In: Die berufsbildende Schule, Zeitschrift des Bundesverbandes der Lehrer an beruflichen Schulen, 39. Jahrgang, 1987, Heckners Verlag, Wolfenbüttel, S. 608-617

WERNER BLUM

Einige didaktische Aspekte im Umfeld des Themas „Proportionen"

In didaktischen oder auch in psychologischen Veröffentlichungen zum Thema „*Proportionen*" kann man eine Fülle von ähnlich lautenden Begriffen finden, wobei oft für denselben Sachverhalt verschiedene Begriffe oder (was gravierender ist) für verschiedene Sachverhalte derselbe Begriff verwendet werden. Man spricht u. a. von „Proportionskonzept", „Verhältnisbegriff", „Proportionalitätsbeziehungen", „Proportionsverständnis" oder „proportionalen Verknüpfungen".

Im Folgenden versuche ich, in knapper Form einige klärende Überlegungen zu den Begriffen „*Verhältnis*", „*Proportion*" und „*proportionale Zuordnung*" durchzuführen, soweit dies für Themen aus der Berufsschule von Bedeutung ist. Und zwar beginne ich jeweils mit einer *Sachanalyse* und schließe dann einige *didaktische Bemerkungen* an. Damit sollen keine umfassenden und abschließend gemeinten Festlegungen oder Normierungen erfolgen. Dazu ist dieses Thema auch zu vielschichtig. Aus Platzgründen muß ich auf eine Behandlung von *antiproportionalen* Zuordnungen (der Grundlage der „Dreisatzrechnung mit indirektem Verhältnis"), von *Verkettungen* proportionaler Zuordnungen (dem Hintergrund des „Kettensatzes") und von proportionalen Zuordnungen *mehrerer* Variabler (der Grundlage der „zusammengesetzten Dreisätze") verzichten.

Als wesentliche und viel ausführlichere *Bezugsliteratur* nenne ich die Studienbriefe BS1 bis BS4 der DIFF[1]. Als interessante Materialsammlung zum Thema sei die Zusammenstellung des „DID-M" genannt[2].

1 Verhältnisse und Proportionen

1.1 Unter einem *Verhältnis* verstehe ich einen *Quotienten* von *gleichartigen Größen* (speziell auch von Zahlen); Beispiele:

$$20\ \text{m}^2 : 12\ \text{m}^2 \quad \text{oder} \quad \frac{4\ \text{min}}{40\ \text{sec}} \quad \text{oder} \quad 1 : 4.$$

[1] H. A b e l u. a.: Sachrechnen für Lehrer an Berufsschulen. BS1: Rechnen mit Größen, Dreisatzrechnen; BS2: Prozentrechnen, Näherungsrechnen; BS3: Zinsrechnen; BS4: Rechnen mit Verhältnissen, Umgehen mit Formeln. Deutsches Institut für Fernstudien, Tübingen 1983 — 85. In diesen Heften ist auch zahlreiche weitere Literatur angegeben. Hingewiesen sei auch auf die Studienbriefe BS5 bis BS7 (Tübingen 1986) mit berufsfeldspezifischen Aufgaben zu den Themen aus BS1 — BS4.

[2] B. A n d e l f i n g e r / R. D. Z u c k e t t - P e e r e n b o o m : Didaktischer Informationsdienst Mathematik, Thema: Proportion. Landesinstitut für Curriculumentwicklung, Lehrerfortbildung und Weiterbildung. Neuss 1981/1982.

Zugrundeliegende Idee ist der *relative Vergleich* von Größen. Man kann Verhältnisse mit Bruchstrich oder mit Doppelpunkt schreiben. Der *Wert* eines Verhältnisses ist der Zahlenwert des jeweiligen Quotienten; in unseren Beispielen:

$$\frac{5}{3} \text{ bzw. } 6 \text{ bzw. } 0{,}25.$$

Berufsschulrelevante *Beispiele* für Verhältnisse sind etwa Wirkungsgrad, Neigung, Kalkulationszuschlag oder Teigausbeute.

Verhältnisse, bei denen der Quotient den Nenner 100 hat, sind in der *Prozentrechnung* wichtig; Beispiel:

$12\ m^2 : 20\ m^2$ hat den selben Wert wie $60 : 100$, d. h. 60 %.

