invariante des Spannungstensors}$$

### B.2 Invarianten des Tensors der Deviatorspannung $s_{ij}$

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{kk} \quad \text{Deviatorspannung}$$

$$J_1 = s_{ii} \quad 1. \text{ Invariante der Deviatorspannung}$$

$$J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij} \quad 2. \text{ Invariante der Deviatorspannung}$$

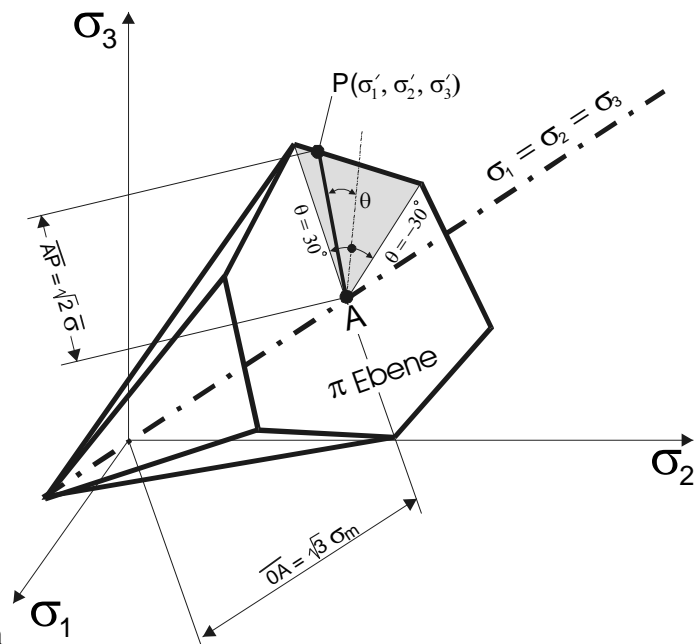
$$J_3 = \frac{1}{3} s_{ij} s_{jk} s_{ki} \quad 3. \text{ Invariante der Deviatorspannung}$$

### B.3 Vereinbarungen:

$$\sigma_m = \frac{1}{3} I_1 \quad (\text{hydrostatische Spannung})$$

$$\bar{\sigma} = \sqrt{J_2} \quad (\text{Mises Spannung})$$

$$\theta = \frac{1}{3} \arcsin \left( -\frac{\sqrt{27}}{2} \frac{J_3}{\sigma^3} \right) \quad (\text{Lode Winkel}) \quad \text{mit} \quad -\frac{\pi}{6} < \theta < \frac{\pi}{6}$$



Invarianten des Hauptspannungsraum

## B.4 Partielle Ableitungen der Invarianten

Partielle Ableitungen der Invarianten  $\sigma_m$ ,  $\bar{\sigma}$ , und  $J_3$ , nach Wittke (1990)

Tensor ij	$\frac{\partial \sigma_m}{\partial \sigma}$	$\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma}$	$\frac{\partial J_3}{\partial \sigma}$
11	1/3	$\frac{1}{2\sqrt{J_2}} \cdot \sigma_{11}$	$\sigma_{22} \cdot \sigma_{33} - \sigma_{23}^2 + \frac{1}{3}\sigma^2$
22	1/3	$\frac{1}{2\sqrt{J_2}} \cdot \sigma_{22}$	$\sigma_{11} \cdot \sigma_{33} - \sigma_{13}^2 + \frac{1}{3}\sigma^2$
33	1/3	$\frac{1}{2\sqrt{J_2}} \cdot \sigma_{33}$	$\sigma_{11} \cdot \sigma_{22} - \sigma_{12}^2 + \frac{1}{3}\sigma^2$
12	0	$\frac{1}{2\sqrt{J_2}} \cdot \sigma_{12}$	$2(\sigma_{23} \cdot \sigma_{13} - \sigma_{33} \cdot \sigma_{12})$
13	0	$\frac{1}{2\sqrt{J_2}} \cdot \sigma_{13}$	$2(\sigma_{12} \cdot \sigma_{23} - \sigma_{22} \cdot \sigma_{13})$
23	0	$\frac{1}{2\sqrt{J_2}} \cdot \sigma_{23}$	$2(\sigma_{12} \cdot \sigma_{13} - \sigma_{11} \cdot \sigma_{23})$

## B.5 Partielle Ableitungen des plastischen Potentials $Q$ (Mohr Coulombsches Bruchkriterium) bei Festigkeitsüberschreitung in einem isotropen Material

Für Lode Winkel im Bereich von  $\theta = \pm 30^\circ$  wird die partielle Ableitung des plastischen Potentials indefinit. Dies entspricht einem Spannungszustand auf der Kante des hexagonalen Mohr-Coulombschen Konus. Aus diesem Grund werden nach *Zienkiewicz/Taylor (1991)* für einen Lode Winkel im Bereich von  $|\theta| > 29^\circ$  im plastischen Potential die trigonometrischen Ausdrücke zu

$$\sin \theta = \sin(\pm 30^\circ) = \pm 1/2$$

$$\cos \theta = \cos(\pm 30^\circ) = \sqrt{3}/2$$

gesetzt, wodurch das plastische Potential wieder stetig zu differenzieren ist.

