

# **Digitales stochastisches Magnetfeld–Sensorarray**

genehmigte Dissertation zur Erlangung  
des akademischen Grades eines  
Doktors der Ingenieurwissenschaften (Dr.–Ing.)  
im Fachbereich Elektrotechnik  
der Universität Gesamthochschule Kassel

vorgelegt von  
Dipl.–Ing. Stefan Rohrer  
Mai 2003

Datum der Disputation: 9. Juli 2004

1. Gutachter: Prof. Dr.-Ing Hentschke

2. Gutachter: Prof. Dr. rer. nat. Becker

Beisitzer: Prof. Dr. Kassing

Beisitzer: Prof. Dr. rer. nat. Hillmer

# Vorwort

An dieser Stelle möchte ich Danke sagen an die Personen, die mich bei der Entstehung dieser Arbeit unterstützt haben.

An erster Stelle ist dabei Herr Prof Dr.-Ing. Siegbert Hentschke zu nennen. Er hat mich während meiner Arbeit ausgezeichnet betreut und dabei viele nützliche Anregungen gegeben. Dank seines Einsatzes war es möglich, den Sensorchip auch fertigen zu lassen. Er hat mich auch ermuntert, diese Arbeit trotz der langen Unterbrechung durch meinen Peru-Aufenthalt zu Ende zu bringen. Ich bin ihm dafür sehr zu Dank verpflichtet.

Ebenfalls herzlichen Dank an Dr.-Ing. Norbert Reifschneider, der in seiner Dissertation schon viele Vorarbeiten geleistet hat, mir eine ausgezeichnete Design-Umgebung zur Verfügung gestellt hat und immer für Fragen zur Verfügung stand.

Ein Dankeschön auch an Herrn Dipl.-Ing. Klaus Sindelar und Herrn Helmut Görlitz für ihre Unterstützung im Hard- und Software-Bereich. Mit zum Erfolg des Projekts hat auch Herr Dipl.-Ing. Alexander Domes, der in seiner Studienarbeit eine Auswerteschaltung für den Sensorchip entwickelt hat. Dr.-Ing. Andreas Herrfeld und Dipl.-Ing. Markus Andiel ist zu danken für die gute Kollegialität.

Aufgrund der großzügigen Teilzeitregelung bei der Firma Micronas in Freiburg wurde diese Arbeit erst möglich gemacht. Dafür danke ich besonders Herrn Dipl.-Ing. Friedrich Schmidtpott und Herrn Dr.-Ing. Ulrich Sieben.

Besonderen Dank gebührt auch der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG), die das Projekt finanziell unterstützt hat.



Für Eva, für meine Eltern und Geschwister  
und für alle meine Freunde hier in Deutschland und in Peru.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>1</b>
1.1	Magnetische Sensoren . . . . .	1
1.2	Ziel der Arbeit . . . . .	1
1.3	Aufbau der Arbeit . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>5</b>
2.1	Bewegte Ladungen im Magnetfeld . . . . .	5
2.2	MAGFET . . . . .	8
2.2.1	Hall-MAGFET . . . . .	8
2.2.2	Split-Drain-MAGFET . . . . .	9
2.3	Rauschen . . . . .	11
2.3.1	Thermisches Rauschen . . . . .	11
2.3.2	Schrotrauschen . . . . .	11
2.3.3	Generations-Rekombinations-Rauschen . . . . .	12
2.3.4	1/f-Rauschen . . . . .	12
2.3.5	Rauschen im MOSFET . . . . .	12
2.3.6	Rauschen im MAGFET . . . . .	13
2.4	Wahrscheinlichkeitstheorie . . . . .	14
2.4.1	Binomialverteilung . . . . .	14
2.4.2	Abhängige Binomialverteilung . . . . .	15
2.4.3	Normalverteilung . . . . .	16
2.4.4	Entscheidung zwischen zwei Verteilungen . . . . .	17
2.4.5	Stochastische Prozesse . . . . .	19
2.4.6	Langevin-Gleichung . . . . .	21
<b>3</b>	<b>Digitale stochastische Sensoren</b>	<b>23</b>
3.1	Gekoppelte Inverter . . . . .	24
3.1.1	Rückgekoppelte Inverter ohne Ströme . . . . .	24
3.1.2	Rückgekoppelte Inverter mit Stromquellen . . . . .	30
3.2	Rauschen im gekoppelten Inverter . . . . .	37
3.2.1	Rauschen der Anfangsdifferenzspannung . . . . .	37
3.2.2	Stochastische Differentialgleichung für die Differenzspannung . . . . .	45
3.3	MAGFET im rückgekoppelten Inverter . . . . .	48
3.3.1	Magnetfeldabhängige Differenzspannungsentwicklung . . . . .	48
3.3.2	Magnetfeldabhängiger stochastischer Kippvorgang . . . . .	52
3.3.3	Magnetfeldabhängiger stochastischer Kippvorgang mit statistischer Anfangsverteilung . . . . .	55

<b>4</b>	<b>Digitale Magnetfeld-Sensorarrays</b>	<b>61</b>
4.1	Sensorstruktur . . . . .	61
4.2	Arbeitspunkteinstellung . . . . .	61
4.2.1	Statische Arbeitspunkteinstellung . . . . .	63
4.2.2	Dynamische Arbeitspunkteinstellung . . . . .	63
4.3	Realisierter Sensor . . . . .	67
4.3.1	Arbeitspunktwahl durch Precharge-Spannungen . . . . .	67
4.3.2	Arbeitspunktwahl durch gekoppelte Kapazitäten . . . . .	74
4.3.3	Rauschbehafteter Kippvorgang . . . . .	78
4.4	Arbeitspunkteinstellung mit Löffelschaltung . . . . .	86
4.5	Sensorarrays . . . . .	87
4.5.1	Layout der Sensorarrays . . . . .	87
4.5.2	Kopplungen zwischen Array-Elementen . . . . .	92
4.6	Blockschaltbild des Sensor-Chips . . . . .	92
<b>5</b>	<b>Ergebnisse der Messungen</b>	<b>95</b>
5.1	Sensitivität der MAGFETs . . . . .	95
5.2	Arbeitspunkteinstellung . . . . .	96
5.3	Bestimmung der Magnetfeldkennlinien . . . . .	98
5.4	Messung digitaler Magnetfelder . . . . .	107
5.5	Verbesserung der Detektion bei schwachen Magnetfeldern . . . . .	111
5.6	Messung analoger Magnetfeldsignale . . . . .	114
5.7	1/f-Rauschen . . . . .	114
5.8	Metastabilität . . . . .	116
5.9	Verhalten bei tiefen und hohen Temperaturen . . . . .	117
5.10	Leistungsaufnahme . . . . .	117
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>121</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>123</b>
	<b>Lebenslauf</b>	<b>131</b>
	<b>Index</b>	<b>131</b>



# Abbildungsverzeichnis

1.1	Typische Flussdichten für verschiedene Anwendungen . . . . .	1
1.2	Messbereiche von Magnetfeldsensoren . . . . .	2
2.1	Hallplatte mit negativen Ladungsträgern . . . . .	6
2.2	Hallwinkel . . . . .	8
2.3	n-Kanal Hall-MAGFET . . . . .	9
2.4	n-Kanal Split-Drain-MAGFET . . . . .	10
2.5	Potentialverteilung im Split-Drain-MAGFET [70] . . . . .	11
2.6	MOS-Rauschersatzschaltbild . . . . .	13
2.7	Binomialverteilung mit $p = 0,4$ und $n = 10$ . . . . .	15
2.8	Übergangswahrscheinlichkeiten . . . . .	15
2.9	Normalverteilung mit $\mu = 0,4$ und $\sigma = 0,1$ . . . . .	17
2.10	Entscheidung zwischen zwei Verteilungen . . . . .	19
3.1	Signalumsetzung in stochastischen Sensoren . . . . .	23
3.2	Rückgekoppelte Inverter . . . . .	24
3.3	Arbeitsbereiche der einzelnen Transistoren . . . . .	25
3.4	Fall A1 (ohne Rauschen) für typische Werte . . . . .	27
3.5	Fall A2 ( $\Delta V(0) \neq 0$ ) . . . . .	28
3.6	SPICE-Simulation von Fall A2 . . . . .	29
3.7	Fall A2: Zeit $t_r$ in Abhängigkeit von $\Delta V(0)$ . . . . .	29
3.8	Fall A3 ( $\gamma \neq 0$ ) für typische Werte . . . . .	30
3.9	Rückgekoppelte Inverter mit Stromquellen . . . . .	31
3.10	Fall B2 ( $\gamma = 1, \Delta V(0) = 0V$ ) für typische Werte . . . . .	34
3.11	Fall B3 ( $\gamma = 1, \Delta I = 0A$ ) für typische Werte . . . . .	35
3.12	Fall B4 ( $\gamma \neq 1, \Delta V(0) = 0V$ ) für typische Werte . . . . .	36
3.13	Fall B5 (Gleichung 3.50) für typische Werte . . . . .	37
3.14	Entwicklung der Wahrscheinlichkeitsdichte von $\Delta V$ für $\mu_{V0} = 0V$ und $\sigma_{V0} = 200\mu V$ . . . . .	38
3.15	Wahrscheinlichkeitsdichte bei $\mu_{V0} = 100\mu V$ und $\sigma_{V0} = 200\mu V$ . . . . .	39
3.16	Wahrscheinlichkeitsdichte bei $\mu_{V0} = 0V, \sigma_{V0} = 200\mu V$ und $\Delta I = 0,1\mu A$ . . . . .	39
3.17	Wahrscheinlichkeitsintegrale für $\mu_{V0} = 0V$ und $\sigma_{V0} = 200\mu V$ . . . . .	40
3.18	Wahrscheinlichkeitsintegrale für $\mu_{V0} = 100\mu V$ und $\sigma_{V0} = 200\mu V$ . . . . .	40
3.19	Wahrscheinlichkeitsintegrale für $\mu_{V0} = 0V, \sigma_{V0} = 200\mu V$ und $\Delta I = 0,1\mu A$ . . . . .	41
3.20	Entscheidungswahrscheinlichkeiten in Abhängigkeit vom Mittelwert von $\Delta V(0), C_1 = 100fF, t_r = 2,5ns, \sigma_{V0} = 200\mu V$ . . . . .	44
3.21	Entscheidungswahrscheinlichkeiten in Abhängigkeit vom Mittelwert von $\Delta V(0), C_1 = 100fF, t_r = 3,5ns, \sigma_{V0} = 200\mu V$ . . . . .	44
3.22	Referenzschaltung . . . . .	49

3.23	$P_1(B)$ , $P_{meta}(B)$ und $P_0(B)$ für $t_r=3ns$ . . . . .	51
3.24	$P_1(B)$ und $P_0(B)$ für $t_r=10ns$ . . . . .	51
3.25	Rausch-Ersatzschaltbild der Referenzschaltung . . . . .	52
3.26	Entwicklung von $p(\Delta V, B, t)$ für $B=0T$ . . . . .	54
3.27	Entwicklung von $p(\Delta V, B, t)$ für $B=10mT$ . . . . .	54
3.28	Entwicklung von $P_1(B, t)$ , $P_0(B, t)$ und $P_{meta}(B, t)$ für $B=10mT$ . . . . .	56
3.29	$P_1(B)$ und $P_0(B)$ in Abhängigkeit von $B$ . . . . .	56
3.30	$P_{err}(B)$ . . . . .	57
3.31	Zeit bis zum Erreichen von $P_{meta} = 0,5$ in Abhängigkeit von $C$ . . . . .	58
3.32	$P_{err,min}$ in Abhängigkeit von $t_r$ . . . . .	59
4.1	Einzelnes Element für ein Sensorarray . . . . .	62
4.2	Unterschiedliche Precharge-Spannungen . . . . .	64
4.3	Zeitlich verzögertes Precharge . . . . .	64
4.4	Kapazitätsdioden . . . . .	65
4.5	Gekoppelte Kondensatoren an den MAGFET-Drains . . . . .	66
4.6	Gekoppelte Kondensatoren an den Inverterknoten . . . . .	66
4.7	Realisierter Sensor . . . . .	68
4.8	Ansteuerung des Sensors mittels $V_{preq}$ und $V_{uv}$ . . . . .	69
4.9	a)Precharge-Phase, b)Entladungsphase I . . . . .	69
4.10	c) Entladungsphase II ( $t_1 < t < t_2$ ), d) Entscheidungsphase ( $t > t_2$ ) . . . . .	71
4.11	SPICE-Simulation eines Kippvorgangs, Arbeitspunkteinstellung durch $V_{dda}$ und $V_{ddb}$ . . . . .	72
4.12	$ \Delta V_{lr2}(t) $ bei $V_{dda} = 5V$ . . . . .	74
4.13	a) Precharge-Phase, b) Entladungsphase I . . . . .	75
4.14	c) Entladungsphase II ( $t_1 < t < t_2$ ), d) Entscheidungsphase ( $t > t_2$ ) . . . . .	76
4.15	SPICE-Simulation des Kippvorgangs, Arbeitspunkteinstellung durch $V_{cl}$ und $V_{cr}$ . . . . .	77
4.16	$ \Delta V_{lr2} $ in Abhängigkeit von $V_{cl}$ bei $V_{uv}=3,0V$ . . . . .	78
4.17	$ \Delta V_{lr2} $ in Abhängigkeit von $V_{uv}$ bei $V_{cl}=2,5V$ . . . . .	79
4.18	Wahrscheinlichkeitsdichte $p(\Delta V_{lr2}, B, t)$ . . . . .	81
4.19	Kumulierte Wahrscheinlichkeit . . . . .	82
4.20	Wahrscheinlichkeiten $P_1$ , $P_0$ und $P_{meta}$ für $B=10mT$ . . . . .	83
4.21	Wahrscheinlichkeiten $P_1$ und $P_0$ im gekippten Zustand . . . . .	84
4.22	Fehlerwahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von B . . . . .	86
4.23	Arbeitspunkteinstellung durch Löffelschaltung . . . . .	86
4.24	Nichtüberlappendes Taktsystem für die Löffelschaltung . . . . .	87
4.25	SPICE-Simulation der Löffelschaltung . . . . .	88
4.26	MAGFET-Dimensionierung . . . . .	88
4.27	Schema der beidseitigen Sensoranordnung . . . . .	89
4.28	Teilansicht des Layouts eines MAGFET-Arrays . . . . .	89
4.29	Komplette Layoutdarstellung einer Seite . . . . .	90
4.30	Array-Layout . . . . .	91
4.31	Blockschaltbild des Chips . . . . .	93
4.32	Foto des Sensor-Chips . . . . .	94
5.1	Arbeitspunktverschiebung durch $\Delta V_{ddb} - \Delta V_{ddb0,5}$ . . . . .	96
5.2	Arbeitspunktverschiebung durch $\Delta V_{cr} - \Delta V_{cr0,5}$ . . . . .	97

5.3	Gemessene Fehlerwahrscheinlichkeit in verschiedenen Arbeitspunkten . . .	100
5.4	Wahrscheinlichkeitsintegral bei Arbeitspunkteinstellung mit $V_{dda}$ und $V_{ddb}$ , $B = \pm 5,74\text{mT}$ . . . . .	101
5.5	Wahrscheinlichkeitsintegral bei Arbeitspunkteinstellung mit $V_{cr}$ und $V_{cl}$ , $B = \pm 5,74\text{mT}$ . . . . .	102
5.6	Wahrscheinlichkeitsintegral in verschiedenen Arbeitspunkten, jeweils im Vergleich zur erwarteten Binomialverteilung, Arbeitspunkteinstellung durch gekoppelte Kapazitäten, $V_{cl}=2,1\text{V}$ . . . . .	102
5.7	Wahrscheinlichkeitsintegral in verschiedenen Arbeitspunkten, jeweils im Vergleich zur erwarteten Binomialverteilung, Arbeitspunkteinstellung durch Precharge-Spannungen, $V_{ddb}=4,0\text{V}$ . . . . .	103
5.8	$P_{1,1022}$ und $P_{0,1022}$ in Abhängigkeit von $B$ . . . . .	105
5.9	$P_{err,1022}$ . . . . .	105
5.10	$\alpha_n$ in Abhängigkeit von $n$ . . . . .	106
5.11	$P_{err}$ in Abhängigkeit von $n$ . . . . .	107
5.12	Rechtecksignal mit $f=200\text{Hz}$ , $B=\pm 13,2\text{mT}$ . . . . .	108
5.13	$n_1$ bei $B = \pm 5,4\text{mT}$ . . . . .	108
5.14	$n_1$ bei $B = \pm 13,5\text{mT}$ . . . . .	109
5.15	$n_1$ bei $B = \pm 27\text{mT}$ . . . . .	109
5.16	$n_1$ bei $B = \pm 34\text{mT}$ . . . . .	110
5.17	Kurzer Magnetfeldpuls bei $f=10\text{MHz}$ . . . . .	110
5.18	Blockschaltbild Tiefpass und DPLL . . . . .	111
5.19	Verilog Code für Tiefpass und DPLL . . . . .	112
5.20	Signaldetektion mit Tiefpass und DPLL . . . . .	113
5.21	Signaldetektion mit Tiefpass und DPLL - Detail . . . . .	113
5.22	Sägezahn-Signal 100Hz, Spitzenwerte $B = \pm 17\text{mT}$ . . . . .	115
5.23	Sägezahn-Signal 1Hz, Spitzenwerte $B = \pm 17\text{mT}$ . . . . .	115
5.24	Normierte FFT mit $f_{mag} = 10\text{Hz}$ und $B = 0,61\text{mT}$ . . . . .	116
5.25	50%-Metastabilitätsgrenze bei Raumtemperatur . . . . .	117
5.26	$P_{meta}$ , $P_1$ und $P_0$ , bei $V_{uv} = 2,1\text{V}$ , $V_{cr} = 2,5\text{V}$ , $f=10\text{MHz}$ . . . . .	118



# Tabellenverzeichnis

2.1	Standardabweichung der Binomialverteilung abhängig von der Zahl der Messungen $n$ . . . . .	15
4.1	Vergleich der Verfahren zur Arbeitspunkteinstellung . . . . .	62
4.2	$\Delta V_{lr2}$ in mV zur Zeit $t_2$ für die kT/C-Rauschspannungen . . . . .	71
4.3	$\eta$ in V/T zur Zeit $t_2$ . . . . .	73
4.4	Zeit $t_2$ in ns . . . . .	73
4.5	$\Delta V_{lr2n}$ in mV . . . . .	76
4.6	$\eta/VT^{-1}$ für verschiedene Arbeitspunkte . . . . .	76
4.7	Zeit $t_2$ in ns . . . . .	78
4.8	$\sqrt{u_{n2}^2}$ mit SPICE ermittelt . . . . .	80
4.9	$G/(10^9s^{-1})$ . . . . .	80
4.10	$G/(10^9s^{-1})$ . . . . .	80
4.11	$\lambda \cdot 10^3/VT^{-1}$ . . . . .	81
4.12	$\lambda \cdot 10^3/VT^{-1}$ . . . . .	81
4.13	Faktor $\alpha$ in $T^{-1}$ . . . . .	85
4.14	Faktor $\alpha$ in $T^{-1}$ . . . . .	85
4.15	Fehlerwahrscheinlichkeit für $B=10mT$ , Arbeitspunkteinstellung durch Precharge-Spannungen . . . . .	85
4.16	Fehlerwahrscheinlichkeit für $B=10mT$ , Arbeitspunkteinstellung durch gekoppelte Kapazitäten . . . . .	85
5.1	Arbeitspunkte nebeneinander liegender Kanäle . . . . .	97
5.2	Gemessene Fehlerwahrscheinlichkeit für $P_{err}=\pm 5,47mT$ , Arbeitspunkt-Einstellung durch $V_{dda}$ und $V_{ddb}$ . . . . .	98
5.3	Gemessene Fehlerwahrscheinlichkeit für $P_{err} = \pm 5,47mT$ , Arbeitspunkteinstellung durch $V_{cl}$ und $V_{cr}$ . . . . .	98
5.4	$P_{err}$ für $B=5,47mT$ nach Gleichung 4.22, Arbeitspunkt-Einstellung durch $V_{dda}$ und $V_{ddb}$ . . . . .	99
5.5	$P_{err}$ für $B=5,47mT$ nach Gleichung 4.22, Arbeitspunkt-Einstellung durch $V_{cl}$ und $V_{cr}$ . . . . .	99
5.6	Messwerte für $\alpha/T^{-1}$ . . . . .	99
5.7	Messwerte für $\alpha/T^{-1}$ . . . . .	99
5.8	normierte Standardabweichung $\sigma_n/n$ . . . . .	103
5.9	$\alpha_{1022}/T^{-1}$ , Arbeitspunkteinstellung durch $V_{dda}$ und $V_{ddb}$ . . . . .	104
5.10	$\alpha_{1022}/T^{-1}$ , Arbeitspunkteinstellung durch $V_{cl}$ und $V_{cr}$ . . . . .	104
5.11	$P_{err}$ bei $65^\circ C$ und $5,47mT$ , Arbeitspunkteinstellung mit $V_{cl}$ und $V_{cr}$ . . . . .	118
5.12	$P_{err}$ bei $0^\circ C$ und $5,47mT$ , Arbeitspunkteinstellung mit $V_{cl}$ und $V_{cr}$ . . . . .	118

5.13 Leistungsaufnahme eines 10-fach Arrays bei  $V_{uv} = 3,0V$  und  $V_{DD} = 5V$  . 119

# Kapitel 1

## Einführung

### 1.1 Magnetische Sensoren

Die Verwendung magnetischer Sensoren hat in den letzten Jahren stetig zugenommen. Vor allem in den Bereichen der Datenspeicherung, der medizinischen Geräte und in der Automobilindustrie werden magnetische Sensoren zunehmend eingesetzt. Zahlreiche Forschungsprojekte auf diesem Gebiet zeigen die Wichtigkeit und Anwendbarkeit der Magnetfeldsensorik. Es existieren inzwischen eine Vielzahl von Sensortypen, die einen großen Bereich von Feldstärken und Flussdichten abdecken können. Angefangen von den niedrigsten Flussdichten beim Neuromagnetismus und den magnetischen Anomalien über die Messung des Erdmagnetfelds und die magnetischen Speichermedien bis hin zu den Permanentmagneten und Supraleitern wird ein Bereich von  $10^{14}$  Größenordnungen erfasst. (Abbildung 1.1) [21].

Verschiedene Materialien und zugrundeliegende physikalische Effekte werden bei der Konstruktion der Sensoren verwendet. Einige typische Beispiele für Sensoren und ihre jeweiligen Messbereiche zeigt Abbildung 1.2 [72].

### 1.2 Ziel der Arbeit

In dieser Arbeit wird untersucht, wie digitale stochastische Magnetfeldsensoren, die in Arrays angeordnet sind, zur Datendetektion geeignet sind. Anders als in [104] wird davon ausgegangen, dass ein digitales magnetisches Eingangssignal mit zwei unterschiedlichen Magnetfeldstärken vorliegt, in Ausnahmefällen auch ein ternäres. Damit ergeben sich andere Randbedingungen wie zum Beispiel Arbeitspunkteinstellung oder die

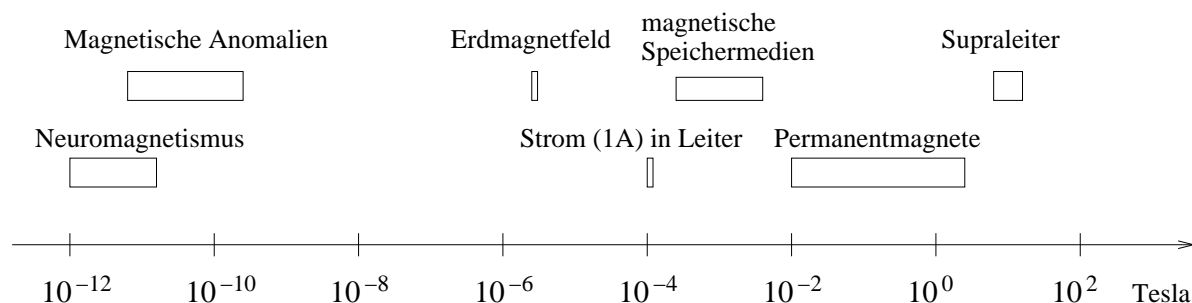


Abbildung 1.1: Typische Flussdichten für verschiedene Anwendungen

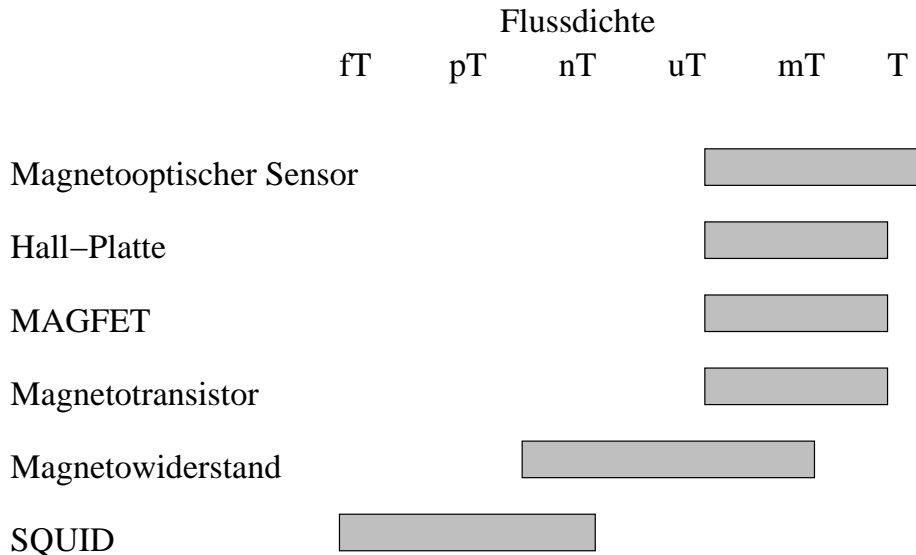


Abbildung 1.2: Messbereiche von Magnetfeldsensoren

Übersprechproblematik. Trotzdem können mit dem Sensor auch analoge Magnetfelder gemessen werden, er ist dafür allerdings nicht optimal. Zur besseren Beurteilung der Design-Randbedingungen wird in der Arbeit ein Modell für die stochastischen digitalen Sensoren auf Basis der rückgekoppelten Inverter hergeleitet. Dieser Schaltungstyp ist nur durch Vereinfachung analytisch zu analysieren, doch lassen sich auch mit der Vereinfachung die wichtigsten Eigenschaften der realisierten Sensortypen erkennen. Dadurch ergeben sich Erkenntnisse über die Einsatzgrenzen von stochastischen Sensoren.

Zur Realisierung in Hardware wurde ein Standard CMOS-Prozess mit zwei Metall-Lagen von IMEC ausgewählt. Beim Entwurf wurde besonderes Augenmerk auf minimale Sensorgröße gelegt, die im Wesentlichen durch die Designrules bestimmt wurde. Auch auf die Skalierbarkeit wurde Wert gelegt, damit die Sensorstrukturen ohne Probleme auf kleinere Technologien transferiert werden können. Ein großer Teil des Zeitaufwandes floss deshalb in das Layout der Sensorzellen. Die minimale Breite der Sensoren wird allerdings nicht vom eigentlichen magnetfeldsensitiven Element, dem MAGFET, bestimmt, sondern von den folgenden rückgekoppelten Invertern. Ein gewisser Überhang ergibt sich durch zusätzliche Blöcke wie zum Beispiel die Metastabilitätsdetektion, die zur genaueren Analyse der Schaltung dient. Die Parameterextraktion lieferte HSPICE-Modelle, die mit den entsprechenden, von IMEC zur Verfügung gestellten Parametern simuliert werden konnten. Mit den Ergebnissen dieser Simulationen wurde das Layout noch einmal optimiert.

Auf dem realisierten Chip sind neben Einzelsensoren und Sensorarrays auch einige einfache Auswerteschaltungen wie Zähler und Arbeitspunkteinstellung vorhanden. Zur Ansteuerung der internen Register dient ein Zweidraht-Bus.

Untersucht werden in dieser Arbeit die Empfindlichkeit der Sensoren und deren Rauschverhalten. Die optimalen Arbeitspunkte mit maximaler Sensorempfindlichkeit werden ebenfalls ermittelt.



## 1.3 Aufbau der Arbeit

In Kapitel 2 werden einige grundlegende Formeln dargestellt. Die Gleichungen für ein rückgekoppeltes Inverterpaar werden in Kapitel 3 hergeleitet. Dabei wird auch ein Modell zur Berechnung des Rauschens und für den Einfluss eines externen Magnetfelds erstellt. Kapitel 4 behandelt das Layout und die besonderen Randbedingungen der Sensorarrays. In Kapitel 5 werden die Messergebnisse dokumentiert und analysiert.



# Kapitel 2

## Grundlagen

### 2.1 Bewegte Ladungen im Magnetfeld

Auf Ladungsträger, die sich in einem Magnetfeld bewegen, wirkt eine Kraft. Sie ist abhängig von der Stärke des Magnetfelds sowie von der Geschwindigkeit und der Ladung der Ladungsträger. Nach ihrem Entdecker wird diese Kraft Lorentz-Kraft genannt.

$$\mathbf{F}_L = Q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (2.1)$$

Die Kraft wirkt senkrecht zum Geschwindigkeitsvektor  $\mathbf{v}$  und zur Richtung der magnetischen Induktion  $\mathbf{B}$ . Wenn in einer leitenden Platte mit der Breite  $b$  und der Dicke  $d$  ein Strom von Elektronen in Richtung  $x$  fließt, werden diese durch ein senkrecht gerichtetes Magnetfeld  $B_z$  in ihrer Bewegungsrichtung abgelenkt. An der einen Stirnseite der Platte herrscht dann ein Elektronenüberschuss, auf der anderen ein Elektronenmangel. Dadurch wird ein Gegenfeld in  $y$ -Richtung aufgebaut, das eine Gegenkraft bewirkt. Es stellt sich ein Gleichgewicht zwischen den Kräften ein. Die ganze Anordnung ist im Gleichgewicht, wenn die Lorentzkraft  $F_{Ly}$  und die Kraft durch das elektrische Feld  $F_{el}$  sich gegenseitig kompensieren.

$$F_{el} = F_{Ly} \quad (2.2)$$

$$-eE_y = -ev_x B_z \quad (2.3)$$

Dadurch folgt, dass zwischen den Stirnseiten eine Spannung entsteht. Diese Spannung wird Hall-Spannung genannt.

$$U_H = B_z v_x b \quad (2.4)$$

Mit der Stromdichte der Elektronen in  $x$ -Richtung ergibt sich daraus

$$U_H = \frac{1}{ne} j_x B_z b \quad (2.5)$$

$$= R_H j_x B_z b. \quad (2.6)$$

Der Koeffizient  $R_H$  wird Hall-Koeffizient genannt. Der Hall-Effekt wurde von dem amerikanischen Physiker E.H. Hall (1855-1938) im Jahre 1879 entdeckt [48].

Betrachten wir die Bewegung der Ladungen etwas genauer. In einem  $n$ -dotierten Material kann die Stromdichte durch die Boltzmann-Transportgleichungen beschrieben werden.

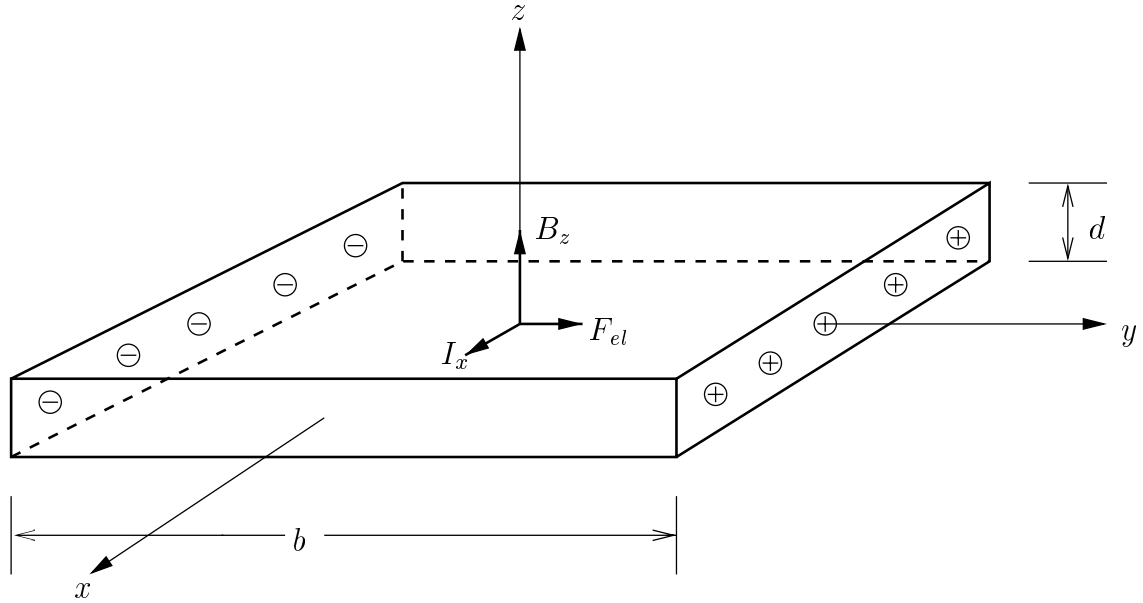


Abbildung 2.1: Hallplatte mit negativen Ladungsträgern

Die zwei Anteile sind hervorgerufen durch ein elektrisches Feld  $\mathbf{E}$  und einen Gradienten in der Ladungsträgerkonzentration  $\nabla n$ . Für den Fall, dass kein Magnetfeld präsent ist ( $\mathbf{B} = 0$ ) lautet die Gleichung für die Stromdichte

$$\mathbf{J}_n \Big|_{B=0} = \sigma_n \mathbf{E} + q D_n \nabla n. \quad (2.7)$$

Dabei ist  $\mathbf{E}$  die elektrische Feldstärke und  $\sigma_n$  die elektrische Leitfähigkeit.

$$\sigma_n = q \mu_n n \quad (2.8)$$

$$\mu_n = \frac{\overline{v_n}}{|\mathbf{E}|} \quad (2.9)$$

$\overline{v_n}$  ist dabei die durchschnittliche Elektronengeschwindigkeit. Der Diffusionskoeffizient  $D_n$  hängt nach der Einstein-Beziehung von der Beweglichkeit der Elektronen  $\mu_n$  ab.

$$D_n = \frac{kT}{q} \mu_n \quad (2.10)$$

Diese Beziehung gilt nur für nicht degenerierte Halbleiter.

Bewegen sich die Elektronen im n-Halbleiter in einem Magnetfeld der Flussdichte  $\mathbf{B}$ , so wirkt die Lorentzkraft auf sie und die Stromdichte ergibt sich nach [102] zu

$$\mathbf{J} = q^2 K_1 \mathbf{E} + \frac{q^3}{m^*} K_2 (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) + \frac{q^4}{m^{*2}} K_3 \mathbf{B} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}). \quad (2.11)$$

$K_1$ ,  $K_2$  und  $K_3$  sind die kinetischen Koeffizienten,  $m^*$  die effektive Masse. Für diese Gleichung wurden einige Vereinfachungen zugrundegelegt: Ströme und Spannungen sind

niederfrequent, es gibt keine Raumladungen in der Region, Vernachlässigung der Generation und Rekombination von Ladungsträgern, sowie keine Ladungsträgergradienten und damit keine Diffusionsströme.

Führt man die effektive Leitfähigkeit  $\sigma_B$  und die Hall-Beweglichkeit  $\mu_H$  sowie die Konstante  $b$  ein

$$\sigma_B = e^2 K_1 \quad (2.12)$$

$$\sigma_B \mu_H = \frac{e^3}{m^*} K_2 \quad (2.13)$$

$$b = \frac{e^4}{m^{*2}} K_3, \quad (2.14)$$

so verkürzt sich die Gleichung 2.11 zu

$$\mathbf{J} = \sigma_B \mathbf{E} + \sigma_B \mu_H (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) + b \mathbf{B} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}). \quad (2.15)$$

Diese Gleichung vereinfacht sich noch weiter, wenn wir annehmen, dass das Magnetfeld immer senkrecht zum elektrischen Feld steht. In der Abbildung 2.1 steht das Magnetfeld  $B$  senkrecht zu den elektrischen Feldkomponenten, die nur einen  $x$ - und einen  $y$ -Anteil haben. Der letzte Term in Gleichung 2.15 fällt weg, da das Vektorprodukt gleich Null ist. Man erhält damit die Gleichung

$$\mathbf{J} = \sigma_B \mathbf{E} + \sigma_B \mu_H (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) \quad \text{für} \quad \mathbf{B} \perp \mathbf{E}. \quad (2.16)$$

Diese Gleichung beschreibt den Einfluss eines Magnetfelds auf bewegliche Ladungsträger, wie sie in einer Hall-Platte oder einem MAGFET vorkommen. Aus dieser Gleichung lässt sich noch eine weitere Beziehung ableiten und zwar den Hallwinkel  $\Phi_H$ , der den Winkel zwischen dem elektrischen Feld und der Stromdichte beschreibt (Abbildung 2.2). Für ihn gilt

$$\tan \Phi_H = \mu_H B. \quad (2.17)$$

Nach [102] unterscheidet sich die effektive Leitfähigkeit  $\sigma_B$ , die auch Corbino-Leitfähigkeit genannt wird, kaum von der elektrischen Leitfähigkeit  $\sigma_n$ . Sie ist annähernd

$$\sigma_B = \frac{\sigma_n}{1 + \mu^2 B^2} \quad (2.18)$$

$$= \frac{q \mu_n n}{1 + \mu^2 B^2}. \quad (2.19)$$

Die Hall-Beweglichkeit  $\mu_H$  wird definiert zu

$$\mu_H = -r_H \mu. \quad (2.20)$$

Dabei ist  $r_H$  der Hall-Faktor, der von der Streuung und der Anisotropie eines Many-Valley-Halbleiters abhängt. In [60] wird gezeigt, dass  $r_H$  in CMOS-MAGFETs nahe bei 1 liegt. Der Hall-Koeffizient  $R_H$  in stark extrinsischem Silizium ergibt sich nach [102] annähernd zu

$$R_H = \frac{-r_H}{qn}. \quad (2.21)$$

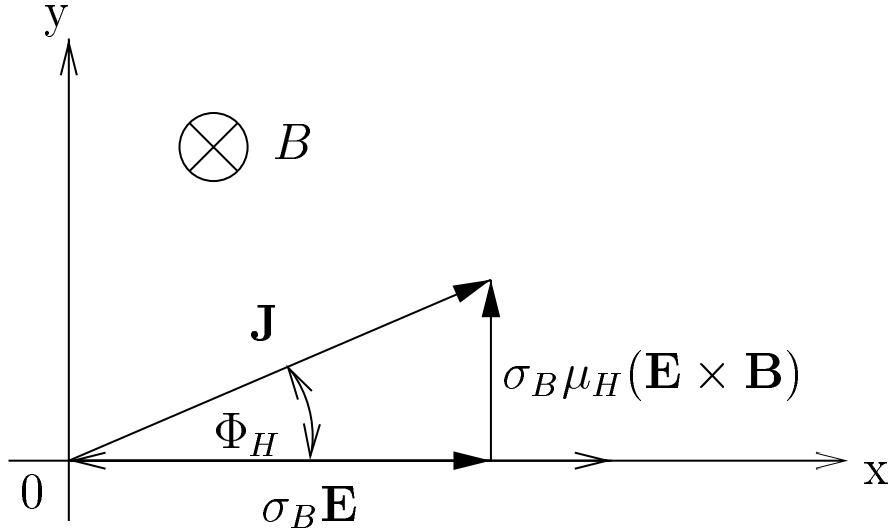


Abbildung 2.2: Hallwinkel

Der von Klaus von Klitzing im Jahr 1980 entdeckte Quanten-Halleffekt zeigt, dass im Gegensatz zum klassischen Verlauf ( $U_h \sim 1/n$ ) die Hall-Spannung an bestimmten Stellen praktisch null wird. Der spezifische Hall-Widerstand an diesen Stellen nimmt einen ganzzahligen Bruchteil von  $h/e^2$  an.

$$R_h = \varrho_h = \frac{h}{e^2 i} \quad (2.22)$$

mit  $h$ =Planck'sches Wirkungsquantum,  $e$ =Elektronenladung und  $i=1,2,3,\dots$

Bei den in dieser Arbeit untersuchten MAGFET-Sensoren ist aufgrund der Temperaturen und der Geometrien der Quanten-Halleffekt aber vernachlässigbar.

## 2.2 MAGFET

Basierend auf dem Hall-Effekt wurden zahlreiche Halbleiter-Magnetfeldsensoren entwickelt. Die wichtigsten davon sind die Hallplatte, der bipolare Magnetotransistor und der MAGFET. Im Jahr 1966 entdeckten Gallagher und Corak, dass der Kanal eines MOSFET als Hallplatte verwendet werden kann [41]. Daraus entwickelten sich zwei verschiedene Typen von Halbleiterelementen, der Hall-MAGFET und der Split-Drain-MAGFET, die im Folgenden kurz beschrieben werden.

### 2.2.1 Hall-MAGFET

Abbildung 2.3 zeigt den sogenannten Hall-MAGFET, bei dem entlang des Kanals auf beiden Seiten zwei zusätzliche  $n^+$ -Regionen als Kontakte das Messen einer Hall-Spannung erlauben. Wenn der MAGFET im linearen Bereich arbeitet ( $V_D \ll V_G - V_t$ ) ergibt sich die Spannungsdifferenz zwischen den beiden  $n^+$ -Regionen zu

$$V_H = G \frac{r_{nch}}{Q_{ch}} I_D B_{\perp}. \quad (2.23)$$

$G$  ist der geometrische Korrekturfaktor,  $r_{nch}$  der n-Kanal-Hall-Scattering-Faktor und  $Q_{ch}$  die Ladungsdichte im Kanal. Wird der Transistor in dieser Region betrieben, entsteht durch den Feldeffekt eine MOS-Hallplatte in der Inversionsschicht.

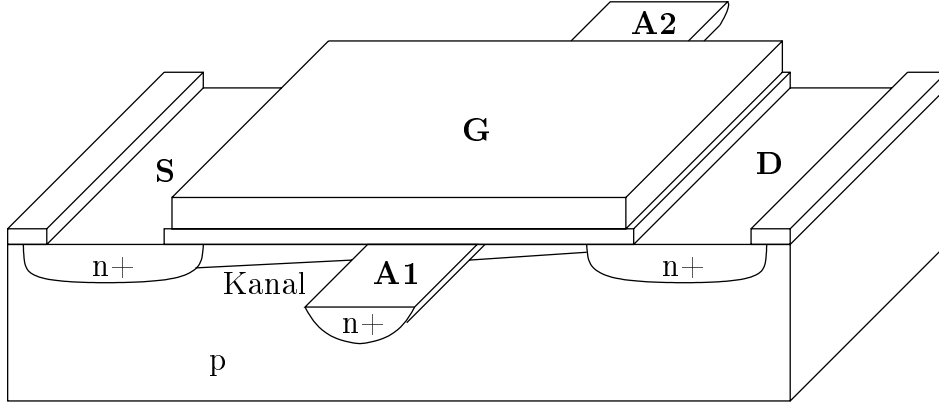


Abbildung 2.3: n-Kanal Hall-MAGFET

Mit den MOSFET-Gleichungen

$$Q_{ch} = C'_{ox}(V_G - V_t) \quad (2.24)$$

$$I_D = \frac{W}{L} \mu_{ch} C'_{ox} (V_G - V_t) V_D \quad (2.25)$$

erhält man die Hallspannung

$$V_H = \mu_{ch} \frac{W}{L} G V_D B_{\perp}. \quad (2.26)$$

Die strombezogene Empfindlichkeit des Hall-MAGFETs ist damit

$$S_I = \frac{dV_H}{dI_H} = \frac{r_{nch} G}{Q_{ch}} = \frac{r_{nch} G}{C'_{ox}(V_G - V_t)}. \quad (2.27)$$

Der Betrieb im linearen Bereich beschränkt den Drainstrom auf niedrige Werte, weshalb auch die Hallspannung gering ist. Deshalb wird dieser MAGFET oft im Sättigungsbereich betrieben [7, 117].

### 2.2.2 Split-Drain-MAGFET

Wesentlich öfter verwendet wird der sogenannte Dual-Drain-MAGFET oder Split-Drain-MAGFET (Abbildung 2.4). Statt einer Drain-Region hat dieses Halbleiterelement zwei Drain-Regionen. Ein senkrecht zur Gate-Region wirkendes Magnetfeld führt zu einer Stromdifferenz  $\Delta I_D(\mathbf{B}) = I_{Dr}(B_{\perp}) - I_{Dl}(B_{\perp})$  zwischen den beiden Drains.

Wenn die Drains dieselbe Drainspannung  $V_{DS}$  aufweisen, ergibt sich die Stromdifferenz zu

$$\Delta I_D = \frac{1}{2} G \mu_{Hch} \frac{L}{W} B_{\perp} I_D. \quad (2.28)$$

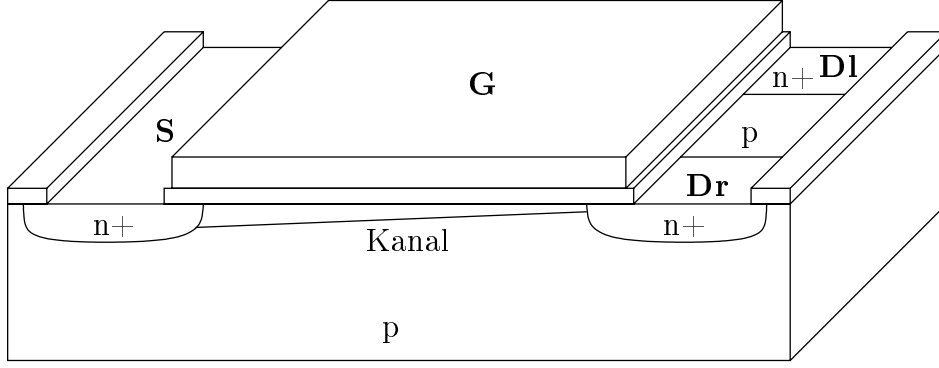


Abbildung 2.4: n-Kanal Split-Drain-MAGFET

Dabei ist  $I_D$  die Summe der beiden Drainströme  $I_{Dr}$  und  $I_{Dl}$  bei einem Magnetfeld mit der Flussdichte  $B = 0T$ ,  $\mu_{Hch}$  die Hallbeweglichkeit der Kanalladungsträger und  $G$  der geometrische Korrekturfaktor.  $W$  ist die Breite des MAGFETs und  $L$  die Länge. Für  $L \ll W$  und einer kleinen Lücke zwischen den beiden Drains ist  $G = 1$ . Abbildung 2.5 zeigt die Äquipotentiallinien und die Stromlinien eines Split-Drain-MAGFETs. In der Nähe der Source ist die Ladungsdichte der Elektronen hoch und sinkt zu den beiden Drains hin ab.

Die Empfindlichkeit eines Split-Drain-MAGFETs wird normalerweise durch seine relative Stromdifferenz bezogen auf das Magnetfeld angegeben [102].

$$S' = \left| \frac{\Delta I_D}{I_D} \frac{1}{B_\perp} \right| \quad (2.29)$$

$$= \frac{1}{2} \mu_{Hch} \frac{L}{W} G \quad (2.30)$$

Bei Silizium-MAGFETs liegt die Empfindlichkeit typischerweise im Bereich bis zu 0,05/T. Im Vergleich zu Hallplatten braucht der MAGFET weniger Strom und ist daher besser für Low-Power-Anwendungen geeignet. Ein Nachteil des MAGFETs ist das starke 1/f-Rauschen, das wesentlich höher ist als in Hall-Elementen. Außerdem ist die Beweglichkeit der Ladungsträger im Kanal etwas geringer [7].

In [70] wird die Empfindlichkeit bezogen auf den Drain-Abstand hergeleitet. Die Formel für die Empfindlichkeit lautet darin

$$S = \frac{r_H \mu}{4} \cdot \frac{mWG}{\alpha} \cdot \left[ 1 - d \left( \frac{\Delta W}{W} \right) \right]. \quad (2.31)$$

Dabei sind  $m$  und  $\alpha$  Konstanten, die durch Messung bestimmt werden müssen,  $d$  ist der Drain-Degradationsfaktor,  $\Delta W$  der Abstand der beiden Drains. Für einen MAGFET in Sättigung ergibt sich damit

$$S = \frac{\eta V_{Dsat} r_H \mu G}{V_G - V_t - V_{Dsat}} \cdot \frac{W}{L} \cdot \left[ 1 - d \left( \frac{\Delta W}{W} \right) \right]. \quad (2.32)$$



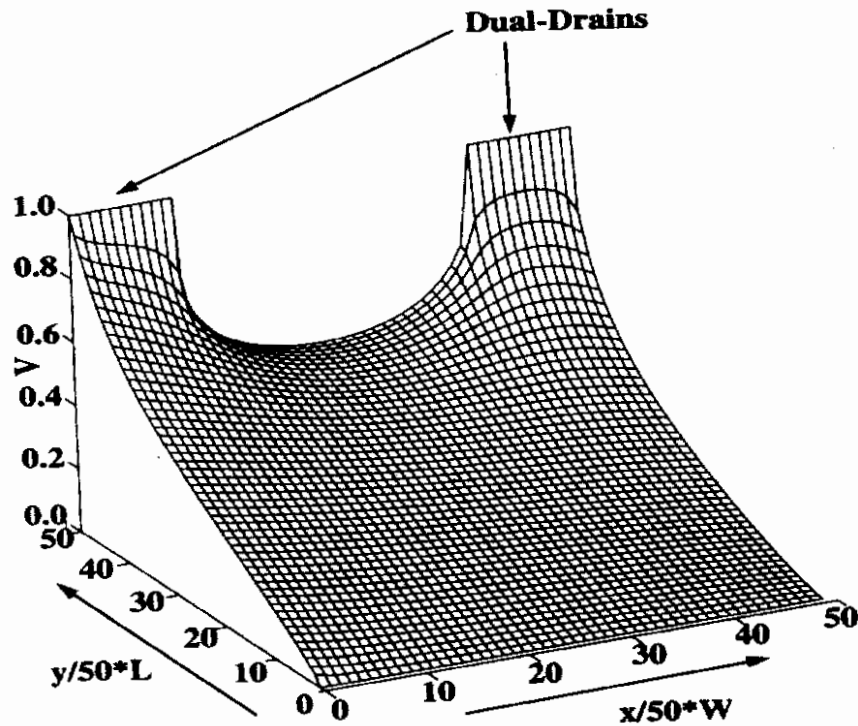


Abbildung 2.5: Potentialverteilung im Split-Drain-MAGFET [70]

## 2.3 Rauschen

### 2.3.1 Thermisches Rauschen

Das thermische Rauschen liegt in der statistischen Fluktuation der Elektronen im Leiter begründet. Die Rauschleistungsdichte des thermisches Rauschens oder Johnson-Nyquist-Rauschens beträgt

$$S_{vt}(f) = 4kT R \quad (\text{für die Rauschspannung}) \quad (2.33)$$

$$S_{it}(f) = 4kT \frac{1}{R} \quad (\text{für den Rauschstrom}). \quad (2.34)$$

mit  $R$  als Widerstand der Rauschquelle. Die Spektraldichte des thermischen Rauschens ist ziemlich unabhängig von der Frequenz (bis zu sehr hohen Frequenzen von ca.  $10^{13}$  Hz). Wegen der konstanten Rauschleistungsdichte kann es durch das Modell des weißen Rauschens angenähert werden.

### 2.3.2 Schrotrauschen

Schrotrauschen oder Schottky-Rauschen entsteht, wenn Ladungsträger eine Potentialbarriere überqueren. Die Spektraldichte des Schrotrauschens beträgt

$$S_{is}(f) = 2q I_{DC}. \quad (2.35)$$

Dabei ist  $I_{DC}$  der Strom durch das Bauelement und  $q$  die Elektronenladung. Das Spektrum ist ebenfalls weiß bis hin zu hohen Frequenzen im Bereich des Kehrwerts der Transitzeit der Ladungsträger durch die Verarmungsregion. Bei Magnetotransistoren tritt an den pn-Übergängen dieses Rauschen auf.

### 2.3.3 Generations-Rekombinations-Rauschen

Das Generations-Rekombinations-Rauschen entsteht durch die Schwankung der freien Ladungsträger in einem Bauelement. Typischerweise wird es beschrieben durch

$$S_{ig}(f) = AI^2 \frac{4\tau_r}{1 + (2\pi f\tau_r)^2}. \quad (2.36)$$

Dabei ist  $\tau_r$  die mittlere Lebensdauer der Ladungsträger und  $A$  ein Parameter, der von der Art des Generations-Rekombinationsprozesses abhängt. Dieses Rauschen, das auch mit Traps oder Störstellen und Defektstellen zusammenhängt, sieht man häufig in GaAs-Bauelementen und auch in den Basisregionen von bipolaren Transistoren, J-FETs und MESFETs.

### 2.3.4 1/f-Rauschen

Schließlich gibt es noch das 1/f-Rauschen, dessen Herkunft immer noch diskutiert wird. Es ist abhängig vom Herstellungsprozess und hängt oft mit Kristalldefekten und Verunreinigungen zusammen. Zwei verschiedene Gründe für das Auftreten werden diskutiert. Die McWorther-Theorie besagt, dass  $S_I(f)$  proportional zu der Trap-Dichte im Gateoxid  $N_t$  ist und damit direkt von der Prozessqualität abhängt. Es ist damit auch umgekehrt proportional zur Gatefläche  $W \cdot L$ . Dies ist wohl der Hauptgrund für das 1/f-Rauschen in GaAs-Transistoren.

Die Hooge-Theorie beschreibt in [55] und [56] das 1/f-Rauschen als Schwankung der Ladungsträgerdichte. Dies korrespondiert eher mit Messungen in bipolaren Transistoren. Aus Experimenten wurde die Spektraldichte abgeleitet.

$$S_{if}(f) \simeq I^\gamma \frac{\alpha}{N} \frac{1}{f^\beta} \quad (2.37)$$

$I$  ist der Strom,  $N$  die Summe der Ladungsträger,  $\alpha$  ein dimensionsloser Parameter, der sogenannte Hooge-Parameter mit Werten zwischen  $2 \cdot 10^{-3}$  und  $10^{-9}$ ,  $\beta \simeq 1 \pm 0,1$  (typisch) sowie  $\gamma$  eine Konstante zwischen 0,5 und 2. [102, 47]

Chang zeigt in [24], dass in NMOS-Transistoren das 1/f-Rauschen kaum von der Gate-Source-Spannung abhängt, ganz im Gegensatz zu den p-Kanal-Transistoren.