Wenn drei (oder mehr) gleichartige Größen verglichen werden, ist oft eine abkürzende Schreibweise in Form eines *fortlaufenden Verhältnisses* günstig; Beispiel:

$$20\ m^2 : 12\ m^2 : 8\ m^2.$$

Hiermit sind dann zwei (oder mehr) Verhältnisse gemeint; im Beispiel haben sie die Werte $1{,}\overline{6}$ und 1,5.

Wichtig sind nun Gleichungen der Form ,,Verhältnis = Verhältnis''; Beispiele:

$$20\ m^2 : 12\ m^2 = 5 : 3 \quad \text{oder} \quad \frac{4\ \text{min}}{40\ \text{sec}} = \frac{x}{25\ m}.$$

Solche *Verhältnisgleichungen* werden als wahre Aussagen oder als Aussageformen (d. h. mit Variablen) aufgestellt.

Entsprechend kann man auch Gleichungen der Form ,,Quotient = Quotient'' betrachten, wenn es sich um *Quotienten* von *verschiedenartigen Größen* handelt; Beispiele:

$$\frac{170\ \text{DM}}{20\ l} = \frac{238\ \text{DM}}{28\ l} \quad \text{oder} \quad 80\ \text{kg} : 12\ \% = G : 100\ \%.$$

Quotienten verschiedenartiger Größen sind neue Größen, für die ich das Wort ,,Verhältnis'' nicht verwende. Eine *Gleichung* der Form *,,Quotient = Quotient''*, gleichgültig welcher Art die Quotienten sind, nenne ich eine *Proportion.*

Mitunter nennt man Quotienten verschiedenartiger Größen auch *externe* Verhältnisse und Quotienten gleichartiger Größen dann *interne* Verhältnisse. Ich werde diese Terminologie im folgenden nicht verwenden.

Mit Verhältnissen und mit Proportionen kann man wie von den Zahlen her gewohnt *rechnen.* Z. B. kann man ein Verhältnis kürzen und erweitern, oder man kann eine Proportion in eine gleichwertige Produktgleichung umformen:

$$a : b = c : d \Longleftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

(hierfür gibt es dann „Merkregeln" wie „Produkt der Außenglieder = Produkt der Innenglieder"). Weiter kann man Proportionen zu Quotienten verschiedenartiger Größen in gleichwertige Verhältnisgleichungen umformen, z. B.

$$\frac{170\text{ DM}}{20\text{ l}} = \frac{238\text{ DM}}{28\text{ l}} \Longleftrightarrow \frac{238\text{ DM}}{170\text{ DM}} = \frac{28\text{ l}}{20\text{ l}}.$$

1.2 *Didaktisch* von Bedeutung ist, daß man in manchen Situationen mit Verhältnissen umgehen kann, ohne deren Wert explizit bestimmen zu müssen. Vielmehr genügen inhaltliche Vorstellungen vom relativen Größenvergleich; Beispiel:

Mischung von 18 kg Schweine- und von x kg Rindfleisch im Verhältnis 3 : 2; möglicher Ansatz (Dreisatz, siehe 2.2):

3 Teile — 18 kg
1 Teil — 6 kg
2 Teile — 12 kg   Also x = 12.

In vielen Situationen ist es jedoch günstig, mit Verhältnissen eine *Zahlvorstellung* zu verbinden. Hierbei kann zur Begriffsklärung auch beitragen, wenn Gemeinsamkeiten und Unterschiede zu umgangssprachlichen „Verhältnissen" herausgearbeitet werden (z. B. Torverhältnis oder Sichtverhältnisse).

Insbesondere, wenn Zahlenwerte von Verhältnissen eine Rolle spielen, ist die *Bruchschreibweise* wohl günstiger als die *Doppelpunktschreibweise.* Letztere hat jedoch einige Vorzüge, die sich in vielfältigen realen Verwendungen widerspiegeln; vor allem treten die einzelnen Größen hierbei eigenständiger auf, was z. B. bei Maßstabs- oder Mischungsverhältnissen inhaltlich günstig ist. Schüler sollten die Fähigkeit erwerben, beide Schreibweisen situationsadäquat verwenden und zwischen ihnen „übersetzen" zu können.