Schubbruch, nach *Wittke (1990)*

Partielle Ableitung Schubbruch	Lode Winkel $\theta$		
	$-30^\circ < \theta < 30^\circ$	$\theta = 30^\circ$	$\theta = -30^\circ$
$\frac{\partial Q}{\partial \sigma_m}$	$\sin \Psi$	$\sin \Psi$	$\sin \Psi$
$\frac{\partial Q}{\partial \sigma}$	$\cos \theta \left[ 1 + \tan \theta \cdot \tan 3\theta + \frac{\sin \psi}{\sqrt{3}} \cdot (\tan 3\theta - \tan \theta) \right]$	$\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sin \psi}{2\sqrt{3}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sin \psi}{2\sqrt{3}}$
$\frac{\partial Q}{\partial J_3}$	$(\sin \theta \cdot \sqrt{3} + \cos \theta \cdot \sin \psi) \cdot \frac{1}{2 \cdot \sigma^2 \cdot \cos 3\theta}$	0	0



Zugbruch, nach Wittke (1990)

Partielle Ableitung Zugbruch	Lode Winkel $\theta$		
	$-30^\circ < \theta < 30^\circ$	$\theta = 30^\circ$	$\theta = -30^\circ$
$\frac{\partial Q}{\partial \sigma_m}$	1	1	1
$\frac{\partial Q}{\partial \sigma}$	$\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \left[ \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) - \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \tan 3\theta \right]$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$
$\frac{\partial Q}{\partial J_3}$	$-\cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) \cdot \frac{1}{\sigma^2 \cos 3\theta}$	0	0





## Mitteilungen des Fachgebietes Grundbau, Boden- und Felsmechanik der Universität Gh Kassel

Herausgeber: Prof. Dr.-Ing. H. Sommer

---

- Heft 1**      **Buczek, H., 1991:**  
Beitrag zur Berechnung der horizontalen Belastung auf  
steife Elemente zur Stabilisierung von Rutschungen in  
Tonhängen.
- Heft 2**      **Böckmann, F.-J., 1991:**  
Modellversuche zur Grenzlastermittlung von Pfahlgruppen,  
Vertikalpfähle unter Vertikallast in symmetrischer Anordnung.
- Heft 3**      **Meyer-Kraul, N., 1991:**  
Geomechanische Eigenschaften von Röttonsteinen, Scher-  
festigkeit bei schichtenparalleler Beanspruchung.
- Heft 4**      **Müllner, B., 1991:**  
Beitrag zur Untersuchung der Erosionssicherheit bindiger  
Mischböden bei vertikaler Durchströmung.

## Schriftenreihe Geotechnik der Universität Kassel

Herausgeber: Prof. Dr.-Ing. H.-G. Kempfert

---

- Heft 5**      **Voß, T., 1996:**  
Beitrag zur Festigkeitsentwicklung von Klärschlämmen in  
Monodeponien
- Heft 6**      **Raithel, M., 1999**  
Zum Trag- und Verformungsverhalten von geokunststoff-  
ummantelten Sandsäulen
- Heft 7**      **Jaup, A., 1999:**  
Anwendung von 1g Modellversuchen auf das Setzungs-  
verhalten im Hinterfüllungsbereich von Brückenwiderlagern
- Heft 8**      **Hu, Y., 2000:**  
Zum Verformungsverhalten von wassergesättigten  
bindigen Böden unter zyklischer Belastung

- Heft 9**      **Sammelveröffentlichung , 2001:**  
Beiträge aus der Umweltgeotechnik
- Heft 10**     **Zaeske, D., 2001:**  
Zur Wirkungsweise von unbewehrten und bewehrten mineralischen Tragschichten über pfahlartigen Gründungselementen
- Heft 11**     **Ott, E., 2001:**  
Zum bodenmechanischen Verhalten von Abfallrostdaschen
- Heft 12**     **Gotschol, A., 2002:**  
Veränderlich elastisches und plastisches Verhalten nichtbindiger Böden und Schotter unter zyklisch-dynamischer Beanspruchung
- Heft 13**     **Stöcker, T., 2002:**  
Zur Modellierung von granularen Materialien bei nichtruhenden Lasteinwirkungen



Universitätsbibliothek Kassel

ISBN: 3-89792-082-4