### 2.3.5 Rauschen im MOSFET

Für den MOSFET sind das thermische Rauschen des Kanals, das thermische Rauschen des Gatestroms und das 1/f-Rauschen die dominierenden Rauschanteile. Im MOS-Transistor bildet sich durch die Inversion ein Kanal zwischen Source und Drain. Fließt ein Strom durch diesen Kanal, so zeigt sich das thermische Rauschen, das auch beim Widerstand vorhanden ist. Das Rauschen ist abhängig von der Größe des Kanalwiderstands. Die thermische Rauschleistungsdichte des Drain-Rauschstromes beträgt

$$S_{idt}(f) = 4kT \gamma g_m. \quad (2.38)$$

Dabei ist  $g_m$  die Steilheit und  $\gamma$  ein Passfaktor. Er beträgt  $\gamma = 1$  für die lineare Region,  $\gamma = 2/3$  für den Sättigungsbereich und  $\gamma \approx 2 - 3$  für Kurzkanaltransistoren aufgrund der

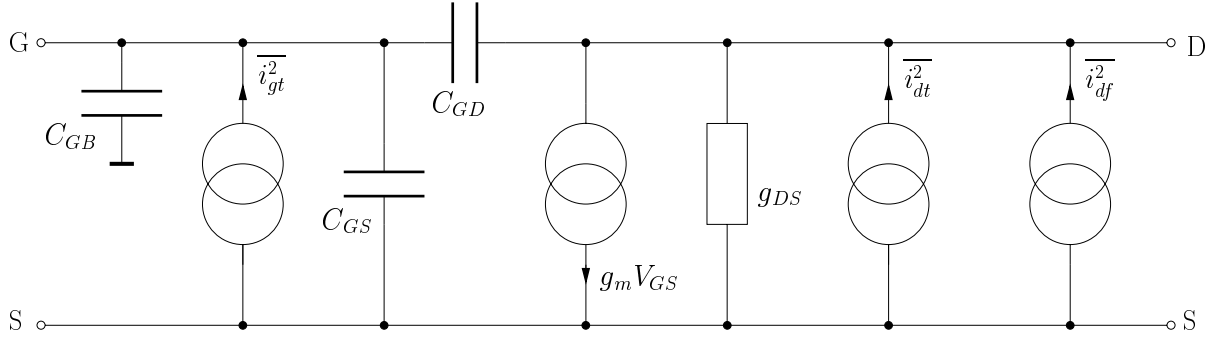


Abbildung 2.6: MOS-Rauschersatzschaltbild

heißen Elektronen im Kanal. Dies gilt sowohl für den NMOS- als auch für den PMOS-Transistor. [113]

Für höhere Frequenzen tritt das thermische Rauschen des Gatestroms bedingt durch die kapazitive Kopplung der Kanalladungsträger auf das Gate in Erscheinung. Die Rauschleistungsdichte dieses Rauschens lautet

$$S_{igt}(f) = 4kT \delta g_G \quad (2.39)$$

mit

$$g_G = \frac{\omega^2 C_{GS}^2}{5g_{DS,0V}} \quad (2.40)$$

und  $\delta \approx 2\gamma$ . [92]

Für niedrige Frequenzen wird das 1/f-Rauschen bedeutsam. Die spektrale Leistungsdichte des 1/f-Rauschens für den MOSFET lautet

$$S_{idf}(f) = \frac{K_I g_m^2}{WL C_{ox}^2} \frac{1}{f}. \quad (2.41)$$

Dabei ist für den NMOS-Transistor  $K_I \approx 5 \times 10^{-27} \text{C}^2/\text{m}^2$  und für den PMOS-Transistor  $K_I \approx 10^{-28} \text{C}^2/\text{m}^2$ . [99]

In Abbildung 2.6 sind die einzelnen Rauschquellen in einem Ersatzschaltbild zusammengefasst. Die Rauschströme dazu lauten

$$\sqrt{i_{igt}^2} = \sqrt{S_{igt} \Delta f} = \sqrt{4kT \delta g_G \Delta f} \quad (2.42)$$

$$\sqrt{i_{dt}^2} = \sqrt{S_{idt} \Delta f} = \sqrt{4kT \gamma g_m \Delta f} \quad (2.43)$$

$$\sqrt{i_{df}^2} = \sqrt{S_{idf} \Delta f} = \sqrt{\frac{K_I g_m^2}{WL C_{ox}^2} \frac{1}{f} \Delta f}. \quad (2.44)$$

### 2.3.6 Rauschen im MAGFET

Messungen zeigen, dass bezüglich des 1/f-Rauschens eine starke Antikorrelation zwischen den beiden Drain-Strömen besteht. Die spektrale Rauschleistung des Differenzsignals  $\Delta I_D$  ist etwas größer als die der beiden Ströme  $I_{Dr}$  und  $I_{Dl}$ . [14, 117]

Für diese Arbeit wird für den MAGFET das normale MOSFET-Rauschmodell verwendet.

## 2.4 Wahrscheinlichkeitstheorie

Das Verhalten eines stochastischen Sensors, wie er im nächsten Kapitel beschrieben wird, kann durch stochastische Prozesse beschrieben werden. Die Binomialverteilung und die Normalverteilung dienen zur Modellierung der Kennwerte eines stochastischen Sensors.

### 2.4.1 Binomialverteilung

Eine Serie von Kippvorgängen einer bistabilen Kippstufe kann durch die Binomialverteilung beschrieben werden, wenn die einzelnen Entscheidungen voneinander unabhängig sind und die Wahrscheinlichkeit des Kippens in eine Richtung konstant bleibt. Die beiden möglichen Kipprichtungen sollen mit '0' und '1' bezeichnet werden. Bezeichnet  $k$  die Zahl der gemessenen Einsen bei  $n$  Messungen und ist

$$p_1 = 1 - p_0 = p$$

die Wahrscheinlichkeit einer '1' bei einer Messung, so beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei  $n$  Messungen genau  $k$  Einsen auftreten

$$p_k = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}. \quad (2.45)$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass die Zahl der gemessenen Einsen kleiner oder gleich einer Schwelle  $\kappa$  ist, beträgt damit

$$P_{k \leq \kappa} = \sum_0^{k=\kappa} \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}. \quad (2.46)$$

Eine Binomialverteilung wird durch genau zwei Kenngrößen beschrieben, nämlich die Wahrscheinlichkeit  $p$  und die Anzahl der Messungen  $n$ . Ihr Mittelwert lautet

$$\mu = np. \quad (2.47)$$

Ihre Varianz ergibt sich zu

$$V = np(1 - p). \quad (2.48)$$

und daraus ergibt sich ihre Standardabweichung zu

$$\sigma = \sqrt{np(1 - p)}. \quad (2.49)$$

Abbildung 2.7 zeigt eine Binomialverteilung mit  $p = 0,4$  und  $n = 10$  und Tabelle 2.1 die Standardabweichung für verschiedene  $p$  und  $n$ .

Für eine große Zahl von Messungen kann die Binomialverteilung durch eine Normalverteilung mit  $\mu = np$  und  $\sigma = \sqrt{np(1 - p)}$  angenähert werden.

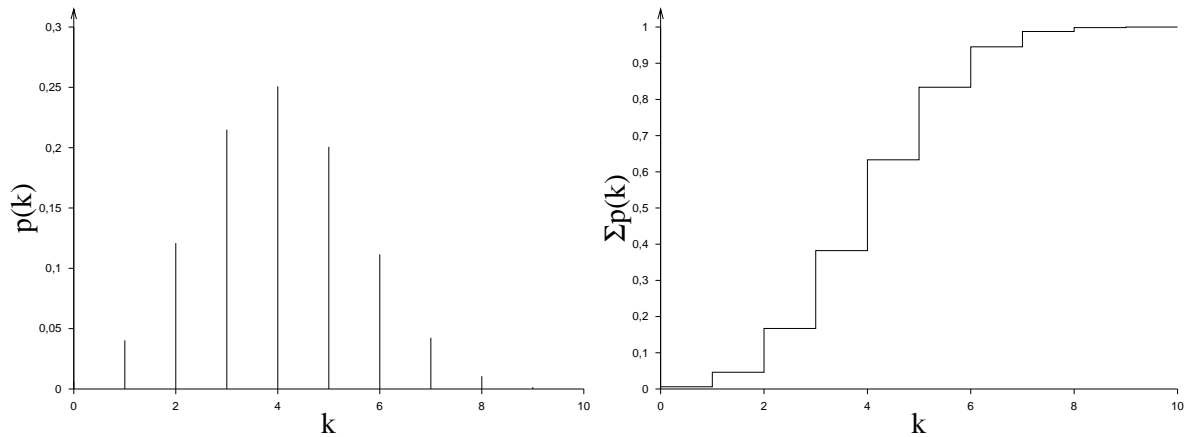


Abbildung 2.7: Binomialverteilung mit  $p = 0,4$  und  $n = 10$

n	1	10	100	1000
p				
0,10	0,300	0,948	3,000	9,48
0,30	0,458	1,449	4,582	14,49
0,50	0,500	1,581	5,000	15,81
0,70	0,458	1,449	4,582	14,49
0,90	0,200	0,948	3,000	9,48

Tabelle 2.1: Standardabweichung der Binomialverteilung abhängig von der Zahl der Messungen  $n$

## 2.4.2 Abhängige Binomialverteilung

Wenn aufeinanderfolgende Messungen nicht mehr voneinander unabhängig sind, sondern eine Messung vom Zustand (0 oder 1) der vorherigen Messung abhängt, dann ergibt sich eine andere Verteilung. Abbildung 2.8 zeigt die auftretenden Übergangswahrscheinlichkeiten. Dabei gilt

$$p_{0|1} = 1 - p_{1|1} \quad (2.50)$$

$$p_{1|0} = 1 - p_{0|0} \quad (2.51)$$

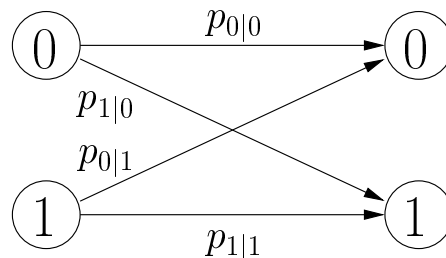


Abbildung 2.8: Übergangswahrscheinlichkeiten

Der Mittelwert einer solchen Verteilung für  $n$  Messungen ergibt sich zu

$$\mu = \frac{1 - p_{0|0}}{2 - p_{0|0} - p_{1|1}} n. \quad (2.52)$$

Die Varianz der abhängigen Verteilung ergibt sich zu

$$V = \left( \frac{1 - p_{0|0}}{2 - p_{0|0} - p_{1|1}} \right)^2 \left( \frac{1 + p_{0|0} - p_{1|1}}{1 - p_{0|0} + p_{1|1}} \right) \left( \frac{p_{1|1}}{1 - p_{0|0}} \right) n. \quad (2.53)$$

und ihre Standardabweichung lautet

$$\sigma = \frac{1 - p_{0|0}}{2 - p_{0|0} - p_{1|1}} \sqrt{\left( \frac{1 + p_{0|0} - p_{1|1}}{1 - p_{0|0} + p_{1|1}} \right) \left( \frac{p_{1|1}}{1 - p_{0|0}} \right) n}. \quad (2.54)$$

Für  $p_{0|0} \stackrel{!}{=} 1 - p_{1|1} = 1 - p$  ergibt sich aus der abhängigen Verteilung wieder die Binomialverteilung mit ihrem Mittelwert

$$\mu_{bin} = p \cdot n \quad (2.55)$$

und der Varianz

$$V_{bin} = p \cdot (1 - p) \cdot n. \quad (2.56)$$

Löst man die Gleichungen 2.52 und 2.53 nach  $p_{0|0}$  und  $p_{1|1}$  auf, so ergibt sich für  $\mu \neq 0, 5n$

$$p_{0|0} = \frac{5\mu^3 - 6\mu^2n - 2n^2V + \mu(2n^2 + 5nV - w)}{2(2\mu - n)(\mu^2 - \mu n + nV)} \quad (2.57)$$

$$p_{1|1} = \frac{3\mu^3 - 5\mu^2n + 2\mu n^2 + 3\mu nV - n^2V + (\mu - n)w}{2(2\mu - n)(\mu^2 - \mu n + nV)} \quad (2.58)$$

mit

$$w = \sqrt{9\mu^4 - 12\mu^3n - 4\mu n^2V + n^2V^2 + 2\mu^2n(2n + 5V)} \quad (2.59)$$

und für  $\mu = 0, 5n$

$$p_{0|0} = p_{1|1} = \frac{4V}{n + 4V}. \quad (2.60)$$

### 2.4.3 Normalverteilung

Die Normalverteilung ist kontinuierlich und wird durch ihre Parameter Mittelwert  $\mu$  und Standardabweichung  $\sigma$  beschrieben. Die Dichtefunktion der Normalverteilung lautet

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right)^2}. \quad (2.61)$$

Das Wahrscheinlichkeitsintegral der Normalverteilung ergibt sich zu

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{1}{2} z'^2} dz' \quad (2.62)$$

mit

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}. \quad (2.63)$$

Ebenfalls verwendet wird

$$\Phi_0(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{1}{2}z'^2} dz' = \Phi(z) - 0,5. \quad (2.64)$$

Abbildung 2.9 zeigt die Dichtefunktion und das Wahrscheinlichkeitsintegral einer Normalverteilung mit  $\mu = 0,4$  und  $\sigma = 0,1$ .

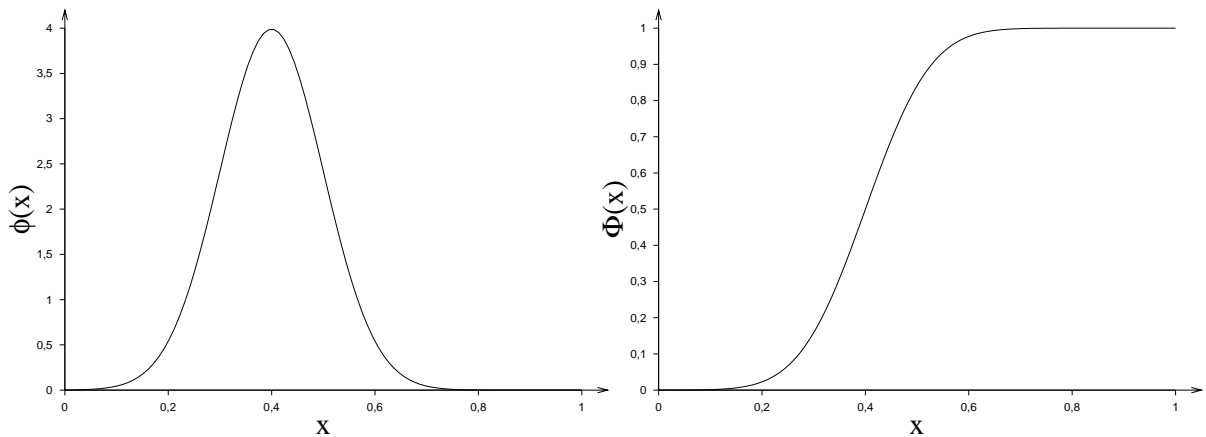


Abbildung 2.9: Normalverteilung mit  $\mu = 0,4$  und  $\sigma = 0,1$

#### 2.4.4 Entscheidung zwischen zwei Verteilungen

Gegeben seien zwei Ereignisse A und B. Abhängig von dem jeweiligen Ereignis können bei einer Messung eine unterschiedliche Anzahl von Nullen und Einsen gemessen werden. Im Falle des Ereignisses A sei die Wahrscheinlichkeit des Auftretens einer '1' gleich  $p_A$  und die einer '0' gleich  $1 - p_A$ , im Falle des Ereignisses B tritt die '1' mit einer Wahrscheinlichkeit von  $p_B$  auf, eine '0' mit  $1 - p_B$ . Beide resultierenden Verteilungen seien binomialverteilt und  $p_A > p_B$ . Für die Entscheidung, welches Ereignis aufgetreten ist, werden  $n$  Messungen durchgeführt. Dabei werden  $m$  Einsen gemessen.

Die Punktwahrscheinlichkeit der Verteilung A (genau  $k$  Einsen bei  $n$  Messungen) lautet

$$p_{k,n,p_A} = \binom{n}{k} \cdot p_A^k \cdot (1 - p_A)^{n-k}. \quad (2.65)$$

Die Punktwahrscheinlichkeit der Verteilung B lautet

$$p_{k,n,p_B} = \binom{n}{k} \cdot p_B^k \cdot (1 - p_B)^{n-k}. \quad (2.66)$$

Die Stelle  $k_s$ , bei denen beide Verteilungen die gleiche Punktwahrscheinlichkeit haben, berechnet sich zu

$$\left(\frac{p_A}{p_B}\right)^{k_s} \cdot \left(\frac{1 - p_A}{1 - p_B}\right)^{n-k_s} \stackrel{!}{=} 1. \quad (2.67)$$

Daraus folgt

$$k_s = n \cdot \frac{\ln\left(\frac{1-p_B}{1-p_A}\right)}{\ln\left(\frac{p_A}{p_B} \cdot \frac{1-p_B}{1-p_A}\right)}. \quad (2.68)$$

Man beachte, dass hier  $k_s$  nicht unbedingt eine ganze Zahl ist. Um anhand der Verteilungen zu entscheiden, welches der beiden Ereignisse aufgetreten ist, muss eine Schwelle  $s$  definiert werden, wo die Entscheidungsgrenze liegt. Man entscheidet sich für das Ereignis A, wenn die Zahl der aufgetretenen Einsen größer gleich der Schwelle  $s$  ist.

$$m \geq s \quad (2.69)$$

Andernfalls entscheidet man sich für das Ereignis B. In beiden Fällen besteht eine gewisse Wahrscheinlichkeit, sich falsch entschieden zu haben. Diese beiden Irrtumswahrscheinlichkeiten berechnen sich zu

$$P_{err,A} = \sum_{k=0}^{s-1} \binom{n}{k} \cdot p_A^{n-k} \cdot (1-p_A)^k \quad (2.70)$$

$$P_{err,B} = \sum_{k=s}^n \binom{n}{k} \cdot p_B^{n-k} \cdot (1-p_B)^k. \quad (2.71)$$

Wenn die beiden Fehlerfälle mit den gleichen Kostenfaktoren versehen sind, dann lautet die Formel für die Fehlerminimierung

$$P_{err} = P_{err,A} + P_{err,B} \rightarrow \text{minimal} \quad (2.72)$$

$$P_{err} = \sum_{k=0}^{s-1} \binom{n}{k} \cdot p_A^{n-k} \cdot (1-p_A)^k + \sum_{k=s}^n \binom{n}{k} \cdot p_B^{n-k} \cdot (1-p_B)^k \quad (2.73)$$

$$\rightarrow \text{minimal..} \quad (2.74)$$

Die Schwelle für den minimalen Fehler wird in diesem Fall nahe bei  $k_s$  liegen.

Für eine große Anzahl von Messungen geht die Binomialverteilung in die Normalverteilung über. Deshalb soll im Folgenden die Fehlerwahrscheinlichkeit für diesen Fall errechnet werden. Abhängig von den beiden Ereignissen A und B resultieren zwei normalverteilte Verteilungen mit jeweils gleicher Standardabweichung  $\sigma$  und den Mittelwerten  $\mu_A$  und  $\mu_B$  mit  $\mu_A \geq \mu_B$ . Die Differenz der Mittelwerte sei  $\Delta\mu = \mu_A - \mu_B$ . Unter der Annahme, dass beide Ereignisse gleich oft auftreten, liegt die Entscheidungsschwelle für die minimale Fehlerwahrscheinlichkeit bei

$$\begin{aligned} \mu_s &= \frac{\mu_A + \mu_B}{2} \\ &= \mu_B + \frac{\Delta\mu}{2}. \end{aligned} \quad (2.75)$$

Aufgrund der Symmetrie ergibt sich dann die Fehlerwahrscheinlichkeit zu

$$P_{err} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{\frac{\mu_s - \mu_B}{\sigma}}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz = 1 - \Phi\left(\frac{\mu_s - \mu_B}{\sigma}\right). \quad (2.76)$$



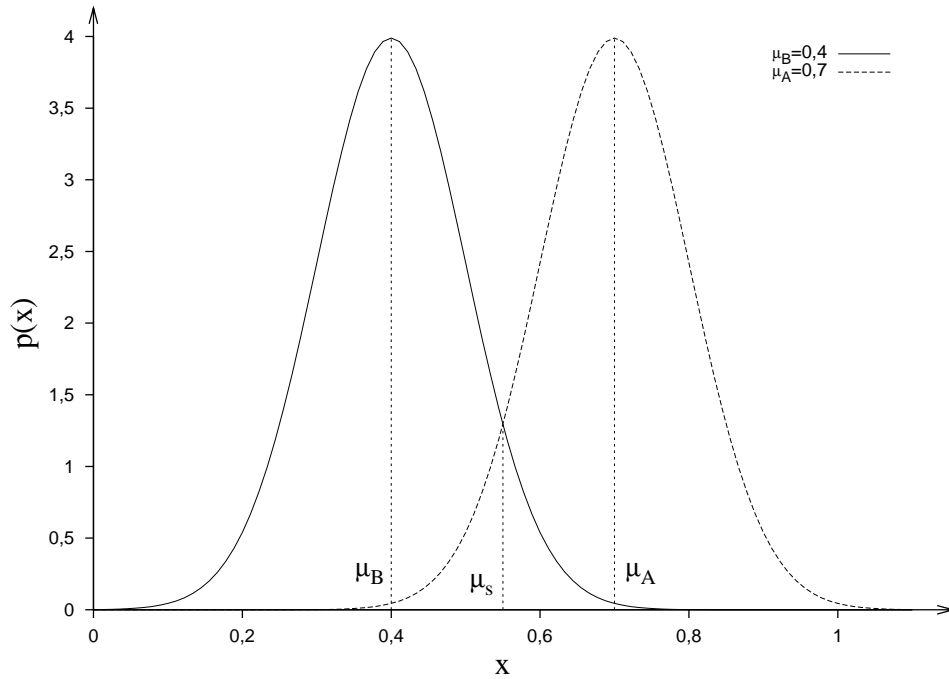


Abbildung 2.10: Entscheidung zwischen zwei Verteilungen

Setzt man die Differenz der beiden Mittelwerte in Relation zur Standardabweichung und definiert man

$$\gamma = \frac{\Delta\mu}{\sigma}, \quad (2.77)$$

so erhält man für die Fehlerwahrscheinlichkeit

$$P_{err} = 1 - \Phi\left(\frac{\gamma}{2}\right). \quad (2.78)$$

## 2.4.5 Stochastische Prozesse

In diesem Abschnitt soll eine kurze Zusammenfassung über stochastische Prozesse und deren grundlegende Gleichungen gegeben werden. [54, 2, 71]

Ein Zufallsprozess oder stochastischer Prozess ist eine Folge von Zufallsvariablen  $X(t)$  mit einer zeitabhängigen Dichtefunktion  $p_1(x, t)$ . Eine Realisierung eines solchen Prozesses ergibt im kontinuierlichen Fall eine Trajektorie  $x(t)$  oder im diskreten Fall eine Zahlenfolge  $x_{t_1}, \dots, x_{t_i}, \dots$

Normalerweise sind die  $X_{t_i}$  nicht unabhängig voneinander. So wird die Wahrscheinlichkeit, dass der Wert der Zufallsvariablen  $X$  zum Zeitpunkt  $t_2$  im Intervall  $[x_2 : x_2 + dx_2]$  liegt, wenn es zum Zeitpunkt  $t_1$  im Intervall  $[x_1 : x_1 + dx_1]$  gelegen hat, durch  $p_{t_1 t_2}(x_1, x_2) dx_1 dx_2$  beschrieben. Zur Vereinfachung schreiben wir im Folgenden statt  $p_{t_1 t_2}(x_1, x_2)$  auch  $p_2(x_1, t_1; x_2, t_2)$ , ebenso für die höheren Verteilungen. Fehlt eine solche statistische Abhängigkeit zwischen den Zufallsvariablen verschiedener Zeiten, so gilt

$$p_2(x_1, t_1; x_2, t_2) = p_1(x_1, t_1)p_1(x_2, t_2). \quad (2.79)$$

Definiert man den Scharmittelwert zur Zeit  $t_i$  als

$$\mu_i = E\{X_{t_i}\} = \int x p_1(x, t_i) dx, \quad (2.80)$$

so lautet die Kovarianzmatrix

$$E\{(X_{t_1} - \mu_1)(X_{t_2} - \mu_2)\} = \int (x_1 - \mu_1)(x_2 - \mu_2)p_2(x_1, t_1; x_2, t_2)dx_1dx_2 = 0. \quad (2.81)$$

Die Zufallsvariablen sind also zeitlich unkorreliert. Wenn dann zusätzlich die Dichteverteilung stationär ist, also  $p(x, t) \equiv p(x)$ , und bezeichnet  $p_1(x)$  die Dichte einer Normalverteilung, so erhält man den Prozess, der auch als weißes Rauschen bezeichnet wird.

$$X(t) \sim W(0, \sigma^2) \quad (2.82)$$

Dabei ist 0 der Mittelwert und  $\sigma^2$  die Varianz. Im Folgenden soll das weiße Rauschen mit  $\xi(t)$  bezeichnet werden. Es ist also

$$E\{\xi(t)\} = 0 \quad (2.83)$$

und für die Zwei-Zeit-Kovarianzfunktion gilt

$$E\{\xi(t)\xi(t')\} = \sigma^2\delta(t - t'). \quad (2.84)$$

Deren Fourier-Transformierte ist unabhängig von der Frequenz.

$$F(\omega) = \int E\{\xi(t)\xi(t + \tau)\} e^{i\omega\tau} d\tau = \sigma^2 \quad (2.85)$$

Wären die Werte zeitlich korreliert, so würde im stationären Fall gelten

$$E\{\xi(t)\xi(t + \tau)\} = \frac{\sigma^2}{2m} e^{-m|\tau|}. \quad (2.86)$$

Dabei ist  $m^{-1}$  eine Zeitkonstante und die Fourier-Transformierte lautet dann

$$F(\omega) = \frac{\sigma^2}{\omega^2 + m^2}. \quad (2.87)$$

Um eine Schaltung zu modellieren, die aus einem metastabilen Zustand kippt, ist das Modell des zeitlich völlig unkorrelierten stochastischen Prozesses nicht geeignet. Dafür verwenden wir einen Markov-Prozess. Ein Markov-Prozess ist dadurch gekennzeichnet, dass für seine bedingten Wahrscheinlichkeiten gilt

$$p_n(x_n, t_n | x_{n-1}, t_{n-1}; \dots; x_1, t_1) = p_2(x_n, t_n | x_{n-1}, t_{n-1}). \quad (2.88)$$

Das heißt, dass die Übergangswahrscheinlichkeit nicht von der gesamten Vorgeschichte, sondern nur vom momentanen Wert abhängt. Ein Markov-Prozess ist eindeutig durch  $p_1(x, t)$  und durch  $p_2(x_2, t_2 | x_1, t_1)$  bzw.  $p_2(x_2, t_2; x_1, t_1)$  bestimmt. Damit gilt auch für  $t_3 > t_2 > t_1$  die Beziehung

$$\begin{aligned} p_3(x_3, t_3; x_2, t_2; x_1, t_1) &= p_3(x_3, t_3 | x_2, t_2; x_1, t_1)p_2(x_2, t_2; x_1, t_1) \\ &= p_2(x_3, t_3 | x_2, t_2)p_2(x_2, t_2 | x_1, t_1)p_1(x_1, t_1). \end{aligned} \quad (2.89)$$

Integriert man Gleichung 2.89 über  $x_2$ , so folgt

$$\begin{aligned} p_2(x_3, t_3; x_1, t_1) &= \int p_3(x_3, t_3; x_2, t_2; x_1, t_1)dx_2 \\ &= \int p_2(x_3, t_3 | x_2, t_2)p_2(x_2, t_2 | x_1, t_1)p_1(x_1, t_1)dx_2. \end{aligned} \quad (2.90)$$

Daraus ergibt sich die Chapman-Kolmogorov-Gleichung, eine nichtlineare Integralgleichung, die für jeden Markov-Prozess erfüllt sein muss.

$$p_2(x_3, t_3 | x_1, t_1) = \int p_2(x_3, t_3 | x_2, t_2) p_2(x_2, t_2 | x_1, t_1) dx_2 \quad (2.91)$$

Wenn man für die Kurzzeiteigenschaften der Übergangswahrscheinlichkeit annimmt, dass sie einer Normalverteilung mit dem Mittelwert  $A(z, t)$  und Varianz  $D(z, t)$  entspricht, dann lässt sich daraus mit etwas mathematischem Aufwand [54] die Fokker-Planck-Gleichung herleiten.

$$\frac{\partial}{\partial t} p_2(z, t | x, t') = \left( -\frac{\partial}{\partial z} A(z, t) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} D(z, t) \right) p_2(z, t | x, t') \quad (2.92)$$

Sie ist eine Gleichung für die Übergangswahrscheinlichkeit  $p_2(z, t | x, t')$  als Funktion von  $x$  und  $t$ . Die entstehenden Trajektorien sind durch eine Drift  $A$  und die Diffusion  $D$  gekennzeichnet. Der lineare Operator

$$\mathcal{L}_{FP} = -\frac{\partial}{\partial z} A(z, t) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} D(z, t) \quad (2.93)$$

wird als Fokker-Planck-Operator bezeichnet.

## 2.4.6 Langevin-Gleichung

Ein Markov-Prozess kann durch eine stochastische Differentialgleichung beschrieben werden. Ausgegangen wird dabei von einer Differenzgleichung mit stochastischer Komponente.

$$X(t + \Delta t) - X(t) = \Delta X(t) = A(X(t), t) \Delta t + \sqrt{D(X(t), t)} \Delta W \quad (2.94)$$

Darin ist  $\Delta W$  normalverteilt mit den Eigenschaften

$$E\{\delta(\Delta W - z)\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta t}} e^{-\frac{z^2}{2\Delta t}} \quad (2.95)$$

$$E\{\Delta W\} = 0 \quad (2.96)$$

$$E\{\Delta W^2\} = \Delta t. \quad (2.97)$$

Will man den Grenzwert  $\Delta t \rightarrow 0$  bilden, so gibt es für den Faktor vor  $\Delta W$  mehrere Möglichkeiten. Er kann zu

$$\sqrt{D(X(t + c \cdot \Delta t), t + c \cdot \Delta t)} \quad (2.98)$$

gewählt werden mit  $0 \leq c \leq 1$ . Gebräuchlich sind zwei Varianten, nämlich  $c = 0$ , das sogenannte Itô-Kalkül und  $c = 0,5$ , das sogenannte Stratonovich-Kalkül. Durch die Grenzwertbildung ergibt sich

$$E\{dW\} = 0 \quad (2.99)$$

$$E\{dW^2\} = dt. \quad (2.100)$$

Aus der stochastischen Differenzgleichung 2.94 wird damit eine stochastische Differentialgleichung.

$$dX = A(X, t)dt + \sqrt{D(X, t)}dW. \quad (2.101)$$

Mit  $\xi(t) = dW/dt$  ergibt sich die Langevin-Gleichung

$$\frac{dX}{dt} = A(X, t) + \sqrt{D(X, t)}\xi(t). \quad (2.102)$$

Literatur: [98, 54, 71]

# Kapitel 3

## Digitale stochastische Sensoren

Ein digitaler stochastischer Sensor ist eine Anordnung, die in einen metastabilen Zustand gebracht wird und von dort aus in einen der zwei möglichen stabilen Endzustände kippt. Der Kippvorgang wird dabei von verschiedenen physikalischen Größen beeinflusst. Üblicherweise wird eine dieser physikalischen Größen als Messgröße genommen, die anderen sind dann die Störgrößen. Da der Prozess des Kippens mit Rauschen behaftet ist, wird sich bei wiederholter Durchführung des Vorgangs eine stochastische Verteilung der Endzustände ergeben. Aus dieser Verteilung wird dann die Messgröße bestimmt.

In der vorliegenden Arbeit wird ein elektronischer Sensor vorgestellt, der auf diesem Prinzip beruht. Kernstück der Schaltung ist ein rückgekoppelter Inverter aus MOSFET-Transistoren, der in einem Precharge-Vorgang in den metastabilen Zustand gebracht wird und aus diesem in einen der beiden möglichen Endzustände 'Null' oder 'Eins' kippt. Wird dieser Zyklus periodisch wiederholt und der Ausgang abgetastet, so bekommt man einen seriellen Datenstrom aus Nullen und Einsen. Messgröße ist das Magnetfeld, sodass ein weiterer Bestandteil des Sensors ein magnetfeldsensitives Element ist. In der vorliegenden Arbeit wird dafür ein MAGFET verwendet. Das Rauschen der MOSFET-Transistoren und des MAGFETs trägt zum stochastischen Verhalten der Schaltung bei. Abbildung 3.1 zeigt schematisch die Umsetzung eines analogen Eingangssignals in ein digitales Ausgangssignal. Die stochastischen Sensoren werden bereits bei [87], [75] und

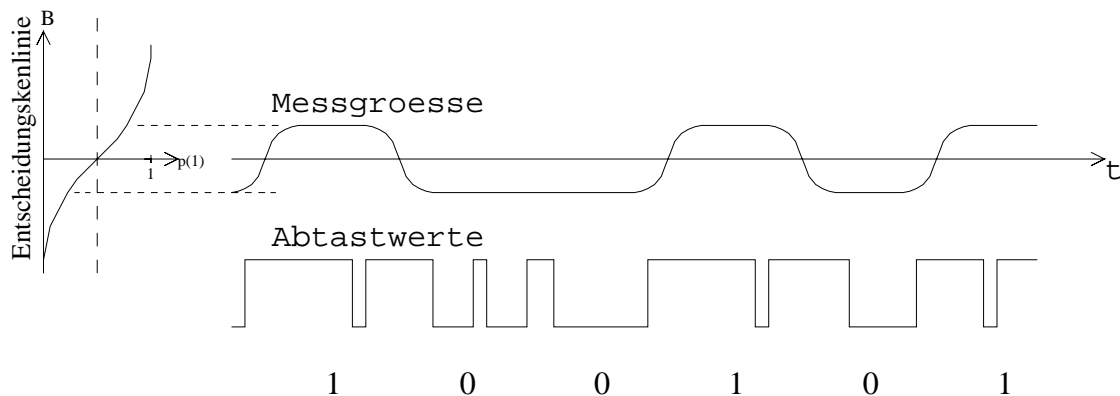


Abbildung 3.1: Signalumsetzung in stochastischen Sensoren

[77] beschrieben. Auch in [104] werden die stochastischen Sensoren mit Hallplatten und MAGFETs als magnetfeldsensitive Elemente behandelt. Eine detaillierte Analyse dieser

Sensoren bezüglich ihres stochastischen Verhaltens ist in der Literatur aber nicht zu finden. Deshalb folgt in diesem Kapitel die Herleitung der Systemgleichungen für diese Sensorart anhand des einfachsten Falls von zwei gekoppelten Invertern.

## 3.1 Gekoppelte Inverter

In den Abschnitten 3.1.1 und 3.1.2 werden die Beziehungen hergeleitet, die das Verhalten von rückgekoppelten Invertern beschreiben. Sie dienen zur Analyse des Systems ohne Einfluss einer Messgröße. Im Allgemeinen werden zur Vereinfachung nur die MOSFET-Gleichungen erster Ordnung verwendet, da sonst die meisten Größen analytisch nicht berechenbar wären. Die Beziehungen, die dadurch hergeleitet werden, erlauben trotzdem einen guten Einblick in prinzipielle Abhängigkeiten der Schaltung.

### 3.1.1 Rückgekoppelte Inverter ohne Ströme

Es werden die Gleichungen für den Fall zweier einfach rückgekoppelter Inverter hergeleitet. Auch zwei Knotenkapazitäten sollen berücksichtigt werden, die MOSFET-internen Kapazitäten werden jedoch vernachlässigt beziehungsweise den Knotenkapazitäten zugeschlagen. Als erstes wird das Differentialgleichungssystem für die Anordnung in Abbil-

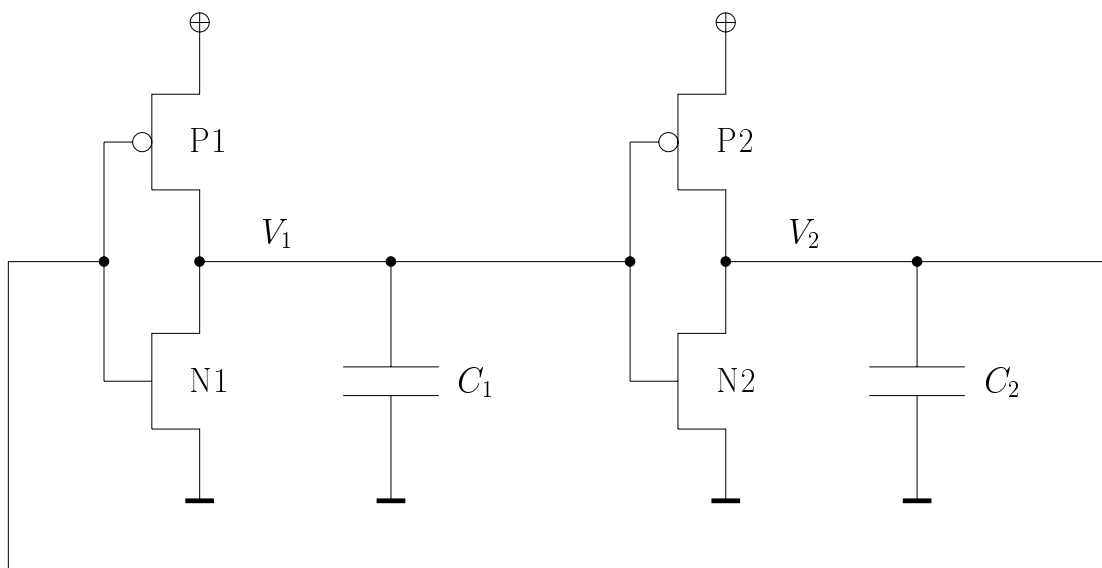


Abbildung 3.2: Rückgekoppelte Inverter

dung 3.2 aufgestellt. Es wird angenommen, dass zum Zeitpunkt Null die Spannungen  $V_1$  und  $V_2$  annähernd gleich sind. Betrachtet man die Arbeitsbereiche der einzelnen MOSFETS (Abbildung 3.3), so erkennt man, dass, solange  $V_1$  und  $V_2$  nicht zu weit auseinander liegen, alle Transistoren entweder im Sättigungsbereich arbeiten oder ausgeschaltet sind.

Lädt man  $V_1$  und  $V_2$  auf  $V_{DD}$  auf, so sind die PMOS-Transistoren ausgeschaltet und nur

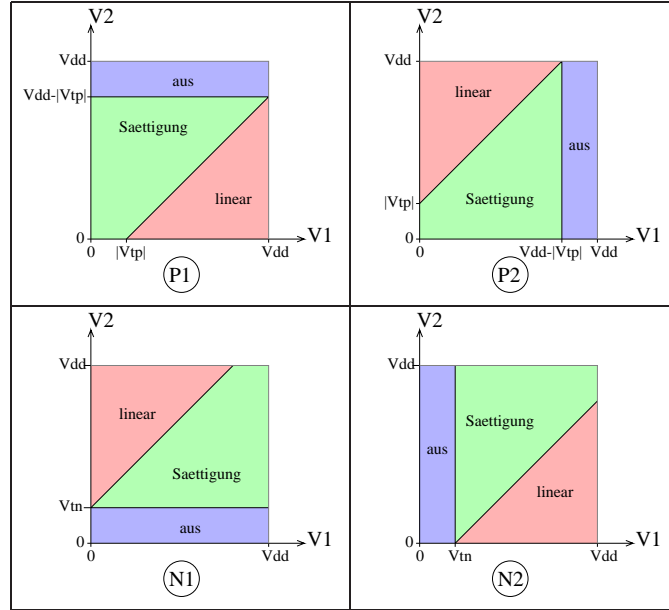


Abbildung 3.3: Arbeitsbereiche der einzelnen Transistoren

die n-Kanäle aktiv. Die Differentialgleichungen dazu lauten

$$\dot{V}_1 = -\frac{\beta_n}{2C_1}(V_2 - V_{tn})^2 \quad (3.1)$$

$$\dot{V}_2 = -\frac{\beta_n}{2C_2}(V_1 - V_{tn})^2. \quad (3.2)$$

Sobald dann die Spannungen  $V_1$  und  $V_2$  die Spannung  $V_{DD} - |V_{tp}|$  unterschreiten, wird der jeweilige p-Kanäle aktiv. Wenn sowohl  $V_1$  als auch  $V_2$  diese Grenze unterschreiten sind alle Transistoren eingeschaltet. Um im Folgenden eine Fallunterscheidung zu vermeiden, gehen wir davon aus, dass wir diesen Zustand bereits erreicht haben, durch die Vorladung (Precharge) auf eine Spannung unterhalb von  $V_{DD} - |V_{tp}|$ . Damit lautet das Gleichungssystem der gekoppelten Inverter wie folgt.

$$\dot{V}_1 = -\frac{\beta_n}{2C_1}(V_2 - V_{tn})^2 + \frac{\beta_p}{2C_1}(V_2 - V_{DD} + |V_{tp}|)^2 \quad (3.3)$$

$$\dot{V}_2 = -\frac{\beta_n}{2C_2}(V_1 - V_{tn})^2 + \frac{\beta_p}{2C_2}(V_1 - V_{DD} + |V_{tp}|)^2 \quad (3.4)$$

Es gilt, solange keiner der Transistoren den linearen Bereich erreicht hat und für  $V_{tn} < V_1 < |V_{tp}|$  sowie  $V_{tn} < V_2 < |V_{tp}|$ .

Dieses gekoppelte Differentialgleichungssystem wird weiter vereinfacht. Durch geeignete Wahl der Längen und Breiten der Transistoren kann erreicht werden, dass  $\beta_n = \beta_p = \beta$ . Mit der weiteren Annahme dass  $V_{tn} = |V_{tp}| = V_t$  ergibt sich

$$\dot{V}_1 = -\frac{\beta}{C_1}(V_{DD} - 2V_t)(V_2 - \frac{V_{DD}}{2}) \quad (3.5)$$

$$\dot{V}_2 = -\frac{\beta}{C_2}(V_{DD} - 2V_t)(V_1 - \frac{V_{DD}}{2}). \quad (3.6)$$

Mit den Substitutionen

$$G_1 = \frac{\beta}{C_1}(V_{DD} - 2V_t)$$

$$G_2 = \frac{\beta}{C_2}(V_{DD} - 2V_t)$$

$$U_1 = V_1 - \frac{V_{DD}}{2}$$

$$U_2 = V_2 - \frac{V_{DD}}{2}$$

ergibt sich das gekoppelte Differentialgleichungssystem

$$U_1' = -G_1 U_2$$

$$U_2' = -G_2 U_1.$$

Die Lösung dieses Gleichungssystems lautet

$$U_1(t) = U_1(0) \cosh \sqrt{G_1 G_2} t - U_2(0) \sqrt{\frac{G_1}{G_2}} \sinh \sqrt{G_1 G_2} t \quad (3.7)$$

$$U_2(t) = U_1(0) \sqrt{\frac{G_2}{G_1}} (-\sinh \sqrt{G_1 G_2} t) + U_2(0) \cosh \sqrt{G_1 G_2} t. \quad (3.8)$$

Wir bilden das Kapazitätsverhältnis  $\gamma = \frac{C_2}{C_1} = \frac{G_1}{G_2}$  und erhalten damit die Beziehungen

$$U_1(t) = U_1(0) \cosh \frac{G_1}{\sqrt{\gamma}} t - U_2(0) \sqrt{\gamma} \sinh \frac{G_1}{\sqrt{\gamma}} t \quad (3.9)$$

$$U_2(t) = U_1(0) \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \left( -\sinh \frac{G_1}{\sqrt{\gamma}} t \right) + U_2(0) \cosh \frac{G_1}{\sqrt{\gamma}} t. \quad (3.10)$$

Damit ergibt sich die Differenz  $\Delta U(t) = U_1(t) - U_2(t)$  zu

$$\Delta U(t) = \Delta U(0) \left( \cosh \frac{G_1}{\sqrt{\gamma}} t + \sqrt{\gamma} \sinh \frac{G_1}{\sqrt{\gamma}} t \right) + U_1(0) \frac{1 - \sqrt{\gamma}}{\sqrt{\gamma}} \sinh \frac{G_1}{\sqrt{\gamma}} t. \quad (3.11)$$

Nach der Resubstitution ergeben sich

$$V_1(t) = \frac{V_{DD}}{2} + \left( V_1(0) - \frac{V_{DD}}{2} \right) \cosh \frac{G_1}{\sqrt{\gamma}} t - \left( V_2(0) - \frac{V_{DD}}{2} \right) \sqrt{\gamma} \sinh \frac{G_1}{\sqrt{\gamma}} t \quad (3.12)$$

$$V_2(t) = \frac{V_{DD}}{2} + \left( V_1(0) - \frac{V_{DD}}{2} \right) \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \left( -\sinh \frac{G_1}{\sqrt{\gamma}} t \right) + \left( V_2(0) - \frac{V_{DD}}{2} \right) \cosh \frac{G_1}{\sqrt{\gamma}} t \quad (3.13)$$

und für die Spannungsdifferenz  $\Delta V(t) = V_1(t) - V_2(t)$

$$\Delta V(t) = \Delta V(0) \left( \cosh \frac{G_1}{\sqrt{\gamma}} t + \sqrt{\gamma} \sinh \frac{G_1}{\sqrt{\gamma}} t \right) + \left( V_1(0) - \frac{V_{DD}}{2} \right) \frac{1 - \sqrt{\gamma}}{\sqrt{\gamma}} \sinh \frac{G_1}{\sqrt{\gamma}} t. \quad (3.14)$$

Mit dieser Gleichung werden im Folgenden werden einige typische Fälle untersucht.



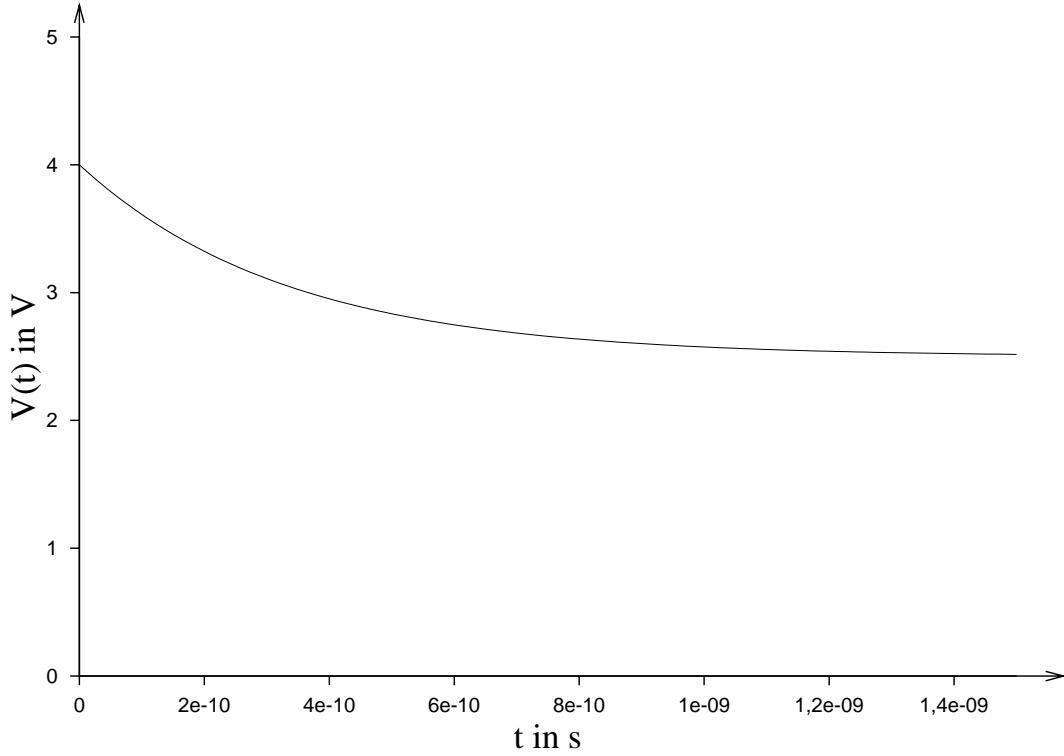


Abbildung 3.4: Fall A1 (ohne Rauschen) für typische Werte

### Fall A1

$$\gamma = 1, \Delta V(0) = 0V$$

Das ist der symmetrische Fall, bei dem  $C_1$  und  $C_2$  gleich sind und keine Ausgangsspannungsdifferenz besteht. Ohne Rauschen würde das System nicht kippen, sondern immer in der Metastabilität bleiben. In der Realität wird allerdings immer ein Rauschen vorhanden sein, das die gekoppelten Inverter mit der Zeit zum Kippen bringt.

$$V_1(t) = V_2(t) = V(t) \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} V(t) &= \frac{V_{DD}}{2}(1 - \cosh G_1 t + \sinh G_1 t) + V_1(0)(\cosh G_1 t - \sinh G_1 t) \\ &= \frac{V_{DD}}{2}(1 - e^{-G_1 t}) + V_1(0)e^{-G_1 t} \\ &= \frac{V_{DD}}{2}\left(1 - e^{-(V_{DD} - 2V_t)\frac{\beta}{C_1}t}\right) + V_1(0)e^{-(V_{DD} - 2V_t)\frac{\beta}{C_1}t} \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\Delta V(t) = 0 \quad (3.17)$$

Abbildung 3.4 zeigt den Spannungsverlauf von Gleichung 3.16 für typische Werte ( $\beta = 10^{-4} \text{A/V}^2$ ,  $V_1(0) = 4V$ ,  $V_{DD} = 5V$ ,  $V_t = 1V$ ,  $C_1 = 100\text{fF}$ ,  $\gamma = 1$ ).

### Fall A2

$$\gamma = 1, \Delta V(0) \neq 0V$$

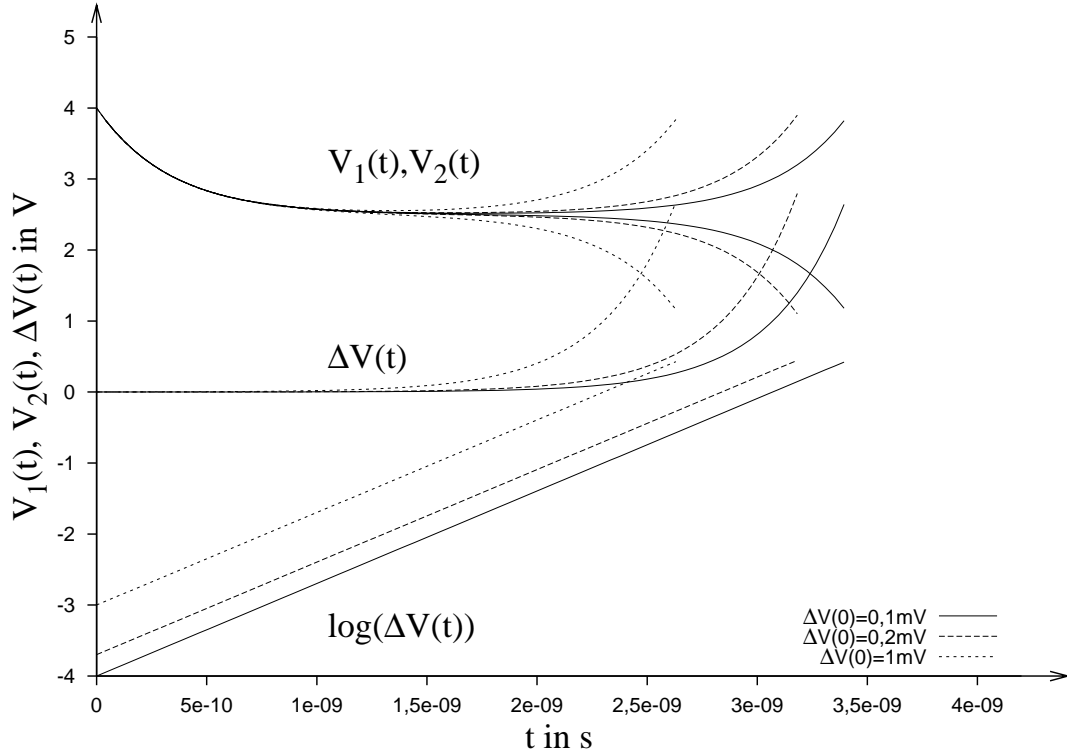


Abbildung 3.5: Fall A2 ( $\Delta V(0) \neq 0$ )

Hier führt eine Spannungsdifferenz zum Zeitpunkt  $t = 0$ s zum Kippen der Stufe.

$$\begin{aligned}
 \Delta V(t) &= \Delta V(0)(\cosh G_1 t + \sinh G_1 t) \\
 &= \Delta V(0) e^{G_1 t} \\
 &= \Delta V(0) e^{(V_{DD} - 2V_t) \frac{\beta}{C_1} t}
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

Abbildung 3.5 zeigt den Spannungsverlauf für typische Werte ( $\beta = 10^{-4} \text{A/V}^2$ ,  $V_t = 1 \text{V}$ ,  $C_1 = 100 \text{fF}$ ) Die Simulation mit einem SPICE-Simulator ergibt das in Bild 3.6 gezeigte Ergebnis. Es wurde ein Parametermodell des verwendeten CMOS-Prozesses verwendet. Zu beachten ist, dass die Simulation bei  $V_{DD}$  begonnen wurde (nur NMOS-Transistoren aktiv) und gleichzeitig die Schwellspannung des p-Kanälers im Modell etwas höher ist als  $1 \text{V}$ . Deshalb verläuft der Logarithmus der Differenzspannung am Anfang nichtlinear. Die Zeit  $t_r$  die benötigt wird, bis die Spannungsdifferenz eine Schwelle  $V_r$  erreicht ( $\Delta V(t_r) = \pm V_r$ ) ergibt sich zu

$$\begin{aligned}
 t_r &= \frac{1}{G_1} \ln \left| \frac{V_r}{\Delta V(0)} \right| \\
 &= \frac{C_1}{\beta(V_{DD} - 2V_t)} \ln \left| \frac{V_r}{\Delta V(0)} \right|
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

Abbildung 3.7 zeigt die Abhängigkeit von  $t_r$  aus Gleichung 3.19.