Beim Umgehen mit Proportionen ist eine gewisse Vertrautheit mit der Bruchrechnung meistens hilfreich; so kann das obige Beispiel natürlich auch so gelöst werden:

$$\frac{18\text{ kg}}{\text{x kg}} = \frac{3}{2}, \text{ also x kg} = \frac{2 \cdot 18\text{ kg}}{3} = 12\text{ kg}.$$

Weniger arithmetische Fertigkeiten erfordert i. a. der Übergang zur gleichwertigen Produktgleichung; in unserem Beispiel:

$$18\text{ kg} : \text{x kg} = 3 : 2, \text{ also } 18\text{ kg} \cdot 2 = \text{x kg} \cdot 3,$$

$$\text{also} \quad \text{x kg} = \frac{36\text{ kg}}{3} = 12\text{ kg}.$$

Insbesondere spielt dabei keine Rolle, an welcher Stelle eine gesuchte Variable steht. Allerdings ergeben sich dadurch manchmal Größenprodukte, die keine inhaltliche Bedeutung haben, z. B. (siehe Beispiel von vorhin) „min · m".

Betrachtet man statt einzelner nun viele Proportionen gleichzeitig, so gelangt man zu proportionalen Zuordnungen.

2 Proportionale Zuordnungen[3]

2.1 Eine *Zuordnung* (= *Funktion* = *Abbildung*), die jeder Größe eines Bereichs A genau eine Größe eines Bereichs B zuordnet, nennt man *proportional*, wenn gilt:

(1) Der Größe $a \in A$ ist die Größe $b = m \cdot a \in B$ zugeordnet, wobei m eine Konstante ist.

A	B
a	b

m

(A und B dürfen speziell auch Zahlenbereiche sein, nämlich die positiven rationalen bzw. reellen Zahlen.) Die Eigenschaft (1) heißt *Proportionalität*; Beispiel:

> A = V Volumina, B = W Geldwerte;
>
> Abbildung $V \to W,\ v \longmapsto 8{,}5\,\frac{\text{DM}}{1} \cdot v.$
>
> Hier ist also $m = 8{,}5\,\frac{\text{DM}}{1}$;
>
> z. B. gehört zum Volumen 20 l der Geldwert 170 DM.

Weitere berufsbezogene *Beispiele* für proportionale Zuordnungen[4] sind etwa Schnittgeschwindigkeit $\longmapsto$ Drehzahl (bei konstantem Durchmesser), Stromstärke $\longmapsto$ Leistung (bei konstanter Spannung), Anstrichfläche $\longmapsto$ Farbe (bei konstantem spez. Farbverbrauch), Ackerfläche $\longmapsto$ Ertrag (bei konstantem spez. Ertrag) u. v. a. m.

Man sagt dann übrigens: Die Größen stehen im „direkten" (oder „geraden") Verhältnis (vgl. 2.2). Die Konstante m, der *Proportionalitätsfaktor*, hat als Dimension den Quotienten „Dimension von B : Dimension von A". m ist also genau dann eine reine Zahl, wenn A = B ist, d. h. wenn a und b gleichartige Größen sind.

Ist $A \longrightarrow B,\ a \longmapsto m \cdot a = b$ eine proportionale Zuordnung, so auch die Umkehrabbildung $B \longrightarrow A,\ b \longmapsto \frac{1}{m} \cdot b = a$. Deshalb verwendet man oft „symmetrische" Ausdrucksweisen und spricht von *„proportionaler Beziehung"* oder von „proportionalem Zusammenhang" zwischen A und B.

Die Beziehung $b = m \cdot a$ kann man auch als *Formel* interpretieren; Beispiel:

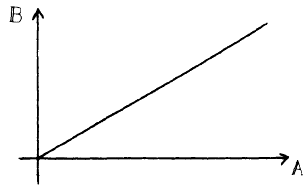
> Die Formel $U = R \cdot I$ beschreibt für konstanten Widerstand R (etwa $R = 200\ \Omega$) den proportionalen Zusammenhang zwischen Spannung und Stromstärke.

---

[3] Zum folgenden vgl. insbesondere A. Kirsch: Eine Analyse der sogenannten Schlußrechnung. In: Math.-Phys. Semesterberichte 16 (1969), H. 1, S. 41 — 55.