### Fall A3

$\gamma \neq 1$ ,  $\Delta V(0) = 0 \text{V}$

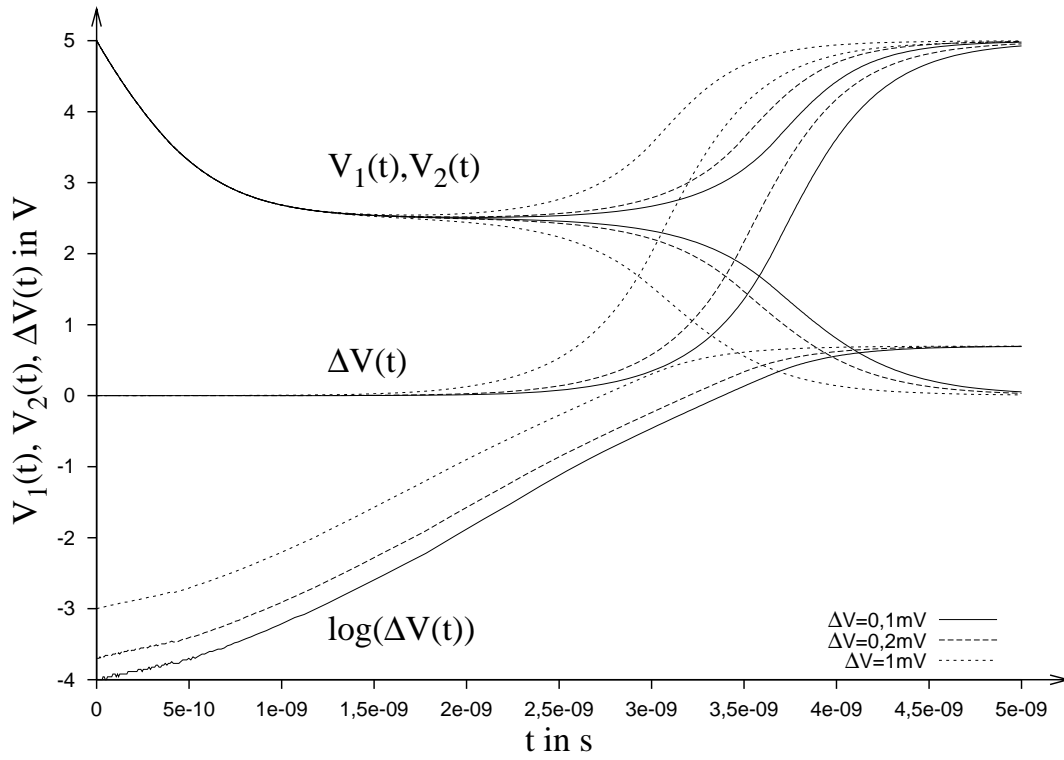


Abbildung 3.6: SPICE-Simulation von Fall A2

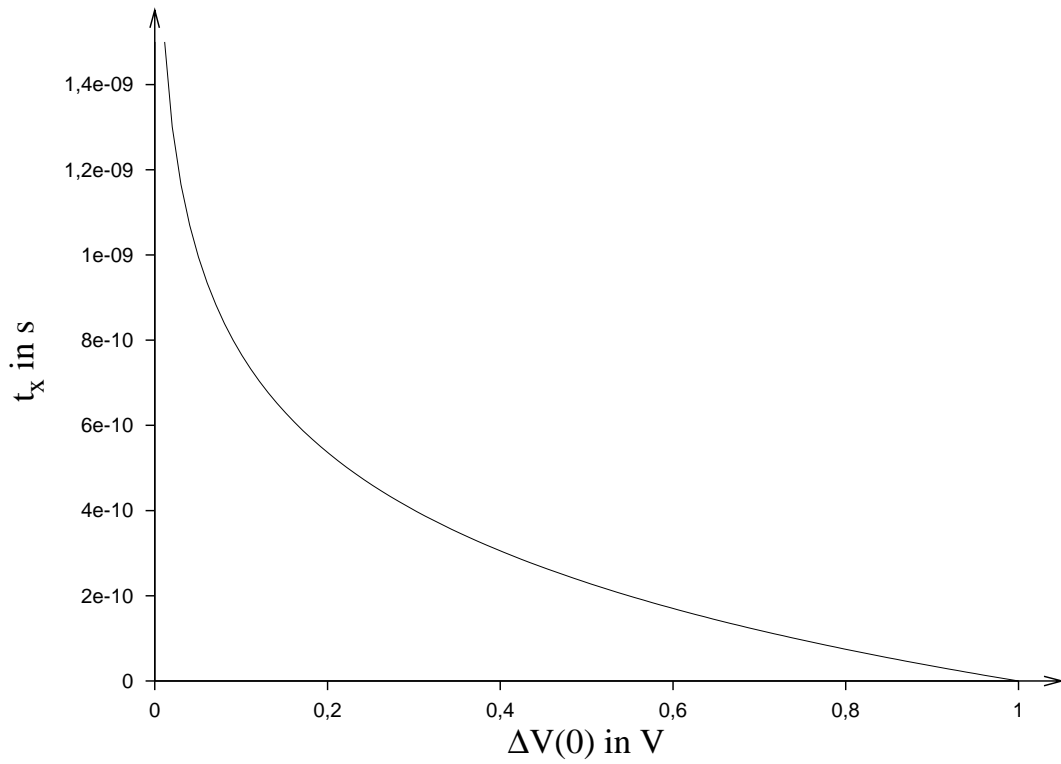


Abbildung 3.7: Fall A2: Zeit  $t_r$  in Abhängigkeit von  $\Delta V(0)$

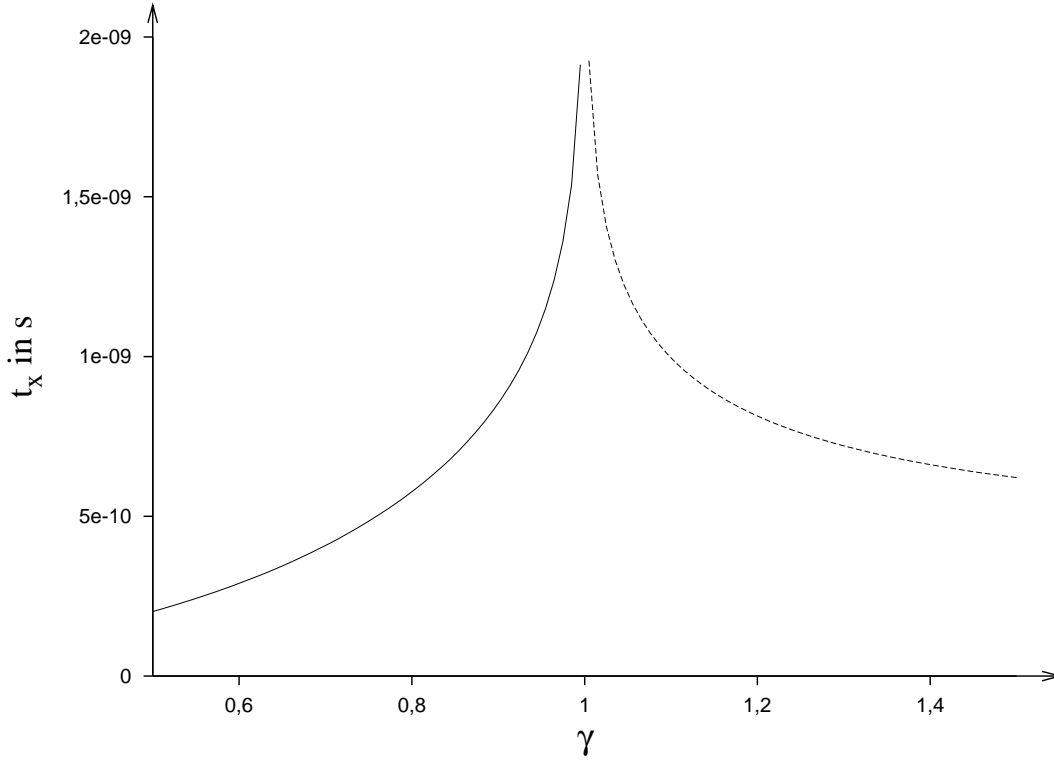


Abbildung 3.8: Fall A3 ( $\gamma \neq 0$ ) für typische Werte

In diesem Fall erfolgt das Kippen wegen der Unsymmetrie der Knotenkapazitäten.

$$\Delta V(t) = \left( V_1(0) - \frac{V_{DD}}{2} \right) \frac{1 - \sqrt{\gamma}}{\sqrt{\gamma}} \sinh \frac{G_1}{\sqrt{\gamma}} t \quad (3.20)$$

Um zu bestimmen, wie lange es braucht, bis sich eine Spannungsdifferenz  $V_r$  eingestellt hat, setzt man  $\Delta V(t_r) = V_r$  für  $\gamma < 1$  und  $\Delta V(t_r) = -V_r$  für  $\gamma > 1$ . Damit ergibt sich die Zeit  $t_r$  zu

$$\begin{aligned} t_r &= \frac{\sqrt{\gamma}}{G_1} \operatorname{arsinh} \frac{2\sqrt{\gamma}(\pm V_r)}{(2V_1(0) - V_{DD})(1 - \sqrt{\gamma})} \\ &= \frac{C_1 \sqrt{\gamma}}{\beta(V_{DD} - 2V_t)} \operatorname{arsinh} \frac{2\sqrt{\gamma}(\pm V_r)}{(2V_1(0) - V_{DD})(1 - \sqrt{\gamma})}. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Abbildung 3.8 zeigt den Spannungsverlauf von Gleichung 3.21 in Abhängigkeit von  $\gamma$  für typische Werte ( $\beta = 10^{-4} \text{A/V}^2$ ,  $V_t = 1\text{V}$ ,  $C_1 = 100\text{fF}$ ).

### 3.1.2 Rückgekoppelte Inverter mit Stromquellen

Gegenüber dem rückgekoppelten Inverterpaar im vorigen Abschnitt werden jetzt zusätzlich noch zwei Stromquellen eingefügt. Diese Ströme können bereits von der zu messenden Größe wie z.B. einem Magnetfeld abhängen. Die Ströme werden im Moment als konstant angesehen, unabhängig von den Spannungen  $V_1$  und  $V_2$ . Damit lauten die Differentialgleichungen

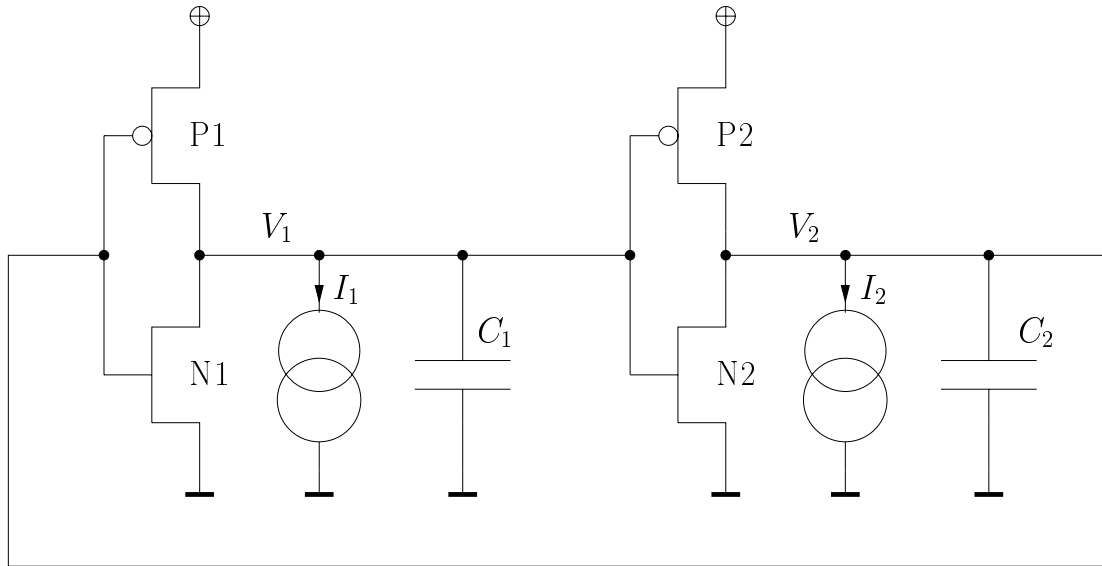


Abbildung 3.9: Rückgekoppelte Inverter mit Stromquellen

$$\dot{V}_1 = -\frac{\beta_n}{2C_1}(V_2 - V_{tn})^2 + \frac{\beta_p}{2C_1}(V_2 - V_{DD} + |V_{tp}|)^2 - \frac{I_1}{C_1} \quad (3.22)$$

$$\dot{V}_2 = -\frac{\beta_n}{2C_2}(V_1 - V_{tn})^2 + \frac{\beta_p}{2C_2}(V_1 - V_{DD} + |V_{tp}|)^2 - \frac{I_2}{C_2}. \quad (3.23)$$

Mit der vereinfachenden Annahme  $\beta_n = \beta_p = \beta$ , was durch geeignete Dimensionierung von  $W$  und  $L$  der MOSFETs erreicht werden kann, ergibt sich

$$\dot{V}_1 = -\frac{\beta(V_{DD} - V_{tn} - |V_{tp}|)}{C_1} \cdot \left( V_2 - \frac{V_{DD}^2 + |V_{tp}|^2 - V_{tn}^2 - 2V_{DD}|V_{tp}|}{2(V_{DD} - V_{tn} - |V_{tp}|)} + \frac{I_1}{\beta(V_{DD} - V_{tn} - |V_{tp}|)} \right) \quad (3.24)$$

$$\dot{V}_2 = -\frac{\beta(V_{DD} - V_{tn} - |V_{tp}|)}{C_2} \cdot \left( V_1 - \frac{V_{DD}^2 + |V_{tp}|^2 - V_{tn}^2 - 2V_{DD}|V_{tp}|}{2(V_{DD} - V_{tn} - |V_{tp}|)} + \frac{I_2}{\beta(V_{DD} - V_{tn} - |V_{tp}|)} \right). \quad (3.25)$$

Jetzt erfolgen einige Substitutionen.

$$G_1 = \frac{\beta(V_{DD} - V_{tn} - |V_{tp}|)}{C_1} \quad (3.26)$$

$$G_2 = \frac{\beta(V_{DD} - V_{tn} - |V_{tp}|)}{C_2} \quad (3.27)$$

$$U_1 = V_1 - \frac{V_{DD}^2 + |V_{tp}|^2 - V_{tn}^2 - 2V_{DD}|V_{tp}|}{2(V_{DD} - V_{tn} - |V_{tp}|)} + \frac{I_1}{\beta(V_{DD} - V_{tn} - |V_{tp}|)} \quad (3.28)$$

$$U_2 = V_2 - \frac{V_{DD}^2 + |V_{tp}|^2 - V_{tn}^2 - 2V_{DD}|V_{tp}|}{2(V_{DD} - V_{tn} - |V_{tp}|)} + \frac{I_2}{\beta(V_{DD} - V_{tn} - |V_{tp}|)} \quad (3.29)$$

Das Gleichungssystem sieht damit aus wie im Falle ohne Ströme.

$$\dot{U}_1 = -G_1 U_2$$

$$\dot{U}_2 = -G_2 U_1$$

Dessen Lösung lautet wie in den Gleichungen 3.7 und 3.8

$$U_1(t) = U_1(0) \cosh \sqrt{G_1 G_2} t - U_2(0) \sqrt{\frac{G_1}{G_2}} \sinh \sqrt{G_1 G_2} t$$

$$U_2(t) = U_1(0) \sqrt{\frac{G_2}{G_1}} (-\sinh \sqrt{G_1 G_2} t) + U_2(0) \cosh \sqrt{G_1 G_2} t.$$

Für die Differenzbildung muss jedoch ein anderer Weg gegangen werden, da die Ströme mit einbezogen sind. Dazu werden weitere Substitutionen vorgenommen.

$$H_1 = \beta(V_{DD} - V_{tn} - |V_{tp}|) \quad (3.30)$$

$$H_2 = \frac{V_{DD}^2 - |V_{tp}|^2 - V_{tn}^2 - 2V_{DD}|V_{tp}|}{2(V_{DD} - V_{tn} - |V_{tp}|)} \quad (3.31)$$

Damit ist

$$U_1(t) = V_1(t) - H_2 + \frac{I_1}{H_1} \quad (3.32)$$

$$U_2(t) = V_2(t) - H_2 + \frac{I_2}{H_1} \quad (3.33)$$

mit den Anfangswerten

$$U_1(0) = V_1(0) - H_2 + \frac{I_1}{H_1}$$

$$U_2(0) = V_2(0) - H_2 + \frac{I_2}{H_1}.$$

Nach der Resubstitution lautet die Lösung

$$V_1(t) = H_2 - \frac{I_1}{H_1} + \left( V_1(0) - H_2 + \frac{I_1}{H_1} \right) \cosh \sqrt{G_1 G_2} t - \left( V_2(0) - H_2 + \frac{I_2}{H_1} \right) \sqrt{\frac{G_1}{G_2}} \sinh \sqrt{G_1 G_2} t \quad (3.34)$$

$$V_2(t) = H_2 - \frac{I_2}{H_1} + \left( V_1(0) - H_2 + \frac{I_1}{H_1} \right) \sqrt{\frac{G_2}{G_1}} (-\sinh \sqrt{G_1 G_2} t) + \left( V_2(0) - H_2 + \frac{I_2}{H_1} \right) \cosh \sqrt{G_1 G_2} t \quad (3.35)$$

Mit der Differenzbildung

$$\Delta V(t) = V_1(t) - V_2(t) \quad (3.36)$$

$$\Delta I = I_1 - I_2 \quad (3.37)$$

sowie dem Kapazitätsverhältnis

$$\gamma = \frac{C_2}{C_1} = \frac{G_1}{G_2} \quad (3.38)$$

folgt

$$\begin{aligned} \Delta V(t) = & \frac{-\Delta I}{H_1} + \left( \Delta V(0) + \frac{\Delta I}{H_1} \right) \cosh \frac{G_1}{\sqrt{\gamma}} t \\ & + \left( \left( \frac{1}{\sqrt{\gamma}} - \sqrt{\gamma} \right) (V_1(0) - H_2 + \frac{I_1}{H_1}) + \sqrt{\gamma} \left( \Delta V(0) + \frac{\Delta I}{H_1} \right) \right) \\ & \cdot \sinh \frac{G_1}{\sqrt{\gamma}} t \end{aligned} \quad (3.39)$$

Schließlich erhalten wir

$$\begin{aligned} \Delta V(t) = & \Delta V(0) \left( \cosh \frac{G_1}{\sqrt{\gamma}} t + \sqrt{\gamma} \sinh \frac{G_1}{\sqrt{\gamma}} t \right) \\ & + \frac{\Delta I}{H_1} \left( \cosh \frac{G_1}{\sqrt{\gamma}} t + \sqrt{\gamma} \sinh \frac{G_1}{\sqrt{\gamma}} t - 1 \right) \\ & + \left( V_1(0) - H_2 + \frac{I_1}{H_1} \right) \left( \frac{1}{\sqrt{\gamma}} - \sqrt{\gamma} \right) \sinh \frac{G_1}{\sqrt{\gamma}} t \end{aligned} \quad (3.40)$$

Im Folgenden werden einige Spezialfälle von Gleichung 3.40 untersucht.

### Fall B1

$$\gamma = 1, \Delta V(0) = 0V, \Delta I = 0A$$

Das ist wiederum der Fall, bei dem ohne Rauschen der metastabile Zustand nicht verlassen wird. Die Spannungsdifferenz ist Null.

$$V(t) = H_2 - \frac{I_1}{H_1} + \left( V_1(0) - H_2 + \frac{I_1}{H_1} \right) e^{G_1 t} \quad (3.41)$$

$$\Delta V(t) = 0$$

### Fall B2

$$\gamma = 1, \Delta V(0) = 0V, \Delta I \neq 0A$$

Das ist der Fall, bei dem eine anfängliche Stromdifferenz besteht und zum Kippen der Schaltung führt.

$$\begin{aligned} \Delta V(t) = & \frac{-\Delta I}{H_1} + \frac{\Delta I}{H_1} \cosh G_1 t + \frac{\Delta I}{H_1} \sinh G_1 t \\ = & \frac{\Delta I}{H_1} (e^{G_1 t} - 1) \end{aligned} \quad (3.42)$$

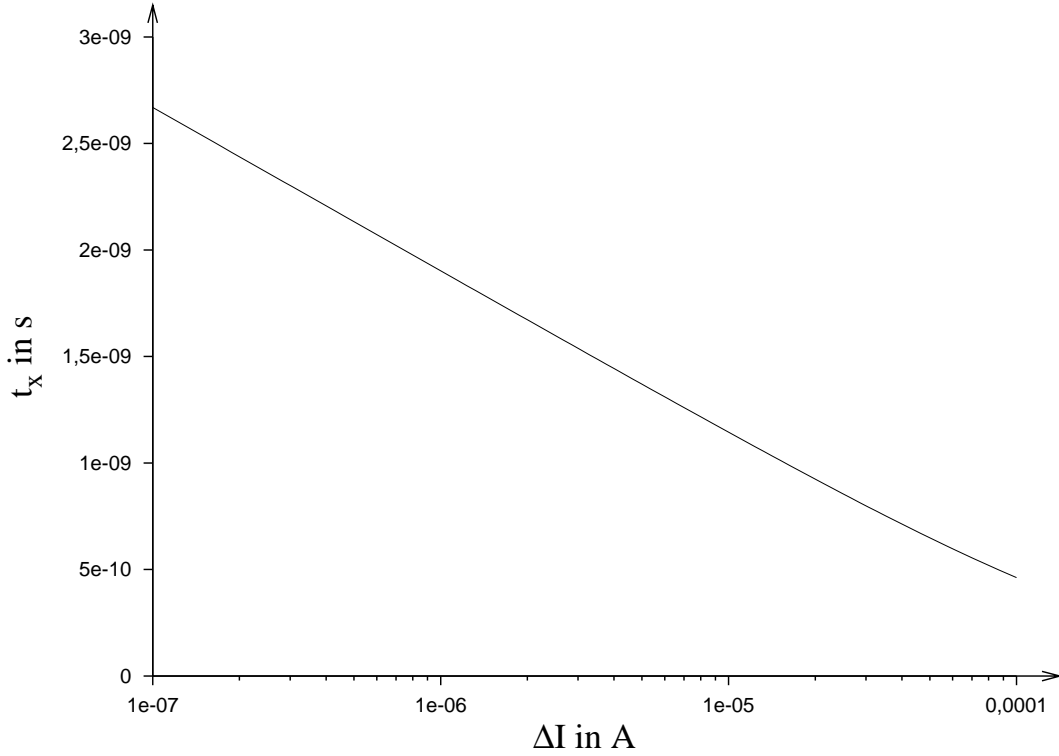


Abbildung 3.10: Fall B2 ( $\gamma = 1$ ,  $\Delta V(0) = 0V$ ) für typische Werte

Es erfolgt eine Fallunterscheidung, je nachdem, ob die Stromdifferenz positiv oder negativ ist. Mit  $\Delta V(t_r) \stackrel{!}{=} V_r$  für  $\Delta I > 0$  und  $\Delta V(t_r) \stackrel{!}{=} -V_r$  für  $\Delta I < 0$  ergibt sich für die Zeit  $t_r$  die Beziehung

$$\begin{aligned}
 t_r &= \frac{1}{G_1} \ln \left( 1 + \frac{\pm V_r H_1}{\Delta I} \right) \\
 &= \frac{C_1}{\beta(V_{DD} - V_{tn} - |V_{tp}|)} \ln \left( 1 + \frac{\pm V_r \beta (V_{DD} - V_{tn} - |V_{tp}|)}{\Delta I} \right). \quad (3.43)
 \end{aligned}$$

Abbildung 3.10 zeigt die Zeit bis zum Erreichen der Spannungsdifferenz  $V_r$  von Gleichung 3.43 in Abhängigkeit von  $\Delta I$  für typische Werte ( $\beta = 10^{-4} \text{A/V}^2$ ,  $V_t = 1V$ ,  $V_r = 1V$ ,  $C_1 = 100\text{fF}$ ).

### Fall B3

$\gamma = 1$ ,  $\Delta I = 0A$ ,  $\Delta V(0) \neq 0V$

In diesem Fall führt eine anfängliche Spannungsdifferenz zwischen den beiden Stromquellen zum Kippen der Stufe. Aus

$$\Delta V(t) = \Delta V(0) e^{G_1 t} \quad (3.44)$$

Mit  $\Delta V(t_r) \stackrel{!}{=} V_r$  für  $\Delta V(0) > 0$  und  $\Delta V(t_r) \stackrel{!}{=} -V_r$  für  $\Delta V(0) < 0$  ergibt sich

$$t_r = \frac{1}{G_1} \ln \frac{\pm V_r}{\Delta V(0)}. \quad (3.45)$$

Abbildung 3.11 zeigt die Zeit bis zum Erreichen der Spannungsdifferenz  $V_r$  von Gleichung 3.45 in Abhängigkeit von  $\Delta V(0)$  für typische Werte ( $\beta = 10^{-4} \text{A/V}^2$ ,  $V_t = 1V$ ,  $V_r = 1V$ ,  $C_1 = 100\text{fF}$ ).



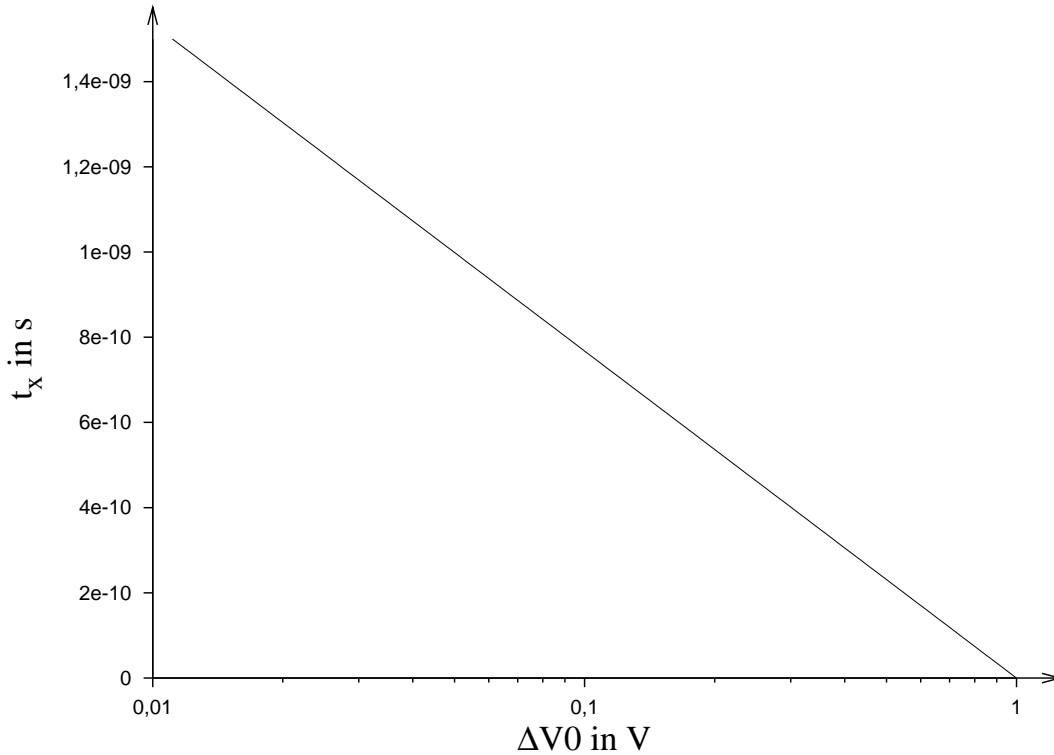


Abbildung 3.11: Fall B3 ( $\gamma = 1$ ,  $\Delta I = 0A$ ) für typische Werte

#### Fall B4

$$\gamma \neq 1, \Delta I = 0A, \Delta V(0) = 0V$$

Hier sind die Ströme gleich und die Anfangsdifferenzspannung ist gleich 0V aber das Kapazitätsverhältnis ist ungleich 1.

$$\Delta V(t) = \left( V_1(0) + \frac{I_1}{H_1} - H_2 \right) \left( \frac{1}{\sqrt{\gamma}} - \sqrt{\gamma} \right) \sinh \frac{G_1}{\sqrt{\gamma}} t \quad (3.46)$$

Mit  $\Delta V(t_r) \stackrel{!}{=} V_r$  für  $\gamma < 1$  und  $\Delta V(t_r) \stackrel{!}{=} -V_r$  für  $\gamma > 1$  ergibt sich

$$t_r = \frac{\sqrt{\gamma}}{G_1} \operatorname{arsinh} \frac{\pm V_r}{\left( V_1(0) + \frac{I_1}{H_1} - H_2 \right) \left( \frac{1}{\sqrt{\gamma}} - \sqrt{\gamma} \right)}. \quad (3.47)$$

Abbildung 3.12 zeigt die Zeit bis zum Erreichen der Spannungsdifferenz  $V_r$  von Gleichung 3.47 in Abhängigkeit von  $\gamma$  für typische Werte ( $\beta = 10^{-4}A/V^2$ ,  $V_t = 1V$ ,  $V_r = 1V$ ,  $C_1 = 100fF$ ).

#### Fall B5

$$\gamma = 1, \Delta V(0) \text{ und } \Delta I \text{ beliebig.}$$

Hier sind die Knotenkapazitäten gleich, die Ströme unterschiedlich und es besteht eine

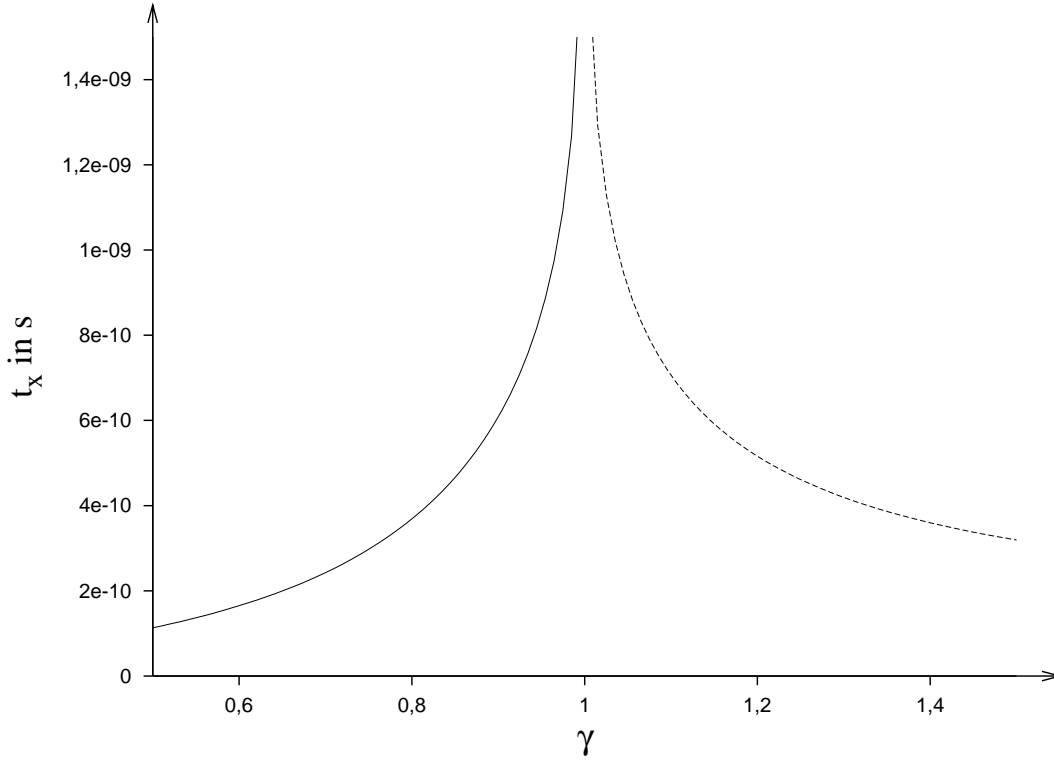


Abbildung 3.12: Fall B4 ( $\gamma \neq 1$ ,  $\Delta V(0) = 0V$ ) für typische Werte

Anfangsspannungsdifferenz.

$$\begin{aligned} \Delta V(t) &= \Delta V(0)e^{G_1 t} + \frac{\Delta I}{H_1} (e^{G_1 t} - 1) \\ &= \left( \Delta V(0) + \frac{\Delta I}{H_1} \right) e^{G_1 t} - \frac{\Delta I}{H_1} \end{aligned} \quad (3.48)$$

Für diesen Fall ist es interessant, eine Beziehung zwischen  $\Delta I$  und  $\Delta V(0)$  herzuleiten, um zu sehen, wie eine Stromdifferenz eine anfängliche Spannungsdifferenz ausgleichen kann. Zum Zeitpunkt  $t_y$  soll die Spannungsdifferenz  $\Delta V(t)$  gleich Null sein.

$$\Delta V(t_y) \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Delta I = \Delta V(0) H_1 \frac{1}{1 - e^{-G_1 t_y}} \quad (3.49)$$

$$= \Delta V(0) \cdot \frac{\beta(V_{DD} - V_{tn} - |V_{tp}|)}{\left(1 - e^{-\beta \frac{V_{DD} - V_{tn} - |V_{tp}|}{C_1} t_y}\right)} \quad (3.50)$$

Abbildung 3.13 zeigt die nach Gleichung 3.50 nötige Stromdifferenz  $\Delta I$  zum Ausgleich einer Anfangsspannungsdifferenz  $\Delta V(0)$  für typische Werte ( $\beta = 10^{-4} \text{ A/V}^2$ ,  $V_t = 1V$ ,  $C_1 = 100\text{fF}$ ).

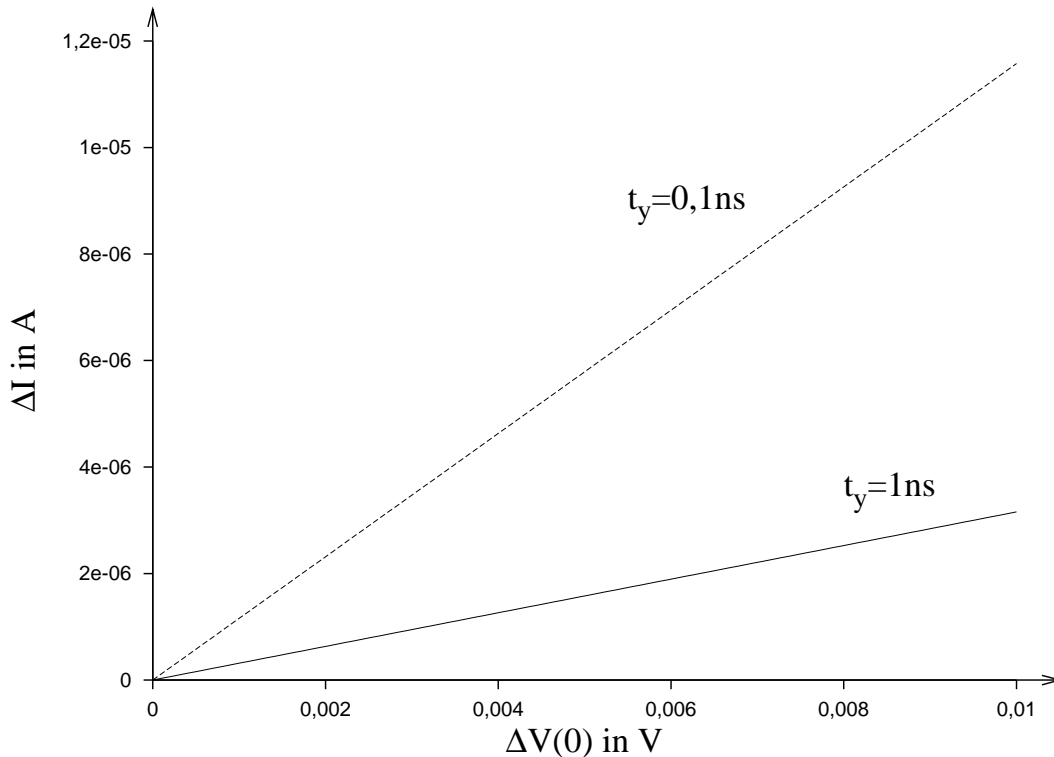


Abbildung 3.13: Fall B5 (Gleichung 3.50) für typische Werte

## 3.2 Rauschen im gekoppelten Inverter

In den folgenden Abschnitten wird der Einfluss des Rauschens auf das Kippverhalten der rückgekoppelten Inverter untersucht. Es wird erst einmal unterschieden zwischen dem Rauschen, das in der Precharge-Phase vorhanden ist, und dem Rauschen, das während dem Kippen vorhanden ist. Die Stromquellen werden dann durch einen MAGFET in der Sättigung ersetzt und schliesslich wird die Wahrscheinlichkeitsverteilung in Abhängigkeit vom Magnetfeld und anderen Randbedingungen hergeleitet.

### 3.2.1 Rauschen der Anfangsdifferenzspannung

Bei dem stochastischen Sensor wird in der Precharge-Phase die Schaltung der rückgekoppelten Inverter in einen metastabilen Zustand gebracht. Dies geschieht durch spezielle Precharge-Transistoren. In diesem Zustand ist die Spannungsdifferenz  $\Delta V(t)$  gleich oder nahe bei Null. Da die Precharge-Transistoren rauschbehaftet sind, wird man eine gewisse Wahrscheinlichkeitsverteilung von  $\Delta V(0)$  erhalten. Wenn man alle Transistoren außer den Precharge-Transistoren vorläufig als rauschfrei betrachtet, so kann man die Verteilung der Differenzspannungen über die Zeit berechnen. Es sei  $\Delta V(0)$  normalverteilt mit dem Mittelwert  $\mu_{V0}$  und der Standardabweichung  $\sigma_{V0}$ . Damit ist die Verteilung von  $\Delta V(0)$  zum Zeitpunkt Null gleich

$$p(\Delta V, 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{V0}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta V - \mu_{V0}}{\sigma_{V0}}\right)^2} . \quad (3.51)$$

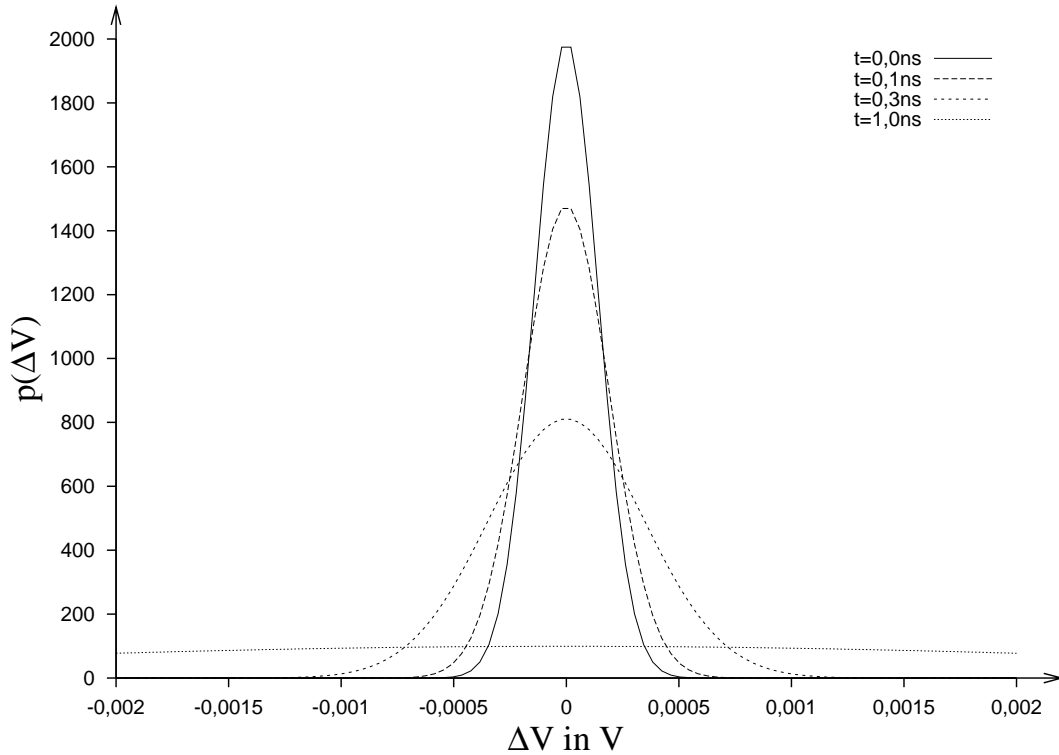


Abbildung 3.14: Entwicklung der Wahrscheinlichkeitsdichte von  $\Delta V$  für  $\mu_{V0} = 0V$  und  $\sigma_{V0} = 200\mu V$

Diese Verteilung der Anfangsdifferenzspannung entwickelt sich dann über die Zeit. Mit Gleichung 3.48 ergibt sich dafür

$$p(\Delta V, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{V0}e^{G_1t}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta V - \left(\mu_{V0} + \frac{\Delta I}{H_1}\right)e^{G_1t} + \frac{\Delta I}{H_1}}{\sigma_{V0}e^{G_1t}}\right)^2}. \quad (3.52)$$

Wie sich die Wahrscheinlichkeitsdichte nach Gleichung 3.52 über die Zeit entwickelt zeigen die Abbildungen 3.14 bis 3.16 für verschiedene Fälle.

Mit dem zeitabhängigen Mittelwert

$$\mu_V(t) = \left(\mu_{V0} + \frac{\Delta I}{H_1}\right)e^{G_1t} - \frac{\Delta I}{H_1} \quad (3.53)$$

und der zeitabhängigen Standardabweichung

$$\sigma_V(t) = \sigma_{V0}e^{G_1t} \quad (3.54)$$

ergibt sich das Wahrscheinlichkeitsintegral von Gleichung 3.52 zu

$$P(\Delta V, t) = \Phi\left(\frac{\Delta V - \left(\mu_{V0} + \frac{\Delta I}{H_1}\right)e^{G_1t} + \frac{\Delta I}{H_1}}{\sigma_{V0}e^{G_1t}}\right). \quad (3.55)$$

Die entsprechenden Wahrscheinlichkeitsintegrale aus Gleichung 3.55 in Abhängigkeit von der Zeit sind in den Abbildungen 3.17 bis 3.19 dargestellt.

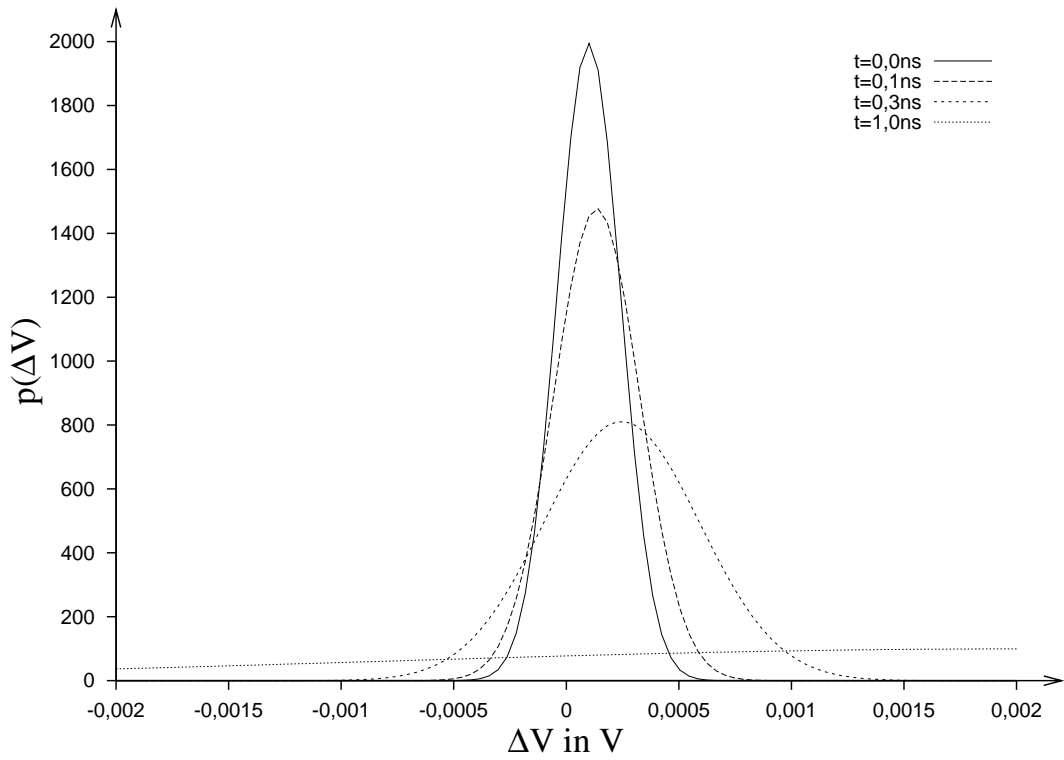


Abbildung 3.15: Wahrscheinlichkeitsdichte bei  $\mu_{V0} = 100\mu\text{V}$  und  $\sigma_{V0} = 200\mu\text{V}$

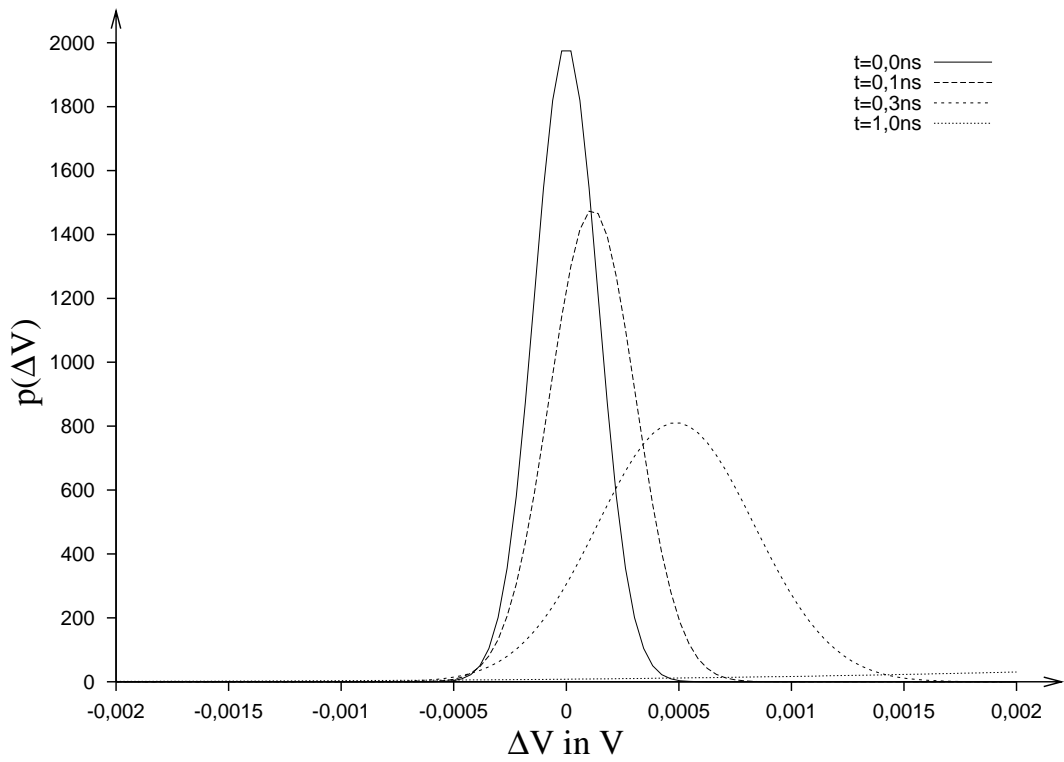


Abbildung 3.16: Wahrscheinlichkeitsdichte bei  $\mu_{V0} = 0\text{V}$ ,  $\sigma_{V0} = 200\mu\text{V}$  und  $\Delta I = 0, 1\mu\text{A}$

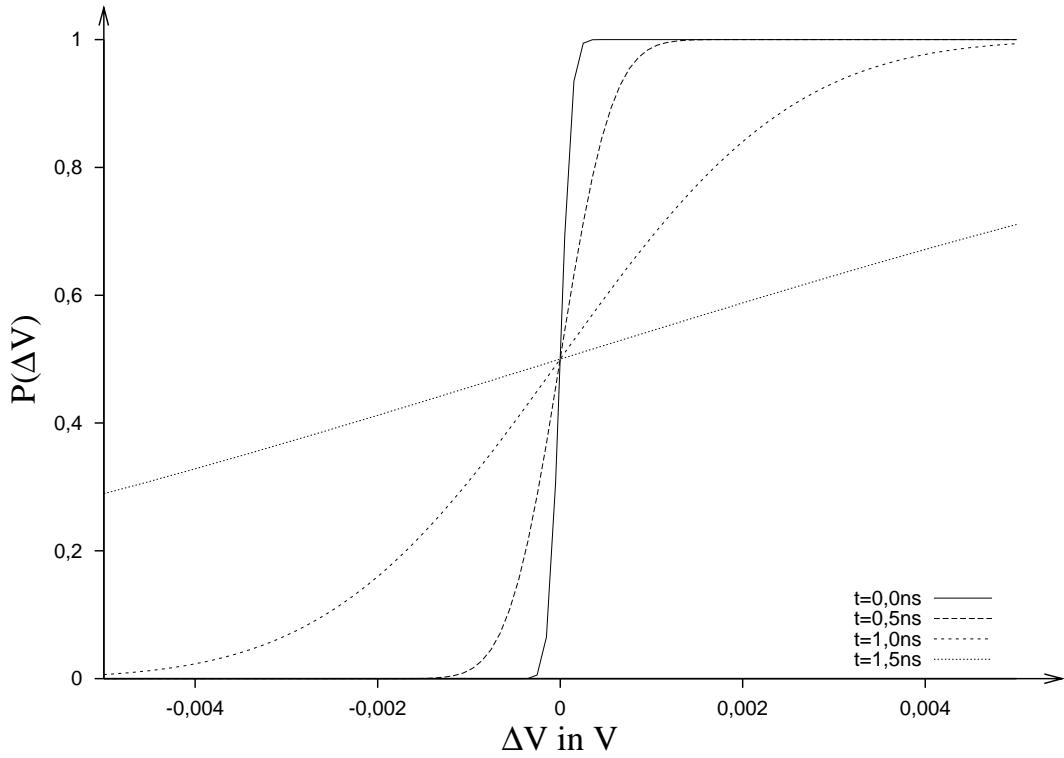


Abbildung 3.17: Wahrscheinlichkeitsintegrale für  $\mu_{V0} = 0V$  und  $\sigma_{V0} = 200\mu V$

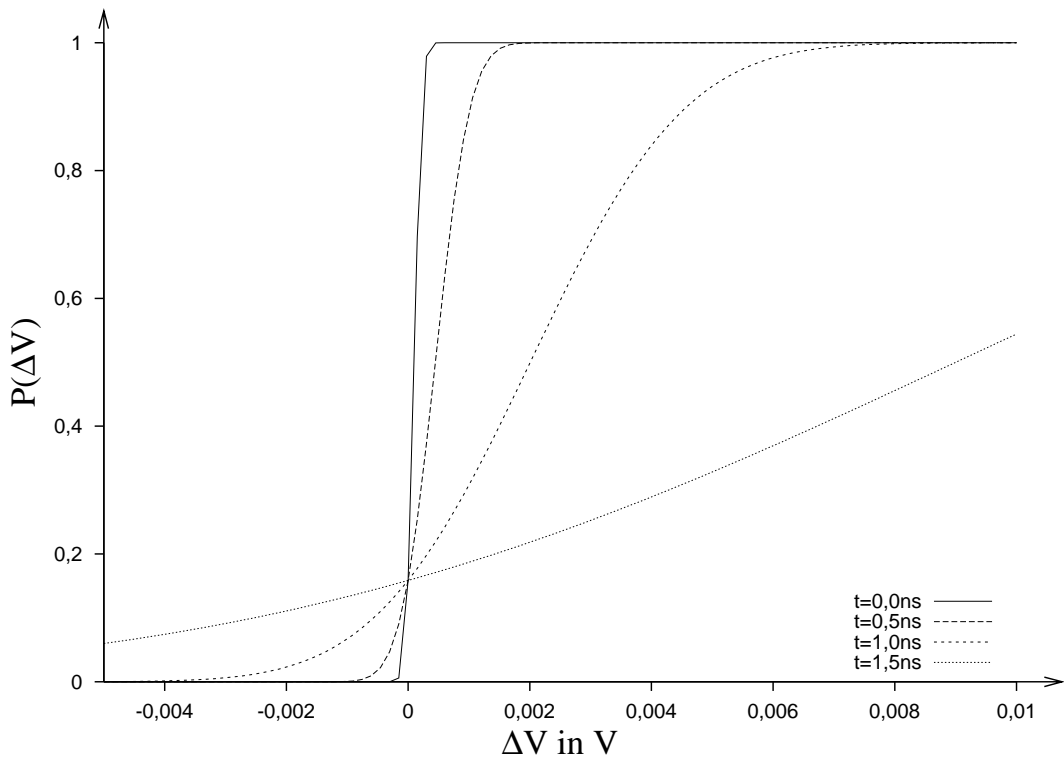


Abbildung 3.18: Wahrscheinlichkeitsintegrale für  $\mu_{V0} = 100\mu V$  und  $\sigma_{V0} = 200\mu V$

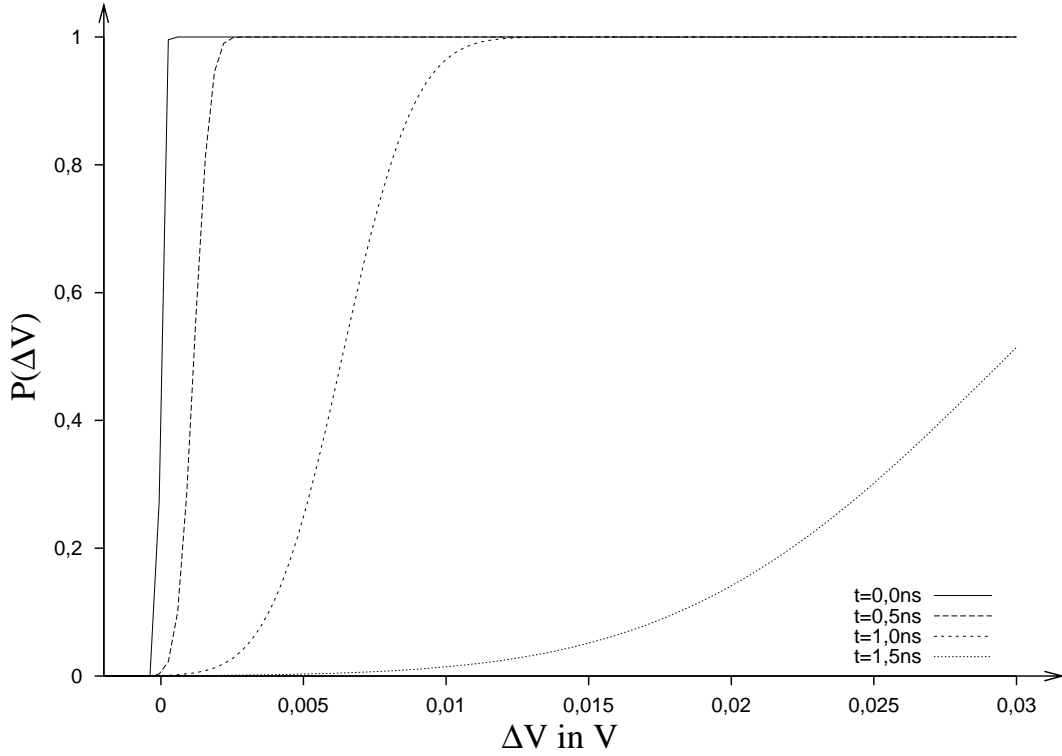


Abbildung 3.19: Wahrscheinlichkeitsintegrale für  $\mu_{V0} = 0V$ ,  $\sigma_{V0} = 200\mu V$  und  $\Delta I = 0,1\mu A$

Betrachten wir noch einmal den metastabilen Zustand. Der metastabile Zustand gilt erst als verlassen, wenn die Differenzspannung so groß geworden ist, dass das Kippen in eine Richtung eindeutig ist und die Wahrscheinlichkeit, dass die Stufe noch in die andere Richtung kippt, nahezu Null ist. Um die Grenze zwischen Metastabilität und Gekipptsein zu definieren, wird eine Schwelle  $V_r$  festgelegt. Der metastabile Zustand gilt dann als verlassen, wenn  $|\Delta V(t)| > V_r$ . Dies erfolgt nach der Zeit  $t_r$ . Beträgt die Evaluierungszeit  $t_p$ , so bleibt das System im metastabilen Zustand, wenn  $t_r > t_p$ . Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das System im metastabilen Zustand bleibt, ist damit

$$P_{meta} = P(t_r > t_p) \text{ bei einem fest gewählten } \Delta V(t) = V_r.$$

Die Zeit  $t_r$  ist im allgemeinen Fall eine Funktion von  $\Delta V(0)$ ,  $\Delta I$  und  $\gamma$ .

$$t_r = f(\Delta V(0), \Delta I, \gamma)$$

Über die Umkehrfunktion können die Werte von  $\Delta V(0)$ ,  $\Delta I$  und  $\gamma$  bestimmt werden, mit denen gerade  $t_r = t_p$  erreicht wird. Als Beispiel wird jetzt der Fall B3 genommen, bei dem  $t_r$  nur von  $\Delta V(0)$  abhängt. Die Umkehrfunktion der Gleichung (3.45) lautet

$$\Delta V(0) = \pm V_r e^{-G_1 t_r}. \quad (3.56)$$

Damit kann der Bereich von  $\Delta V(0)$  bestimmt werden, bei dem die gekoppelten Inverter in der Metastabilität bleiben und zwar bei

$$-\Delta V_r(0) = -V_r e^{-G_1 t_r} < \Delta V(0) < V_r e^{-G_1 t_r} = \Delta V_r(0). \quad (3.57)$$

Kennt man die Wahrscheinlichkeitsverteilung von  $\Delta V(0)$ , so kann man daraus die Wahrscheinlichkeit der Metastabilität berechnen.

$$P_{meta} = P(t_r > t_p) = \int_{-\Delta V_r(0)}^{\Delta V_r(0)} p(\Delta V', 0) d\Delta V' \quad (3.58)$$

Der Ausgang der Schaltung liefert eine '1', wenn  $\Delta V > V_r$  und eine '0', wenn  $\Delta V < -V_r$ . An dieser Stelle wird jetzt unterschieden zwischen dem symmetrischen und dem asymmetrischen Fall.