[4] Vgl. auch P. Bardy / W. Blum / H.-G. Braun (Hrsg.): Mathematik in der Berufsschule. Girardet, Essen 1985.

Dies ist vor allem in gewerblich-technischen Anwendungsbeispielen die bevorzugte Darstellung für proportionale Beziehungen.



Proportionale Zuordnungen sind dadurch charakterisiert, daß ihre graphische Darstellung eine *Halbgerade* im 1. Quadranten ergibt, die durch 0 geht.

Die Beziehung $b = m \cdot a$ ist gleichwertig mit $\frac{b}{a} = m$. Deshalb kann man eine proportionale Zuordnung auch durch die Eigenschaft der *Quotientengleichheit* beschreiben:

(2) Alle Quotienten $\frac{b}{a}$ aus zugeordneter Größe $b \in B$ und Ausgangsgröße $a \in A$ sind gleich (einer Konstanten).

Anders ausgedrückt: Es gilt die Proportion

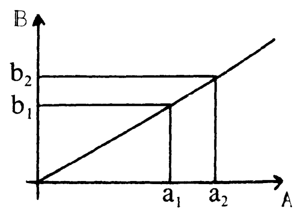
$$\frac{b_1}{a_1} = \frac{b_2}{a_2}$$

für alle Paare $a_1 \in A$, $b_1 \in B$ und $a_2 \in A$, $b_2 \in B$ einander zugeordneter Größen (i. a. sind dies Quotienten ungleichartiger Größen). Damit wird explizit deutlich, inwieweit proportionale Zuordnungen mit Proportionen (siehe 1.1) zusammenhängen.

Eine andere, gleichwertige Eigenschaft proportionaler Zuordnungen ergibt sich durch Umschreiben dieser Proportion in die Form $\frac{b_1}{b_2} = \frac{a_1}{a_2}$. Da es sich bei diesen Quotienten nun um Verhältnisse (siehe 1.1) handelt, wird die entsprechende Eigenschaft *Verhältnisgleichheit* genannt:

(3) Das Verhältnis der zugeordneten Größen $b_1, b_2 \in B$ ist gleich dem Verhältnis der Ausgangsgrößen $a_1, a_2 \in A$:

$$\frac{b_1}{b_2} = \frac{a_1}{a_2}.$$



Wenn die Eigenschaften (2) und (3) geometrisch interpretiert werden, so ergeben sich gerade die *Strahlensätze*.

Eine weitere wichtige, zu den bisherigen gleichwertige Eigenschaft proportionaler Zuordnungen ist die *Vervielfachungseigenschaft* (Homogenität):

(4) Vervielfacht man die Ausgangsgröße, so vervielfacht sich auch die zugeordnete Größe mit demselben Faktor.

$$\begin{array}{cc|cc} & A & B & \\ \hline k & a & b & \cdot k \\ & k\cdot a & k\cdot b & \end{array}$$

Schließlich ist (für Größenbereiche, die wie die positiven rationalen Zahlen strukturiert sind) auch die *Additionseigenschaft* (Additivität) eine gleichwertige Charakterisierung proportionaler Zuordnungen:

(5) Addiert man zwei Ausgangsgrößen, so addieren sich auch die zugeordneten Größen.

$$\begin{array}{cc|cc} & A & B & \\ \hline & a_1 & b_1 & \\ \oplus & a_2 & b_2 & \oplus \\ & a_1+a_2 & b_1+b_2 & \end{array}$$

All diese Eigenschaften sind untereinander *gleichwertig*, d. h. wenn eine gilt, so gelten alle. Weiter gilt für jede proportionale Zuordnung die (strenge) *Monotonie:*

Je größer die Ausgangsgröße, desto größer auch die zugeordnete Größe.

Diese Eigenschaft ist aber *nicht* gleichwertig zur Proportionalität, denn natürlich ist nicht jede „Je mehr-desto mehr-Zuordnung" proportional; man denke etwa an die (quadratische) Abhängigkeit des Bremswegs eines Fahrzeugs von der Geschwindigkeit (bei konstanter Bremsverzögerung). Merksätze aus Fachrechenbüchern der Form „Merke: Je mehr — desto mehr = direktes Verhältnis" sind demnach falsch.