**Symmetrischer Fall:**  $\mu_{V0} = 0$

Falls  $\Delta V(0)$  normalverteilt ist mit dem Mittelwert  $\mu_{V0} = 0V$  und einer Standardabweichung  $\sigma_{V0} \neq 0V$ , so beträgt die Wahrscheinlichkeit der Metastabilität

$$\begin{aligned} P_{meta} &= 2 \int_0^{\Delta V_r(0)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{V0}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta V(0)}{\sigma_{V0}}\right)^2} d\Delta V(0) \\ &= 2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\frac{\Delta V_r(0)}{\sigma_{V0}}} e^{-\frac{1}{2}y^2} dy. \end{aligned} \quad (3.59)$$

Dabei ist

$$\Delta V_r(0) = V_r e^{-G_1 t_r} = V_r e^{-\frac{\beta}{C_1}(V_{DD} - V_{tn} - |V_{tp}|)t_r}. \quad (3.60)$$

Daraus erhält man

$$\begin{aligned} P_{meta} &= 2\Phi_0\left(\frac{V_r}{\sigma_{V0}} e^{-G_1 t_r}\right) \\ &= 2\Phi_0\left(\frac{V_r}{\sigma_{V0}} e^{-\frac{\beta}{C_1}(V_{DD} - V_{tn} - |V_{tp}|)t_r}\right). \end{aligned} \quad (3.61)$$

Die Wahrscheinlichkeiten für die Einsen und Nullen als Ergebnis der gekippten Inverstufen sind im symmetrischen Fall identisch und lauten hier

$$P_1 = P_0 = 0,5 - \Phi_0\left(\frac{V_r}{\sigma_{V0}} e^{-\frac{\beta}{C_1}(V_{DD} - V_{tn} - |V_{tp}|)t_r}\right). \quad (3.62)$$

**Asymmetrischer Fall:**  $\mu_{V0} \neq 0$

Für den Fall, dass  $\Delta V(0)$  normalverteilt ist mit einem Mittelwert  $\mu_{V0} \neq 0$  und einer Standardabweichung  $\sigma_{V0} \neq 0$ , so gilt für die Wahrscheinlichkeit der Metastabilität

$$P_{meta} = \int_{-\Delta V_r(0)}^{\Delta V_r(0)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{V0}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y - \mu_{V0}}{\sigma_{V0}}\right)^2} dy. \quad (3.63)$$



Dabei gilt identisch zum symmetrischen Fall

$$\Delta V(0)_r = V_r e^{-G_1 t_r} = V_r e^{-\frac{\beta}{C_1}(V_{DD} - V_{tn} - |V_{tp}|)t_r} \quad (3.64)$$

und es folgt

$$\begin{aligned} P_{meta} &= \Phi\left(\frac{V_r e^{-G_1 t_r - \mu_{V0}}}{\sigma_{V0}}\right) - \Phi\left(\frac{-V_r e^{-G_1 t_r - \mu_{V0}}}{\sigma_{V0}}\right) \\ &= \Phi\left(\frac{V_r e^{-\frac{t_r}{C_1}\beta(V_{DD} - V_{tn} - |V_{tp}|) - \mu_{V0}}}{\sigma_{V0}}\right) \\ &\quad - \Phi\left(\frac{-V_r e^{-\frac{t_r}{C_1}\beta(V_{DD} - V_{tn} - |V_{tp}|) - \mu_{V0}}}{\sigma_{V0}}\right) \end{aligned} \quad (3.65)$$

Die Wahrscheinlichkeiten für die Einsen und Nullen als Ergebnis der gekippten Inverterstufen im asymmetrischen Fall lauten

$$\begin{aligned} P_1 &= 1 - \Phi\left(\frac{V_r e^{-G_1 t_r - \mu_{V0}}}{\sigma_{V0}}\right) \\ &= 1 - \Phi\left(\frac{V_r e^{-\frac{t_r}{C_1}\beta(V_{DD} - V_{tn} - |V_{tp}|) - \mu_{V0}}}{\sigma_{V0}}\right) \end{aligned} \quad (3.66)$$

und

$$\begin{aligned} P_0 &= \Phi\left(\frac{-V_r e^{-G_1 t_r - \mu_{V0}}}{\sigma_{V0}}\right) \\ &= \Phi\left(\frac{-V_r e^{-\frac{t_r}{C_1}\beta(V_{DD} - V_{tn} - |V_{tp}|) - \mu_{V0}}}{\sigma_{V0}}\right). \end{aligned} \quad (3.67)$$

In den Abbildungen 3.20 und 3.21 wird die Abhängigkeit der Wahrscheinlichkeit der Metastabilität von der Standardabweichung der Spannungsdifferenz  $\Delta V(0)$  und vom Quotienten der Zeit  $t_r$  und der Knotenkapazität in der Schaltung  $C_1$  deutlich.

Um abzuschätzen, wie eine Stromdifferenz  $\Delta I$  zwischen den beiden Eingängen der Inverter die Wahrscheinlichkeitsverteilung verschiebt (Fall B5), wird aus Gleichung (3.50) die äquivalente Spannungsdifferenz zum Zeitpunkt Null berechnet (mit  $t_y = t_r$ ).

$$\Delta V(0) = \Delta I \cdot \frac{1 - e^{-\frac{t_r}{C_1}\beta(V_{DD} - V_{tn} - |V_{tp}|)}}{\beta(V_{DD} - V_{tn} - |V_{tp}|)} \quad (3.68)$$

Wenn man von einem Mittelwert  $\Delta V(0) = 0V$  ausgeht, was im Allgemeinen der Fall sein wird, vorausgesetzt die Ladungseinkopplungen über die Kapazitäten der Precharge-Transistoren sind nicht zu unterschiedlich, lauten die Gleichungen (3.65), (3.66) und

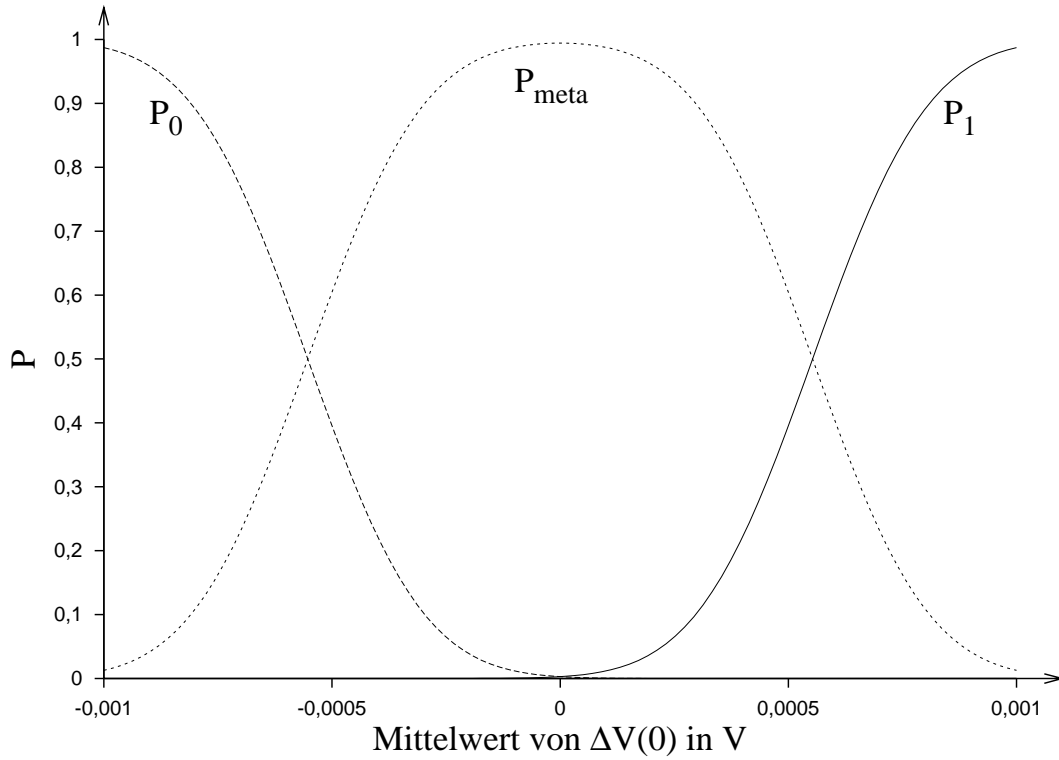


Abbildung 3.20: Entscheidungswahrscheinlichkeiten in Abhängigkeit vom Mittelwert von  $\Delta V(0)$ ,  $C_1 = 100\text{fF}$ ,  $t_r = 2,5\text{ns}$ ,  $\sigma_{V0} = 200\mu\text{V}$

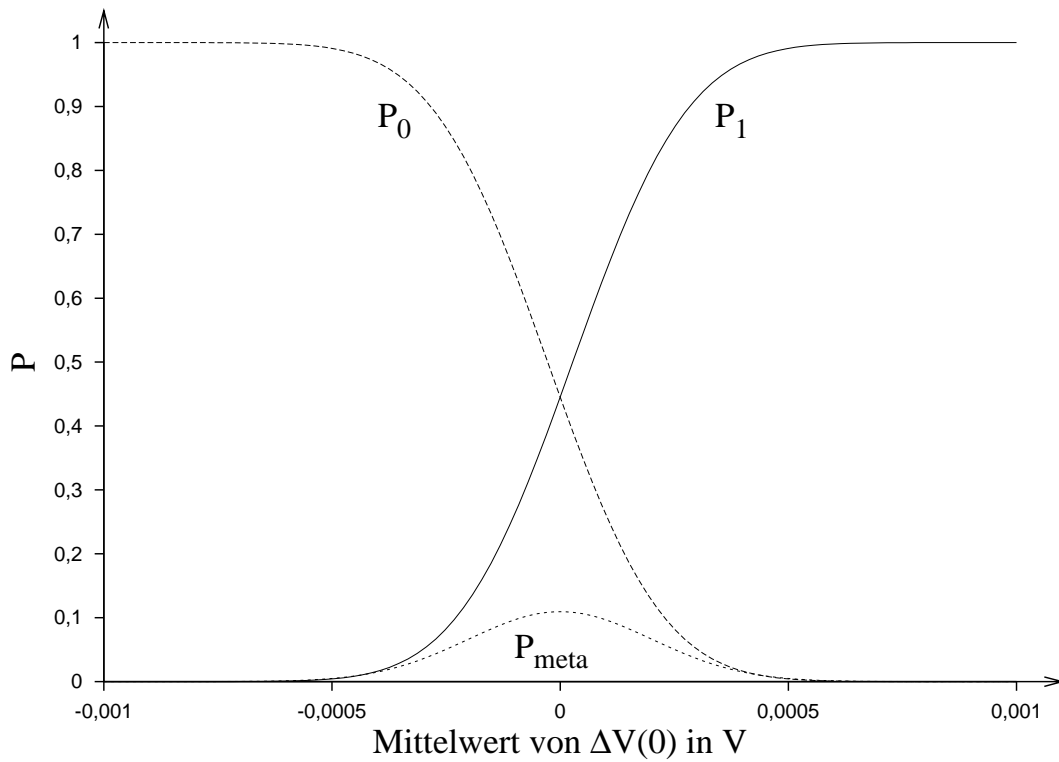


Abbildung 3.21: Entscheidungswahrscheinlichkeiten in Abhängigkeit vom Mittelwert von  $\Delta V(0)$ ,  $C_1 = 100\text{fF}$ ,  $t_r = 3,5\text{ns}$ ,  $\sigma_{V0} = 200\mu\text{V}$

(3.67) mit  $H_1 = \beta(V_{DD} - V_{tn} - |V_{tp}|)$  folgendermaßen.

$$P_1 = 1 - \Phi\left(\frac{\frac{-\Delta I}{H_1} + \left(\frac{\Delta I}{H_1} + V_r\right) e^{-\frac{t_r}{C_1} H_1}}{\sigma_{V_0}}\right) \quad (3.69)$$

$$P_0 = \Phi\left(\frac{\frac{-\Delta I}{H_1} + \left(\frac{\Delta I}{H_1} - V_r\right) e^{-\frac{t_r}{C_1} H_1}}{\sigma_{V_0}}\right) \quad (3.70)$$

$$P_{meta} = 1 - P_1 - P_0 \quad (3.71)$$

### 3.2.2 Stochastische Differentialgleichung für die Differenzspannung

Neben dem Rauschen der Precharge-Transistoren, die nur zu Beginn des Kippvorgangs als festes  $\Delta V_0$  in die Gleichungen eingehen, gibt es die Rauschbeiträge der Transistoren des rückgekoppelten Inverters und das Rauschen der Stromquellen. Diese Rauschbeiträge kann man als ein Rauschen der Differenzspannung  $\Delta V$  modellieren. Es bietet sich an, dafür eine stochastische Differentialgleichung aufzustellen und als deren Lösung die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Endzustände zu erhalten.

Betrachten wir noch einmal den Fall B5 mit der Differenzspannung aus Gleichung 3.48.

$$\Delta V(t) = \left(\Delta V(0) + \frac{\Delta I}{H_1}\right) e^{G_1 t} - \frac{\Delta I}{H_1}$$

Die Ableitung dieser Gleichung nach der Zeit lautet

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta V(t)}{dt} &= G_1 \left(\Delta V(0) + \frac{\Delta I}{H_1}\right) e^{G_1 t} \\ &= G_1 \Delta V(t) + G_1 \frac{\Delta I}{H_1}. \end{aligned} \quad (3.72)$$

Die Summe der vorhandenen Rauschströme führt zu einem Rauschen in  $\Delta V$ . Unter der Annahme, dass es sich bei diesem Rauschen um weißes Rauschen handelt, können wir folgende stochastische Differentialgleichung aufstellen.

$$\frac{d\Delta V(t)}{dt} = G_1 \Delta V(t) + G_1 \frac{\Delta I}{H_1} + \sqrt{G_1 g^2} \xi(t) \quad (3.73)$$

Sie stellt eine Langevin-Gleichung nach 2.102 dar. Darin ist  $\xi(t)$  ein Gaußprozess mit dem Mittelwert

$$E\{\xi(t)\} = 0 \quad (3.74)$$

und der Kovarianz

$$E\{\xi(t)\xi(t')\} = \delta(t - t'). \quad (3.75)$$

Das weiße Rauschen wird dabei mit einem Faktor  $g$  gewichtet, der von den Rauschströmen der MOSFETs und der Stromquellen abhängt.

Gleichung 3.73 ist eine lineare Differentialgleichung mit stochastischer Komponente. Da der Faktor vor  $\xi(t)$  nicht von  $\Delta V(t)$  abhängt, sind Itô-Kalkül und Stratonovich-Kalkül identisch. Eine allgemeine Lösung der Differentialgleichung ohne den stochastischen Term hat den integrierender Faktor

$$\begin{aligned} M(t) &= e^{\int -G_1 dt} \\ &= e^{-G_1 t} \end{aligned} \quad (3.76)$$

und damit lautet die Lösung mit stochastischem Term

$$\Delta V(t) = \frac{1}{M(t)} \left( \int_0^t \left( G_1 \frac{\Delta I}{H_1} + \sqrt{G_1} g \xi(t') \right) M(t') dt' + K \right). \quad (3.77)$$

Wird  $M(t)$  eingesetzt erhält man

$$\Delta V(t) = e^{G_1 t} \left( \int_0^t \left( G_1 \frac{\Delta I}{H_1} + \sqrt{G_1} g \xi(t') \right) e^{-G_1 t'} dt' + K \right) \quad (3.78)$$

und daraus

$$\Delta V(t) = K e^{G_1 t} + e^{G_1 t} G_1 \frac{\Delta I}{H_1} \int_0^t e^{-G_1 t'} dt' + e^{G_1 t} \sqrt{G_1} g \int_0^t \xi(t') e^{-G_1 t'} dt' \quad (3.79)$$

$$\Delta V(t) = K e^{G_1 t} + e^{G_1 t} G_1 \frac{\Delta I}{H_1} \left( \frac{-1}{G_1} e^{-G_1 t} + K_2 \right) + e^{G_1 t} \sqrt{G_1} g \int_0^t \xi(t') e^{-G_1 t'} dt' \quad (3.80)$$

$$\Delta V(t) = \left( K + K_2 G_1 \frac{\Delta I}{H_1} \right) e^{G_1 t} - \frac{\Delta I}{H_1} + e^{G_1 t} \sqrt{G_1} g \int_0^t \xi(t') e^{-G_1 t'} dt'. \quad (3.81)$$

Mit dem Anfangswert  $\Delta V(0)$  ergibt sich

$$\Delta V(t) = \left( \Delta V(0) + \frac{\Delta I}{H_1} \right) e^{G_1 t} - \frac{\Delta I}{H_1} + e^{G_1 t} \sqrt{G_1} g \int_0^t \xi(t') e^{-G_1 t'} dt'. \quad (3.82)$$

Da die Integration eine lineare Operation ist und  $\xi(t)$  eine Gauss'sche Zufallsvariable, muss auch  $\Delta V(t)$  eine gaussverteilte Zufallsvariable sein.<sup>1</sup> Ihr Mittelwert lautet

$$\begin{aligned} E\{\Delta V(t)\} &= E\left\{ \left( \Delta V(0) + \frac{\Delta I}{H_1} \right) e^{G_1 t} \right\} - E\left\{ \frac{\Delta I}{H_1} \right\} \\ &\quad + E\left\{ e^{G_1 t} \sqrt{G_1} g \int_0^t \xi(t') e^{-G_1 t'} dt' \right\}. \end{aligned} \quad (3.83)$$

---

<sup>1</sup>An dieser Stelle soll nicht näher ausgeführt werden, warum  $\xi(t)$  integrierbar ist. Es wird auf [54] und [71] verwiesen.

Unter Berücksichtigung von Gleichung 3.74 erhält man für den Mittelwert

$$E\{\Delta V(t)\} = \left( \Delta V(0) + \frac{\Delta I}{H_1} \right) \cdot e^{G_1 t} - \frac{\Delta I}{H_1}. \quad (3.84)$$

Die Varianz von  $\Delta V(t)$  beträgt

$$E\{\Delta V(t)^2\} - E\{\Delta V(t)\}^2. \quad (3.85)$$

Dabei ist

$$\begin{aligned} E\{\Delta V(t)^2\} &= E\left\{ \left[ \left( \Delta V(0) + \frac{\Delta I}{H_1} \right) e^{G_1 t} - \frac{\Delta I}{H_1} \right]^2 \right\} \\ &+ E\left\{ 2 \left( \Delta V(0) + \frac{\Delta I}{H_1} \right) e^{G_1 t} - \frac{\Delta I}{H_1} \right\} e^{G_1 t} G_1 g \int_0^t \xi(t') e^{-G_1 t'} dt' \Big\} \\ &+ E\left\{ \left[ e^{G_1 t} \sqrt{G_1 g} \int_0^t \xi(t') e^{-G_1 t'} dt' \right]^2 \right\}. \end{aligned} \quad (3.86)$$

Mit den Gleichungen 3.74 und 3.84 ergibt sich

$$\begin{aligned} E\{\Delta V(t)^2\} &= E\{\Delta V(t)\}^2 \\ &+ E\left\{ e^{2G_1 t} G_1 g^2 \int_0^t e^{-G_1 t'} \int_0^{t'} e^{-G_1 t''} \xi(t') \xi(t'') dt'' dt' \right\} \end{aligned} \quad (3.87)$$

und mit Gleichung 3.75 folgt daraus

$$E\{\Delta V(t)^2\} = E\{\Delta V(t)\}^2 + e^{2G_1 t} G_1 g^2 \int_0^t e^{-2G_1 t'} dt' \quad (3.88)$$

$$= E\{\Delta V(t)\}^2 + \frac{g^2}{2} \left( e^{2G_1 t} - 1 \right). \quad (3.89)$$

Die Varianz von  $\Delta V(t)$  lautet somit

$$E\{\Delta V(t)^2\} - E\{\Delta V(t)\}^2 = \frac{g^2}{2} \left( e^{2G_1 t} - 1 \right). \quad (3.90)$$

Damit ist  $\Delta V(t)$  ein Gauss-Prozess dessen Mittelwert die Gleichung 3.84 und dessen Varianz die Gleichung 3.90 darstellt. Seine zeitabhängige Wahrscheinlichkeitsdichte lautet

$$p(\Delta V, t) = \frac{1}{\sqrt{\pi g^2 \left( e^{2G_1 t} - 1 \right)}} e^z \quad (3.91)$$

mit

$$z = - \frac{\left( \Delta V - \left( \Delta V(0) + \frac{\Delta I}{H_1} \right) \cdot e^{G_1 t} + \frac{\Delta I}{H_1} \right)^2}{g^2 \left( e^{2G_1 t} - 1 \right)}. \quad (3.92)$$

Definieren wir hier nun wieder eine Schwelle  $\pm\Delta V_r$ , so können wir die Wahrscheinlichkeiten für '1', '0' und Metastabilität wie folgt schreiben.

$$P_1(t) = \int_{\Delta V_r}^{\infty} p(\Delta V, t) d\Delta V \quad (3.93)$$

$$P_{meta}(t) = \int_{-\Delta V_r}^{\Delta V_r} p(\Delta V, t) d\Delta V \quad (3.94)$$

$$P_0(t) = \int_{-\infty}^{-\Delta V_r} p(\Delta V, t) d\Delta V \quad (3.95)$$

Mit dem Wahrscheinlichkeitsintegral der normierten und zentrierten Normalverteilung lauten die Wahrscheinlichkeiten

$$P_1(t) = 0,5 - \Phi_0\left(\frac{\Delta V_r - \left(\Delta V(0) + \frac{\Delta I}{H_1}\right) \cdot e^{G_1 t} + \frac{\Delta I}{H_1}}{\sqrt{\frac{g^2}{2} (e^{2G_1 t} - 1)}}\right) \quad (3.96)$$

$$P_0(t) = 0,5 + \Phi_0\left(\frac{-\Delta V_r - \left(\Delta V(0) + \frac{\Delta I}{H_1}\right) \cdot e^{G_1 t} + \frac{\Delta I}{H_1}}{\sqrt{\frac{g^2}{2} (e^{2G_1 t} - 1)}}\right) \quad (3.97)$$

$$P_{meta}(t) = 1 - P_1(t) - P_0(t). \quad (3.98)$$

Wird die Dichtefunktion  $p(\Delta V, t)$  aus Gleichung 3.91 nach  $t$ ,  $\Delta V$  und  $\Delta V^2$  differenziert erhält man nach längerer Rechnung daraus die Fokker-Planck-Gleichung in Itô-Interpretation, die in Abschnitt 2.4.5 als Eigenschaft eines Markov-Prozesses angegeben ist (Gleichung 2.92).

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} p(\Delta V, t) = \\ -\frac{\partial}{\partial \Delta V} \left( G_1 \left( \Delta V + \frac{\Delta I}{H_1} \right) p(\Delta V, t) \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \Delta V^2} \left( G_1 g^2 p(\Delta V, t) \right) \end{aligned} \quad (3.99)$$

## 3.3 MAGFET im rückgekoppelten Inverter

### 3.3.1 Magnetfeldabhängige Differenzspannungsentwicklung

Nachdem im vorigen Abschnitt die Anfangsdifferenzspannung und die Stromquellen abstrakt eingesetzt wurden, wird in diesem Abschnitt ein Rauschmodell für einen rückgekoppelten Inverter mit Precharge und einem MAGFET als Differenzstromquelle erstellt. Das Modell dient dazu, um einige wichtige Beziehungen herzuleiten, wie zum Beispiel

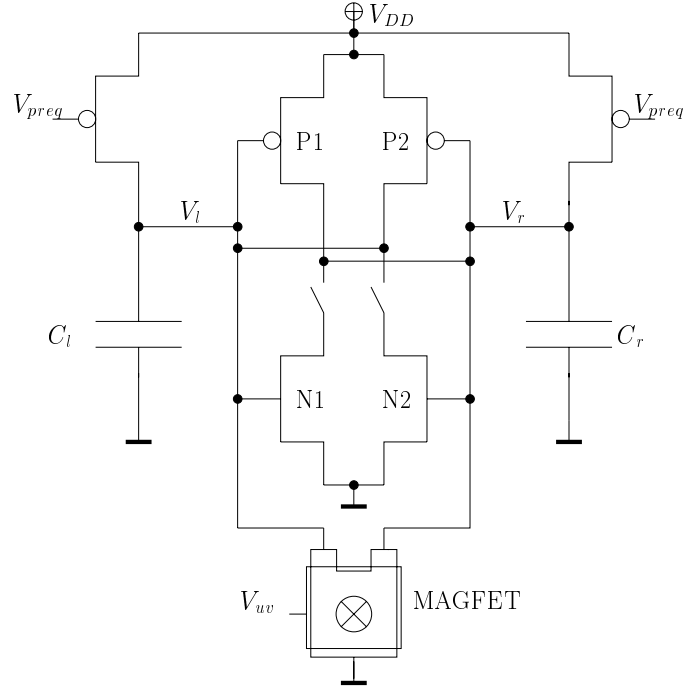


Abbildung 3.22: Referenzschaltung

die optimalen Arbeitspunkte und die Grenzen eines solchen stochastischen Magnetfeldsensors. Abbildung 3.22 zeigt das Schaltbild für die untersuchte Konfiguration.

Die MOSFETs werden jetzt durch das Modell aus Kapitel 2.3.5 modelliert. Solange die Differenzspannung zwischen den Knoten  $V_l$  und  $V_r$  kleiner als  $V_t$  ist und die Precharge-Spannung kleiner als  $V_{dd} - V_t$ , befinden sich die Invertertransistoren in der Sättigung. Alle Kapazitäten werden in zwei getrennten Knotenkapazitäten  $C_l$  und  $C_r$  zusammengefasst. Damit die in Abbildung 3.22 gezeigte Schaltung querstromfrei bleibt, sind in diesem Modell zwei Schalter vorgesehen, die während des Precharge-Vorgangs geöffnet sind. Sie stellen sicher, dass zwei benachbarte Kippvorgänge stochastisch unabhängig sind. In einem späteren Modell (Abbildung 4.7 in Abschnitt 4.3) sind sie nicht mehr vorhanden, da dort die Schalter direkt durch den MAGFET ersetzt werden.

Beim MAGFET wird davon ausgegangen, dass er sich noch in der Sättigung befindet. Dies kann dadurch sichergestellt werden, dass seine Gate-Spannung niedrig gewählt wird. An dieser Stelle wird noch einmal auf Gleichung 2.28 verwiesen, in der die Stromdifferenz in Abhängigkeit vom Magnetfeld am MAGFET formuliert wurde. Sie lautet

$$\Delta I_D = \frac{1}{2} \mu_{Hch} \frac{L}{W} G I_D B_{\perp}$$

mit  $I_D = I_{Dl} + I_{Dr}$ .

Im Folgenden wird statt  $B_{\perp}$  der Einfachheit halber nur noch  $B$  geschrieben. Es ist trotzdem immer die orthogonale Flussdichte gemeint. Mit der normierten Empfindlichkeit

$$S' = \frac{\Delta I_D}{I_D B} = \frac{1}{2} \mu_{Hch} \frac{L}{W} G \quad (3.100)$$

ergibt sich die Drainstromdifferenz zu

$$\Delta I_D = I_{Dr} - I_{Dl} = S' I_D B. \quad (3.101)$$

Beim Abschalten eines Precharge-Transistors am Ende der Precharge-Phase nach dem Aufladen der Kondensatoren verbleibt auf jedem Kondensator eine Rauschladung. Die dadurch bedingte mittlere Rauschspannung beträgt

$$\sqrt{u_C^2} = \sqrt{4kTR \int_0^\infty \frac{1}{1 + (2\pi fRC)^2} df} \quad (3.102)$$

$$\sqrt{u_C^2} = \sqrt{\frac{kT}{C}}. \quad (3.103)$$

Damit kann das durch einen Precharge-Transistor verursachte Rauschen als anfängliche Spannungsdifferenz  $\Delta V(0)$  mit einem Mittelwert 0 und einer Standardabweichung  $\sigma_p$  angenommen werden.

$$\sigma_p = \sqrt{u_C^2} = \sqrt{\frac{kT}{C}} \quad (3.104)$$

Bei zwei Precharge-Transistoren beträgt die Standardabweichung wegen der statistischen Unabhängigkeit

$$\sigma_{2p} = \sqrt{\frac{2kT}{C}}. \quad (3.105)$$

Setzt man (3.101) und (3.105) in die Gleichungen (3.69), (3.70) und (3.71) ein und berücksichtigt man, dass  $\Delta I = -\Delta I_D$ , so ergeben sich folgende Beziehungen

$$P_1(B) = \Phi \left( \frac{S'I_D B}{H_1} \sqrt{\frac{C_1}{2kT}} \left( e^{-\frac{t_r}{C_1} H_1} - 1 \right) - V_r \sqrt{\frac{C_1}{2kT}} e^{-\frac{t_r}{C_1} H_1} \right) \quad (3.106)$$

$$P_0(B) = 1 - \Phi \left( \frac{S'I_D B}{H_1} \sqrt{\frac{C_1}{2kT}} \left( e^{-\frac{t_r}{C_1} H_1} - 1 \right) + V_r \sqrt{\frac{C_1}{2kT}} e^{-\frac{t_r}{C_1} H_1} \right) \quad (3.107)$$

$$P_{meta}(B) = 1 - P_1(B) - P_0(B). \quad (3.108)$$

Man beachte, dass der MAGFET im Sättigungsbereich betrieben wird, damit die zur Lösung des Gleichungssystems geforderte Bedingung  $\Delta I = const.$  näherungsweise erfüllt wird. Die Abbildungen 3.23 und 3.24 zeigen die Kurven für typische Werte ( $\beta = 10^{-4} \text{A/V}^2$ ,  $C_1 = 100 \text{fF}$ ).



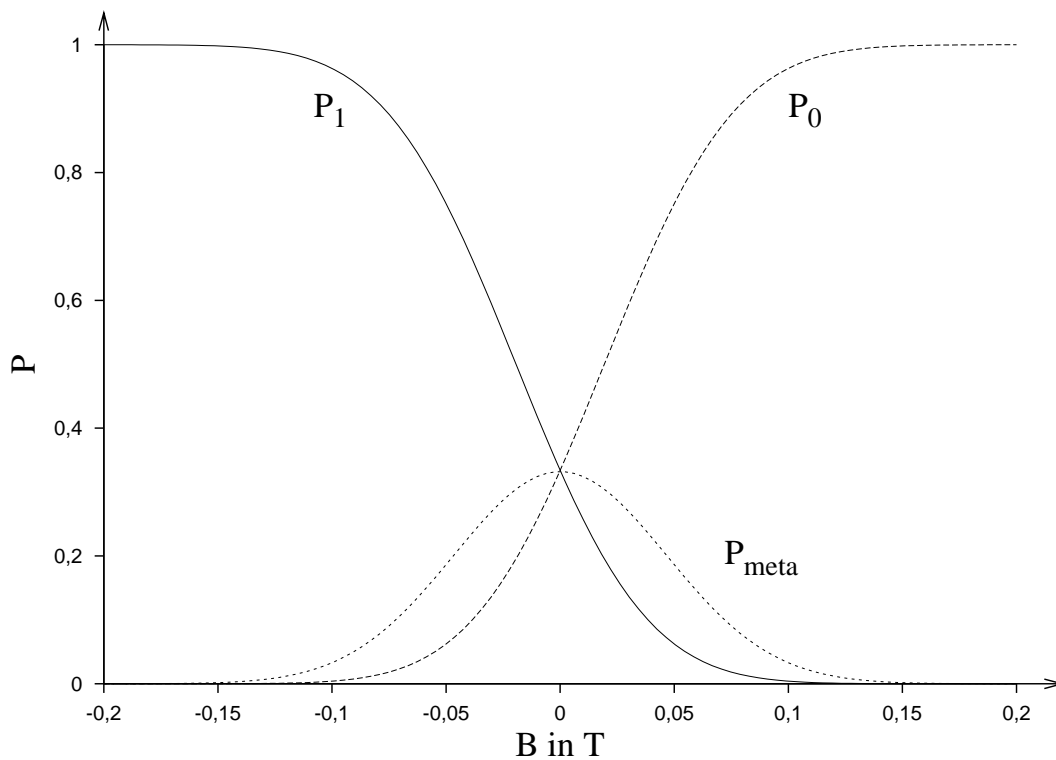


Abbildung 3.23:  $P_1(B)$ ,  $P_{meta}(B)$  und  $P_0(B)$  für  $t_r=3\text{ns}$

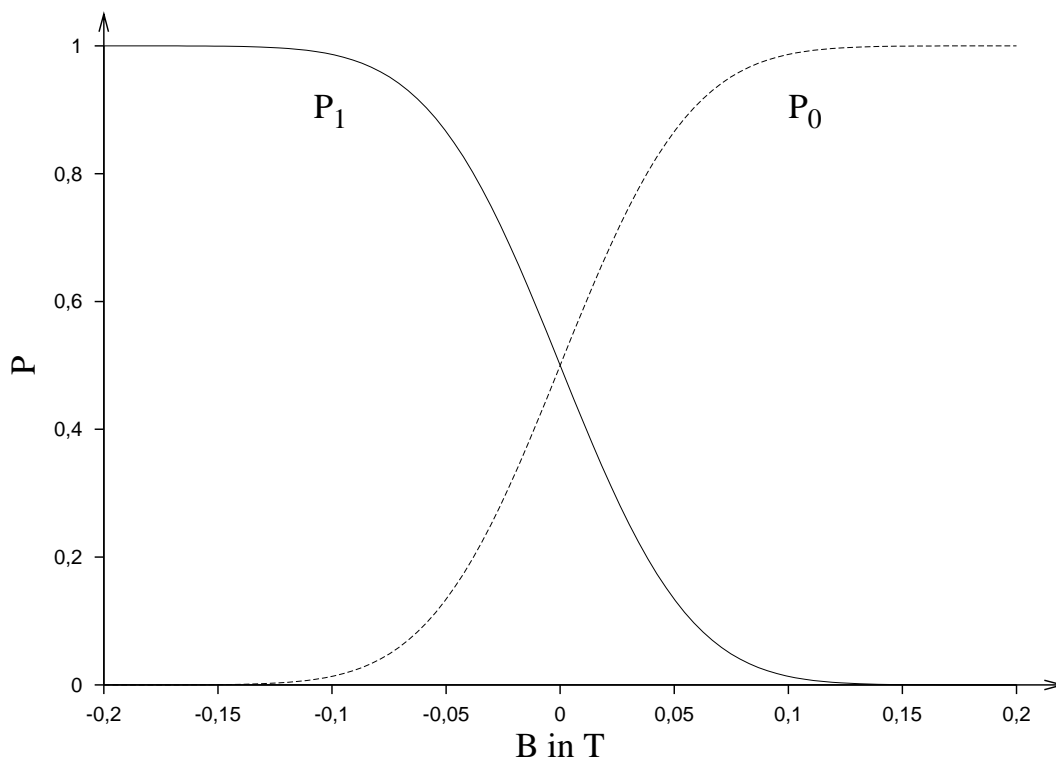


Abbildung 3.24:  $P_1(B)$  und  $P_0(B)$  für  $t_r=10\text{ns}$

### 3.3.2 Magnetfeldabhängiger stochastischer Kippvorgang

In diesem Abschnitt soll der Einfluss des Magnetfeldes auf die stochastische Differentialgleichung 3.73 aus Abschnitt 3.2.2 berechnet werden. Aus der Schaltung nach Abb. 3.22 kann der Faktor  $g$  bestimmt werden. Die Stromdifferenz  $\Delta I$  ist magnetfeldabhängig nach Gleichung 3.101.

Für das Rauschmodell zur Bestimmung des Faktors  $g$  in Gleichung 3.73 werden die einzelnen Rauschkomponenten betrachtet. Die Rauschströme des MAGFETs und der Inverter-MOSFETs sind alle unkorreliert und können zusammengefasst werden. Die 1/f-Rauschanteile werden dabei nicht berücksichtigt. Das thermische Gate-Rauschen kann ebenfalls wegfallen, da die Arbeitsfrequenzen deutlich unter  $\omega_G$  liegen. Damit ergibt sich das Rausch-Ersatzschaltbild, das in Abbildung 3.25 gezeigt ist. Die Schaltung wird als

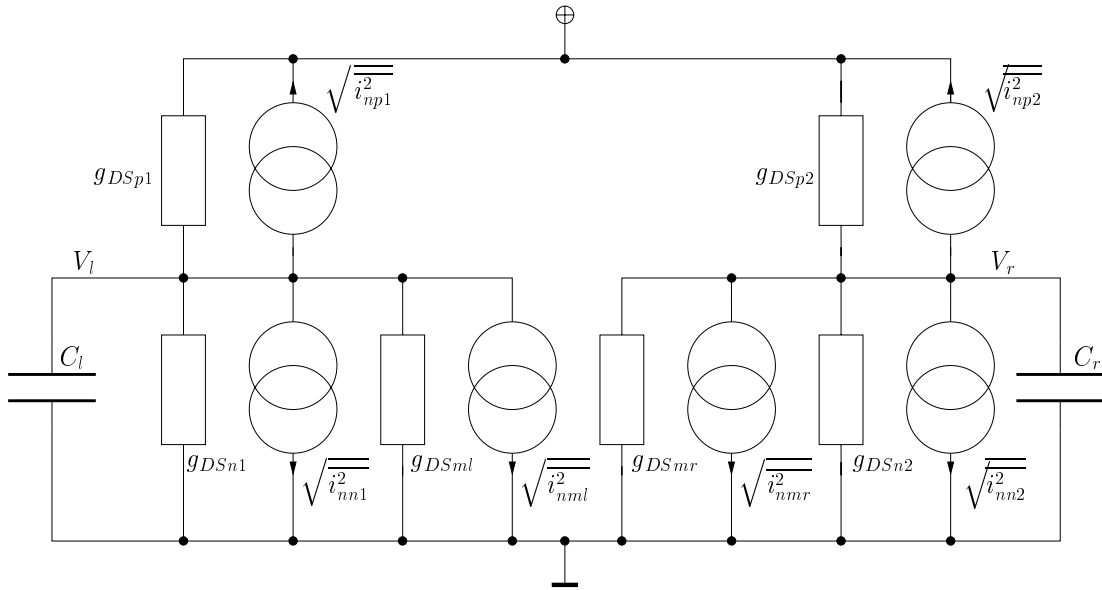


Abbildung 3.25: Rausch-Ersatzschaltbild der Referenzschaltung

symmetrisch angenommen. Addiert man die einzelnen Rauschströme, so ergibt sich

$$\sqrt{i_n^2} = \sqrt{i_{nn}^2 + i_{nm}^2 + i_{np}^2}. \quad (3.109)$$

Die Rauschbandbreite  $\Delta f$  berechnet sich zu

$$\begin{aligned} \Delta f &= \int_0^{\infty} \frac{1}{1 + \left(2\pi f \frac{C}{g_{DSn} + g_{DSm} + g_{DSp}}\right)^2} df \\ &= \frac{g_{DSn} + g_{DSm} + g_{DSp}}{4C}. \end{aligned} \quad (3.110)$$

Der Rauschstrom an beiden Knoten ist mit den Beziehungen aus Abschnitt 2.3.5

$$\sqrt{i_n^2} = \sqrt{4kT \frac{2}{3} (g_{mn} + g_{mm} + g_{mp}) \Delta f}. \quad (3.111)$$

Führt man als Abkürzung den Wert  $r$  ein mit

$$r = \frac{g_{mn} + g_{mm} + g_{mp}}{g_{DSn} + g_{DSm} + g_{DSp}}, \quad (3.112)$$

so ergibt sich die mittlere Rauschspannung an jedem der beiden Knoten  $V_l$  und  $V_r$  zu

$$\sqrt{u_n^2} = \sqrt{4kT \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{r}{4C}}. \quad (3.113)$$

Damit erhält man den Faktor  $g$  zu

$$g = \sqrt{2 \cdot \frac{2kTr}{3C}}, \quad (3.114)$$

wenn man vernachlässigt, dass die MAGFET-Beiträge teilweise korreliert sind.

Es wird weiter vorausgesetzt, dass  $g$  innerhalb des Bereichs, in dem alle Transistoren in der Sättigung sind, näherungsweise konstant bleibt. Setzt man jetzt die Stromdifferenz aus Gleichung 3.101 und den Faktor  $g$  in die stochastische Differentialgleichung 3.73 ein, so erhält man für die zeitabhängige Wahrscheinlichkeitsdichte von  $\Delta V(t) = V_l(t) - V_r(t)$

$$p(\Delta V, B, t) = \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi kTr}{3C} (e^{2G_1 t} - 1)}} e^{-z} \quad (3.115)$$

mit

$$z = \frac{\left( \Delta V - \left( \Delta V(0) - \frac{SI_D B}{H_1} \right) \cdot e^{G_1 t} - \frac{SI_D B}{H_1} \right)^2}{\frac{4kTr}{3C} (e^{2G_1 t} - 1)}. \quad (3.116)$$

Die Abbildungen 3.26 und 3.27 zeigen die Entwicklung von  $p(\Delta V, B, t)$  mit und ohne Magnetfeld für typische Schaltungswerte.

Die zeitabhängigen Wahrscheinlichkeiten für '1', '0' und den metastabilen Zustand, der durch die Schwellen  $\Delta V = \pm V_r$  begrenzt ist, ergeben sich damit zu

$$P_1(B, t) = 0,5 - \Phi_0 \left( \frac{V_r - \left( \Delta V(0) - \frac{SI_D B}{H_1} \right) \cdot e^{G_1 t} - \frac{SI_D B}{H_1}}{\sqrt{\frac{2kTr}{3C} (e^{2G_1 t} - 1)}} \right) \quad (3.117)$$

$$P_0(B, t) = 0,5 + \Phi_0 \left( \frac{-V_r - \left( \Delta V(0) - \frac{SI_D B}{H_1} \right) \cdot e^{G_1 t} - \frac{SI_D B}{H_1}}{\sqrt{\frac{2kTr}{3C} (e^{2G_1 t} - 1)}} \right) \quad (3.118)$$

$$P_{meta}(B, t) = 1 - P_1(B, t) - P_0(B, t). \quad (3.119)$$

Bildet man von den vorigen Gleichungen den Grenzwert für  $t \rightarrow \infty$ , so geht  $P_{meta}(B, t)$  gegen 0. Für die Kippwahrscheinlichkeiten nach '0' und '1' ergibt sich dann

$$P_1(B) = 0,5 + \Phi_0 \left( \left( \Delta V(0) - \frac{SI_D B}{H_1} \right) \sqrt{\frac{3C}{2kTr}} \right) \quad (3.120)$$

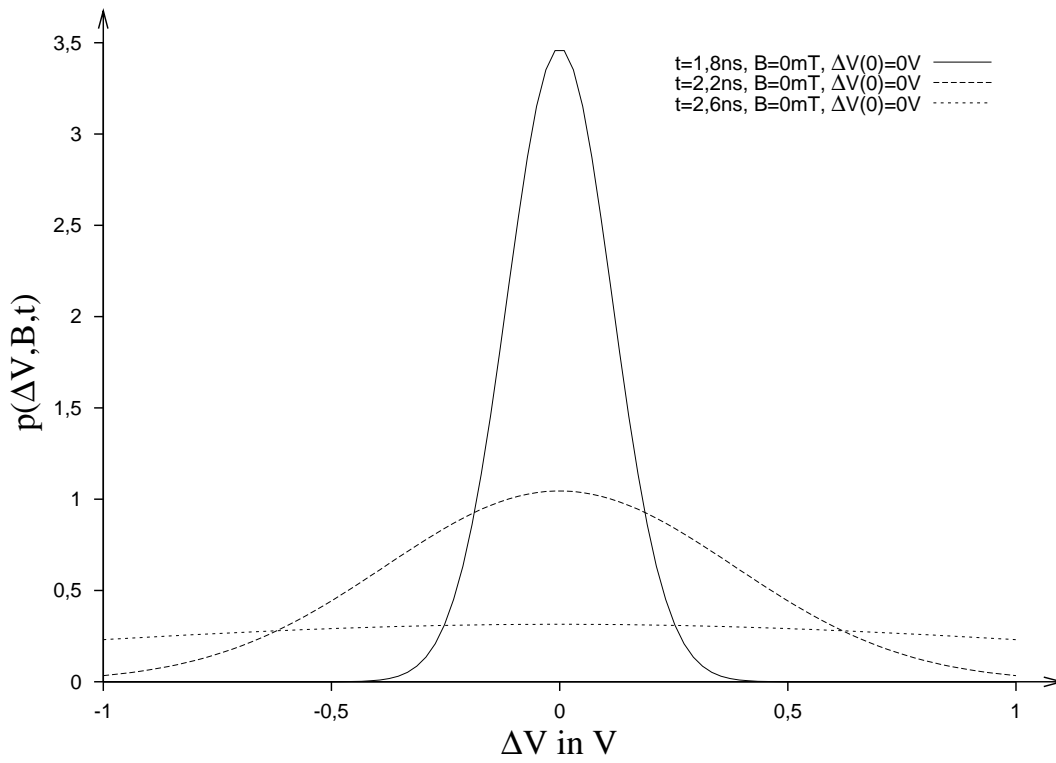


Abbildung 3.26: Entwicklung von  $p(\Delta V, B, t)$  für  $B=0\text{T}$

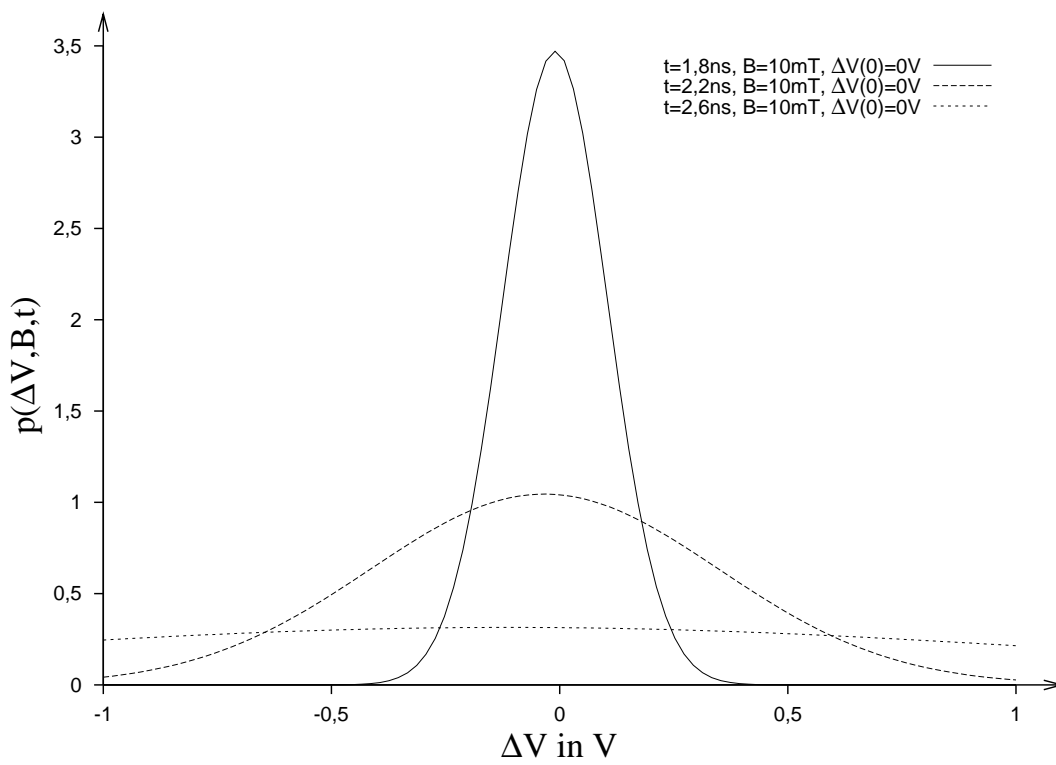


Abbildung 3.27: Entwicklung von  $p(\Delta V, B, t)$  für  $B=10\text{mT}$

$$P_0(B) = 0,5 - \Phi_0\left(\left(\Delta V(0) - \frac{SI_D B}{H_1}\right)\sqrt{\frac{3C}{2kTr}}\right). \quad (3.121)$$

Diese beiden Beziehungen machen den Einfluss von Magnetfeld und Anfangsdifferenzspannung auf das Kippverhalten deutlich.

### 3.3.3 Magnetfeldabhängiger stochastischer Kippvorgang mit statistischer Anfangsverteilung

Um den Kippvorgang der rückgekoppelten Inverter einschließlich des Precharge-Transistor-Rauschens zu modellieren, wird jetzt auch noch die durch die Precharge-Transistoren bedingte Anfangs-Standardabweichung  $\sigma_{2p}$  aus Gleichung 3.105 in die Gleichungen 3.117 und 3.118 eingesetzt. Mit

$$\nu = \frac{\sigma_{2p}}{g} = \sqrt{\frac{3}{2r}} \quad (3.122)$$

ergeben sich die Wahrscheinlichkeiten zu

$$P_1(B, t) = 0,5 - \Phi_0\left(\frac{V_r - \left(\Delta V(0) - \frac{SI_D B}{H_1}\right) \cdot e^{G_1 t} - \frac{SI_D B}{H_1}}{\sqrt{\frac{2kTr}{3C} \left((1 + 2\nu^2) e^{2G_1 t} - 1\right)}}\right) \quad (3.123)$$

$$P_0(B, t) = 0,5 + \Phi_0\left(\frac{-V_r - \left(\Delta V(0) - \frac{SI_D B}{H_1}\right) \cdot e^{G_1 t} - \frac{SI_D B}{H_1}}{\sqrt{\frac{2kTr}{3C} \left((1 + 2\nu^2) e^{2G_1 t} - 1\right)}}\right) \quad (3.124)$$

$$P_{meta}(B, t) = 1 - P_1(B, t) - P_0(B, t). \quad (3.125)$$

Abbildung 3.28 stellt die Entwicklung der Kippwahrscheinlichkeiten über die Zeit bei  $B = 10\text{mT}$  dar.

Für große  $t$  und mit der Resubstitution  $H_1 = \beta(V_{dd} - V_{tn} - |V_{tp}|)$  ergibt sich

$$P_1(B) = 0,5 - \Phi_0\left(\frac{SI_D B}{\beta(V_{dd} - V_{tn} - |V_{tp}|)}\sqrt{\frac{3C}{2kTr(1 + 2\nu^2)}}\right) \quad (3.126)$$

$$P_0(B) = 0,5 + \Phi_0\left(\frac{SI_D B}{\beta(V_{dd} - V_{tn} - |V_{tp}|)}\sqrt{\frac{3C}{2kTr(1 + 2\nu^2)}}\right). \quad (3.127)$$

An diesen beiden Gleichungen kann man ablesen, dass für die maximale Empfindlichkeit des Sensors die Verstärkung der rückgekoppelten Inverter klein gehalten werden muss und die Knotenkapazitäten groß sein sollen. Dabei ist allerdings zu beachten, dass man durch die erhöhte Zeit bis zum Kippen nicht an die Metastabilitätsgrenze gerät. Der Faktor  $\nu$  ist kaum von der MOSFET-Dimensionierung abhängig. Abbildung 3.29 zeigt  $P_1$  und  $P_0$  in Abhängigkeit von der Flussdichte  $B$  des Magnetfelds.

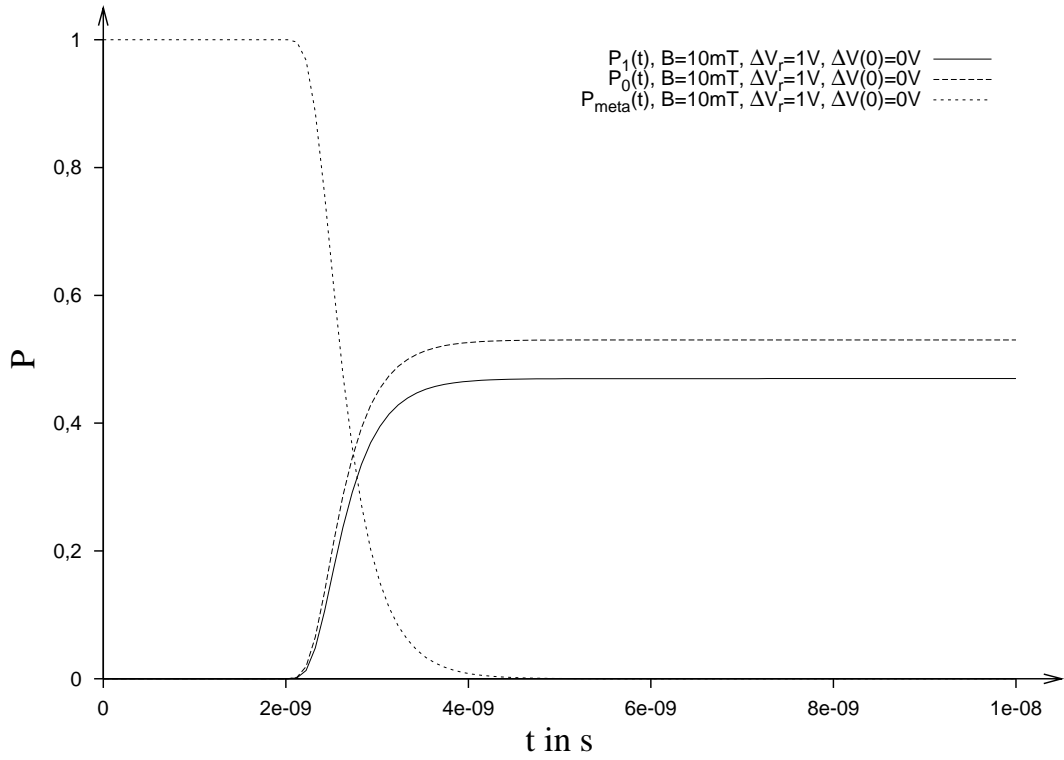


Abbildung 3.28: Entwicklung von  $P_1(B, t)$ ,  $P_0(B, t)$  und  $P_{\text{meta}}(B, t)$  für  $B=10\text{mT}$

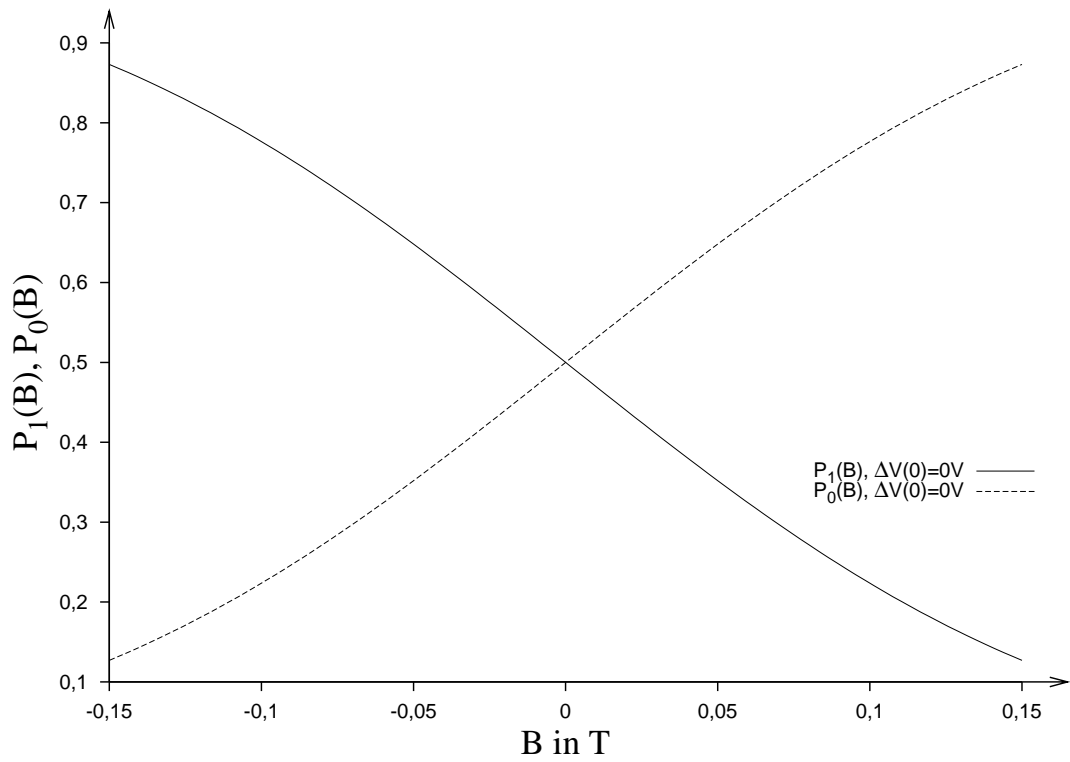


Abbildung 3.29:  $P_1(B)$  und  $P_0(B)$  in Abhängigkeit von  $B$

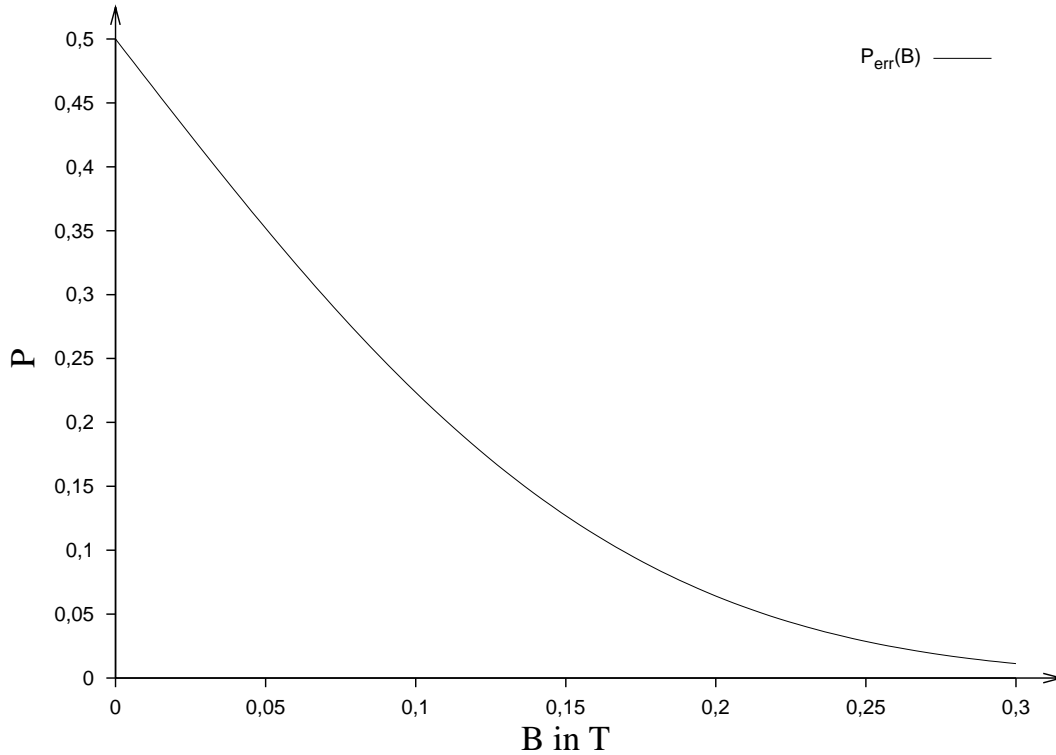


Abbildung 3.30:  $P_{err}(B)$

Ist bei der Detektion eines digitalen Magnetfeldsignals mit  $\pm B$  die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Nullen und Einsen gleich und legt man die Schwelle zur Detektion genau in die Mitte, so erhält man die Fehlerwahrscheinlichkeit nach Gleichung 2.78 zu

$$P_{err}(B) = 0,5 - \Phi_0\left(\frac{SI_D|B|}{\beta(V_{dd} - V_{tn} - |V_{tp}|)} \sqrt{\frac{3C}{2kTr(1 + 2\nu^2)}}\right). \quad (3.128)$$

Definiert man die Konstante  $\alpha$  zu

$$\alpha = \frac{SI_D}{\beta(V_{dd} - V_{tn} - |V_{tp}|)} \sqrt{\frac{3C}{2kTr(1 + 2\nu^2)}}, \quad (3.129)$$

so kann man auch schreiben

$$P_{err}(B) = 0,5 - \Phi_0(\alpha \cdot |B|). \quad (3.130)$$

Ein typischer Wert für  $\alpha$  ist  $7,6\text{T}^{-1}$ . Die Fehlerwahrscheinlichkeit dafür ist in Abbildung 3.30 dargestellt.