Wichtige *Beispiele* für proportionale Zuordnungen findet man in der *Prozentrechnung*. Denn da Grundwert G, Prozentsatz $p\% = \frac{p}{100}$ und Prozentwert W über $W = p\% \cdot G$ zusammenhängen, kann man folgende proportionalen Zuordnungen erkennen:

$$\begin{array}{lll} G \mapsto W & (\text{bzw. } W \mapsto G) & \text{bei festem } p\% \;; \\ p\% \mapsto W & (\text{bzw. } W \mapsto p\%) & \text{bei festem } G\;. \end{array}$$

Vor allem bei der Beschreibung *realer Situationen* spielen proportionale Zuordnungen eine wesentliche Rolle. Sie sind sicher die wichtigsten Zuordnungen, die es gibt. Dabei kann man grob drei Arten von *„Proportional-Modellen"* (d. h. von Beschreibungen einer realen Situation mit Hilfe einer proportionalen Zuordnung, i. a. beschränkt auf einen definierten Gültigkeitsbereich) unterscheiden:

a) Proportionalität gilt aufgrund eines begründeten *Naturgesetzes;* Beispiele: Hookesches Gesetz, Zeit $\mapsto$ Weg in Vakuum;

b) Proportionalität gilt aufgrund einer *Vereinbarung*; Beispiele: Volumen $\mapsto$ Preis beim Tanken, (einfacher) Zins;

c) Proportionalität ist eine *empirisch* festgestellte *näherungsweise Beschreibung* eines Sachverhalts; Beispiel: Linearisierung bei einer statistischen Erhebung (etwa zum Zusammenhang Körpergröße/Schuhgröße).

Je nach Verwendungsbereich dominiert die eine oder die andere Art von Modellen. Dies gilt somit auch für die verschiedenen Berufsfelder. So überwiegen im gewerblich-technischen Bereich naturwissenschaftliche Gesetze entsprechend a), während im kaufmännisch-verwaltenden Bereich hauptsächlich proportionale Zusammenhänge entsprechend b) vorkommen. Insbesondere bei a) werden oft Formeln verwendet. Deshalb spielt die formelmäßige Beschreibung proportionaler Zuordnungen im gewerblich-technischen Bereich eine viel größere Rolle als in anderen Berufsfeldern.

2.2 Die genannten Eigenschaften proportionaler Zuordnungen liefern nun verschiedene *„Methoden der Dreisatzrechnung"* (zum „direkten Verhältnis"). Denn unter („direkten") *„Dreisatz-Aufgaben"* verstehe ich alle Aufgaben der Art

> „Von zwei Paaren einander proportional zugeordneter Größen sind drei Größen gegeben und eine gesucht",

oder etwas formaler:

> „Bei einer proportionalen Zuordnung $\mathbb{A} \longrightarrow \mathbb{B}$ gehören $b_1 \in \mathbb{B}$ zu $a_1 \in \mathbb{A}$ und $b_2 \in \mathbb{B}$ zu $a_2 \in \mathbb{A}$. Gegeben sind (etwa) a_1, b_1 und a_2; gesucht ist b_2."

D. h. proportionale Zuordnungen bilden den mathematischen Hintergrund der wohlbekannten Dreisatzrechnung (mit direktem Verhältnis). Beispielaufgaben:

- 20 l Öl kosten 170 DM; was kosten 28 l?
- Welche Stromstärke resultiert zu $R = 200\ \Omega$ bei $U = 220$ V?

Wie das zweite Beispiel zeigt, können zwei gegebene Größen manchmal zu einer (nämlich dem Proportionalitätsfaktor) zusammengefaßt sein; dies gilt insbesondere für Formeln.

Da auch (siehe oben) alle Aufgaben aus der Prozentrechnung hierunter subsumiert werden können, resultieren aus den folgenden Überlegungen auch *Methoden der Prozentrechnung.*

Um Mißverständisse zu vermeiden sei betont, daß die in 2.1 entwickelten mathematischen Hintergründe für den *Lehrer* gedacht sind. Insbesondere in der Berufsschule kann der Ausbildungscharakter proportionaler Zuordnungen für *Schüler* weitgehend herabgespielt werden und können die verwendeten Eigenschaften bei gegebenen Aufgaben an Tabellen und an Graphen oder allgemein in Worten, d. h. auch ohne formalen Aufwand formuliert werden. Dies soll im folgenden verdeutlicht werden.