Die Eigenschaft der Metastabilität lässt sich auch zur Detektion eines dritten Zustandes nutzen, sozusagen als ternärer Sensor. Dazu sollte die Wahrscheinlichkeit  $P_{meta}$  groß genug sein, im Allgemeinen um 0,5. Interessant ist dabei, wo diese Grenze liegt, das heißt wo  $P_{meta}(B=0\text{T}, t) \stackrel{!}{=} 0,5$  bei  $P_1=P_0$ . Die Kapazität  $C$  lässt sich einstellen, wenn sie als Kapazitätsdiode wie in [104] oder als variabel gekoppelter Kondensator wie im vorliegenden Projekt, und die Entscheidungszeit  $t_r$  kann über die Taktfrequenz der Schaltung

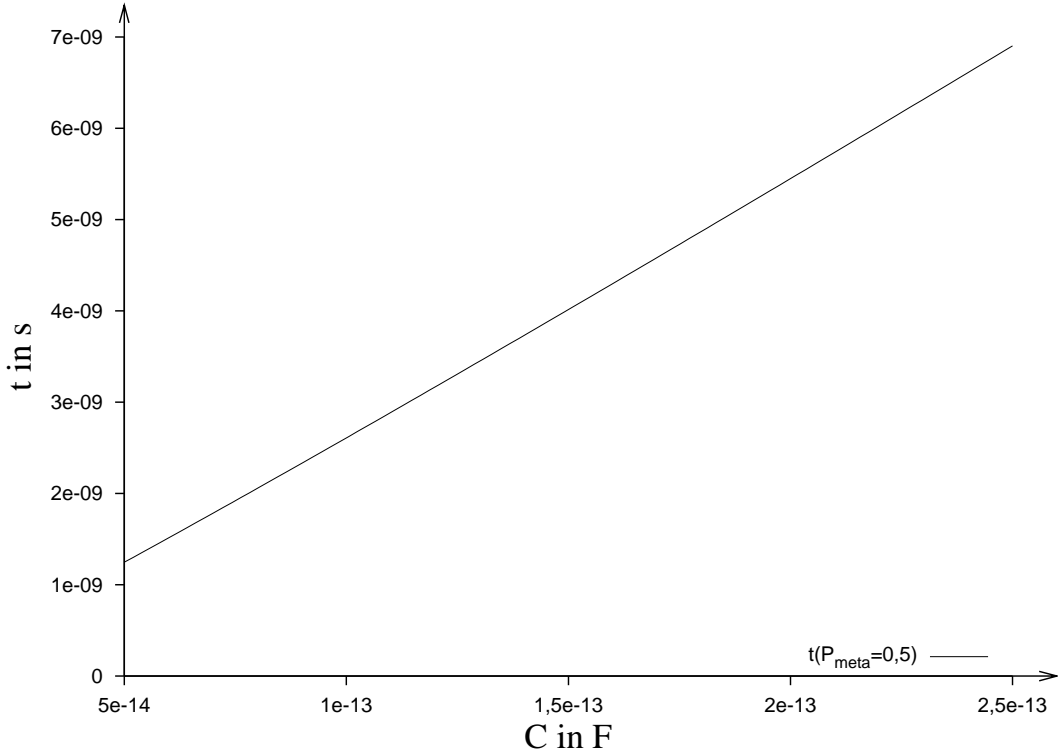


Abbildung 3.31: Zeit bis zum Erreichen von  $P_{meta} = 0,5$  in Abhängigkeit von  $C$

kontrolliert werden. Es ergibt sich

$$P_{meta}(t) = 2\Phi_0 \left( \frac{V_r}{\sqrt{\frac{2kTr}{3C} \left( (1 + 2\nu^2) e^{2G_1 t} - 1 \right)}} \right) \quad (3.131)$$

und mit der Umkehrfunktion  $\Phi_0^{-1}$

$$\frac{V_r}{\sqrt{\frac{2kTr}{3C} \left( (1 + 2\nu^2) e^{2G_1 t} - 1 \right)}} = \Phi_0^{-1} \left( \frac{P_{meta}}{2} \right). \quad (3.132)$$

Wird diese Gleichung nach  $t$  aufgelöst, ergibt sich mit  $G_1 = \beta(V_{DD} - V_{tn} - |V_{tp}|)/C$

$$t = \frac{C}{2\beta(V_{DD} - V_{tn} - |V_{tp}|)} \ln \left( \frac{1}{1 + 2\nu^2} \left( \frac{3CV_r^2}{2kTr \cdot \left( \Phi_0^{-1}(0,5 \cdot P_{meta}) \right)^2} + 1 \right) \right). \quad (3.133)$$

Diese Abhängigkeit wird in der Abbildung 3.31 gezeigt.

Betrachtet man die Schaltung als vollständig gekippt, wenn  $P_{meta} = 0,000001$ , so ergibt sich aus Gleichung 3.133 für eine feste Zeit  $t_r$  eine maximale Kapazität  $C(t_r)$ . Setzt man diese Kapazität wieder in die Gleichung für die Fehlerwahrscheinlichkeit ein, so erhält man die minimal mögliche Fehlerwahrscheinlichkeit  $P_{err,min}$  bei einer gegebenen Auflösungszeit  $t_r$ . Abbildung 3.32 stellt die minimal mögliche Fehlerwahrscheinlichkeit



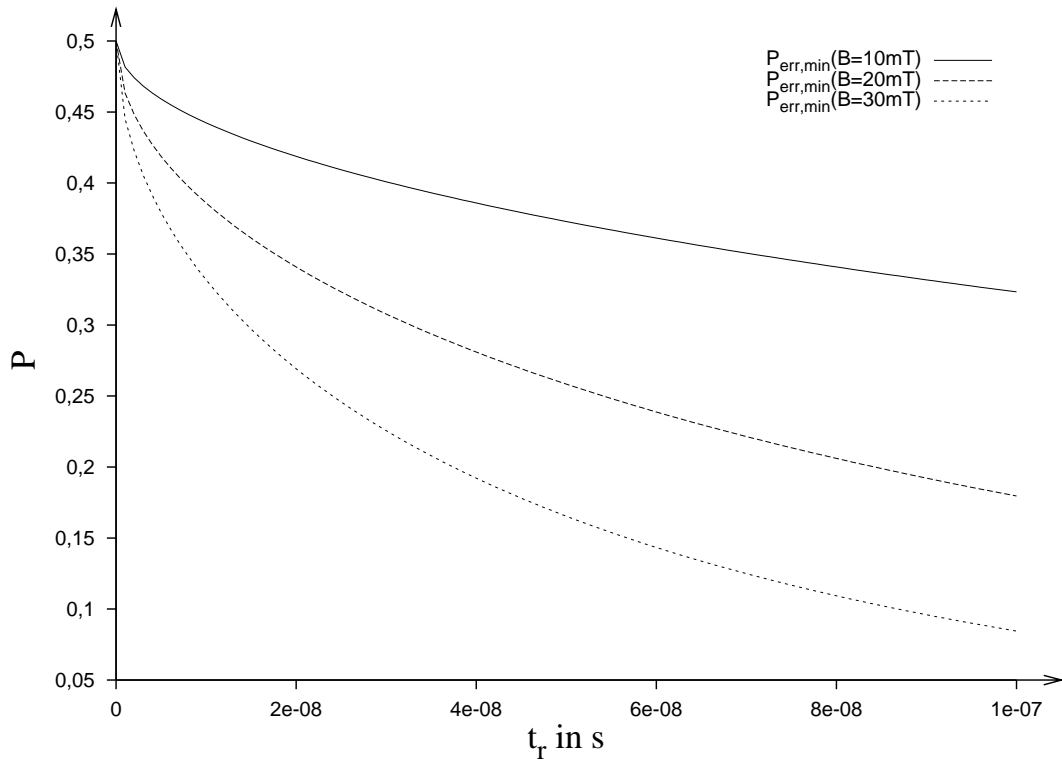


Abbildung 3.32:  $P_{err,min}$  in Abhängigkeit von  $t_r$

für eine gegebene Entscheidungszeit  $t_r$  dar.

$$P_{err,min}(B) = 0,5 - \Phi_0 \left( \frac{S' I_D |B|}{\beta (V_{dd} - V_{tn} - |V_{tp}|)} \sqrt{\frac{3C(t_r)}{2kTr(1 + 2\nu^2)}} \right) \quad (3.134)$$



# Kapitel 4

## Digitale Magnetfeld-Sensorarrays

### 4.1 Sensorstruktur

Ausgehend von dem Modell der rückgekoppelten Inverter aus dem letzten Kapitel werden diese stochastischen Sensoren jetzt für eine Anordnung in Arrays optimiert. Wie im vorigen Kapitel gezeigt, folgt der Prozess des Kippens der gekoppelten Inverter aus dem metastabilen Zustand in einen festen Endzustand stochastischen Prinzipien. Die Wahrscheinlichkeit des Kippens in die eine oder andere Richtung hängt sowohl vom Arbeitspunkt der gekoppelten Inverter als auch von einem äußeren orthogonalen Magnetfeld ab. Bei der Verwendung in Arrays ist die Arbeitspunkteinstellung wichtig. Als Optimierungskriterien wurden in dieser Arbeit die Fläche und der Stromverbrauch gewählt, natürlich in Abhängigkeit von der Empfindlichkeit. Deshalb ist eine querstrombehaftete Schaltung wie in Abbildung 4.1a in der Praxis nicht geeignet. Sie würde während der Precharge-Phase zuviel Strom verbrauchen. Auch würden bei höheren Frequenzen die dadurch bedingten kurzen Prechargezeiten dazu führen, dass die gekoppelten Inverter nicht mehr exakt in den Ausgangspunkt aufgeladen wären und dadurch die statistische Unabhängigkeit von benachbarten Entscheidungen verloren ginge. Aus diesem Grund wurde eine Struktur nach Abbildung 4.1b gewählt, da dort durch Abschalten der MAGFET-Gate-Spannung während des Precharge-Vorgangs die Schaltung querstromfrei wird.

### 4.2 Arbeitspunkteinstellung

Ein zentraler Punkt des Designs eines digitalen stochastischen Sensorarrays ist die Einstellung der Arbeitspunkte. Durch Fertigungstoleranzen, die sich im Wesentlichen zeigen durch Schwankungen der Gate-Oxiddicke, Schwankungen in der Unterdiffusionslänge  $\Delta L$  und ungleiche Dotierstoffkonzentrationen, entstehen Streuungen der MOSFET-Parameter wie der Verstärkung  $\beta$  und der Schwellenspannung  $V_t$ . Auch wenn das Layout im Entwurf genau symmetrisch ist, sind bei der Realisierung Ungleichheiten vorhanden. Damit ergeben sich aber auch Schwankungen im Arbeitspunkt der einzelnen Schaltungen. Idealerweise sollte der Arbeitspunkt so liegen, dass ohne Anliegen eines externen Magnetfelds durch das Eigenrauschen der MOSFETs und MAGFETs die Wahrscheinlichkeit des Kippens in beide Richtungen jeweils 0,5 ist. Natürlich kann der Arbeitspunkt auch asymmetrisch gewählt werden. Er kann durch unterschiedliche Maßnahmen beeinflusst werden. Die einzelnen Methoden haben verschiedene Vor- und Nachteile.

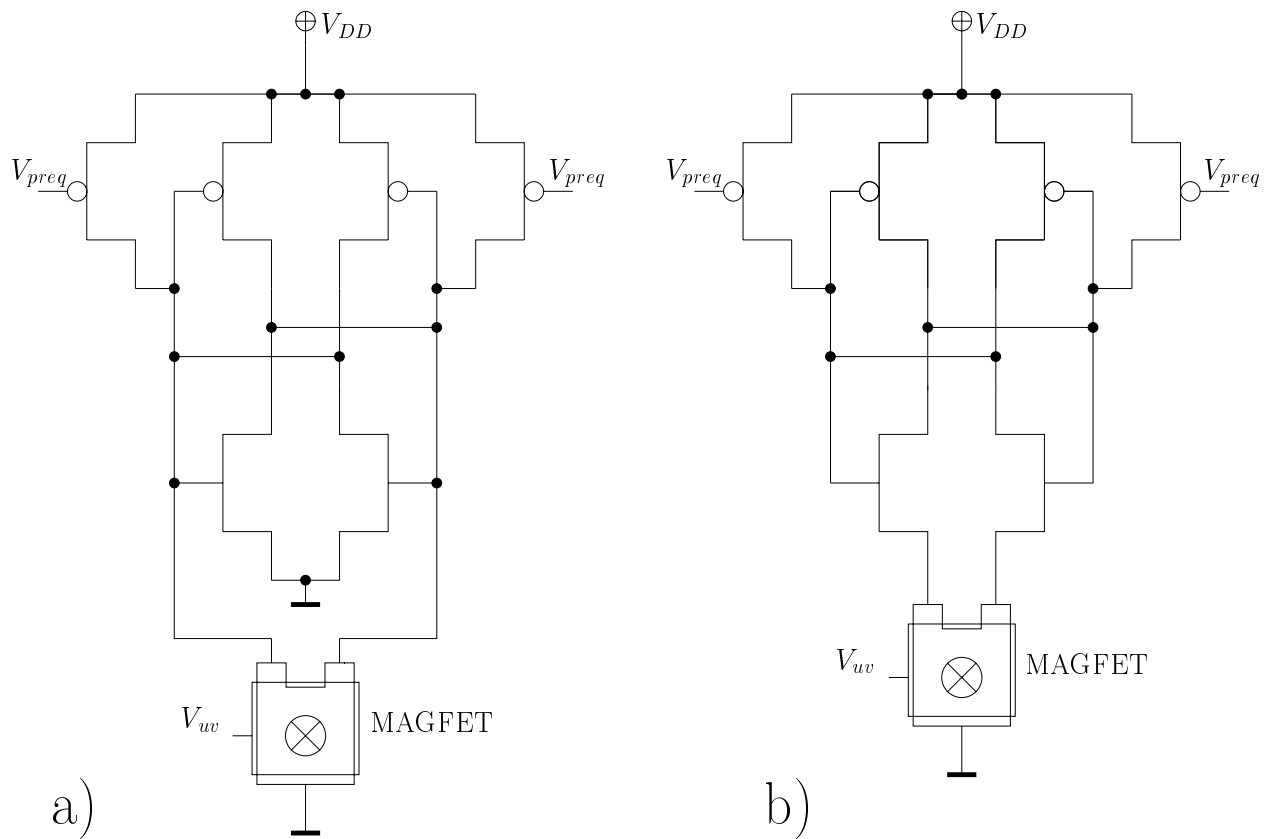


Abbildung 4.1: Einzelnes Element für ein Sensorarray

Beeinflusst werden durch die Wahl der Methode die benötigte Fläche pro Kanal, die Genauigkeit aufgrund zusätzlichem Rauschen oder verlängerter Auswertzeit, die Anforderungen an die Codes, die Ansprüche an den Fertigungsprozess und die Kalibrierkosten. Ein großer Nachteil der statischen Methoden gegenüber den dynamischen ist, dass sie durch Gleichanteile im Magnetfeld oder durch Temperaturschwankungen ihren optimalen Arbeitspunkt verlassen und im ungünstigsten Fall nicht mehr detektieren können. Ein interne Kompensation durch ein im Chip erzeugtes Magnetfeld, wie es [33] oder [103] vorschlägt, ist aufwändig und führt durch den Strom zu einer Temperaturerhöhung. Tabelle 4.1 zeigt eine Übersicht über die möglichen Methoden zur Arbeitspunkteinstellung.

	Lasertrimmen	Progr. D/A	Floating-Gate	Adaptiv
Typ	statisch	statisch	statisch	dynamisch
Fläche	klein	groß	klein	mittel
Prozess	Standard	Standard	Floating-Gate	Standard
Programmierbar	nein	ja	ja	ja
Codes	alle	alle	alle	beschränkt
Kalibrierung	ja	ja	ja	nein

Tabelle 4.1: Vergleich der Verfahren zur Arbeitspunkteinstellung

## 4.2.1 Statische Arbeitspunkteinstellung

### Lasertrimmen

Eine Methode ist das Lasertrimmen, bei der die Sensoren nach der Fertigung noch einem Kalibrierungsprozess unterzogen werden, der den Arbeitspunkt mittels Verkleinerung von aktiven Gateflächen durch Laser einstellt. Diese Methode ist aufwändig und teuer.

### Programmieren von Parametern

Eine weitere Methode ist das Programmieren von Parametern beim Testen der Sensoren. Der optimale Arbeitspunkt wird gemessen und die entsprechenden Einstellungen dann in einem nichtflüchtigen Speicher (meist Flash-ROM) auf dem Chip abgelegt. Die Daten aus diesem Speicher werden über einen D/A-Umsetzer pro Kanal umgesetzt und beeinflussen die Kippcharakteristik der einzelnen Sensorkanäle [80, 36].

### Programmierung von Floating-Gate-Transistoren

In [78] wird ein programmierbarer Floating-Gate n-Kanal MOSFET als Arbeitspunkteinstellung für stochastische Sensoren gezeigt.

## 4.2.2 Dynamische Arbeitspunkteinstellung

Dabei hängt der Arbeitspunkt von den 0-1-Entscheidungen der gekoppelten Inverter ab, die kontinuierlich ausgewertet werden. Über einen geeigneten Algorithmus können Steuergrößen für den Sensor gewonnen werden, die den optimalen Arbeitspunkt einstellen. Aus den Gleichungen in Abschnitt 3.1 können die verschiedenen Möglichkeiten der Beeinflussung des Arbeitspunkts abgeleitet werden.

### Unterschiedliche Precharge-Spannungen

Die Kippwahrscheinlichkeit ist durch Veränderung der Precharge-Spannungen  $V_{prel}$  und  $V_{preh}$  direkt beeinflussbar. Je nach Spannungsdifferenz kippt die Schaltung eher in die eine oder eher in die andere Richtung (Abbildung 4.2).

### Verzögertes Abschalten der Precharge-Spannungen

Eine verzögertes Abschalten der Precharge-Spannungen bei gleichzeitigem Einschalten der Gate-Spannung des MAGFETs führt ebenfalls zu einer Precharge-Spannungsdifferenz, die das Kippverhalten beeinflusst. Ein kurzzeitiger Querstrom wird dabei in Kauf genommen (Abbildung 4.3).

### Veränderliche Knotenkapazität

Wenn an den beiden Knoten L1 und R1 steuerbare Kapazitäten angeschlossen werden, können die Umladezeiten der Knoten gesteuert werden (Abbildung 4.4). In [104] erfolgte die Realisierung durch Kapazitätsdioden. Dafür sind negative Spannungen erforderlich.



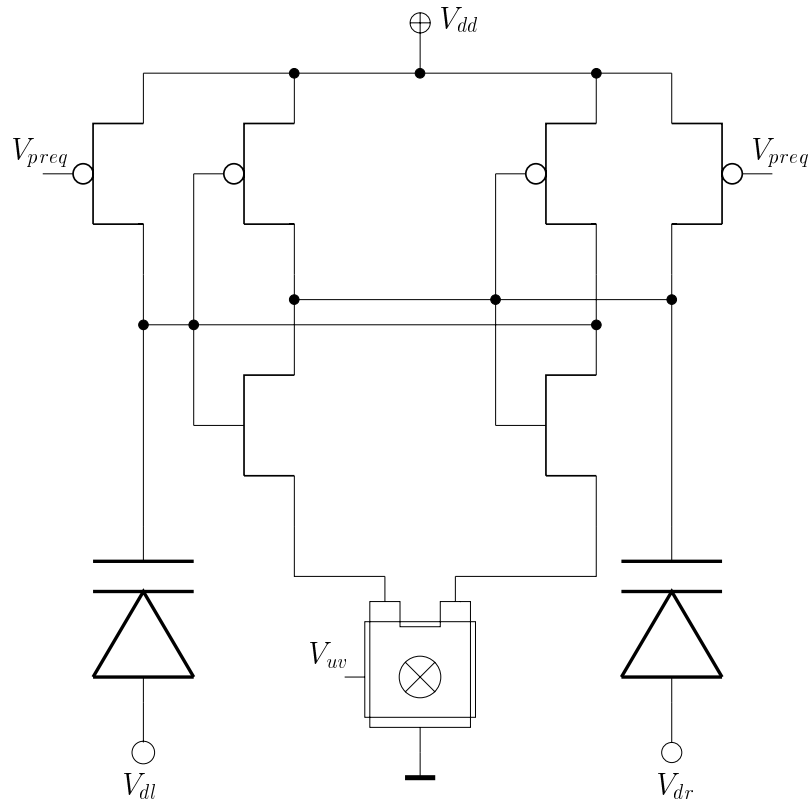


Abbildung 4.4: Kapazitätsdioden

### Gekoppelte Kondensatoren

Statt direkt an den Inverterknoten kann ein Kondensator auch über einen MOSFET angeschlossen werden. Der MOSFET wirkt dabei als steuerbarer Widerstand, dessen Wert von seiner Gate-Spannung abhängt. Der Anschluss kann entweder an die Drains des MAGFETs oder an die Knoten der rückgekoppelten Inverter erfolgen (Abbildungen 4.5 und 4.6). Die Steuerspannungen für die einzelnen dynamischen Methoden können durch D/A-Umsetzer oder extern zur Verfügung gestellt werden.

Bei der Entscheidung, welche Methode für die vorliegende Realisierung eines Sensorarrays genommen wird, wurde als Grundvoraussetzung ein Standard-CMOS-Prozess angenommen, was die Floating-Gate-Lösung ausschloss. Auch auf das Lasertrimmen sollte verzichtet werden. Da die Lösung mit den programmierbaren D/A-Wandlern bei großen Sensorarrays zu viel Fläche in Anspruch nehmen würde, ergab sich zwingend eine dynamische Arbeitspunkteinstellung. Aufgrund des hohen Flächenbedarfs und der zusätzlich erforderlichen negativen Spannungen wurde die Lösung mit den Kapazitätsdioden verworfen. Als beste Lösung bei minimaler Fläche fiel die Entscheidung für die gekoppelten Kondensatoren. Zum Zwecke der genauen Untersuchung der Schaltung wurde auch die Möglichkeit vorgesehen, die Precharge-Spannungen und die Steuerspannungen extern einstellen zu können.

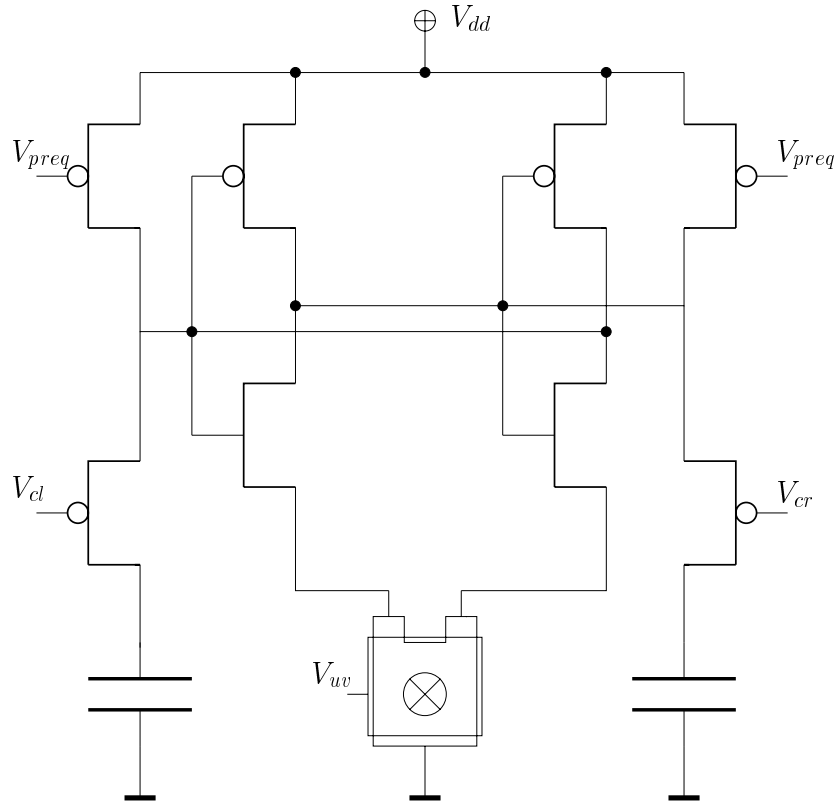


Abbildung 4.5: Gekoppelte Kondensatoren an den MAGFET-Drains

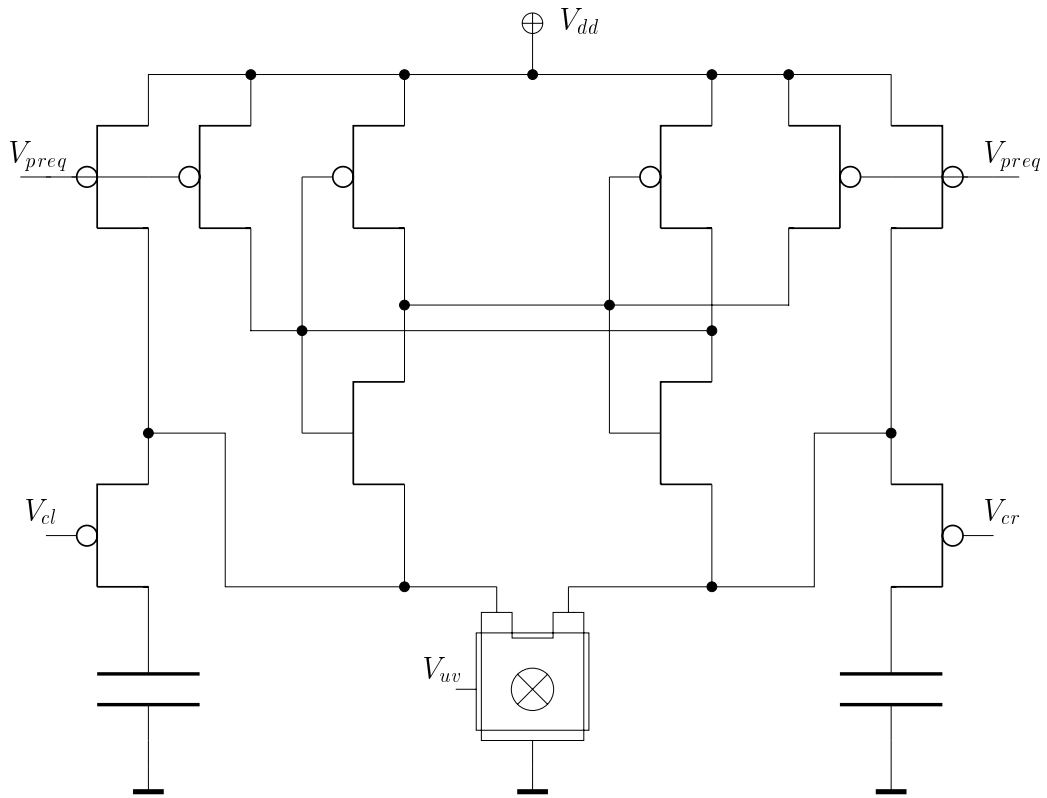


Abbildung 4.6: Gekoppelte Kondensatoren an den Inverterknoten



## 4.3 Realisierter Sensor

Der realisierte Sensor, der in Abbildung 4.7 dargestellt ist, besteht aus einem rückgekoppelten Inverter mit der schon vorher erwähnten Besonderheit, dass die Sources der beiden NMOS-Transistoren nicht an  $V_{ss}$ , sondern direkt an die beiden Drains des MAGFET angeschlossen werden. Mit den Drains sind über zwei Koppel-MOSFETs die Kondensatoren  $C_{l0}$  und  $C_{r0}$  verbunden. Sie werden zur Steuerung des Arbeitspunkts verwendet.  $C_{l1}$ ,  $C_{r1}$ ,  $C_{l2}$  und  $C_{r2}$  sind parasitäre Kapazitäten. Die vier Precharge-Transistoren laden die Gates der Inverter und die Drains des MAGFET vor. Mit dieser Anordnung sind zwei Arten von Arbeitspunkteinstellung möglich, nämlich durch unterschiedliche Precharge-Spannungen und durch gekoppelte Kondensatoren. Bei der folgenden Analyse werden diese beiden Möglichkeiten durch eine Fallunterscheidung berücksichtigt. Es können jeweils vier Phasen unterschieden werden. Als dominierenden Rauschbeitrag wird nur das  $kT/C$ -Rauschen der Precharge-Transistoren modelliert. Als Kippergebnis wird eine '0' angenommen, wenn die Spannung am Knoten L2 auf Null geht und am Knoten R2 auf  $V_{dd}$ . Im umgekehrten Fall ist das Ergebnis eine '1'. Die Ansteuersignale  $V_{preq}$  und  $V_{uv}$  zeigt Abbildung 4.8.

### 4.3.1 Arbeitspunktwahl durch Precharge-Spannungen

In diesem Fall sind die Spannungen  $V_{cl}$  und  $V_{cr}$  auf  $V_{dd}$  und die Kondensatoren  $C_{l0}$  und  $C_{r0}$  sind nicht mit der Schaltung verbunden.

#### Precharge-Phase

Die Precharge-Transistoren sind aktiv und schalten damit alle Transistoren der Inverter in den Aus-Zustand (Abbildung 4.9a). Alle Knotenkapazitäten werden auf  $V_{dd}$ ,  $V_{dda}$  bzw.  $V_{ddb}$  aufgeladen. Wenn diese Phase durch die Abschaltung der Precharge-Transistoren beendet wird, dann verbleibt auf allen Kondensatoren eine rauschbehaftete Ladung. Die mittlere Rauschspannung an einem einzelnen Kondensator beträgt nach Gleichung 3.103

$$\sqrt{u_C^2} = \sqrt{\frac{kT}{C}}.$$

Die Parameterextraktion des Layouts ergibt für die Kapazitäten folgende Werte:  $C_{l1} = C_{r1} = 37\text{fF}$ ,  $C_{l2} = C_{r2} = 56\text{fF}$ . Hierbei sind die Gate-Kapazitäten der MOSFETs schon berücksichtigt. Damit ergibt sich die mittlere Rauschspannung am Ende des Precharge-Vorgangs bei Raumtemperatur an den Knoten L1 und R1 zu jeweils  $\sqrt{u_{n1}^2} = 335\mu\text{V}$  und an den Knoten L2 und R2 zu jeweils  $\sqrt{u_{n2}^2} = 272\mu\text{V}$ . Wie sich diese Rauschspannungen auf das Kippverhalten auswirken wird nachher noch analysiert.

#### Entladungsphase I

Der MAGFET wird aktiv geschaltet, indem seine Gate-Spannung eingeschaltet wird. Durch die Drainströme werden die Kapazitäten entladen (Abbildung 4.9b). Der MAGFET ist im Sättigungsbereich, solange  $L1 > V_{uv} - V_{tn}$  und  $R1 > V_{uv} - V_{tn}$ . Seine Drain-

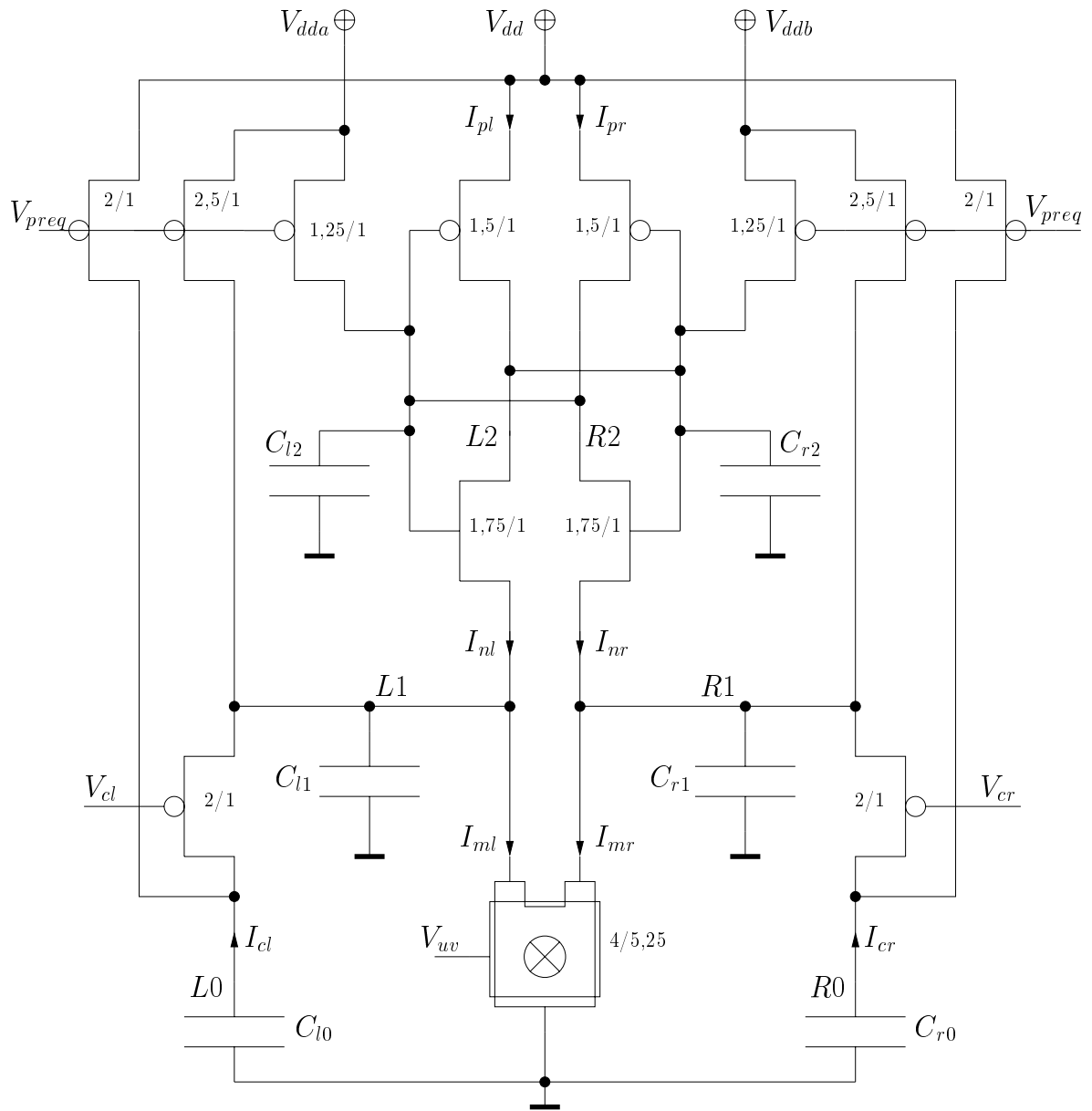


Abbildung 4.7: Realisierter Sensor

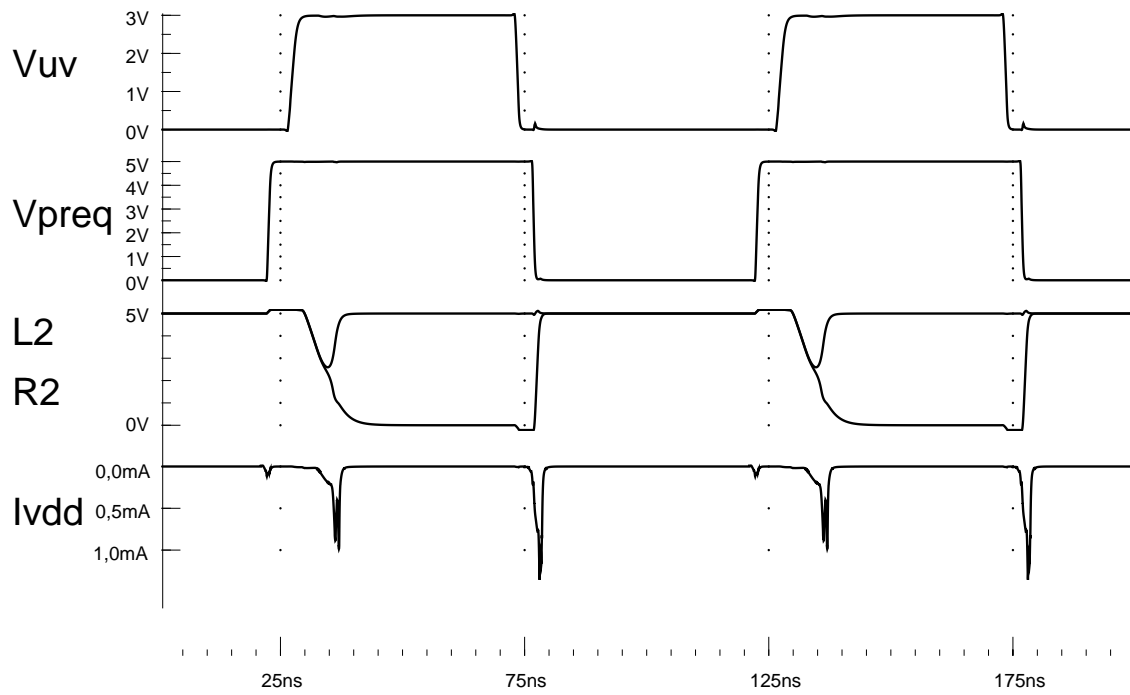


Abbildung 4.8: Ansteuerung des Sensors mittels  $V_{preq}$  und  $V_{uv}$

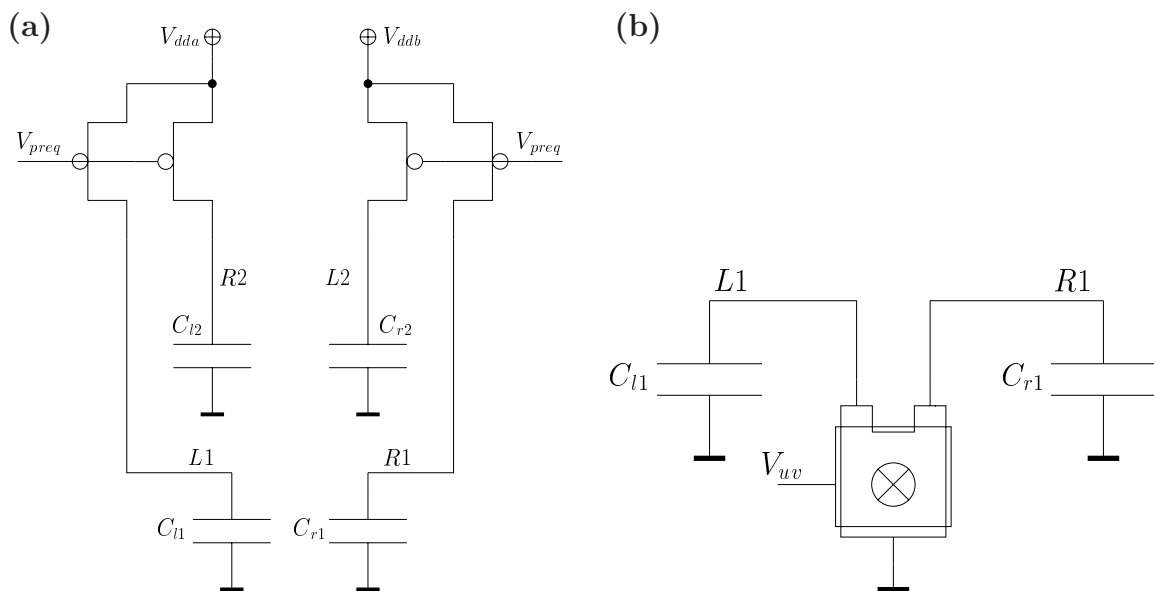


Abbildung 4.9: a)Precharge-Phase, b)Entladungsphase I

ströme lauten mit Gleichung 2.29

$$\begin{aligned} I_{ml} &= \frac{1}{2}I_{Dm} - S'BI_{Dm} = \left(\frac{1}{2} - S'B\right) \cdot \frac{1}{2}\beta_m(V_{uv} - V_{tn})^2 \\ &= \frac{1}{2}\beta_{ml}(V_{uv} - V_{tn})^2 \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} I_{mr} &= \frac{1}{2}I_{Dm} - S'BI_{Dm} = \left(\frac{1}{2} + S'B\right) \cdot \frac{1}{2}\beta_m(V_{uv} - V_{tn})^2 \\ &= \frac{1}{2}\beta_{mr}(V_{uv} - V_{tn})^2. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Die Größen  $\beta_{ml}$  und  $\beta_{mr}$  errechnen sich aus der relativen Empfindlichkeit  $S$  und dem anliegenden Magnetfeld  $B$  damit zu

$$\beta_{ml} = \frac{1}{2}\beta_m(1 - SB) \quad (4.3)$$

$$\beta_{mr} = \frac{1}{2}\beta_m(1 + SB). \quad (4.4)$$

## Entladungsphase II

Zum Zeitpunkt  $t=t_1$  werden die n-Kanal-MOSFETs aktiv (Abbildung 4.10c). Je nach Spannungsdifferenz der Knoten  $L_1$  und  $R_1$  wird das fast gleichzeitig erfolgen. In den Gleichungen muss der Body-Effekt berücksichtigt werden.

$$I_{nl}(t) = \frac{\beta_n}{2}(R2(t) - L1(t) - V_{tnbl}(t))^2 \quad (4.5)$$

$$I_{nr}(t) = \frac{\beta_n}{2}(L2(t) - R1(t) - V_{tnbr}(t))^2 \quad (4.6)$$

## Entscheidungsphase

Zum Zeitpunkt  $t=t_2$  werden die p-Kanal-MOSFETS aktiv und damit auch die kompletten Inverter, die zu kippen beginnen (Abbildung 4.10d). Die Ströme der p-Kanal-MOSFETS betragen dann

$$I_{pl}(t) = \frac{\beta_p}{2}(V_{dd} - L2(t) - |V_{tp}|)^2 \quad (4.7)$$

$$I_{pr}(t) = \frac{\beta_p}{2}(V_{dd} - R2(t) - |V_{tp}|)^2. \quad (4.8)$$

Das entstehende Gleichungssystem ist zu komplex, um es analytisch zu lösen. Die Schaltung kann aber mit SPICE simuliert werden. Die SPICE-Simulation eines Kippvorgangs für  $V_{uv}=3V$  und  $B=11,7mT$  zeigt Abbildung 4.11. Zum Zeitpunkt  $t=0ns$  wird die Gatespannung  $V_{uv}$  des MAGFETs eingeschaltet. Die Knoten  $L1$  und  $R1$  werden langsam entladen. Die n-Kanäle des rückgekoppelten Inverters werden zum Zeitpunkt  $t_1=1,5ns$  aktiv, die p-Kanal-Transistoren zum Zeitpunkt  $t_2=4,2ns$ . Nach ungefähr  $17ns$  ist die Schaltung vollständig gekippt. Wesentlich für das Kippen der Inverter ist die Differenzspannung  $\Delta V_{lr2}$  zum Zeitpunkt  $t_2$  wenn die p-Kanal-Transistoren zu leiten beginnen.

$$\Delta V_{lr2}(t_2) = L2(t_2) - R2(t_2) \quad (4.9)$$

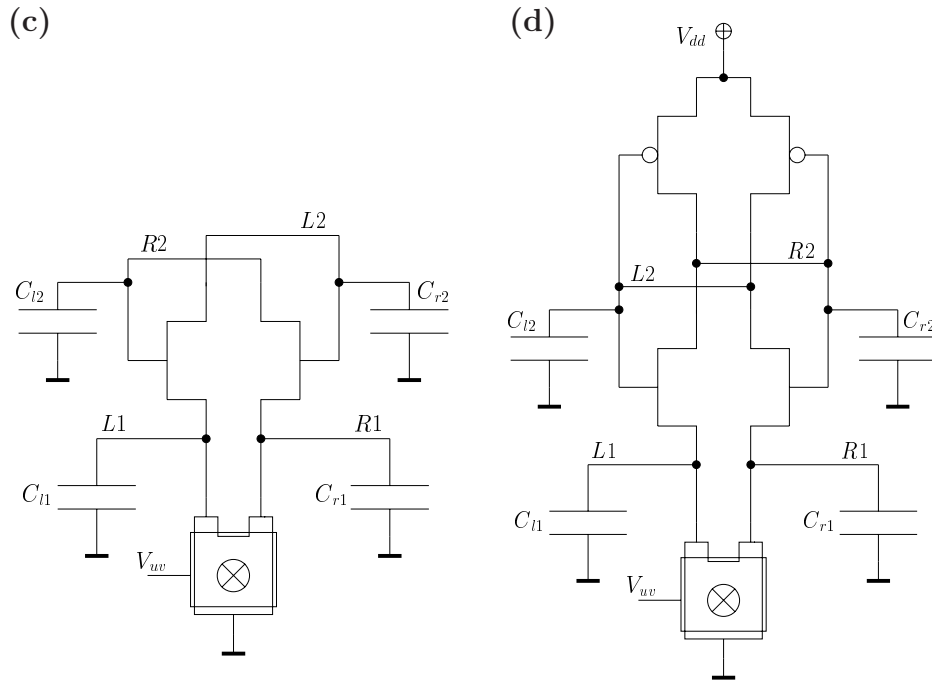


Abbildung 4.10: c) Entladungsphase II ( $t_1 < t < t_2$ ), d) Entscheidungsphase ( $t > t_2$ )

Es stellt sich die Frage, wie der Einfluss des Rauschens auf die Kippcharakteristik ermittelt werden kann. Die übliche Lösung ist, eine Transienten-Monte-Carlo-Simulation zu machen. Sie ist in diesem Fall allerdings nicht problemlos wegen der Metastabilität, da im metastabilen Bereich oft Konvergenzprobleme und damit auch falsche Werte auftreten. Deshalb wird hier ein anderer Weg gewählt. An spezifischen Punkten wird der Rauscheinfluss mit einer SPICE-Rauschsimulation ermittelt. Die Transienten und deren Wahrscheinlichkeitsverteilung werden aber über eine stochastische Differentialgleichung ermittelt. Vereinfachenderweise kann man den Einfluss des  $kT/C$ -Rauschens der Precharge-Transistoren auf die Differenzspannung  $\Delta V_{lr2}$  bis zum Beginn der Entscheidungsphase zur Zeit  $t_2$  simulieren und ab dort mit verschiedenen Parametern eine Gleichung für das Kippen der nun aktiven rückgekoppelten Inverter aufstellen. Diese Parameter werden ebenfalls durch eine SPICE-Simulation gewonnen.

Tabelle 4.2 zeigt den Einfluss der  $kT/C$ -Rauschspannungen der Precharge-Transistoren auf die Spannung  $\Delta V_{lr2}$ .

$V_{uv}/V$ $V_{dda}/V$	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	5,0
4,0000	0,846	0,720	0,662	0,614	0,578	0,547
4,2500	1,424	1,151	1,114	0,894	0,847	0,793
4,5000	1,878	1,499	1,283	1,144	1,089	1,000
4,7500	2,176	1,802	1,530	1,386	1,312	1,229
5,0000	2,565	2,100	1,789	1,646	1,566	1,498

Tabelle 4.2:  $\Delta V_{lr2}$  in mV zur Zeit  $t_2$  für die  $kT/C$ -Rauschspannungen

Bezieht man die durch ein Magnetfeld bedingte Spannungsdifferenz  $\Delta V_{lr2m}$  zum Zeit-

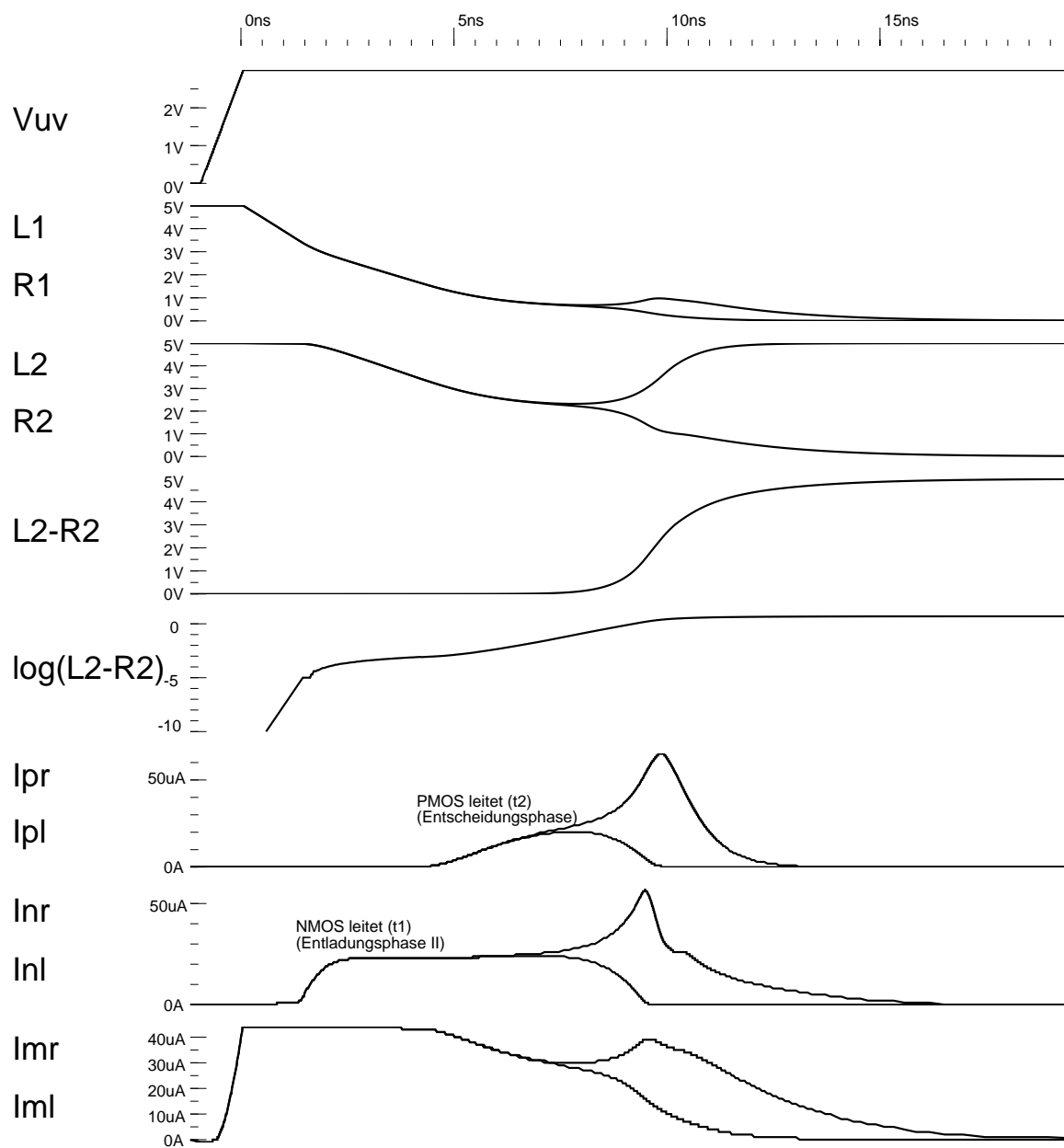


Abbildung 4.11: SPICE-Simulation eines Kippvorgangs, Arbeitspunkteinstellung durch  $V_{dda}$  und  $V_{ddb}$

punkt  $t_2$  auf die Flussdichte des Magnetfelds, so erhält man den Parameter

$$\eta = \frac{\Delta V_{lr2m}}{B} \quad (4.10)$$

Er ist in Tabelle 4.3 dargestellt.

$V_{uv}/V$ $V_{dda}/V$	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	5,0
4,0000	0,024	0,019	0,017	0,013	0,013	0,011
4,2500	0,059	0,047	0,038	0,034	0,031	0,026
4,5000	0,095	0,075	0,062	0,056	0,050	0,042
4,7500	0,132	0,104	0,087	0,079	0,072	0,062
5,0000	0,170	0,135	0,114	0,105	0,097	0,082

Tabelle 4.3:  $\eta$  in V/T zur Zeit  $t_2$

$V_{uv}/V$ $V_{dda}/V$	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	5,0
4,0000	5,056	2,784	1,813	1,302	1,000	0,703
4,2500	6,383	3,506	2,285	1,645	1,270	0,901
4,5000	7,674	4,191	2,721	1,952	1,506	1,064
4,7500	8,980	4,878	3,153	2,255	1,734	1,216
5,0000	10,310	5,577	3,591	2,560	1,961	1,365

Tabelle 4.4: Zeit  $t_2$  in ns

Tabelle 4.4 zeigt die Zeit  $t_2$  bis zum Leiten der p-Kanal-Transistoren. Das Kippen der rückgekoppelten Inverter und das Verhalten der Spannung  $\Delta V_{lr2}$  wird in Abbildung 4.12 gezeigt.