Die Vervielfachungseigenschaft (4) führt zur *traditionellen Dreisatzmethode;* im ersten Beispiel:

$$\begin{array}{rl} 20\ \mathrm{l} & — 170,\!— \ \mathrm{DM} \\ 1\ \mathrm{l} & — \quad 8,\!50\ \mathrm{DM} \\ 28\ \mathrm{l} & — 238,\!— \ \mathrm{DM} \end{array}$$

Dabei kann (und soll in der Schule) sowohl *formal* („Wenn man links durch 20 teilt, dann auch rechts . . . ") als auch *inhaltlich,* d. h. anhand der vorliegenden Sachsituation argumentiert werden („1 l ist der 20. Teil der gegebenen Ölmenge; daher kostet 1 l (nach Vereinbarung) auch nur den 20. Teil, d. h. . . . "). Dies gilt genauso für alles Folgende.

Zur Verdeutlichung der durchgeführten Rechenoperationen kann man von oben nach unten gerichtete *Pfeile* anbringen, z. B.

$$:20 \left(\begin{array}{rl} 20\ \mathrm{l} & — 170,\!— \ \mathrm{DM} \\ 1\ \mathrm{l} & — \quad 8,\!50\ \mathrm{DM} \end{array} \right) :20$$

Kürzer kann die Aufgabe mit *zwei Sätzen* gelöst werden, wenn sofort mit $\frac{28}{20}$, d. h. mit 1,4 multipliziert wird:

$$\cdot 1,\!4 \left(\begin{array}{rl} 20\ \mathrm{l} & — 170,\!— \ \mathrm{DM} \\ 28\ \mathrm{l} & — 238,\!— \ \mathrm{DM} \end{array} \right) \cdot 1,\!4$$

Unter zusätzlicher Verwendung der Additionseigenschaft (5) kann die Aufgabe nach der *Zerfällungsmethode* („Welsche Praktik") einfach im Kopf gelöst werden:

$$\begin{array}{c|rl} & 20\ \mathrm{l} & — 170,\!— \ \mathrm{DM} \\ :10 & 2\ \mathrm{l} & — \quad 17,\!— \ \mathrm{DM} \\ \cdot 4 & 8\ \mathrm{l} & — \quad 68,\!— \ \mathrm{DM} \\ \oplus & 28\ \mathrm{l} & — 238,\!— \ \mathrm{DM} \end{array}$$

Die Verhältnisgleichheit (3) ist Grundlage der *Verhältnismethode;* im Beispiel:

$$\begin{array}{l} \mathrm{x\ DM} : 170\ \mathrm{DM} = 28\ \mathrm{l} : 20\ \mathrm{l}\ ; \\ \text{also } \mathrm{x\ DM} = \ldots = 238\ \mathrm{DM}\ . \end{array}$$

Zur Vermeidung von „Unbekannten" kann statt von „x DM" auch einfach von der „gesuchten Größe" gesprochen werden.

Entsprechend führt die Quotientengleichheit (2) auf die *Quotientenmethode:*

$$\frac{\mathrm{x\ DM}}{28\ \mathrm{l}} = \frac{170\ \mathrm{DM}}{20\ \mathrm{l}}; \text{ also } \mathrm{x\ DM} = \ldots$$

Hier sind also beide Male Proportionen nach einer gesuchten Größe aufzulösen (siehe 1.1).

Eine andere Sichtweise führt zuerst zur Berechnung des *Proportionalitätsfaktors* und dann zur Ausnutzung der Proportionalität (1); im Beispiel:

$$\text{Faktor } m = \frac{170 \text{ DM}}{20 \text{ l}} = 8{,}50 \frac{\text{DM}}{\text{l}};$$

$$\text{ges. Größe also: } m \cdot 28 \text{ l} = 8{,}50 \frac{\text{DM}}{\text{l}} . \ 28 \text{ l} = 238 \text{ DM}$$

Wird dimensionslos gearbeitet, so wird einfach mit dem *Rechenfaktor* 8,5 multipliziert.

Diese Lösungsart kann auch als Arbeiten mit Formeln interpretiert werden („*Formelmethode*"):

$$w = m \cdot v \; ; \; m = \frac{170 \text{ DM}}{20 \text{ l}} = 8{,}5 \frac{\text{DM}}{\text{l}} \; ;$$

$$\text{für } v = 28 \text{ l also } w = \ldots = 238 \text{ DM} .$$

Zur übersichtlichen Notation von Lösungen eignen sich *Kurztabellen,* in denen die gegebenen Größen eingetragen werden und die gesuchte Größe „irgendwie" (d. h. mittels einer der genannten Methoden, also „von oben nach unten", „von links nach rechts" oder mit Proportionen) berechnet wird; im Beispiel:

20 l	170 DM
28 l	?

Entweder " $\cdot$ 1,4 "

oder " $\cdot\ 8{,}5 \frac{\text{DM}}{\text{l}}$ " oder . . .

Ich schlage nun *nicht* vor, *alle* diese Methoden in der Berufsschule nebeneinander zu behandeln; das würde sicherlich bei vielen Schülern zu Verwirrungen führen. Wohl aber sollte der *Lehrer* alle diese Methoden kennen, um unterschiedliche Vorkenntnisse von Schülern über die „Dreisatzrechnung" besser einordnen zu können und um schüler- und aufgabenspezifisch ein größeres methodisches Repertoire zur Verfügung zu haben. Denn eine ausschließliche Fixierung auf *eine* (die „traditionelle") Methode, wie es in der Berufsschule oft der Fall ist, fördert schematische Verhaltensweisen bei Schülern und behindert ein sachbezogenes, verständiges Umgehen mit der Mathematik; ein solches Umgehen ist aber oberstes Ziel des Fachrechenunterrichts.

Welche Methoden jeweils günstig sind, hängt u. a. von der gegebenen Sachaufgabe wie auch vom einzelnen Schüler ab. So werden manchmal durch die vorliegende Sachsituation Proportions-Ansätze nahegelegt (wie etwa beim „Fleisch-Beispiel" aus 1.2). Allerdings erfordern sowohl Verhältnis- als auch Quotientenmethode vom Schüler gewisse Fähigkeiten im Umgehen mit Proportionen.

Ein Arbeiten mit dem Proportionalitätsfaktor ist insbesondere dann günstig, wenn zu gegebener Zuordnung (etwa Menge $\longmapsto$ Preis oder in der Prozentrechnung bei festem Prozentsatz) mehrere Größen berechnet werden müssen. Hier kann ein *Taschenrechner* (Rechenfaktor als eingespeicherte Konstante) gute Dienste leisten.

Diese Art der Lösung ist vor allem in der Variante „Formelmethode" vergleichsweise anspruchsvoll, da sowohl inhaltliches (Aufstellen, Interpretieren) als auch formales (Einsetzen, Rechnen) Arbeiten mit Formeln gefordert sind. Natürlich liegt diese Methode nahe, wenn schon eine Formel vorgegeben ist.

Die traditionelle Dreisatzmethode ist leicht schematisierbar, und sie ist sowohl „Bruchvermeidungsmethode" als auch „Formelvermeidungsmethode". Sie kommt daher insbesondere schwächeren Schülern entgegen.

Auf der anderen Seite können bei entsprechenden Kompetenzen gerade die Vorteile der Bruchrechnung („Zweisatz"!) bzw. des algebraischen Rechnens (Verhältnis- oder Quotientenmethode!) bewußt verwendet werden.

Wesentlich ist — unabhängig von speziellen Methoden — daß auch und gerade in der Berufsschule der Charakter von proportionalen Zuordnungen als *Modelle* realer Situationen (siehe 2.1) herausgearbeitet wird und daß vor Verwendung irgendwelcher „Dreisatzmethoden" überprüft wird, ob ein *proportionaler Ansatz* für die gegebene Situation überhaupt *gerechtfertigt* ist. Wie schon gesagt genügen für letzteres einfache „Je-desto-Argumente" nicht. Beides wird im gegenwärtigen Fachrechenunterricht nicht immer in genügendem Maße berücksichtigt. Beides ist aber zum Erwerb der Fähigkeit, Sachprobleme aus Beruf und Alltag sicher und verständig zu lösen, unverzichtbar.