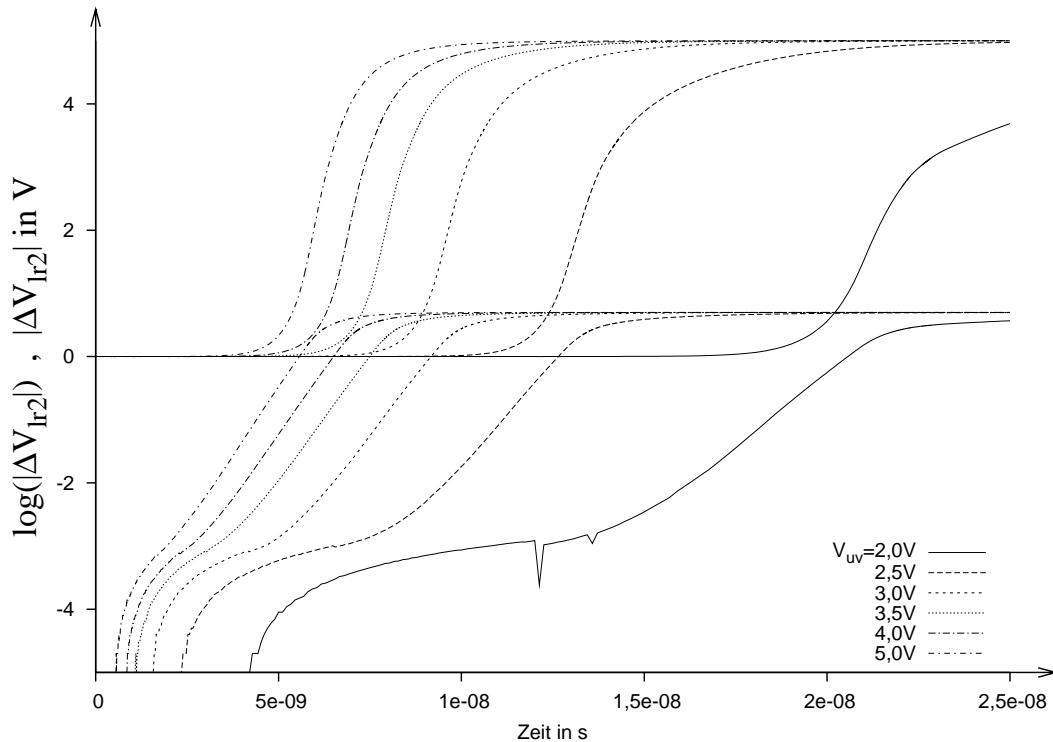


Abbildung 4.12:  $|\Delta V_{lr2}(t)|$  bei  $V_{dda} = 5V$

### 4.3.2 Arbeitspunktwahl durch gekoppelte Kapazitäten

Im Gegensatz zum vorigen Fall sind die Precharge-Spannungen jetzt gleich ( $V_{dda} = V_{ddb} = V_{dd}$ ) und die Arbeitspunkteinstellung erfolgt über die Spannungen  $V_{cl}$  und  $V_{cr}$ .

#### Precharge-Phase

Die Precharge-Transistoren sind aktiv und schalten damit alle Transistoren der Inverter in den Aus-Zustand. Die Steuerkondensatoren werden aufgeladen (Abbildung 4.13a). Wenn diese Phase durch die Abschaltung der Precharge-Transistoren beendet wird, dann verbleibt auf allen Kondensatoren eine Rauschladung. Die parasitären Kapazitäten sind gleich wie im letzten Abschnitt. Die Kondensatoren  $C_{l0}$  und  $C_{r0}$  haben eine Kapazität von ungefähr 100fF.

#### Entladungsphase I

Der MAGFET wird aktiv geschaltet, indem seine Gate-Spannung eingeschaltet wird. Durch die Drainströme werden die Steuerkondensatoren entladen (Abbildung 4.13b). Die Gleichungen für die Drainströme des MAGFETs sind gleich wie im vorigen Fall (Gleichungen 4.3 bis 4.4). Die p-Kanal-Transistoren an den Kondensatoren  $C_{l0}$  und  $C_{r0}$  befinden sich im linearen Bereich.

#### Entladungsphase II

Die n-Kanal-MOSFETs werden ab dem Zeitpunkt  $t=t_1$  aktiv (Abbildung 4.14c). Je nach Spannungsdifferenz der Knoten  $L_1$  und  $R_1$  wird das fast gleichzeitig erfolgen. Die



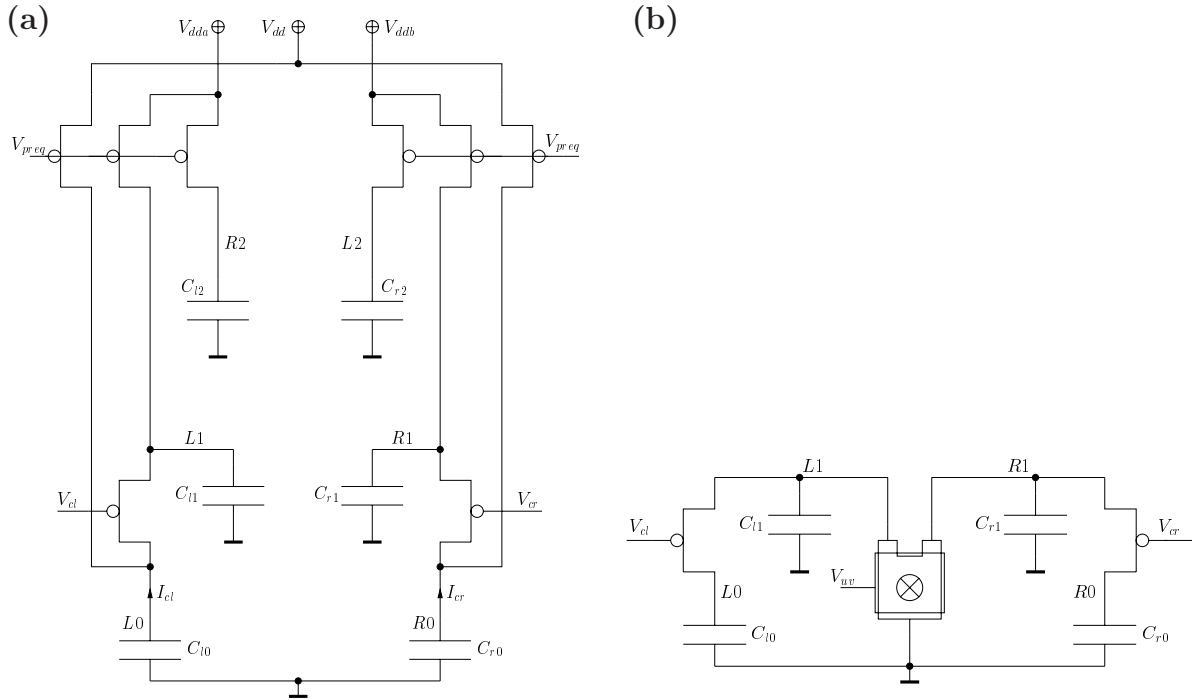


Abbildung 4.13: a) Precharge-Phase, b) Entladungsphase I

Gleichungen für  $I_{nl}$  und  $I_{nr}$  können vom vorigen Abschnitt (Gleichungen 4.5 und 4.6) übernommen werden.

### Entscheidungsphase

Zum Zeitpunkt  $t=t_2$  werden die Inverter komplett aktiv und beginnen zu kippen (Abbildung 4.14d).

Auch in diesem Fall wird eine SPICE-Simulation der aus dem Layout extrahierten Netzliste durchgeführt. Abbildung 4.15 zeigt die Simulation für  $V_{uv}=3,0\text{V}$ ,  $V_{cl}=2,5\text{V}$  und bei  $B=11,7\text{mT}$ . Dabei werden die n-MOSFETs zum Zeitpunkt  $t_1=2,3\text{ns}$  aktiv, die p-MOSFETs zum Zeitpunkt  $t_2=5,2\text{ns}$ . Die Schaltung ist nach ungefähr  $18\text{ns}$  vollständig gekippt. Wie schon im vorigen Fall ist für das Kippen der Inverter die Differenzspannung  $\Delta V_{lr2} = L2 - R2$  zum Zeitpunkt  $t_2$  wichtig, wenn die p-Kanal-MOSFETs zu leiten beginnen. Als Parameter ist in diesem Fall die Steuerspannung  $V_{cl}$  vorhanden. Für sie gilt  $V_{cl} \approx V_{cr}$ . Die Quadrate der  $kT/C$ -Rauschbeiträge der einzelnen Precharge-Transistoren können addiert werden. Daraus erhält man eine einzige Rauschdifferenzspannung  $\Delta V_{lr2m}$ , die zur weiteren Berechnung des Kippverhaltens dient. Die Rauschdifferenzspannung ist in Tabelle 4.5 für verschiedene Arbeitspunkte angegeben.

Bezieht man den Betrag der durch das Magnetfeld hervorgerufenen Differenzspannung auf die Flussdichte des Magnetfelds, so ergibt sich wie im vorhergehenden Abschnitt die Relation

$$\eta = \frac{\Delta V_{lr2m}}{B}$$

Die Werte von  $\eta$  sind in der Tabelle 4.6 aufgelistet. In Tabelle 4.7 ist die Zeit  $t_2$  bis zum

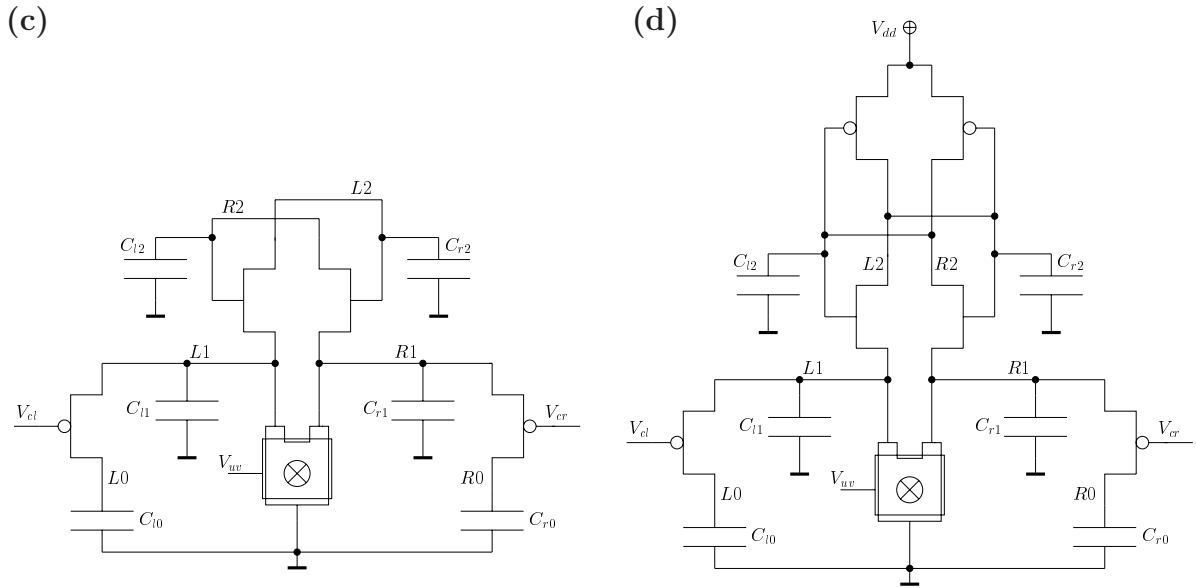


Abbildung 4.14: c) Entladungsphase II ( $t_1 < t < t_2$ ), d) Entscheidungsphase ( $t > t_2$ )

$V_{uv}/V$ $V_{cl}/V$	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	5,0
0,0	47,257	10,665	5,136	3,264	2,564	2,541
1,0	4,207	3,001	2,500	2,246	2,048	1,959
1,5	3,506	2,893	2,498	2,168	1,998	1,840
2,0	3,316	2,916	2,493	2,124	1,905	1,708
2,5	3,311	2,891	2,343	1,939	1,742	1,657
3,0	3,435	2,619	2,073	1,756	1,652	1,544
3,5	2,667	2,121	1,822	1,624	1,554	1,526
5,0	2,565	2,100	1,789	1,646	1,566	1,498

Tabelle 4.5:  $\Delta V_{lr2n}$  in mV

$V_{uv}/V$ $V_{cl}/V$	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	5,0
0,0	3,256	0,804	0,426	0,291	0,232	0,188
1,0	0,413	0,299	0,247	0,210	0,188	0,155
1,5	0,352	0,275	0,233	0,188	0,168	0,131
2,0	0,281	0,241	0,196	0,163	0,141	0,112
2,5	0,236	0,202	0,161	0,133	0,118	0,101
3,0	0,209	0,164	0,134	0,115	0,106	0,087
3,5	0,174	0,138	0,116	0,106	0,096	0,083
5,0	0,170	0,135	0,114	0,105	0,097	0,082

Tabelle 4.6:  $\eta/VT^{-1}$  für verschiedene Arbeitspunkte

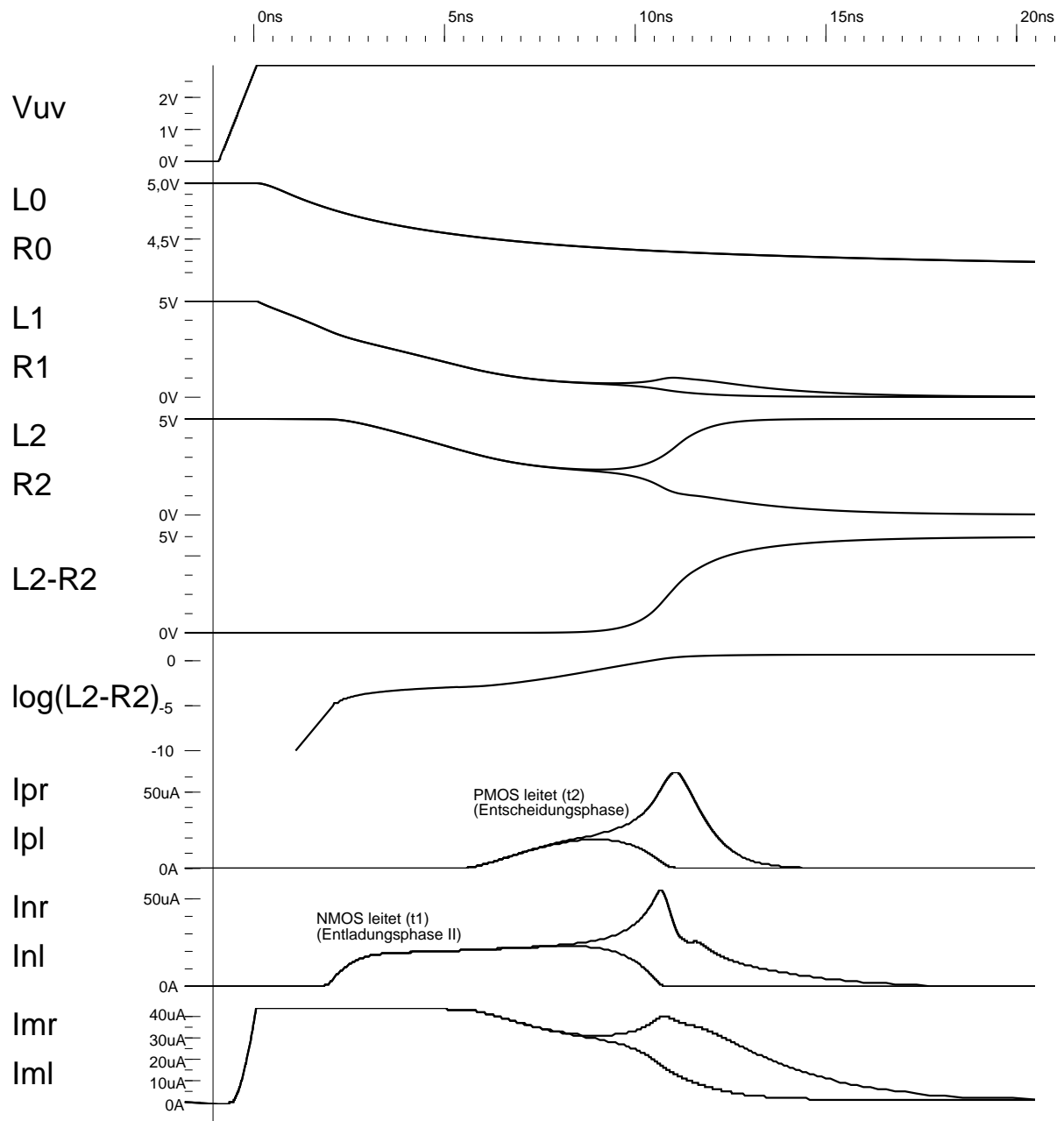


Abbildung 4.15: SPICE-Simulation des Kippvorgangs, Arbeitspunkteinstellung durch  $V_{cl}$  und  $V_{cr}$

Leiten der p-Kanal-Transistoren dargestellt. Die Abbildungen 4.16 und 4.17 zeigen das Kippverhalten der gekoppelten Inverter abhängig von  $V_{uv}$  und  $V_{cl}$ .

$V_{uv}/V$ $V_{cl}/V$	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	5,0
0,0	27,405	14,130	8,624	5,815	4,193	2,570
1,0	23,084	11,727	7,083	4,738	3,401	2,093
1,5	20,295	10,301	6,217	4,159	2,994	1,872
2,0	17,508	8,887	5,369	3,607	2,620	1,682
2,5	14,801	7,530	4,586	3,124	2,307	1,528
3,0	12,258	6,340	3,953	2,756	2,078	1,419
3,5	10,463	5,623	3,610	2,569	1,967	1,368
5,0	10,310	5,577	3,591	2,560	1,961	1,365

Tabelle 4.7: Zeit  $t_2$  in ns

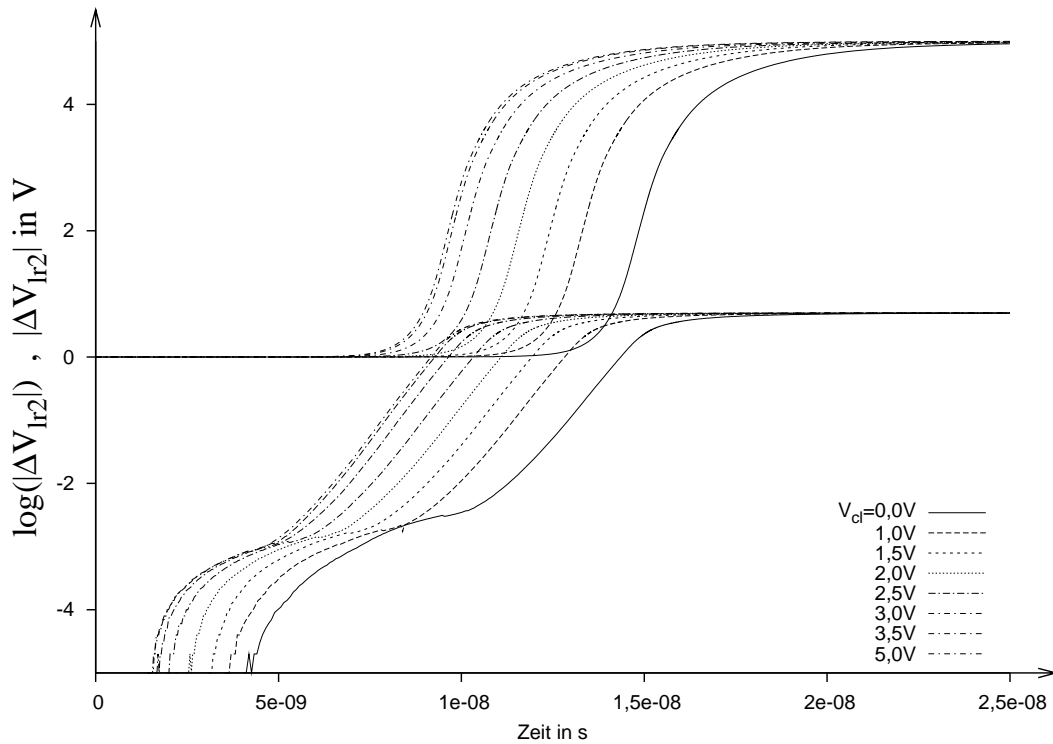


Abbildung 4.16:  $|\Delta V_{Ir2}|$  in Abhängigkeit von  $V_{cl}$  bei  $V_{uv}=3,0V$

### 4.3.3 Rauschbehafteter Kippvorgang

Unabhängig von der Art der Arbeitspunkteinstellung kann das Kippen der gekoppelten Inverter ab dem Zeitpunkt  $t_2$  näherungsweise durch eine Exponentialgleichung beschrieben werden, die ähnlich der Gleichung 3.18 in Abschnitt 3.1.1 ist. Sie lautet

$$\Delta V_{Ir2}(t) = \Delta V_{Ir2}(t_2) \cdot e^{G(t-t_2)} + \lambda B \left( e^{G(t-t_2)} - 1 \right). \quad (4.11)$$

Diese Gleichung gilt, solange noch alle Transistoren der rückgekoppelten Inverter in der Sättigung arbeiten.

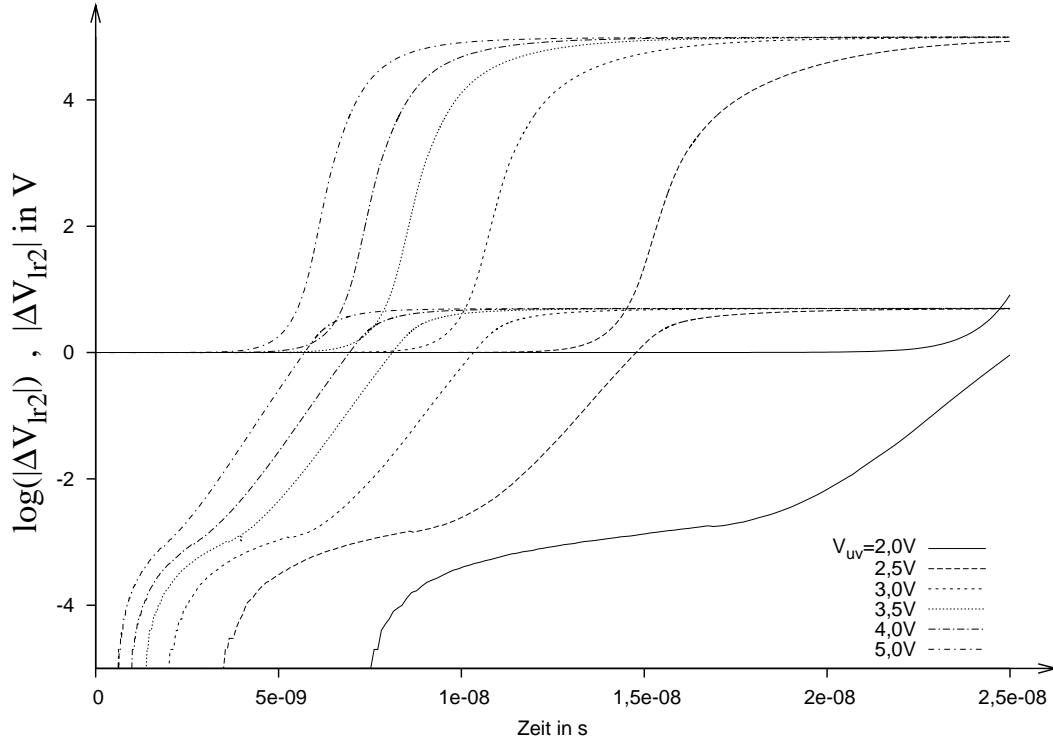


Abbildung 4.17:  $|\Delta V_{lr2}|$  in Abhängigkeit von  $V_{uv}$  bei  $V_{cl}=2,5V$

Unabhängig von der Art der Arbeitspunkteinstellung können nun die Ergebnisse aus Abschnitt 3.3.2 mit leichten Modifikationen auf den realisierten Sensor übertragen werden. Dabei werden folgende Vereinfachungen gemacht:

- Alle Anfangswerte beziehen sich auf den Zeitpunkt  $t_2$ , an dem beide Inverter aktiv sind.
- Der Faktor  $G$  wird als konstant angenommen und durch eine SPICE-Simulation ermittelt.
- Der Faktor  $\lambda$  wird als konstant angenommen (MAGFET in der Sättigung) und durch eine SPICE-Simulation bestimmt.
- Die Rauschdifferenzspannung  $g$  wird während des Kippens als konstant angenommen und durch eine SPICE-Simulation bestimmt.
- Der Mittelwert der Spannung  $\Delta V_{lr2}$  zum Zeitpunkt  $t_2$  ist gleich  $\Delta V_{lr2m}$
- Die Standardabweichung der Spannung  $\Delta V_{lr2}$  zum Zeitpunkt  $t_2$  ist gleich  $\Delta V_{lr2n}$

Mit diesen Vereinfachungen wird folgende Differentialgleichung ähnlich zu 3.73 aufgestellt.

$$\frac{d\Delta V_{lr2}(t)}{dt} = G\Delta V_{lr2}(t) + G\lambda B + \sqrt{Gg^2}\xi(t) \quad (4.12)$$

Der Faktor  $g$  berechnet sich in diesem Fall zu

$$g = \sqrt{2} \cdot \sqrt{u_{n2}^2}, \quad (4.13)$$

wobei die Rauschspannung  $u_{n2}$  an den Knoten L2 und R2 durch eine SPICE-Simulation bestimmt wird und in Tabelle 4.8 angegeben ist. Die Faktoren  $G$  und  $\lambda$  werden ebenfalls mit SPICE bestimmt und sind in den Tabellen 4.9 bis 4.12 aufgelistet.

$V_{uv}$	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0
$\sqrt{u_{n2}^2}/\text{mV}$	1,746	1,669	1,575	1,484	1,414	1,407	1,402

Tabelle 4.8:  $\sqrt{u_{n2}^2}$  mit SPICE ermittelt

$V_{uv}/\text{V}$	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	5,0
$V_{dda}/\text{V}$						
4,0000	0,683	0,900	1,204	1,702	1,943	2,256
4,2500	0,440	0,670	0,996	1,263	1,471	1,664
4,5000	0,436	0,632	0,932	1,154	1,366	1,555
4,7500	0,403	0,611	0,880	1,110	1,299	1,502
5,0000	0,392	0,606	0,874	1,095	1,267	1,471

Tabelle 4.9:  $G/(10^9\text{s}^{-1})$

$V_{uv}/\text{V}$	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	5,0
$V_{cl}/\text{V}$						
0,0	0,313	0,473	0,692	0,901	1,103	1,313
1,0	0,369	0,544	0,750	0,997	1,137	1,350
1,5	0,371	0,549	0,760	1,000	1,164	1,372
2,0	0,379	0,547	0,778	0,999	1,169	1,405
2,5	0,384	0,559	0,791	1,034	1,198	1,439
3,0	0,391	0,575	0,813	1,070	1,235	1,483
3,5	0,397	0,598	0,837	1,081	1,284	1,466
5,0	0,392	0,606	0,874	1,095	1,267	1,471

Tabelle 4.10:  $G/(10^9\text{s}^{-1})$

Die Lösung von Gleichung 4.12 lautet für  $t > t_2$

$$p(\Delta V_{lr2}, B, t) = \frac{1}{\sqrt{\pi 2 u_{n2}^2 \left( (1 + \Delta V_{lr2n}^2 / u_{n2}^2) e^{2G(t-t_2)} - 1 \right)}} e^{-z} \quad (4.14)$$

mit

$$z = \frac{\left( \Delta V_{lr2} - (\eta + \lambda) B e^{G(t-t_2)} + \lambda B \right)^2}{2 u_{n2}^2 \left( (1 + \Delta V_{lr2n}^2 / u_{n2}^2) e^{2G(t-t_2)} - 1 \right)}. \quad (4.15)$$

Dieses Verhalten ist in den Abbildungen 4.18 und 4.19 für  $V_{uv}=3,0\text{V}$ ,  $V_{cl}=2,5\text{V}$  und  $B=10\text{mT}$  gezeigt.

$V_{uv}/V$ $V_{dda}/V$	2,0	2,25	2,5	2,75	3,0	3,25	3,5	3,75	4,0
4,0000	0,785	2,091	1,719	2,083	2,125	1,824	1,567	1,839	2,122
4,5000	3,493	4,566	5,723	5,873	5,314	5,558	6,556	6,886	7,394
5,0000	3,047	2,865	4,743	5,570	5,175	5,870	6,762	7,361	8,841

Tabelle 4.11:  $\lambda \cdot 10^3 / VT^{-1}$

$V_{uv}/V$ $V_{cl}/V$	2,0	2,25	2,5	2,75	3,0	3,25	3,5	3,75	4,0
0,0	0,613	0,811	1,001	1,035	1,093	1,224	1,546	1,622	2,297
0,5	0,200	0,317	0,458	0,627	0,889	1,249	1,348	2,032	2,891
1,0	0,082	0,245	0,510	0,821	1,223	1,685	1,875	2,852	4,019
1,5	0,188	0,522	0,970	1,446	2,081	2,580	2,991	3,980	5,311
2,0	0,372	1,046	1,876	2,281	3,050	3,298	4,561	5,563	6,937
2,5	0,806	1,682	3,052	3,542	4,399	4,476	5,482	7,175	7,920
3,0	1,740	2,671	4,384	4,687	5,603	6,943	6,359	7,916	8,786

Tabelle 4.12:  $\lambda \cdot 10^3 / VT^{-1}$

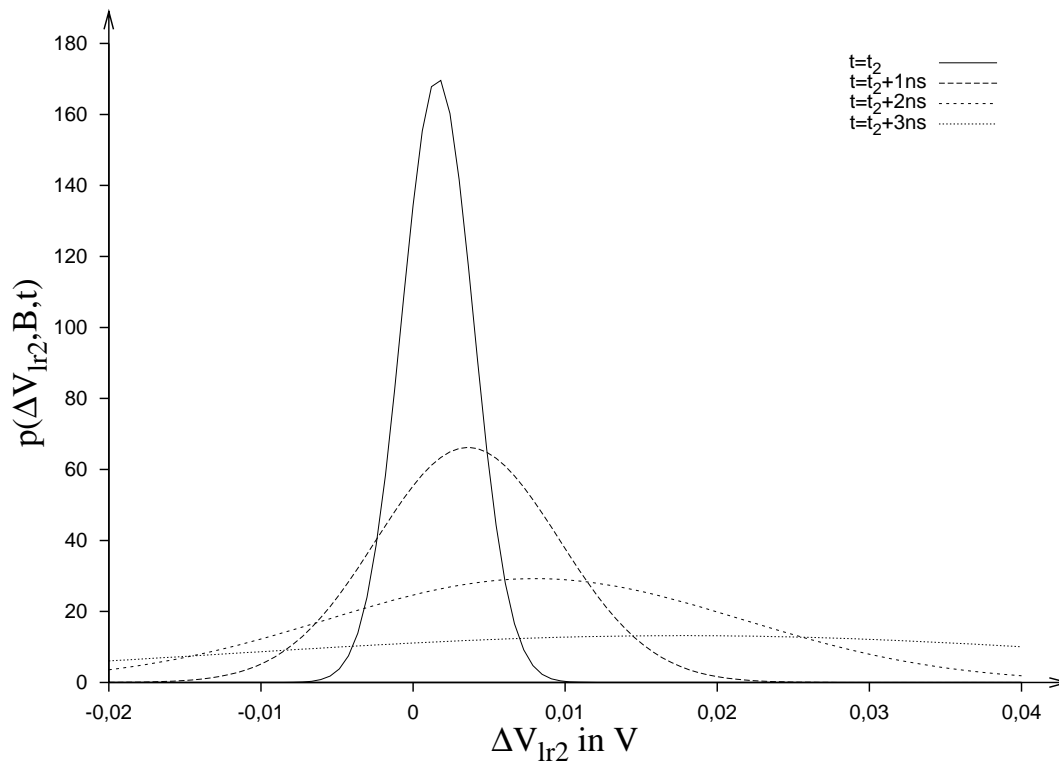


Abbildung 4.18: Wahrscheinlichkeitsdichte  $p(\Delta V_{lr2}, B, t)$

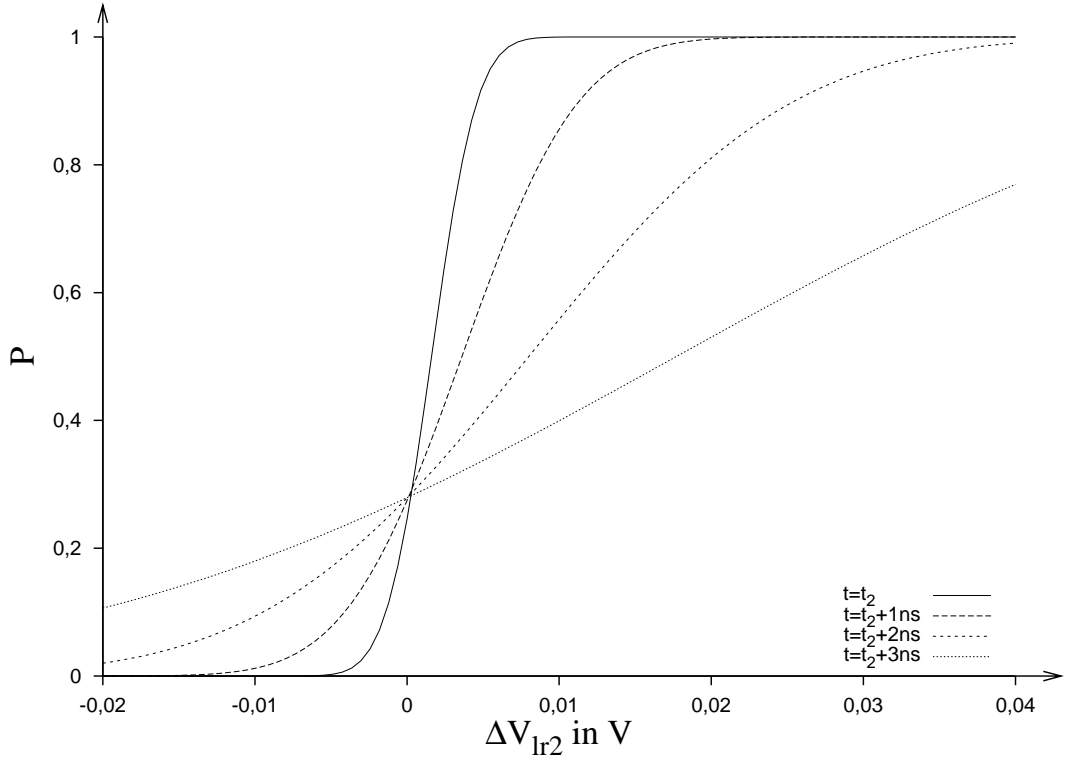


Abbildung 4.19: Kumulierte Wahrscheinlichkeit

Betrachtet man die Stufe als gekippt, wenn  $|\Delta V_{lr2}| \geq V_r$ , so ergeben sich die Wahrscheinlichkeiten der Einsen, der Nullen und des metastabilen Zustands zu

$$\begin{aligned}
 P_1(B, t) &= \int_{\Delta V_r}^{\infty} p(\Delta V_{lr2}, B, t) d\Delta V_{lr2} \\
 &= 0,5 - \Phi_0 \left( \frac{\Delta V_r - (\eta + \lambda) B e^{G(t - t_2)} + \lambda B}{\sqrt{u_{n2}^2 \left( (1 + \Delta V_{lr2n}^2 / u_{n2}^2) e^{2G(t - t_2)} - 1 \right)}} \right) \quad (4.16)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_0(B, t) &= \int_{-\infty}^{-\Delta V_r} p(\Delta V_{lr2}, B, t) d\Delta V_{lr2} \\
 &= 0,5 + \Phi_0 \left( \frac{-\Delta V_r - (\eta + \lambda) B e^{G(t - t_2)} + \lambda B}{\sqrt{u_{n2}^2 \left( (1 + \Delta V_{lr2n}^2 / u_{n2}^2) e^{2G(t - t_2)} - 1 \right)}} \right) \quad (4.17)
 \end{aligned}$$

$$P_{meta}(B, t) = 1 - P_1(B, t) - P_0(B, t). \quad (4.18)$$

Für Zeiten kleiner als  $t_2$  ist  $P_1(B, t)=0$ ,  $P_0(B, t)=0$  und  $P_{meta}(B, t)=1$ . Abbildung 4.20 zeigt das Verhalten der Wahrscheinlichkeiten für den Fall  $V_{uv} = 3,0V$ ,  $V_{cl} = 2,5V$  und  $B = 10mT$ . Löst man die letzte Gleichung nach  $t$  auf und setzt man  $B=0T$ , so erhält



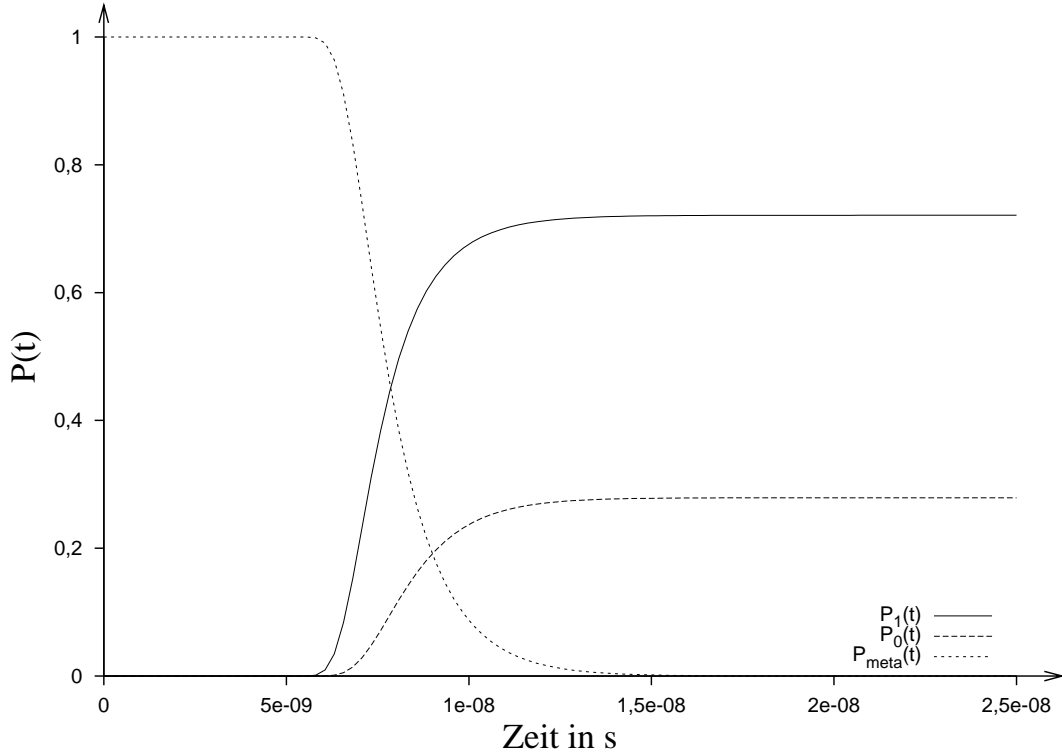


Abbildung 4.20: Wahrscheinlichkeiten  $P_1$ ,  $P_0$  und  $P_{meta}$  für  $B=10\text{mT}$

man die Zeit  $t_r$  bis zum Erreichen einer bestimmten Metastabilitätswahrscheinlichkeit  $P_{err}$ .

$$t_r = \frac{1}{2G} \ln \left( \frac{1}{u_{n2}^2 + \Delta V_{lr2n}^2} \cdot \left( \overline{u_{n2}^2} + \frac{\Delta V_r^2}{\left( \Phi_0^{-1}(0,5 \cdot P_{meta}(t)) \right)^2} \right) \right) \quad (4.19)$$

Hat die Schaltung genug Zeit, um vollständig zu kippen, so geht  $P_{meta}$  gegen Null und  $P_1$  und  $P_0$  ergeben sich zu

$$P_1(B) = 0,5 + \Phi_0 \left( \frac{(\eta + \lambda) \cdot B}{\sqrt{u_{n2}^2 + \Delta V_{lr2n}^2}} \right) \quad (4.20)$$

$$P_0(B) = 0,5 - \Phi_0 \left( \frac{(\eta + \lambda) \cdot B}{\sqrt{u_{n2}^2 + \Delta V_{lr2n}^2}} \right). \quad (4.21)$$

Abbildung 4.21 zeigt  $P_1$  und  $P_0$  im vollständig gekippten Zustand in Abhängigkeit vom Magnetfeld für  $V_{uv} = 3,0\text{V}$  und  $V_{cl} = 2,5\text{V}$ . Vergleicht man diese Abbildung mit der entsprechenden Abbildung 3.29 aus Abschnitt 3.3.3, so kann man sehen, dass die Empfindlichkeit des realisierten Sensors wesentlich größer ist, als die Empfindlichkeit des einfach rückgekoppelten Inverters.

Ist bei der Detektion eines digitalen Magnetfeldsignals mit  $\pm B$  die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Nullen und Einsen gleich und legt man die Schwelle zur Detektion

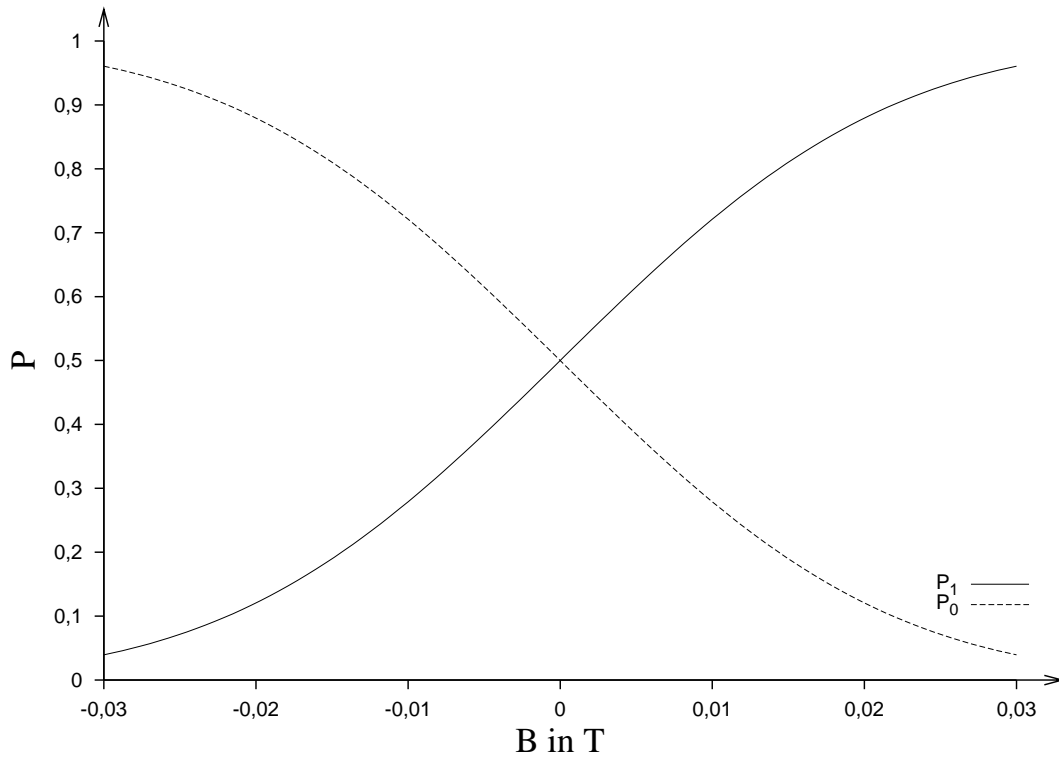


Abbildung 4.21: Wahrscheinlichkeiten  $P_1$  und  $P_0$  im gekippten Zustand

genau in die Mitte, so erhält man die Fehlerwahrscheinlichkeit nach Gleichung 2.78 zu

$$P_{err}(B) = 0,5 - \Phi_0\left(\frac{(\eta + \lambda) \cdot |B|}{\sqrt{u_{n2}^2 + \Delta V_{lr2n}^2}}\right). \quad (4.22)$$

Wie bereits beim einfach rückgekoppelten Inverter aus Kapitel 3.1 kann auch hier der Empfindlichkeitsfaktor  $\alpha$  definiert werden. Er lautet

$$\alpha = \frac{\eta + \lambda}{\sqrt{u_{n2}^2 + \Delta V_{lr2n}^2}}, \quad (4.23)$$

und mit ihm beträgt die Fehlerwahrscheinlichkeit

$$P_{err}(B) = 0,5 - \Phi_0\left(\alpha \cdot |B|\right). \quad (4.24)$$

Abbildung 4.22 zeigt die Abhängigkeit der Fehlerwahrscheinlichkeit von der Flussdichte  $B$  in einem festen Arbeitspunkt ( $V_{uv}=3,0V$ ,  $V_{cl}=2,5V$ ). Die Tabellen 4.14 und 4.13 listen den Faktor  $\alpha$  für verschiedene Arbeitspunkte auf, die Tabellen 4.16 und 4.15 die Fehlerwahrscheinlichkeit für  $B=10mT$ .

$V_{uv}/V$ $V_{dda}/V$	2,0	2,25	2,5	2,75	3,0	3,25	3,5	3,75	4,0
4,0	12,77	12,41	11,58	10,93	11,03	10,11	8,94	9,14	9,70
4,5	38,60	33,99	36,04	34,62	33,07	32,65	33,30	31,86	32,43
5,0	55,62	51,27	51,95	51,77	50,13	49,30	50,34	48,09	50,30

Tabelle 4.13: Faktor  $\alpha$  in  $T^{-1}$

$V_{uv}/V$ $V_{cl}/V$	2,0	2,25	2,5	2,75	3,0	3,25	3,5	3,75	4,0
0,0	68,88	55,46	74,53	77,05	79,51	81,30	81,49	79,12	80,00
0,5	80,05	92,35	83,26	84,65	78,65	83,47	83,55	82,06	80,05
1,0	90,65	90,78	87,32	78,73	83,94	77,07	78,58	76,81	77,25
1,5	90,00	85,01	82,69	78,08	79,59	73,92	72,84	69,86	70,71
2,0	75,03	74,09	72,34	68,24	67,49	64,92	64,57	62,49	62,49
2,5	63,33	62,25	61,53	58,89	58,71	55,22	56,77	57,38	55,97
3,0	54,75	53,01	54,06	52,38	53,44	55,35	52,83	52,48	52,57

Tabelle 4.14: Faktor  $\alpha$  in  $T^{-1}$

$V_{uv}/V$ $V_{dda}/V$	2,0	2,25	2,5	2,75	3,0	3,25	3,5	3,75	4,0
4,0	0,449	0,451	0,454	0,457	0,456	0,460	0,464	0,464	0,461
4,5	0,350	0,367	0,359	0,365	0,370	0,372	0,370	0,375	0,373
5,0	0,289	0,304	0,302	0,302	0,308	0,311	0,307	0,315	0,307

Tabelle 4.15: Fehlerwahrscheinlichkeit für  $B=10\text{mT}$ , Arbeitspunkteinstellung durch Precharge-Spannungen

$V_{uv}/V$ $V_{cl}/V$	2,0	2,25	2,5	2,75	3,0	3,25	3,5	3,75	4,0
0,0	0,245	0,290	0,228	0,221	0,213	0,208	0,208	0,214	0,212
0,5	0,212	0,178	0,203	0,199	0,216	0,202	0,202	0,206	0,212
1,0	0,182	0,182	0,191	0,216	0,201	0,220	0,216	0,221	0,220
1,5	0,184	0,198	0,204	0,217	0,213	0,230	0,233	0,242	0,240
2,0	0,227	0,229	0,235	0,247	0,250	0,258	0,259	0,266	0,266
2,5	0,263	0,267	0,269	0,278	0,279	0,290	0,285	0,283	0,288
3,0	0,292	0,298	0,294	0,300	0,296	0,290	0,299	0,300	0,300

Tabelle 4.16: Fehlerwahrscheinlichkeit für  $B=10\text{mT}$ , Arbeitspunkteinstellung durch gekoppelte Kapazitäten

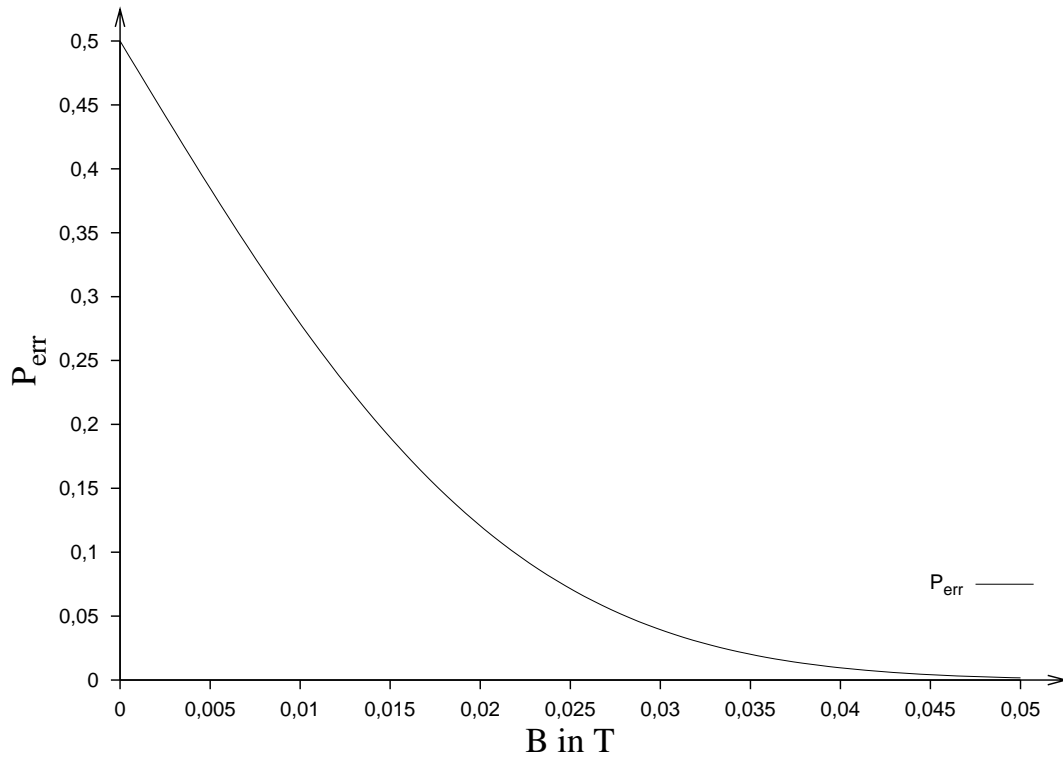


Abbildung 4.22: Fehlerwahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von B

## 4.4 Arbeitspunkteinstellung mit Löffelschaltung

Um den Arbeitspunkt dynamisch einstellen zu können, wird in der vorliegenden Arbeit eine sogenannte Löffelschaltung verwendet. Sie besteht aus einem Kondensator  $C_S$ , der durch kleine Ladungspakete geladen oder entladen wird. Diese Ladungspakete sind in den parasitären Kapazitäten der seriellen MOS-Transistoren gespeichert. Abbildung 4.23 zeigt links die seriellen MOSFETs. Die Schaltung nach Abbildung 4.7 wird dann an den Knoten L1 und R1 angeschlossen. Je nach Auswahl DL=1, DUQ=0 oder DL=0,

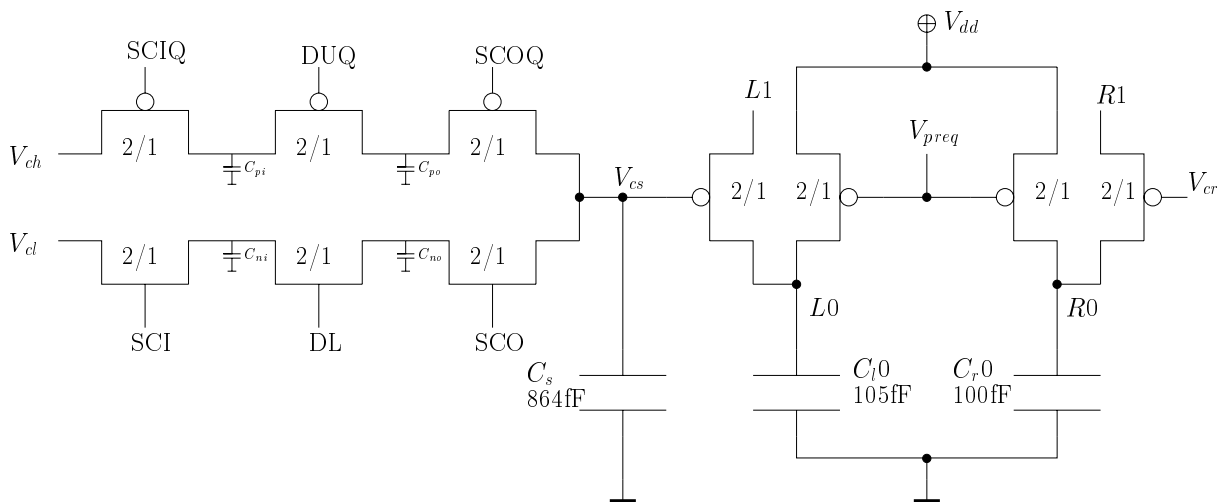


Abbildung 4.23: Arbeitspunkteinstellung durch Löffelschaltung

DUQ=1 und der entsprechenden Spannung an den Knoten  $V_{ch}$  und  $V_{cl}$  wird eine Ladung

in den Speicherkondensator  $C_S$  übertragen. Die Größe der Ladungspakete wird durch die beiden externen Spannungen  $V_{ch}$  und  $V_{cl}$  festgelegt. Im einfachsten Fall ist  $V_{ch}=V_{DD}$  und  $V_{cl}=0V$ . Die Schaltspannungen SCI, SCO, SCIQ und SCOQ bilden ein nichtüberlappendes Taktsystem nach Bild 4.24.

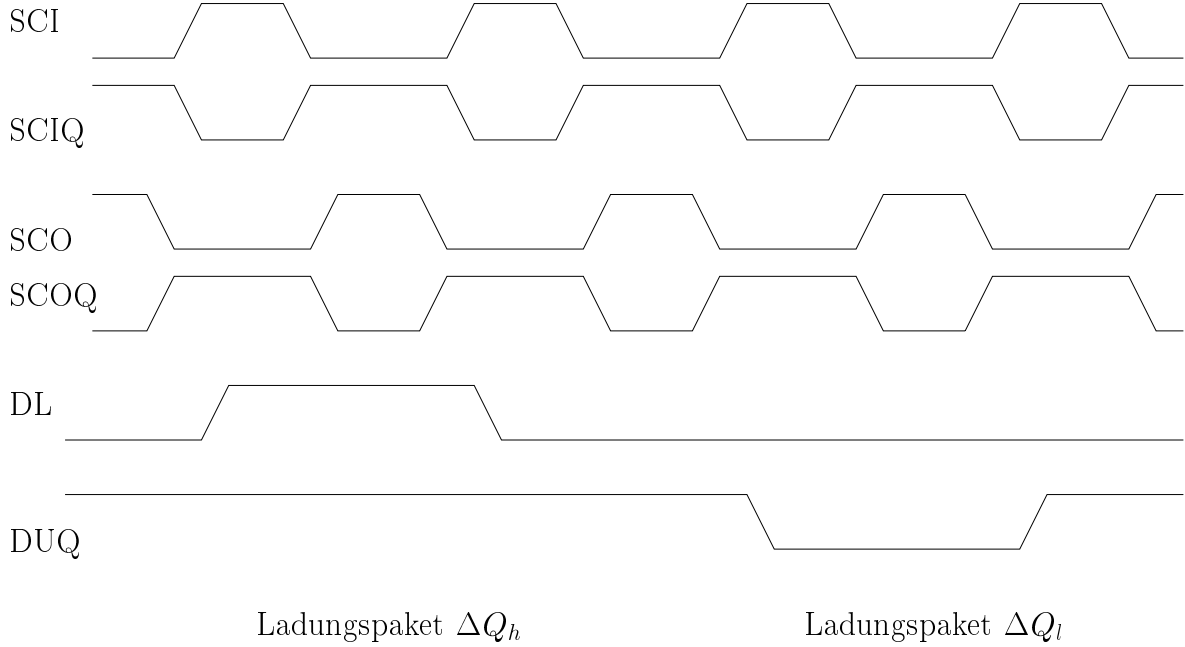


Abbildung 4.24: Nichtüberlappendes Taktsystem für die Löffelschaltung

Ein übertragenes Ladungspaket berechnet sich unter der Annahme  $V_{cl} \leq V_{cs} \leq V_{ch}$  und  $C_{par} = C_{pi} + C_{po}$  für  $DUQ=0$  und  $DL=1$  zu

$$\Delta Q_h = (V_{ch} - V_{cs})C_{par} \quad (4.25)$$

und mit  $C_{par} = C_{ni} + C_{no}$  für  $DUQ=1$  und  $DL=0$  zu

$$\Delta Q_l = (V_{cl} - V_{cs})C_{par}. \quad (4.26)$$

Im zweiten Fall ist  $\Delta Q$  negativ. Die Spannung am Speicherkondensator  $C_S$  verändert sich abhängig vom Verhältnis  $C_{par}$  zu  $C_S$ .

$$\Delta V_{cs} = V_{cs0} + \frac{\Delta Q}{C_S} \quad (4.27)$$

Abbildung 4.25 zeigt eine SPICE-Simulation.

Zum Abschalten der Löffelschaltung werden alle seriellen MOSFETs eingeschaltet und  $V_{cl}$  mit  $V_{ch}$  verbunden. Dann kann der Arbeitspunkt direkt über die Spannungen  $V_{cl}$  und  $V_{cr}$  von außen eingestellt werden.

## 4.5 Sensorarrays

### 4.5.1 Layout der Sensorarrays

Wie schon am Anfang dieses Kapitels erwähnt, wurden die Arrays auf minimalen Abstand layoutet. Es wurden 10 Sensoren in einem Array nebeneinander platziert. Die

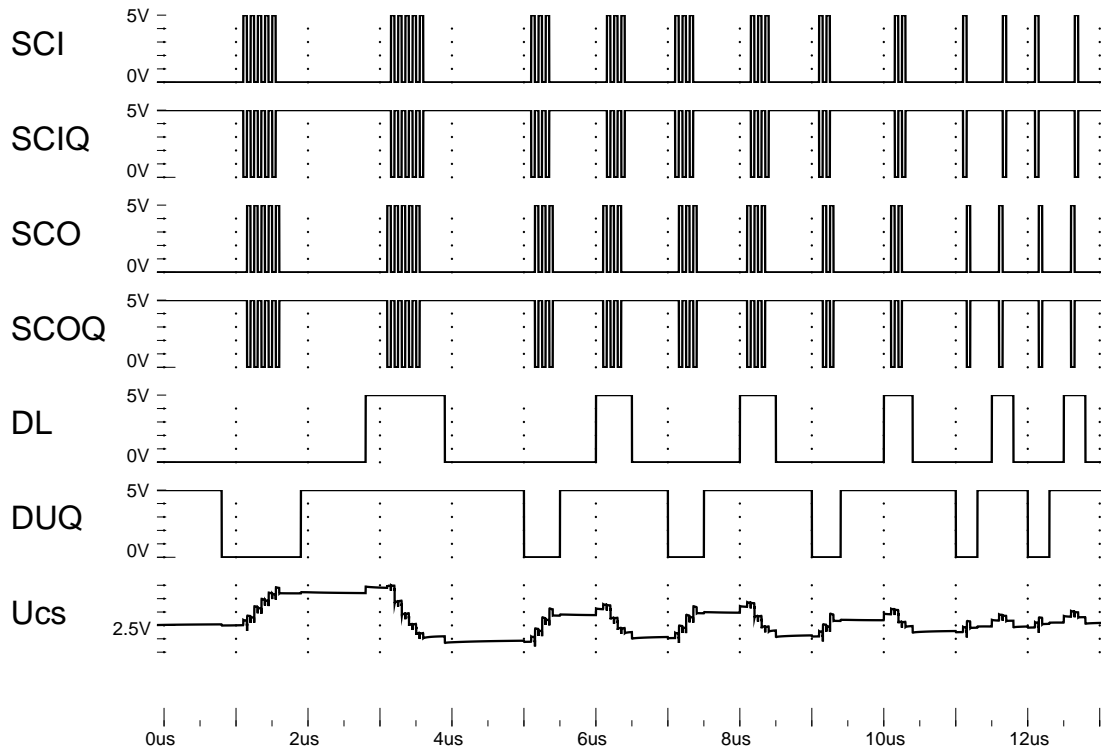


Abbildung 4.25: SPICE-Simulation der Löffelschaltung

Abbildungen 4.27 und 4.28 zeigen die Anordnung der MAGFETs in den Arrays. Weil aufgrund der Design-Rules die rückgekoppelten Inverter mehr Platz in der Breite brauchen, werden sie beidseitig angeordnet. Dadurch können auch die MAGFETs in minimalem Abstand voneinander angebracht werden. Da die Breite der gekoppelten Inverter  $13,5\mu\text{m}$  beträgt, ist der Abstand der MAGFETs  $6,75\mu\text{m}$ . Das Layout des MAGFETs zeigt Abbildung 4.26. Die Löffelschaltungen zur Arbeitspunkteinstellung schließen sich an die gekoppelten Inverter an. Sie sind im oberen Teil der Abbildung 4.29 zu erkennen.

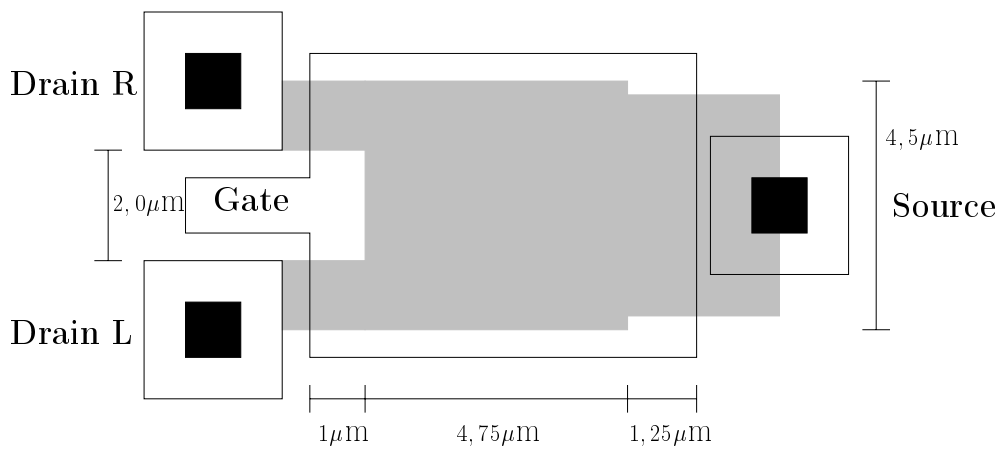


Abbildung 4.26: MAGFET-Dimensionierung

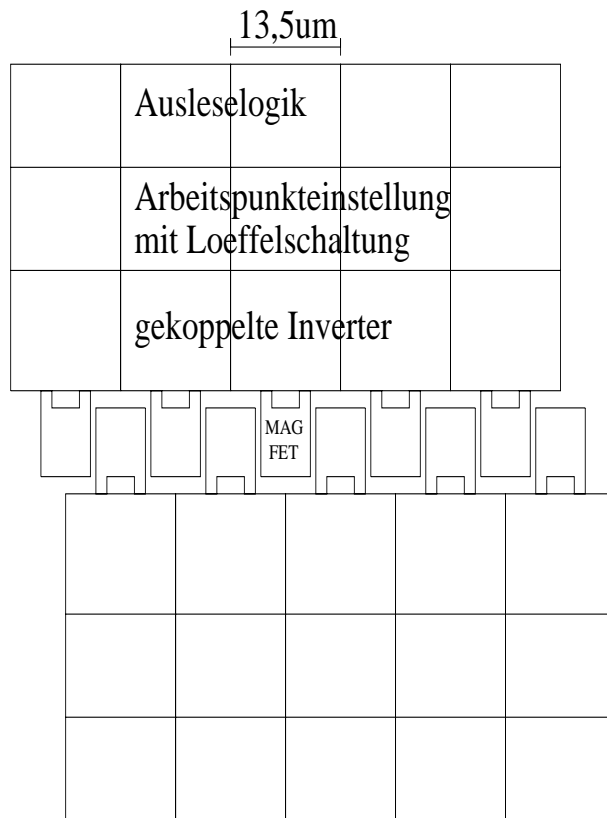


Abbildung 4.27: Schema der beidseitigen Sensoranordnung

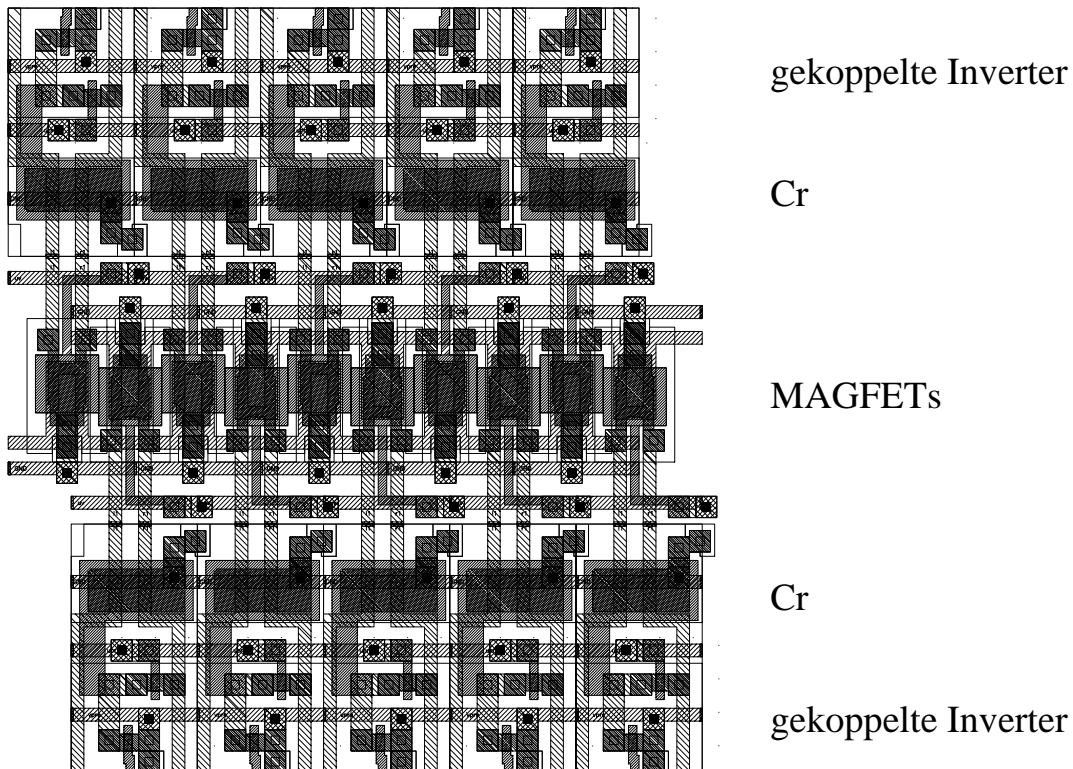


Abbildung 4.28: Teilansicht des Layouts eines MAGFET-Arrays

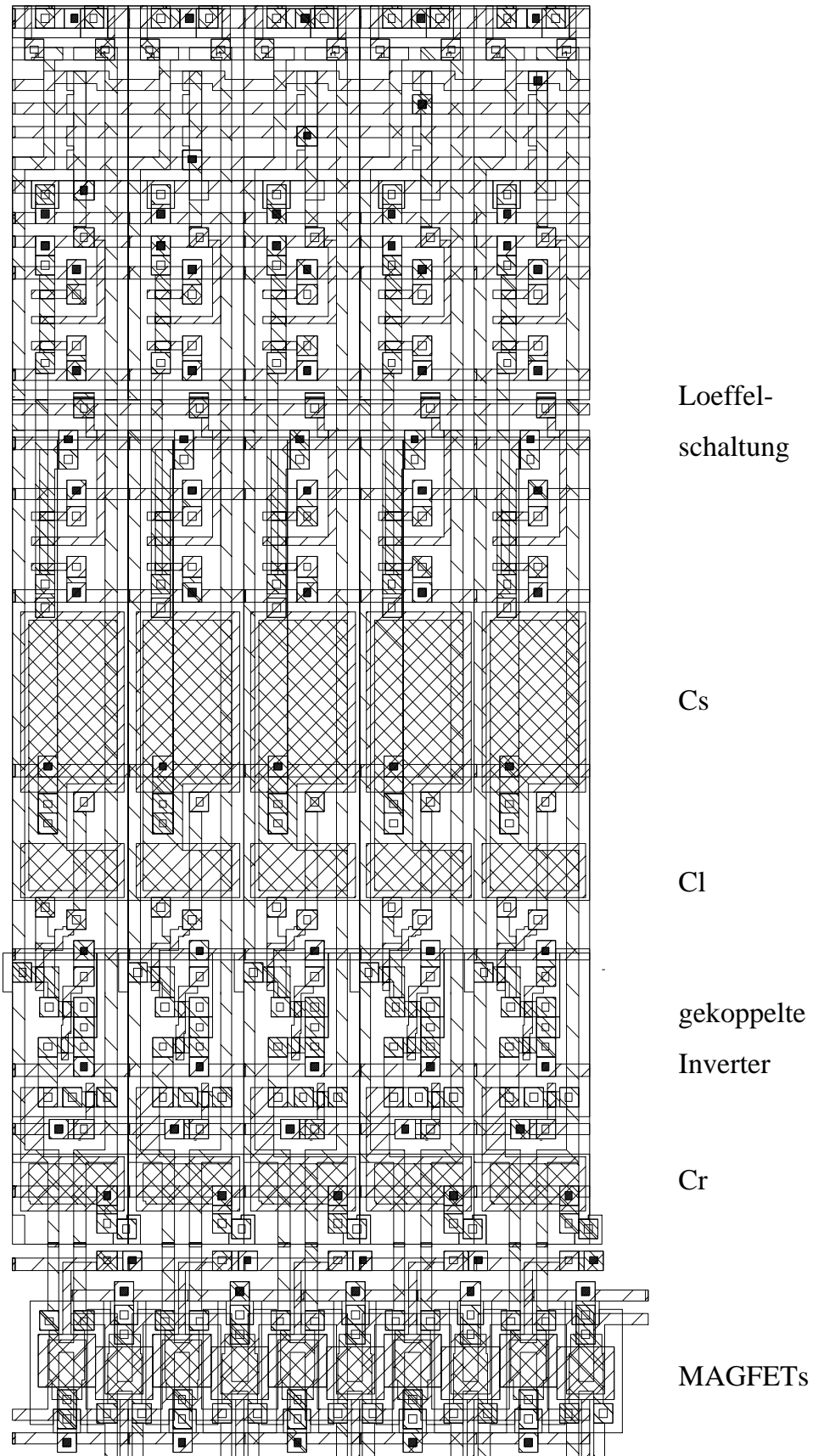


Abbildung 4.29: Komplette Layoutdarstellung einer Seite



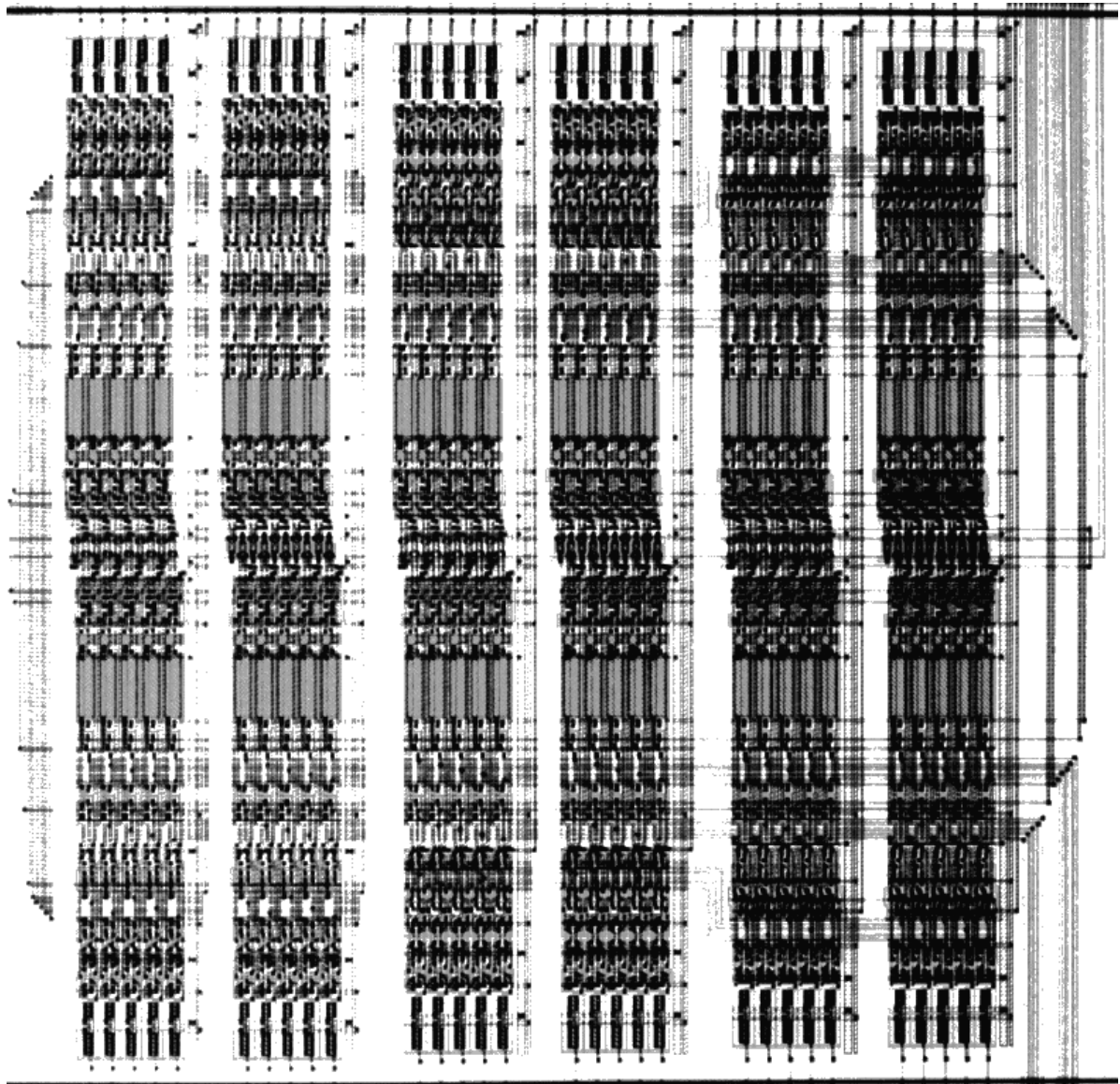


Abbildung 4.30: Array-Layout

## 4.5.2 Kopplungen zwischen Array-Elementen

Zwischen den einzelnen Array-Elementen kann ein Übersprechen stattfinden. Bedingt durch die Sidewall-Kapazitäten der Metall- und Poly-Lagen und auch durch das gemeinsame Substrat werden Ladungen zwischen zwei nebeneinanderliegenden Sensoren ausgetauscht. Dabei müssen zwei Anteile unterschieden werden. Zu Beginn der Evaluierungsphase werden alle Knoten von der Precharge-Spannung bis zu einer gewissen Plateau-Spannung gezogen. Sind die Koppelkapazitäten zu den beiden benachbarten Sensoren unterschiedlich, so entsteht dadurch bereits eine Spannungsdifferenz, die den späteren Kippvorgang beeinflusst. Allerdings ist dieser Anteil nur minimal abhängig vom Magnetfeldsignal und kann deshalb durch die Arbeitspunktregelung ausgeglichen werden. Der zweite Anteil wird relevant, wenn das eigentliche Kippen der Sensoren aus der Plateauphase heraus erfolgt. Dieses Kippen ist magnetfeldabhängig und bewirkt die Einkopplung einer Ladung in den Nachbarsensor. Falls dieser Sensor sich noch in der Entscheidungsphase befindet und daher noch nicht gekippt ist, kann das seine Kippwahrscheinlichkeit in die eine oder andere Richtung beeinflussen. Beim Design der Sensoren ist deshalb wünschenswert, dass die außenliegenden Metall- bzw. Poly-Leitungen möglichst statische Signale wie  $V_{dd}$  oder  $V_{ss}$  sind. Aufgrund der geforderten minimalen Breite war das meist nicht möglich.

## 4.6 Blockschaltbild des Sensor-Chips

Abbildung 4.31 zeigt ein Blockschaltbild des gesamten Sensor-Chips. Alle internen Takte werden aus einem extern eingespeisten Systemtakt MCLK generiert. Die internen Register werden über einen Bus (DCLK, DDAT) angesteuert. Die Ausgangsdaten stehen auf einem 8 bit breiten Bus (MDAT<7:0>) zur Verfügung. Der programmierbare GPO-Ausgang kann zur Synchronisierung verwendet werden. Ein Foto des Chips zeigt Abbildung 4.32. Darauf sind in der Mitte rechts die Sensorarrays zu erkennen. Links ist die synthetisierte Semicustom-Logik zur Ansteuerung und zum Auslesen der Daten zu sehen.

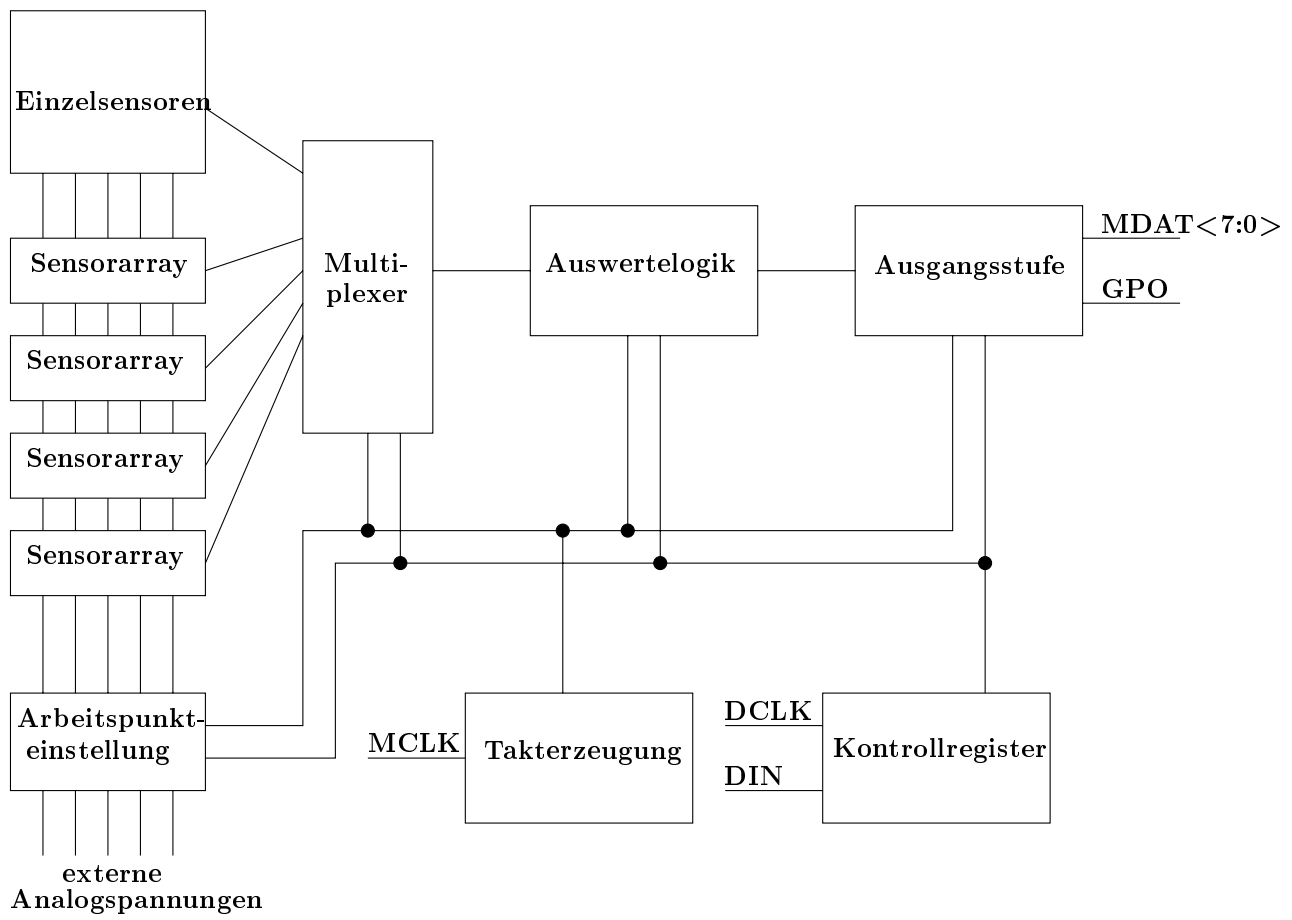


Abbildung 4.31: Blockschaltbild des Chips

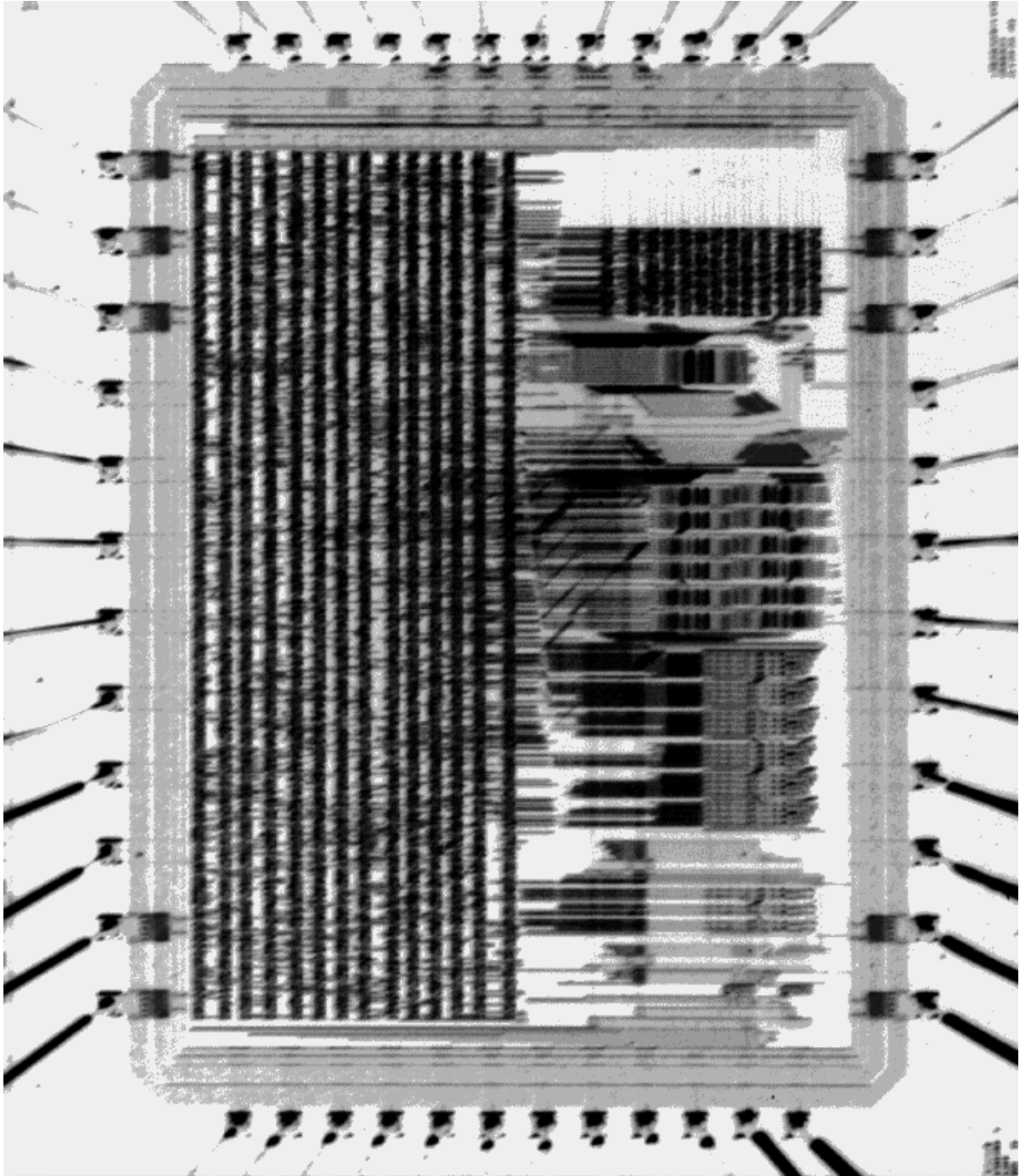


Abbildung 4.32: Foto des Sensor-Chips

# Kapitel 5

## Ergebnisse der Messungen

### 5.1 Sensitivität der MAGFETs

Auf dem realisierten Chip wurden mehrere MAGFETs implementiert, deren Kenndaten von außen gemessen werden können. Die Sensitivität des in Bild 4.26 gezeigten MAGFETs wurde durch Messreihen ermittelt.<sup>1</sup> Bei  $V_{uv}=2,5$  V und einer Temperatur von 298 K beträgt sie

$$S' = \frac{\Delta I_D}{I_D \cdot B} = 0,0075 \cdot \text{T}^{-1} \quad (5.1)$$

mit einer Genauigkeit von  $\pm 5 \cdot 10^{-4}/\text{T}$ . Sie liegt damit etwas unter den in der Literatur genannten Werten für größere MAGFETs [59, 70]. Das ist aber durch die minimale, nur durch die Designrules limitierte Dimensionierung nicht anders zu erwarten. Der Drain-Degradationsfaktor ist deshalb entsprechend hoch (siehe Gleichung 2.32).

Mit der Messung des Drain-Stroms des MAGFETs in der Sättigung wurde aus der Gleichung

$$I_{dm} = \frac{1}{2} \beta_m (V_{uv} - V_t)^2 \quad (5.2)$$

die Größe  $\beta_m$  bestimmt. Sie beträgt

$$\beta_m = 70 \cdot 10^{-6} \frac{\text{A}}{\text{V}^2}. \quad (5.3)$$

Nach den Gleichungen 4.3 und 4.4 ergeben sich die magnetfeldabhängigen Größen  $\beta_{ml}$  und  $\beta_{mr}$  für den MAGFET zu

$$\beta_{ml} = 0,5 \cdot \left( 70 \cdot 10^{-6} - 2,625 \cdot 10^{-7} \frac{B}{\text{T}} \right) \frac{\text{A}}{\text{V}^2} \quad (5.4)$$

$$\beta_{mr} = 0,5 \cdot \left( 70 \cdot 10^{-6} + 2,625 \cdot 10^{-7} \frac{B}{\text{T}} \right) \frac{\text{A}}{\text{V}^2}. \quad (5.5)$$

---

<sup>1</sup>Sofern nicht anders angegeben gelten für alle gemessenen Größen folgende Messfehler:  $I_D$  und  $\Delta I_D$ :  $\pm 0,01 \mu\text{A}$ ,  $B$ :  $\pm 100 \mu\text{T}$ ,  $V_{uv}$ ,  $V_{cr}$ ,  $V_{cl}$ ,  $V_{dda}$ ,  $V_{ddb}$ :  $\pm 2 \text{mV}$ ,  $T$ :  $\pm 1 \text{K}$



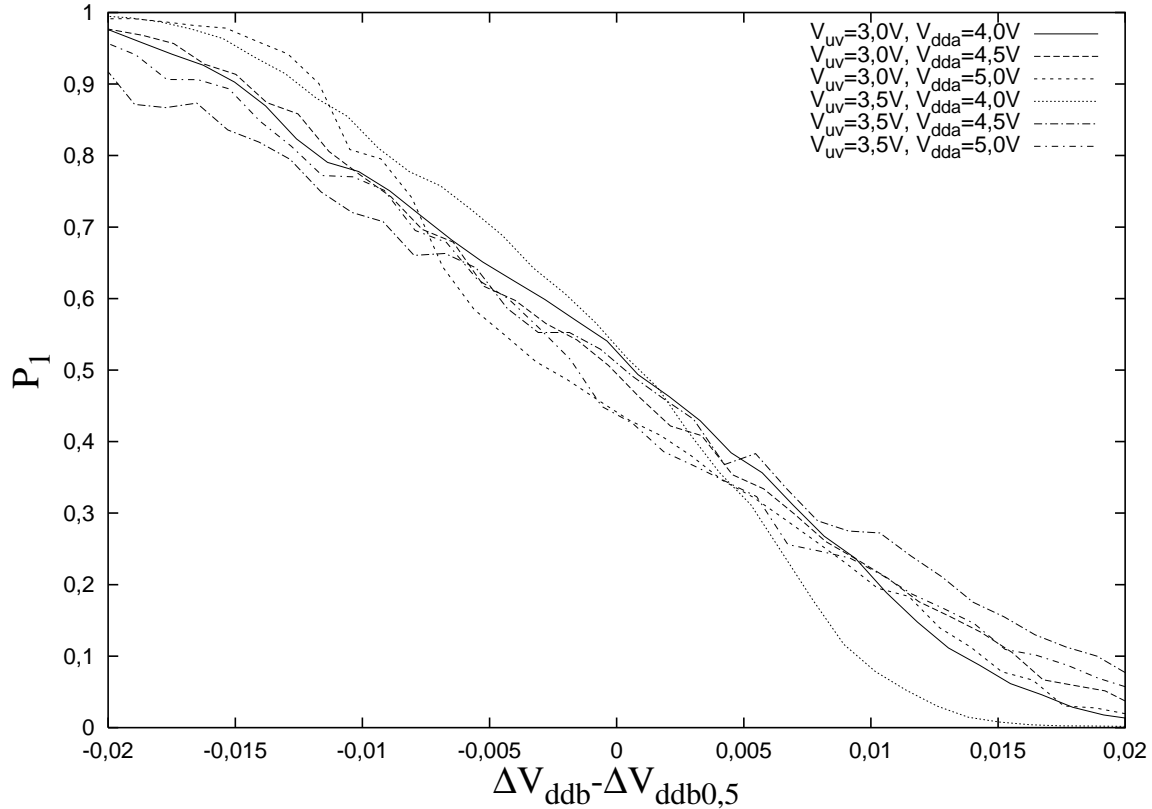


Abbildung 5.1: Arbeitspunktverschiebung durch  $\Delta V_{ddb} - \Delta V_{ddb0,5}$

## 5.2 Arbeitspunkteinstellung

Bei den nachfolgenden Messungen wurde der Arbeitspunkt der Sensorarrays immer durch äußere Steuerspannungen eingestellt. Durch die externen Spannungen konnte der Arbeitspunkt viel präziser eingestellt werden, als es über die interne Arbeitspunkteinstellung möglich gewesen wäre. Aufgrund eines Designfehlers war außerdem die interne Arbeitspunkteinstellung mit der Löffelschaltung nur eingeschränkt verwendbar. Die Messungen wurden, soweit nicht anders angegeben, bei der Frequenz  $f = 14,32\text{MHz}$  durchgeführt. Die resultierende chipinterne Precharge-Dauer ist dabei gleich der Auswertungszeit  $35\text{ns}$ . In einer Messung werden jeweils die Werte von  $n=1022$  aufeinanderfolgenden Kippvorgängen ausgelesen und summiert. Dann bestimmt sich die Wahrscheinlichkeit für eine '0' als Ergebnis der gekippten Stufe durch  $P_0 = n_0/n$  und die Wahrscheinlichkeit für eine '1' durch  $P_1 = n_1/n$ . Der metastabile Zustand kann im Moment vernachlässigt werden. In Abschnitt 5.8 wird speziell auf ihn eingegangen.

Als erstes soll die Abhängigkeit der Wahrscheinlichkeit von den Arbeitspunktspannungen dargestellt werden. Ohne angelegtes Magnetfeld ergeben sich für die Arbeitspunkteinstellung mittels  $V_{dda}$  und  $V_{ddb}$  die in Bild 5.1 dargestellten Kurven. Auf der x-Achse ist die Abweichung der Spannung  $V_{ddb}$  vom symmetrischen Arbeitspunkt ( $P_0 = P_1 = 0,5$ ) dargestellt, auf der y-Achse der Mittelwert von  $P_1$ .

Abbildung 5.2 zeigt dasselbe für die Arbeitspunkteinstellung mit  $V_{cr}$  und  $V_{cl}$ . Dargestellt ist auf der x-Achse die Verschiebung der Spannung  $V_{cl}$  bezüglich des Punktes  $P_0 = 0,5$ . Die Beziehungen können in der Nähe des symmetrischen Arbeitspunkts durch eine

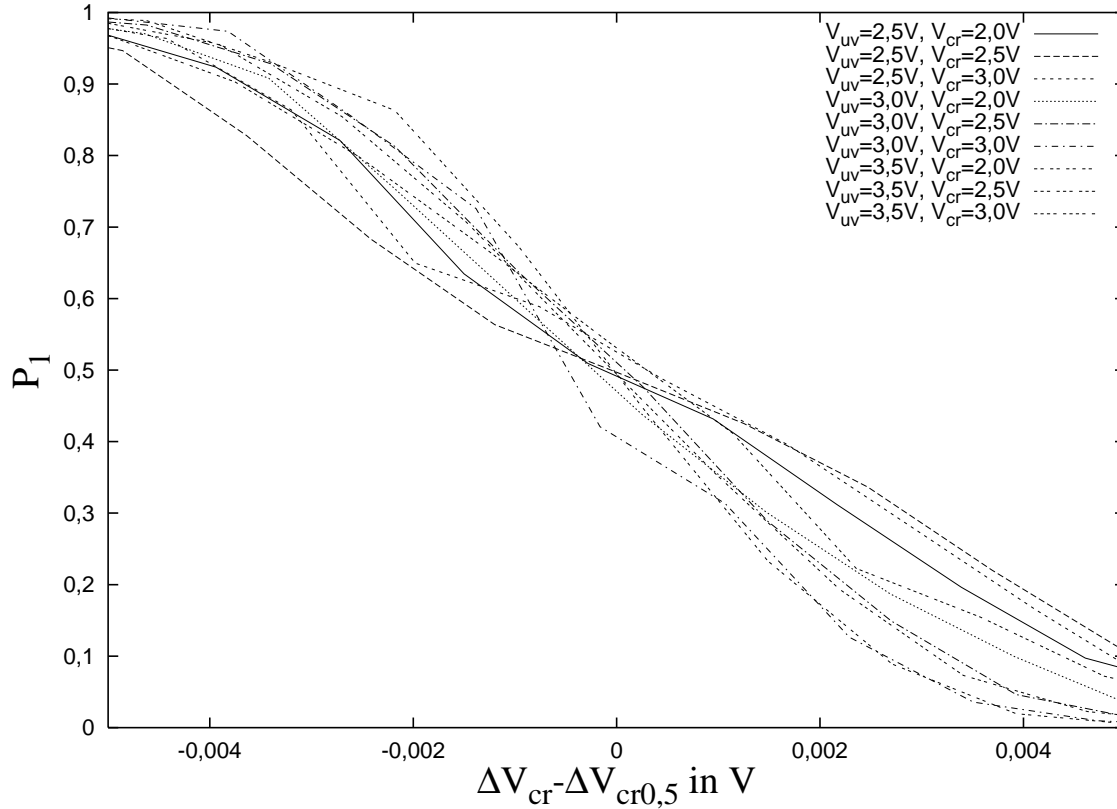


Abbildung 5.2: Arbeitspunktverschiebung durch  $\Delta V_{cr} - \Delta V_{cr0,5}$

lineare Gleichung angenähert werden.

$$\Delta P_1 \approx (\Delta V_{ddb} - \Delta V_{ddb0,5}) \cdot \frac{-26}{V} \quad (5.6)$$

$$\Delta P_0 \approx (\Delta V_{cr} - \Delta V_{cr0,5}) \cdot \frac{-114}{V} \quad (5.7)$$

Die Konstanten -26 und -144 wurden dabei aus der Regressionsgeraden bestimmt. Ein Rauschen auf den Spannungen  $V_{dda}$ ,  $V_{ddb}$ ,  $V_{cl}$  und  $V_{cr}$  hat damit direkten Einfluss auf die Wahrscheinlichkeitsverteilung. Wie stark die Arbeitspunkte zwischen den einzelnen Kanälen voneinander abweichen zeigt Tabelle 5.1. <sup>2</sup>

	$V_{cl}$	$V_{cr}$
Kanal 1	2,7197 V	2,5 V
Kanal 2	2,7380 V	2,5 V
Kanal 3	2,5818 V	2,5 V
Kanal 4	2,7490 V	2,5 V
Kanal 5	2,6892 V	2,5 V
Kanal 6	2,7441 V	2,5 V
Kanal 7	2,5696 V	2,5 V
Kanal 8	2,4585 V	2,5 V

Tabelle 5.1: Arbeitspunkte nebeneinander liegender Kanäle

<sup>2</sup>Messgenauigkeit  $\pm 1,5\mu V$

### 5.3 Bestimmung der Magnetfeldkennlinien

Werden die Sensoren mit ihrem Arbeitspunkt so eingestellt, dass sie ohne Magnetfeld in beide Richtungen mit gleicher Wahrscheinlichkeit kippen ( $P_1 = P_0 = 0,5$ ), so bewirkt ein von außen angelegtes Magnetfeld eine Veränderung der Wahrscheinlichkeiten. Bei der Messung von digitalen Magnetfeldern, die mit  $B$  und  $-B$  symmetrisch um den Nullpunkt liegen, gibt es zwischen den beiden Zuständen eine Wahrscheinlichkeitsdifferenz von  $\Delta P = P_{1+} - P_{1-}$ . Legt man die Entscheidungsschwelle nach Gleichung 2.76 genau in die Mitte, d.h. auf  $B=0\text{T}$ , so kann man die Fehlerwahrscheinlichkeit  $P_{err}$  für eine Entscheidung bestimmen. Der Faktor  $\alpha$  beschreibt die Änderung der Wahrscheinlichkeit in Abhängigkeit vom Magnetfeld.

$$\alpha = \frac{\Delta P}{B} \tag{5.8}$$

Damit ist

$$P_{err} = 0,5 - \Phi_0(|\alpha \cdot B|). \tag{5.9}$$

Die Tabellen 5.2 und 5.3 zeigen die gemessenen Fehlerwahrscheinlichkeiten bei Raumtemperatur. Zum Vergleich dazu sind in den Tabellen 5.4 und 5.5 die theoretischen Fehlerwahrscheinlichkeiten nach Gleichung 4.22 berechnet.

$V_{uv}/\text{V}$ $V_{dda}/\text{V}$	2,0	2,5	2,75	3,0	3,25	3,5	3,75	4,0
4,0	0,460	0,467	0,464	0,459	0,461	0,470	0,486	0,491
4,5	0,445	1)	0,450	0,436	0,424	0,439	0,475	0,484
5,0	0,461	1)	1)	0,438	0,422	0,416	0,451	0,485

1) kein Messwert vorhanden

Tabelle 5.2: Gemessene Fehlerwahrscheinlichkeit für  $P_{err} = \pm 5,47\text{mT}$ , Arbeitspunkt-Einstellung durch  $V_{dda}$  und  $V_{ddb}$

$V_{uv}/\text{V}$ $V_{cl}/\text{V}$	2,50	2,75	3,00	3,25	3,50	3,75	4,00
0,0	1)	0,409	0,396	0,437	0,399	0,373	0,396
0,5	0,371	0,388	0,376	0,398	0,350	0,352	0,442
1,0	0,416	0,345	0,397	0,404	0,359	0,435	0,483
1,5	0,382	0,406	0,443	0,358	0,349	0,390	0,432
2,0	0,453	0,470	0,430	0,374	0,363	0,481	0,482
2,5	0,482	0,473	0,414	0,337	0,382	0,480	0,466
3,0	0,475	0,442	0,385	0,491	0,408	0,491	0,492

1) kein Messwert vorhanden

Tabelle 5.3: Gemessene Fehlerwahrscheinlichkeit für  $P_{err} = \pm 5,47\text{mT}$ , Arbeitspunkteinstellung durch  $V_{cl}$  und  $V_{cr}$

Es zeigt sich, dass die Messwerte in einigen Bereichen gut mit den theoretischen Werten übereinstimmen. Bei der Arbeitspunkteinstellung durch die Precharge-Spannungen



$V_{uv}/V$ $V_{dda}/V$	2,0	2,25	2,5	2,75	3,0	3,25	3,5	3,75	4,0
4,0	0,472	0,473	0,475	0,476	0,476	0,478	0,480	0,480	0,479
4,5	0,416	0,426	0,422	0,425	0,428	0,429	0,428	0,431	0,430
5,0	0,381	0,390	0,388	0,389	0,392	0,394	0,392	0,396	0,392

Tabelle 5.4:  $P_{err}$  für  $B=5,47\text{mT}$  nach Gleichung 4.22, Arbeitspunkt-Einstellung durch  $V_{dda}$  und  $V_{ddb}$

$V_{uv}/V$ $V_{cl}/V$	2,0	2,25	2,5	2,75	3,0	3,25	3,5	3,75	4,0
0,0	0,353	0,381	0,342	0,337	0,332	0,328	0,328	0,333	0,331
0,5	0,331	0,307	0,324	0,322	0,334	0,324	0,324	0,327	0,331
1,0	0,310	0,310	0,316	0,333	0,323	0,337	0,334	0,337	0,336
1,5	0,311	0,321	0,326	0,335	0,332	0,343	0,345	0,351	0,349
2,0	0,341	0,343	0,346	0,354	0,356	0,361	0,362	0,366	0,366
2,5	0,364	0,367	0,368	0,374	0,374	0,381	0,378	0,377	0,380
3,0	0,382	0,386	0,384	0,387	0,385	0,381	0,386	0,387	0,387

Tabelle 5.5:  $P_{err}$  für  $B=5,47\text{mT}$  nach Gleichung 4.22, Arbeitspunkt-Einstellung durch  $V_{cl}$  und  $V_{cr}$

$V_{uv}/V$ $V_{dda}/V$	2,0	2,5	2,75	3,0	3,25	3,5	3,75	4,0
4,0	18,31	15,01	16,66	18,83	17,87	13,82	6,61	4,22
4,5	25,37	1)	23,02	29,41	35,18	28,03	11,38	7,53
5,0	17,78	1)	1)	28,37	35,98	38,67	22,33	7,07

1) kein Messwert vorhanden

Tabelle 5.6: Messwerte für  $\alpha/T^{-1}$

$V_{uv}/V$ $V_{cl}/V$	2,5	2,75	3,0	3,25	3,5	3,75	4,0
0,0	1)	42,22	48,28	29,13	46,92	59,16	48,12
0,5	60,07	52,08	57,92	47,05	70,46	69,54	26,61
1,0	38,65	72,80	47,57	44,58	66,22	29,90	7,59
1,5	55,06	43,68	26,26	66,32	70,72	51,06	31,15
2,0	21,64	13,66	32,13	58,51	63,94	8,50	8,40
2,5	8,40	12,52	39,81	76,92	55,03	8,97	15,40
3,0	11,47	26,72	53,37	4,06	42,47	4,30	3,84

1) kein Messwert vorhanden

Tabelle 5.7: Messwerte für  $\alpha/T^{-1}$

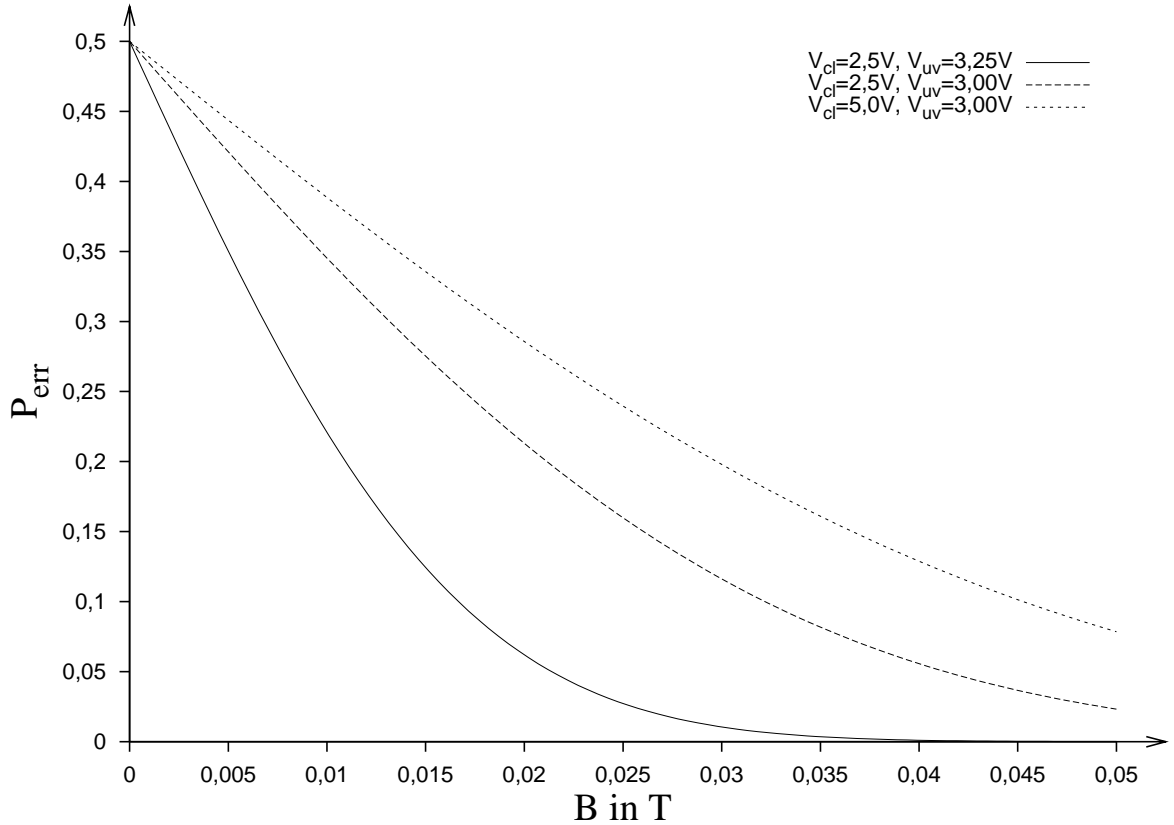


Abbildung 5.3: Gemessene Fehlerwahrscheinlichkeit in verschiedenen Arbeitspunkten

sind die gemessenen Resultate bei  $V_{dda}=5,0V$  allerdings deutlich schlechter als theoretisch vorhergesagt. Bei der Arbeitspunkteinstellung durch die gekoppelten Kondensatoren stimmen die Ergebnisse gut überein, wenn die MAGFET-Gatespannung  $V_{uv}$  und die Steuerspannung  $V_{cl}$  im mittleren Bereich liegen. Dort liegt auch die minimale Fehlerwahrscheinlichkeit. Trotzdem gibt es noch einige Ausreißer, die nicht durch die Messunsicherheit erklärt werden können. Einige Indizien deuten darauf hin, dass es sich dabei um Resonanzen handelt. Es zeigt sich, dass dabei die digitalen Ausgangsdaten oft alternieren, also korreliert sind. Dieser Effekt müsste noch genauer untersucht werden. Abbildung 5.3 zeigt die gemessene Fehlerwahrscheinlichkeit in Abhängigkeit vom Magnetfeld bei  $V_{uv}=3,25V$  und  $V_{cl}=2,5V$ .

Um das Verhalten der Sensoren bei digitalen Magnetfeldern noch etwas genauer zu untersuchen, erhöhen wir jetzt die Zahl der Messungen. Es wird vorausgesetzt, dass die Messungen statistisch unabhängig sind. Bei  $n$  Messungen und unter Vernachlässigung der Metastabilität ist dann nach Gleichung 2.47 der Mittelwert bei  $+B$

$$\mu_{n+} = n \cdot P_{1+} \quad (5.10)$$

und bei  $-B$

$$\mu_{n-} = n \cdot P_{1-}. \quad (5.11)$$

Die Formeln für  $P_0$  sind entsprechend. Wegen der Symmetrie ist

$$P_{1-} = 1 - P_{1+}. \quad (5.12)$$

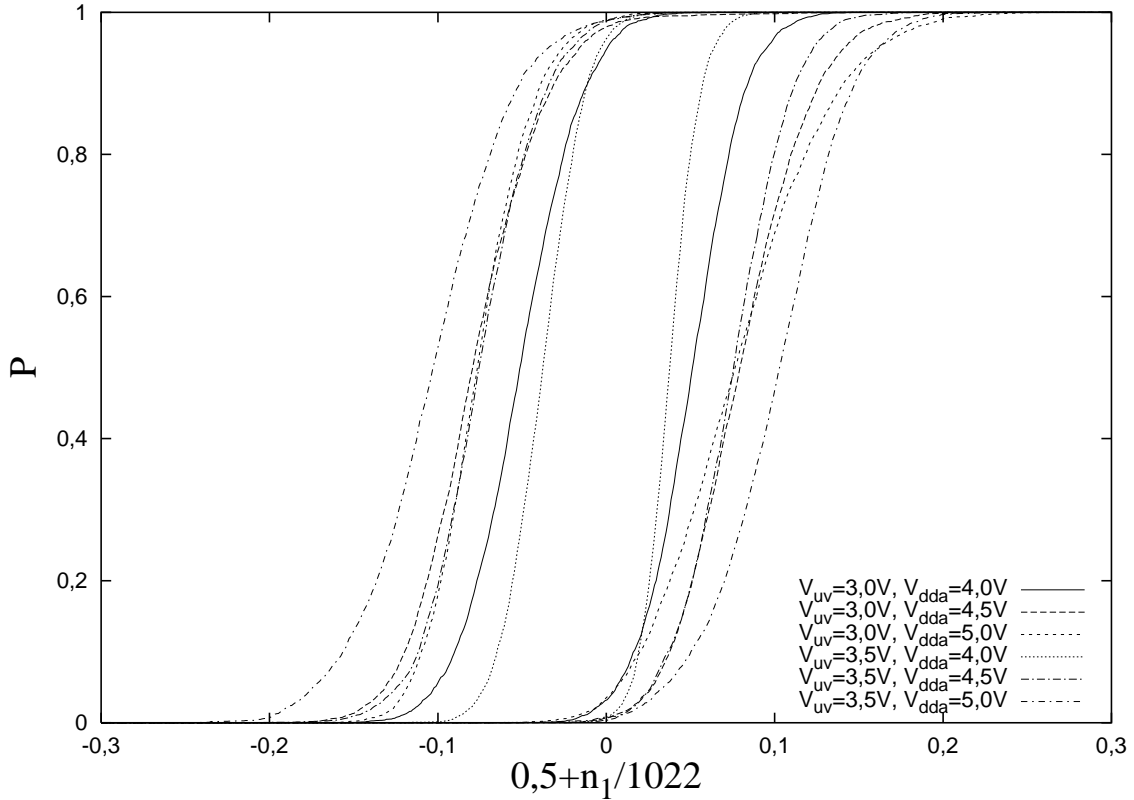


Abbildung 5.4: Wahrscheinlichkeitsintegral bei Arbeitspunkteinstellung mit  $V_{dda}$  und  $V_{ddb}$ ,  $B = \pm 5,74\text{mT}$

Die Differenz der Mittelwerte beträgt dann

$$\Delta\mu_n = \mu_{n+} - \mu_{n-} = n \cdot (2P_{1+} - 1). \quad (5.13)$$

In den Abbildungen 5.4 und 5.5 sind die normierten Verteilungen mit  $n=1022$  Messungen für ein Magnetfeld mit  $B=\pm 5,47\text{mT}$  in verschiedenen Arbeitspunkten dargestellt. Es ist deutlich zu sehen, dass die Sensoren in unterschiedlichen Arbeitspunkten verschiedene Mittelwertdifferenzen  $\Delta\mu_{1022}$  aufweisen und dass auch die Standardabweichungen der Verteilungen differieren.

Nach Gleichung 2.49 sollte die Standardabweichung bei 1022 Messungen und  $P_1 = 0,5$

$$\sigma_{1022} = \sqrt{nP_1(1 - P_1)} = \sqrt{1022 \cdot 0,5 \cdot (1 - 0,5)} = 15,98 \quad (5.14)$$

betragen, was skaliert einen Wert von  $15,98/1022 = 0,0156$  bedeutet. Je nach Arbeitspunkt sind die gemessenen Standardabweichungen bis zum Faktor 2,5 größer. Für größere  $n$  wird die Abweichung von der Binomialverteilung noch deutlicher. In den Abbildungen 5.6 und 5.7 ist die Abweichung von der Normalverteilung für 1022 kumulierte Messungen gezeigt. Es zeigt sich, dass die Abweichung größer ist, wenn der Arbeitspunkt durch die gekoppelten Kondensatoren eingestellt wird. Tabelle 5.8 stellt die gemessenen Standardabweichungen den nach der Binomialverteilung erwarteten Werten gegenüber.

Ursache für diese Abweichungen ist, dass die einzelnen Kippvorgänge nicht unabhängig voneinander sind. Es gibt dabei drei Mechanismen.

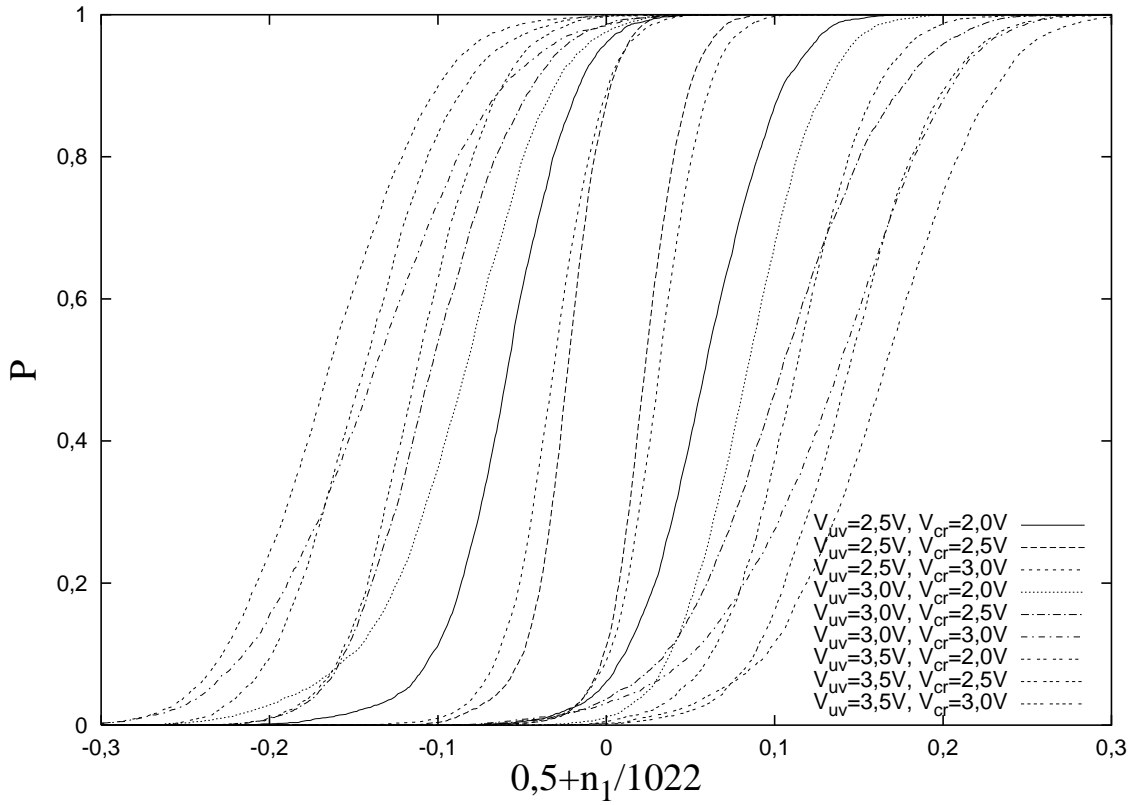


Abbildung 5.5: Wahrscheinlichkeitsintegral bei Arbeitspunkteinstellung mit  $V_{cr}$  und  $V_{cl}$ ,  $B = \pm 5,74mT$

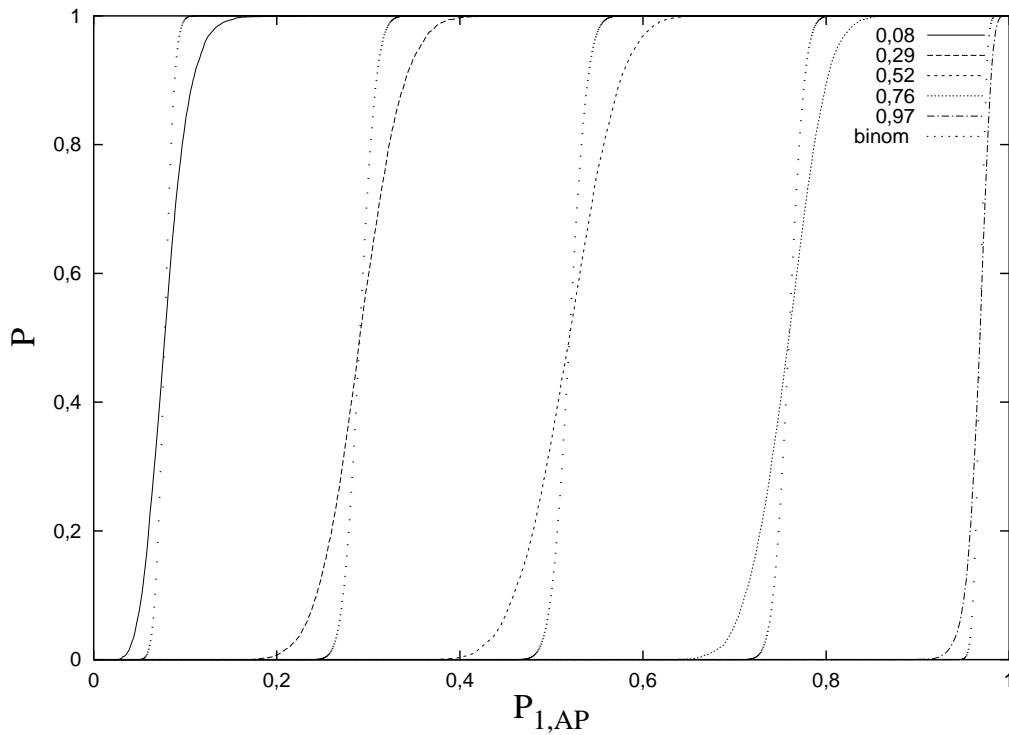


Abbildung 5.6: Wahrscheinlichkeitsintegral in verschiedenen Arbeitspunkten, jeweils im Vergleich zur erwarteten Binomialverteilung, Arbeitspunkteinstellung durch gekoppelte Kapazitäten,  $V_{cl}=2,1V$

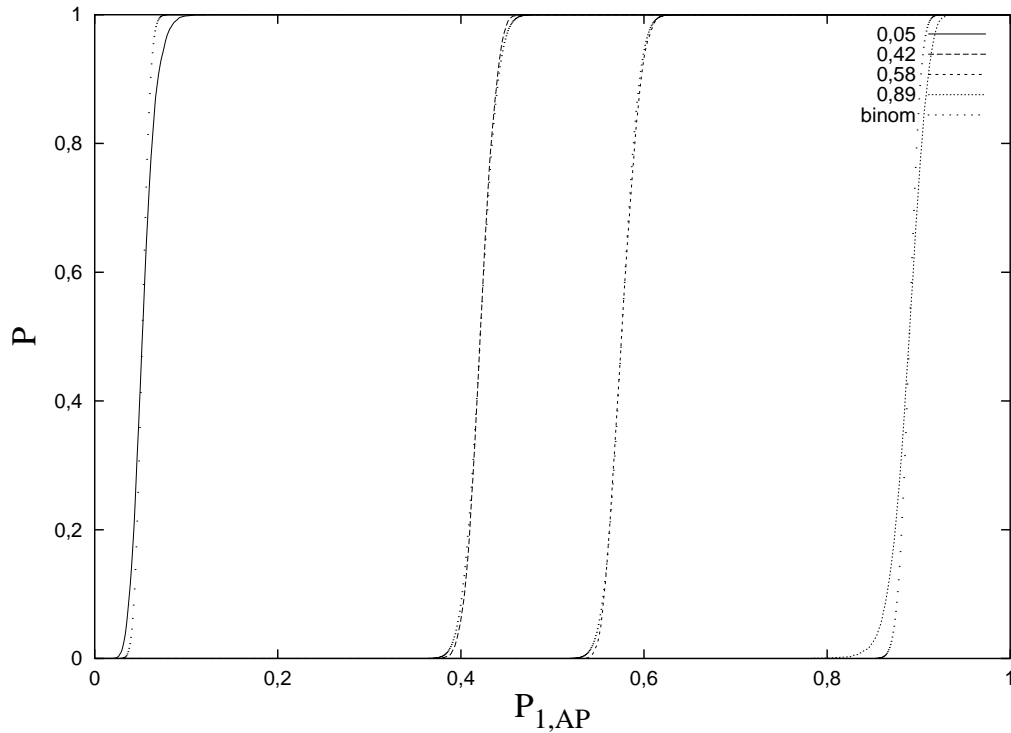


Abbildung 5.7: Wahrscheinlichkeitsintegral in verschiedenen Arbeitspunkten, jeweils im Vergleich zur erwarteten Binomialverteilung, Arbeitspunkteinstellung durch Precharge-Spannungen,  $V_{ddb}=4,0\text{V}$

		$\sigma_1$	$\frac{\sigma_{1022}}{1022}$	$\frac{\sigma_{4088}}{4088}$	$\frac{\sigma_{16352}}{16352}$
	Binomial:	0,5000	0,01564	0,00782	0,00391
$V_{uv}/\text{V}$	$V_{dda}/\text{V}$				
3,00	4,00	0,4978	0,02536	0,01727	0,01201
3,00	4,50	0,4961	0,03469	0,02470	0,01818
3,00	5,00	0,4960	0,03082	0,02407	0,01980
3,50	4,00	0,4990	0,01803	0,01295	0,01057
3,50	4,50	0,4944	0,03412	0,02838	0,02512
3,50	5,00	0,4873	0,03898	0,03038	0,02590

Tabelle 5.8: normierte Standardabweichung  $\sigma_n/n$

Erstens kann ein Kippvorgang durch Restladungen aufgrund von nicht vollständigem Precharge vom vorangegangenen Kippen abhängen. Damit ergäbe sich eine abhängige Binomialverteilung wie sie im Abschnitt 2.4.2 beschrieben ist.

Die zweite Ursache ist, dass der Mittelwert der Messungen nicht konstant ist sondern schwankt, bedingt durch die Precharge-Spannungen und die anderen Steuerspannungen, die ebenfalls rauschbehaftet sind.

Als dritter Einflussfaktor kommt für lange Integrationszeiten das 1/f-Rauschen ins Spiel, das in Abschnitt 5.7 noch genauer betrachtet wird.

Um in diesem Fall eine Aussage über die Fehlerwahrscheinlichkeit treffen zu können, ist es nötig, die Differenz der Mittelwerte und die Standardabweichung in Beziehung zu setzen. Dazu wird der Koeffizient  $\alpha_n$  ( $n$  = Anzahl der Einzelmessungen) definiert zu

$$\alpha_n = \frac{\Delta\mu_n}{2 B \sigma_n}. \quad (5.15)$$

Mit Gleichung 2.78 kann man die Fehlerwahrscheinlichkeit für eine Entscheidung zwischen zwei verschiedenen Magnetfeldern berechnen, wenn die Entscheidungsschwelle  $\mu_{nd}$  genau in der Mitte zwischen den beiden Mittelwerten liegt.

$$\mu_{nd} = (\mu_{n+} + \mu_{n-})/2 \quad (5.16)$$

$$P_{err,n}(B) = 0,5 - \Phi_0(|\alpha_n \cdot B|) \quad (5.17)$$

In den Tabellen 5.9 und 5.10 sind die gemessenen Koeffizienten  $\alpha_{1022}$  bei Raumtemperatur dargestellt.

$V_{uv}/V$	3,00	3,25	3,50	3,75	4,00
$V_{dda}/V$					
4,00	334,52	350,27	386,65	157,67	106,18
4,25	398,28	419,28	470,71	311,33	172,44
4,50	414,70	517,91	463,70	420,11	259,32
4,75	388,66	430,86	532,23	370,96	360,64
5,00	371,55	449,97	485,04	531,65	389,37

Tabelle 5.9:  $\alpha_{1022}/T^{-1}$ , Arbeitspunkteinstellung durch  $V_{dda}$  und  $V_{ddb}$

$V_{uv}/V$	2,50	2,75	3,00	3,25	3,50	3,75	4,00
$V_{cr}/V$							
0,00	414,67	389,49	460,65	457,13	515,13	528,92	625,06
0,50	488,12	452,40	535,52	544,46	539,84	616,32	513,16
1,00	425,47	505,29	503,75	380,75	451,64	543,88	366,31
1,50	457,26	419,79	401,24	450,43	495,22	520,56	431,37
2,00	307,93	348,16	378,91	450,40	581,22	460,77	374,67
2,50	213,76	256,91	387,07	624,13	588,30	431,94	497,21
3,00	239,13	341,63	415,97	231,37	546,87	230,31	204,53

Tabelle 5.10:  $\alpha_{1022}/T^{-1}$ , Arbeitspunkteinstellung durch  $V_{cl}$  und  $V_{cr}$

Abbildung 5.8 zeigt die Wahrscheinlichkeiten  $P_{1,1022}$  und  $P_{0,1022}$  in Abhängigkeit von

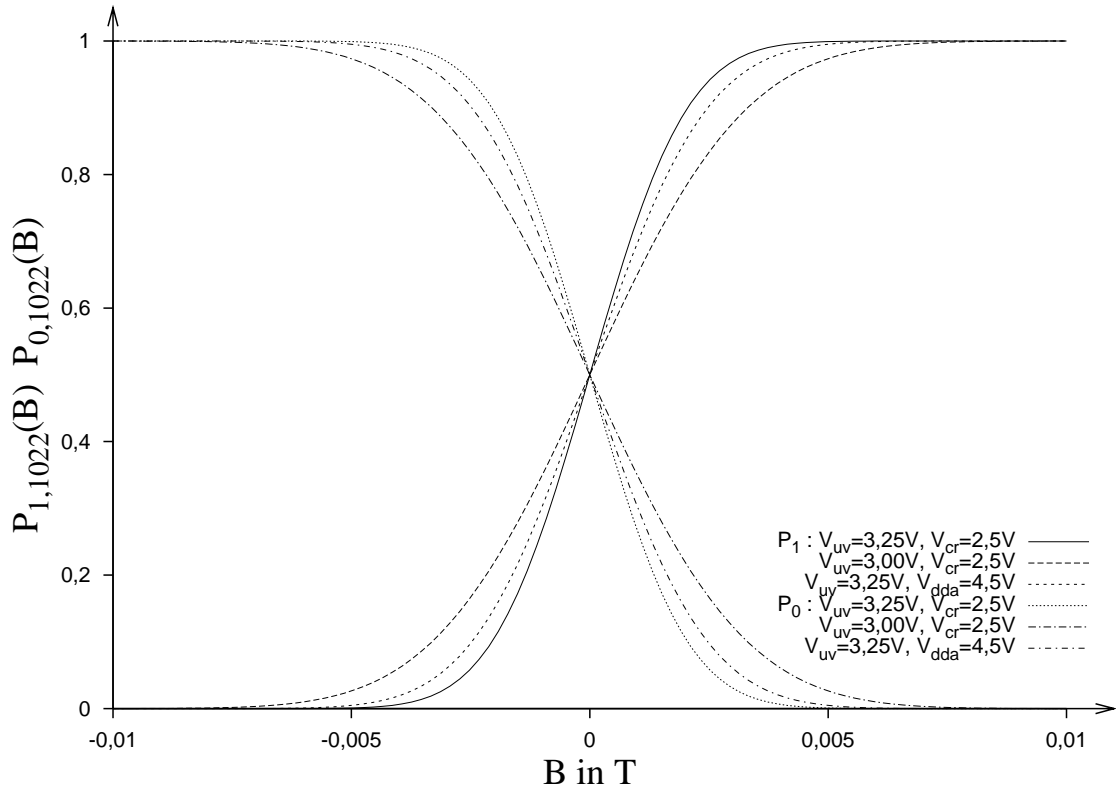


Abbildung 5.8:  $P_{1,1022}$  und  $P_{0,1022}$  in Abhängigkeit von  $B$

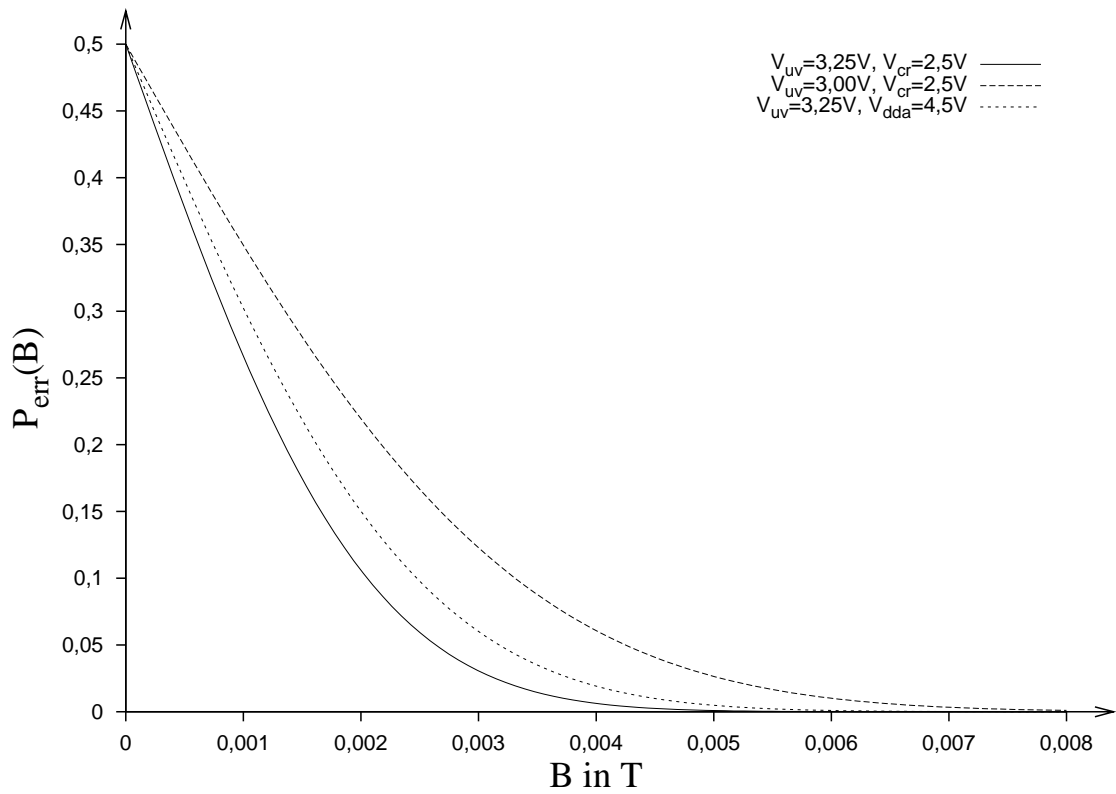


Abbildung 5.9:  $P_{err,1022}$

einem Magnetfeld für verschiedene Arbeitspunkte. Abbildung 5.9 zeigt die Fehlerwahrscheinlichkeit  $P_{err,1022}$  bei symmetrischer Entscheidungsschwelle in Abhängigkeit vom Magnetfeld für verschiedene Arbeitspunkte.

In der idealen Binomialverteilung gilt

$$\alpha_n = \sqrt{n} \cdot \alpha. \quad (5.18)$$

Um die gezeigte Abweichung zu korrigieren, setzt man

$$\alpha_n = \sqrt{n^k} \cdot \alpha \quad (5.19)$$

mit dem Faktor  $k$ , der zwischen 0 und 1 liegt. Damit kann man die Abhängigkeit von  $\alpha_n$  und  $P_{err}$  von der Zahl der Messungen  $n$  darstellen (Abbildungen 5.10 und 5.11).

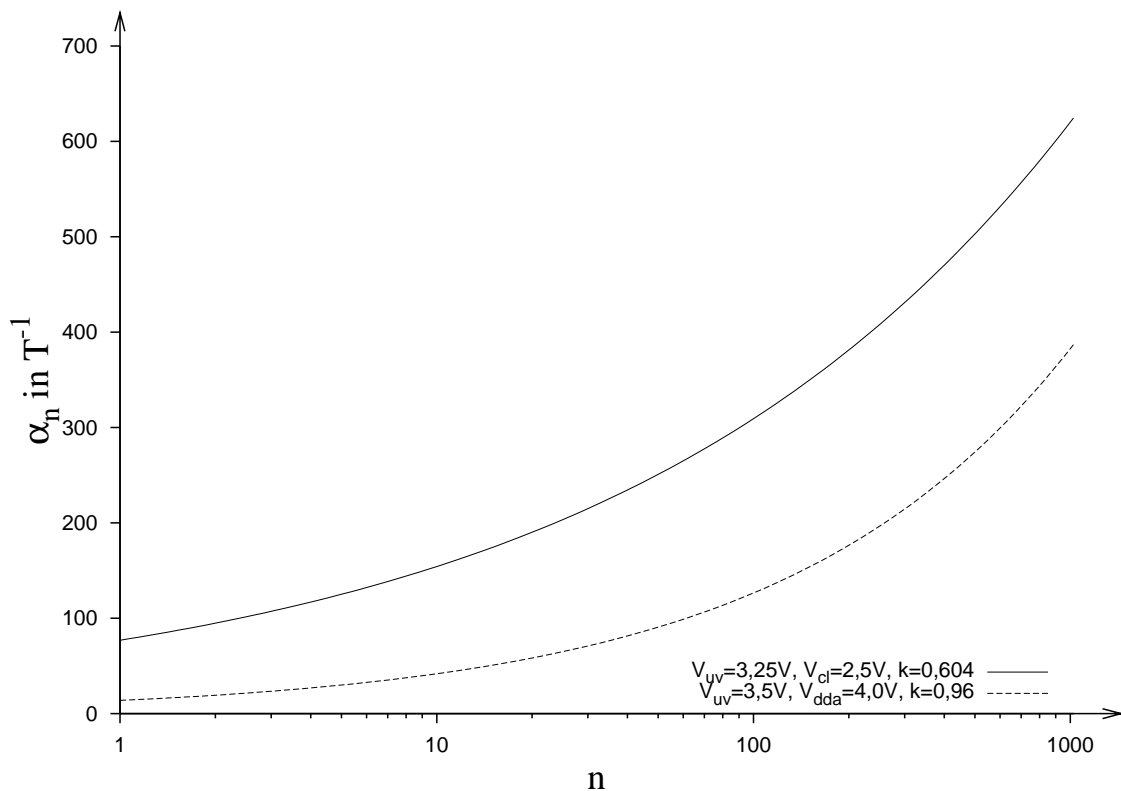


Abbildung 5.10:  $\alpha_n$  in Abhängigkeit von  $n$



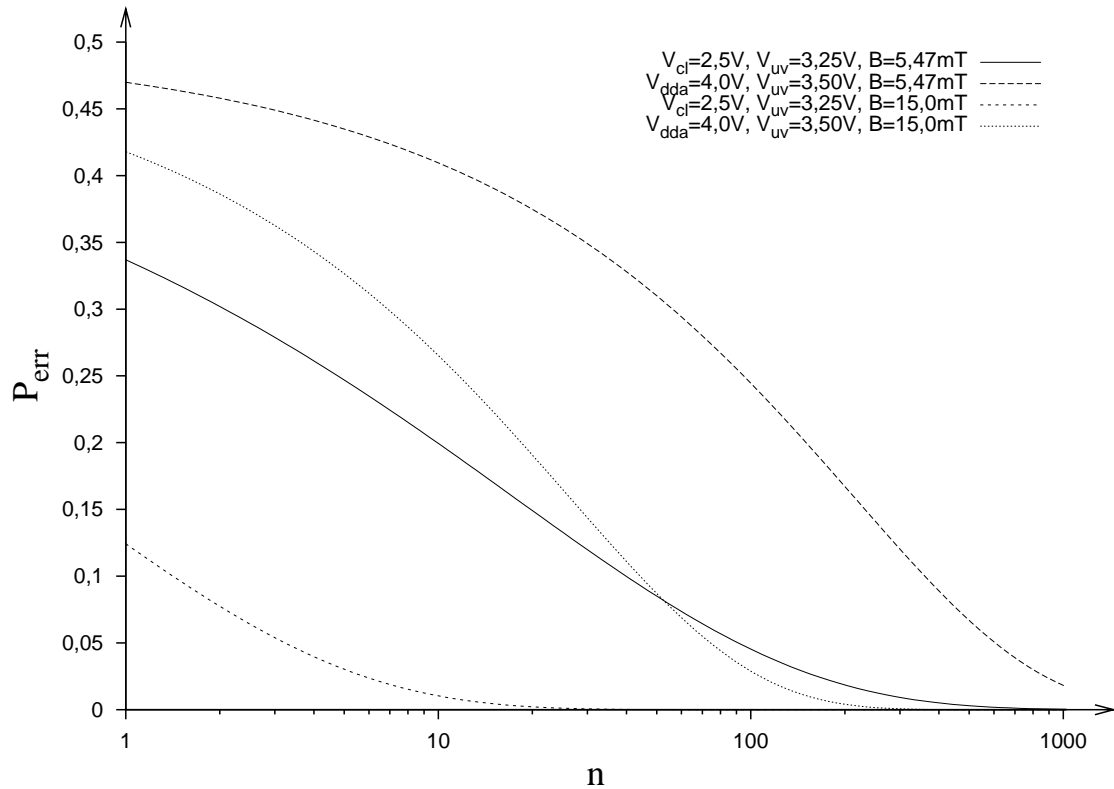


Abbildung 5.11:  $P_{err}$  in Abhängigkeit von  $n$

## 5.4 Messung digitaler Magnetfelder

Abbildung 5.12 zeigt die Messung eines Magnetfelds der Frequenz  $f = 200\text{Hz}$ . Die etwas abgeflachten Flanken sind durch die hohe Induktivität der verwendeten externen Spule bedingt und nicht auf das Verhalten des Sensors zurückzuführen.

Wie die Verteilungen bei verschiedenen Magnetfeldern liegen, zeigen die Abbildungen 5.13 bis 5.16. Gemessen wurde die Zahl der aufgetretenen Einsen  $n_1$ . Die durch die Anstiegs- und Abfallzeit der externen Spule bedingten Zwischenwerte wurden dabei ausgeblendet. Es wurden jeweils 1022 Werte summiert. Die MAGFET-Gatespannung ist  $V_{uv} = 2,65\text{V}$  und die Spannung  $V_{cl} = 2,5\text{V}$ .

Für die Analyse der Sensoren wurden im Wesentlichen externe Spulen zur Magnetfelderzeugung verwendet. Zur Betrachtung des Verhaltens der Sensoren bei höherfrequenten Magnetfeldern ( $f_{mag} > 1000\text{ Hz}$ ) war keine geeignete externe Quelle verfügbar. Die einzige praktikable Quelle boten die auf dem Metall1-Layer im Chip integrierten Mikrospulen. Bedingt durch die damit verbundene lokale Wärmeentwicklung und die geringe Strombelastbarkeit der Metall1-Leitungen war aber die Magnetfeldstärke sehr beschränkt. Eine Kurzzeitmessung zeigt Abbildung 5.17. Die Aufnahme erfolgte mit einem schnellen Speicheroszilloskop. Es wurde ein  $7\mu\text{s}$  langer Strompuls durch die intern integrierte Metall1-Spule geschickt, die damit ein Magnetfeldpuls von  $14,5\text{mT}$  erzeugte. Am Ausgang ist die dadurch erzielte Änderung des Verhältnisses zwischen Nullen und Einsen zu sehen. Die Messung zeigt, dass die Sensoren auch Magnetfelder detektieren können, deren Frequenz bis nahe an die Taktfrequenz der Sensoren reicht.

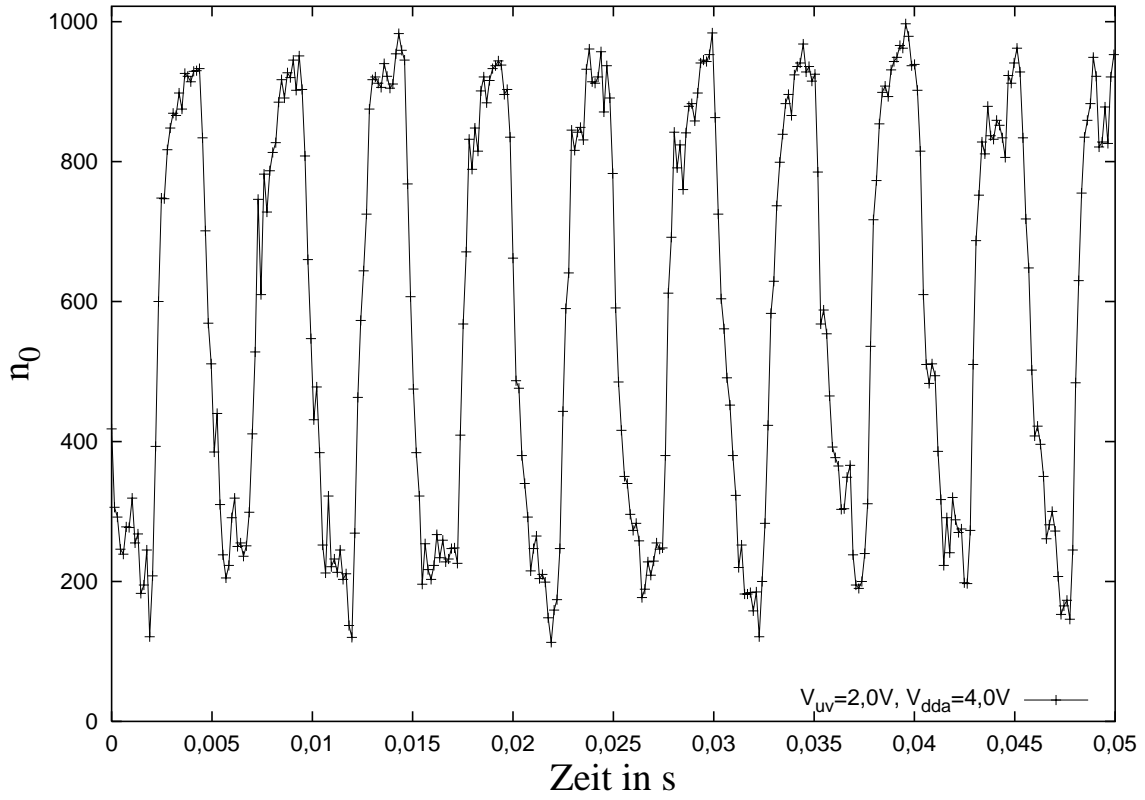


Abbildung 5.12: Rechtecksignal mit  $f=200\text{Hz}$ ,  $B=\pm 13,2\text{mT}$

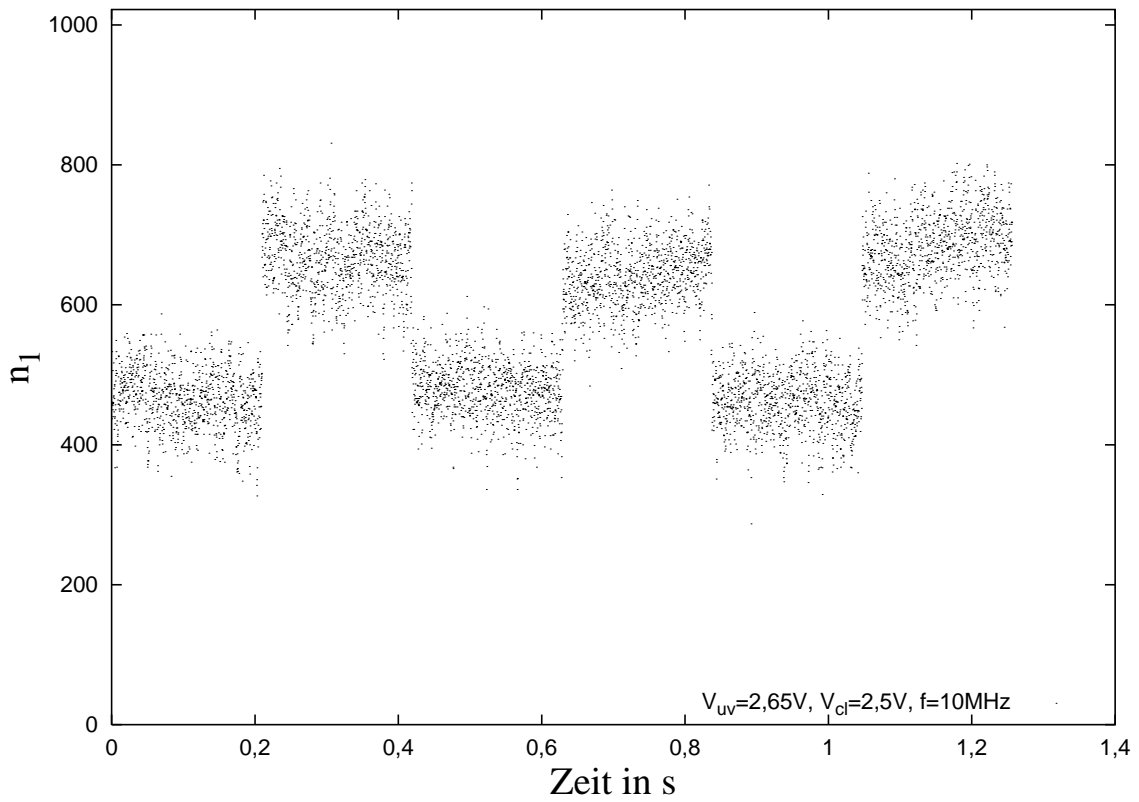


Abbildung 5.13:  $n_1$  bei  $B = \pm 5,4\text{mT}$

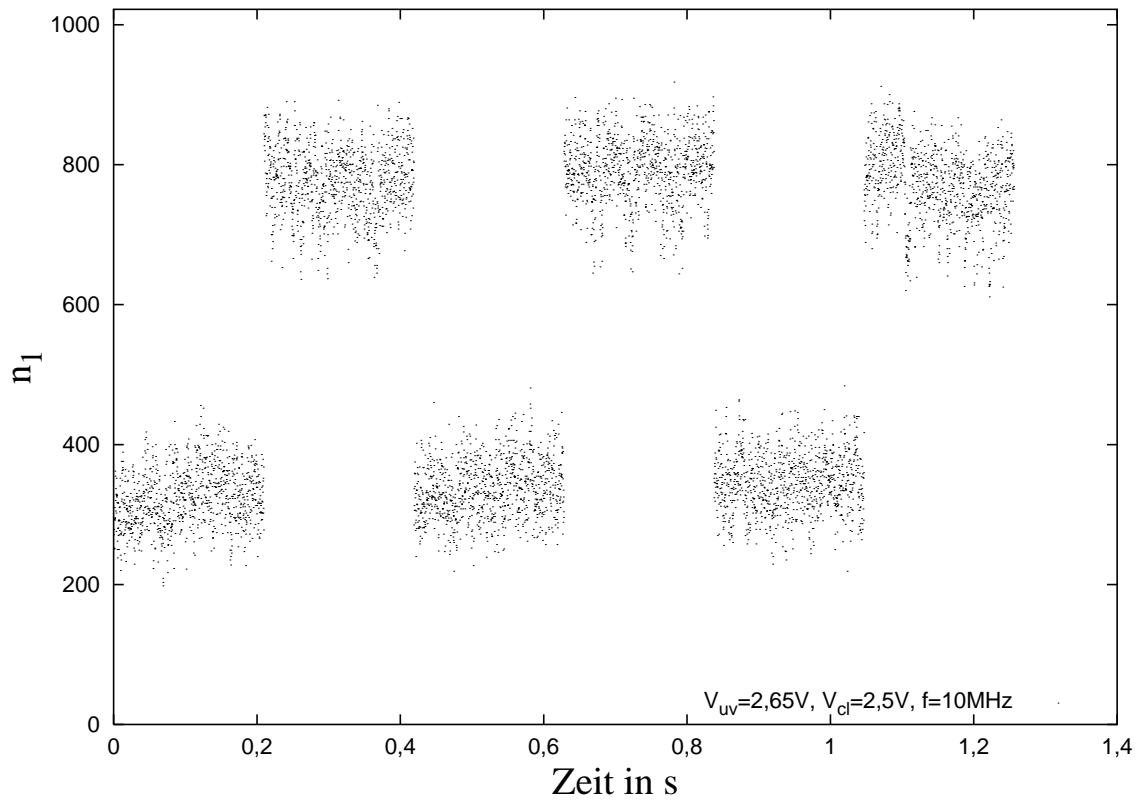


Abbildung 5.14:  $n_1$  bei  $B = \pm 13,5mT$

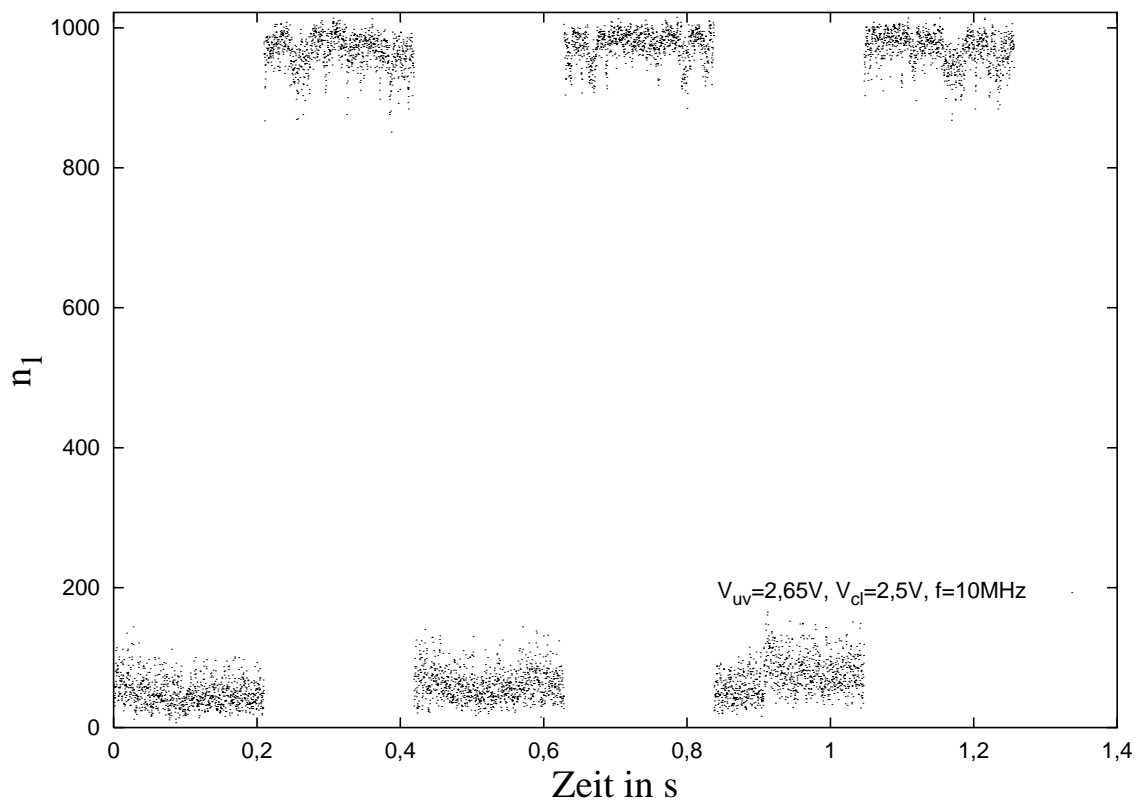


Abbildung 5.15:  $n_1$  bei  $B = \pm 27mT$

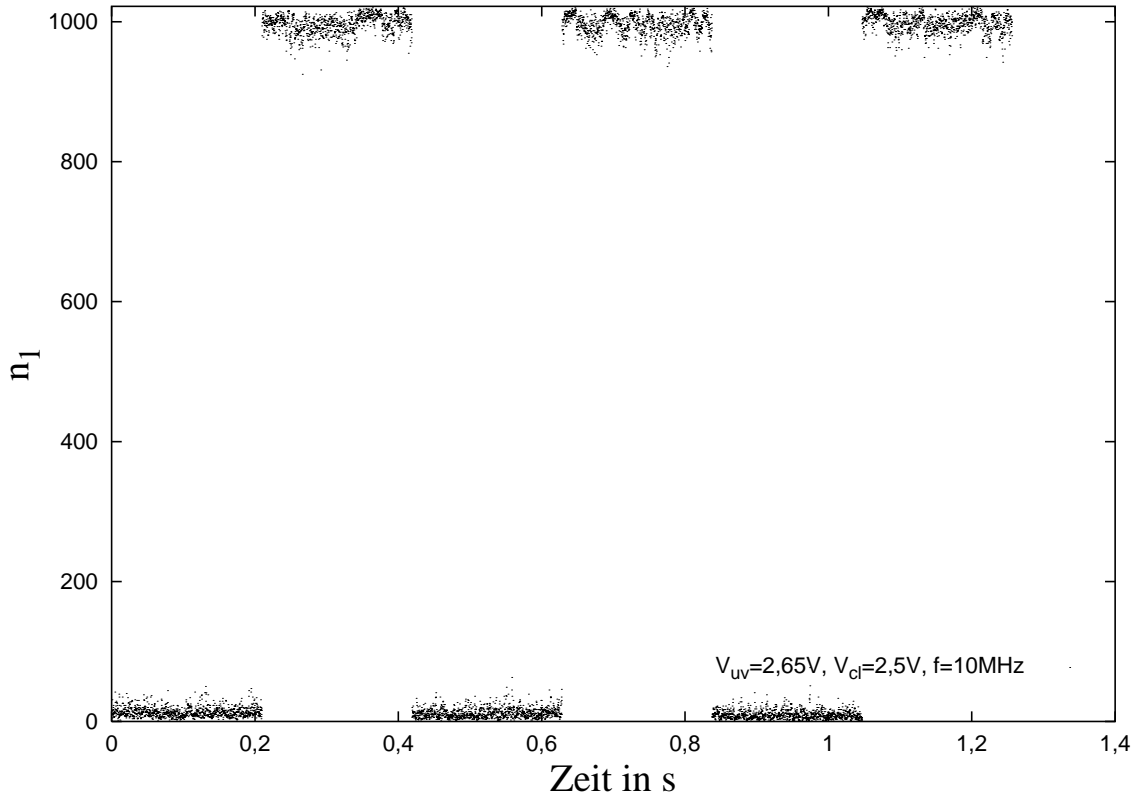


Abbildung 5.16:  $n_1$  bei  $B = \pm 34mT$

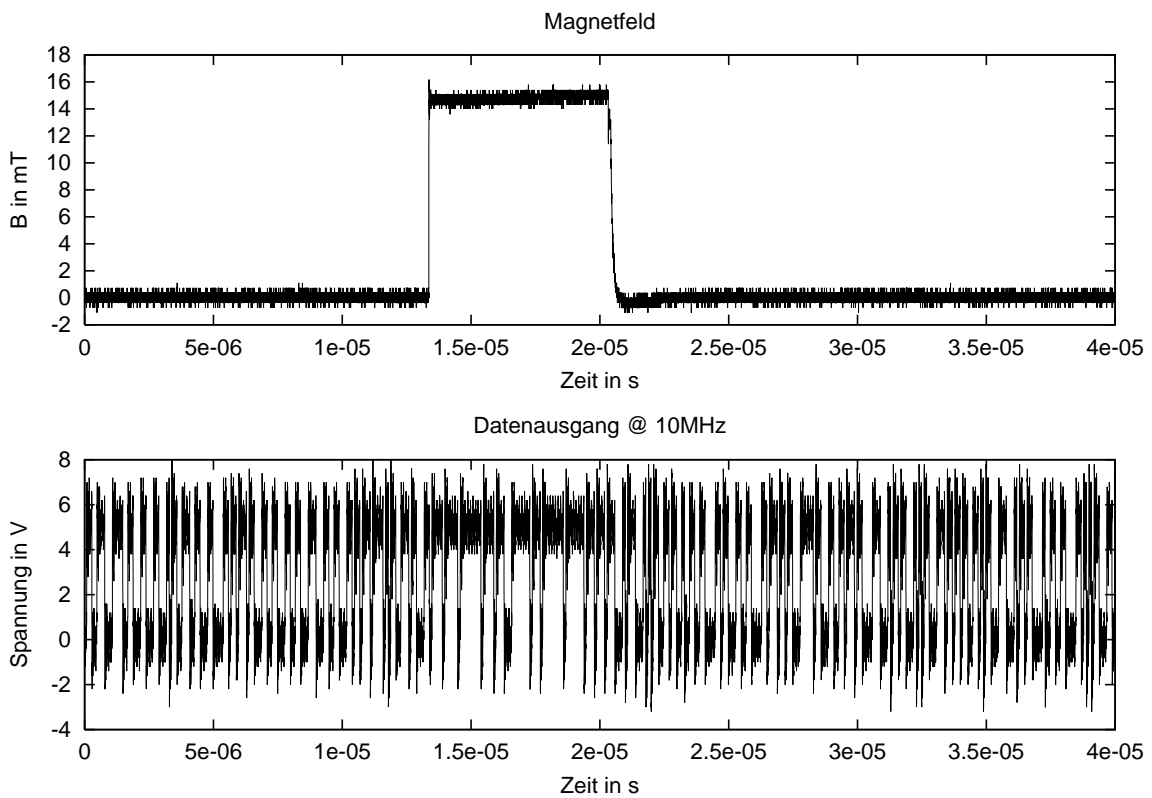


Abbildung 5.17: Kurzer Magnetfeldpuls bei  $f=10MHz$

## 5.5 Verbesserung der Detektion bei schwachen Magnetfeldern

Bei schwachen Magnetfeldern ist das Rauschen dominant. Die Zahl der Abtastvorgänge muss erhöht werden, um das Nutzsignal rückzugewinnen zu können. Durch Erhöhung der Abtastfrequenz kann die Fehlerwahrscheinlichkeit deutlich gesenkt werden.

Dies soll an einem einfachen Beispiel gezeigt werden. Gegeben sein ein magnetisches digitales Signal mit zwei Zuständen ('0' und '1' entsprechend den Flussdichten  $-B$  und  $+B$ ). Der stochastische digitale Magnetfeldsensor wandelt dieses Signal in ein digitales elektrisches Signal um, das aber rauschbehaftet ist. In Abbildung 5.20 ist das magnetische Signal als "original\_signal" bezeichnet, das verrauschte Signal als "eingangs\_signal". Im Beispiel ist  $\mu('0') = 0,125$  und  $\mu('1') = 0,875$ . Die Frequenz des Sensors ist 16mal höher als die Frequenz des magnetischen Signals. Aus diesem Grund folgt ein Tiefpassfilter, hier ein einfacher Summierer über 16 Werte. Die Detektionsschwelle wird nach Gleichung 2.75 in die Mitte gelegt ( $0,5 \cdot 16 = 8$ ). Es folgt eine digitale Phasenregelschleife (DPLL), die den Schwellendetektor zur Regelung des Abtastzeitpunktes nutzt. Die Unterabtastung für das Ausgangssignal erfolgt an einer festen Stelle und wird durch die DPLL an die optimalen Stelle geregelt. Zusätzlich wird ein Ausgangstakt (stakt) erzeugt, der für die nachfolgenden Schaltungen den gültige Ausgangswert markiert (Abbildung 5.18). Der Ausgangstakt hat die gleiche Frequenz wie das magnetische Eingangssignal. Die Schaltung wurde in der Hardware-Beschreibungssprache Verilog erstellt. Abbildung 5.19 zeigt die Verilog-Modellierung der Schaltung. Die Simulation der Signaldetektion mit Hilfe eines Tiefpasses und einer DPLL zeigen die Abbildungen 5.20 und 5.21 Während bei einfacher Abtastung die Fehlerwahrscheinlichkeit der Detektion

$$P_{err,1} = 0,125 \quad (5.20)$$

war, vermindert sie sich durch die Filterung auf

$$P_{err,16} = \frac{\cdot P_{err,1}}{\sqrt{16}} = 0,03125. \quad (5.21)$$

Bei dieser Formel wird von einer idealen Binomialverteilung ausgegangen. Durch die DPLL erhöht sich die Fehlerwahrscheinlichkeit wieder etwas. Näherungsweise lautet sie dann

$$P_{err,16,DPLL} = \frac{P_{err,1}}{P_{err,1} \cdot \sqrt{15} + (1 - P_{err,1}) \cdot \sqrt{16}} = 0,0314, \quad (5.22)$$

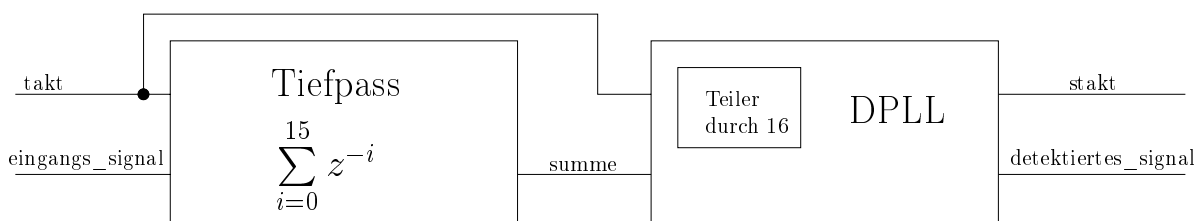


Abbildung 5.18: Blockschaltbild Tiefpass und DPLL

```

// Digitale Filterung und digitale PLL
// zur Decodierung von verrauschten Signalen
//

module mag_filter_dp11(eingangs_signal, detektiertes_signal, takt, stakt);

input  eingangs_signal;
input  takt;
output detektiertes_signal;
output stakt;

wire eingangs_signal; // verrauschtes digitales Eingangssignal (mit f_abtast getaktet)
wire takt;            // Taktsignal f=f_abtast;

// Parameter
parameter FILTER_LAENGE=16; // Laenge der Delay-Kette
parameter FILTER_LAENGE_LN2=4; // Zweierlogarithmus von FILTER_LAENGE
parameter TAKT_TEILER=16; // Frequenzverhaeltnis f_abtast zu f_signal
parameter TAKT_TEILER_LN2=4; // Zweierlogarithmus von TAKT_TEILER

// Register
reg [FILTER_LAENGE-1:0] verz_kette; // Delay-Kette zur Filterung
reg [FILTER_LAENGE_LN2-1:0] summe;
reg [FILTER_LAENGE_LN2-1:0] summe_b;
reg [FILTER_LAENGE_LN2-1:0] summe_a;
reg [FILTER_LAENGE_LN2-1:0] diff;
reg detect;
reg [TAKT_TEILER_LN2-1:0] zaehler; // DPLL-Zaehler
reg spaet; // regelpuls, wenn Abtastung zu spaet ist
reg frueh; // regelpuls, wenn Abtastung zu frueh ist
reg stakt; // Taktsignal f=f_signal;
reg detektiertes_signal;

/*****
/* initialisierung */
*****/
initial begin
    zaehler=0;
    frueh=0;
    spaet=0;
    verz_kette=16'haaaa; // 50%
    stakt=0;
end

always @(posedge takt) begin
    /*****
    /* Filterung */
    *****/
    verz_kette=verz_kette<<1;
    verz_kette[0]=eingangs_signal;

    summe_a=verz_kette[0]+verz_kette[1]+verz_kette[2]+verz_kette[3]+verz_kette[4]+verz_kette[5]
            +verz_kette[6]+verz_kette[7];
    summe_b=verz_kette[8]+verz_kette[9]+verz_kette[10]+verz_kette[11]+verz_kette[12]+verz_kette[13]
            +verz_kette[14]+verz_kette[15];
    summe=summe_b+summe_a;

    // Ausgangssignal
    if (zaehler==0) detektiertes_signal = (summe>FILTER_LAENGE/2) ? 1'b1 :
                                           (summe<FILTER_LAENGE/2) ? 1'b0 : 1'bz;
    if (zaehler==1) stakt=1;
    if (zaehler>TAKT_TEILER/2) stakt=0;

    /*****
    /* digitale PLL */
    *****/
    diff=summe_b-summe_a;
    if (zaehler>=(TAKT_TEILER-1)/3*2 && diff>FILTER_LAENGE/4 && diff<FILTER_LAENGE*3/4) frueh=1;
    if (frueh==0 && zaehler>=0 && zaehler<(TAKT_TEILER-1)/3 && diff>FILTER_LAENGE/4
        && diff<FILTER_LAENGE*3/4) spaet=1;
    if(zaehler==TAKT_TEILER/2) begin
        if (frueh==1) zaehler=zaehler+0;
        else if (spaet==1) zaehler=zaehler+2;
        else zaehler=zaehler+1;
        spaet=0; // ruecksetzen
        frueh=0;
    end
    else
        zaehler=zaehler+1;
end // always
endmodule

```

Abbildung 5.19: Verilog Code für Tiefpass und DPLL

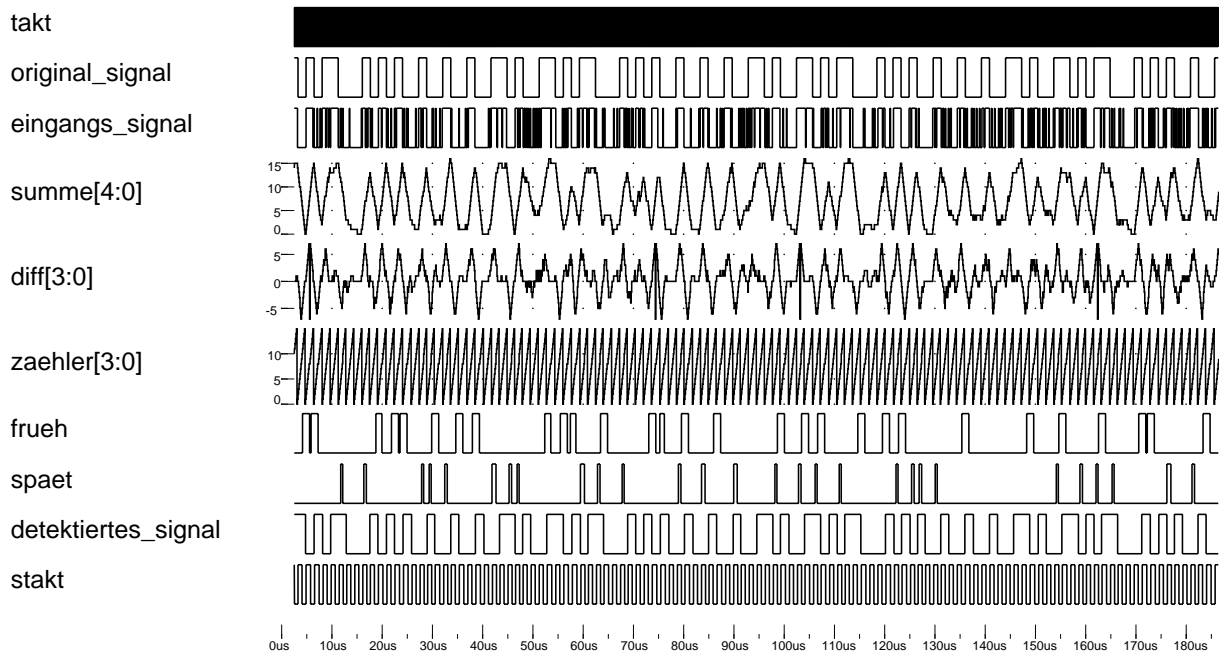


Abbildung 5.20: Signaldetektion mit Tiefpass und DPLL

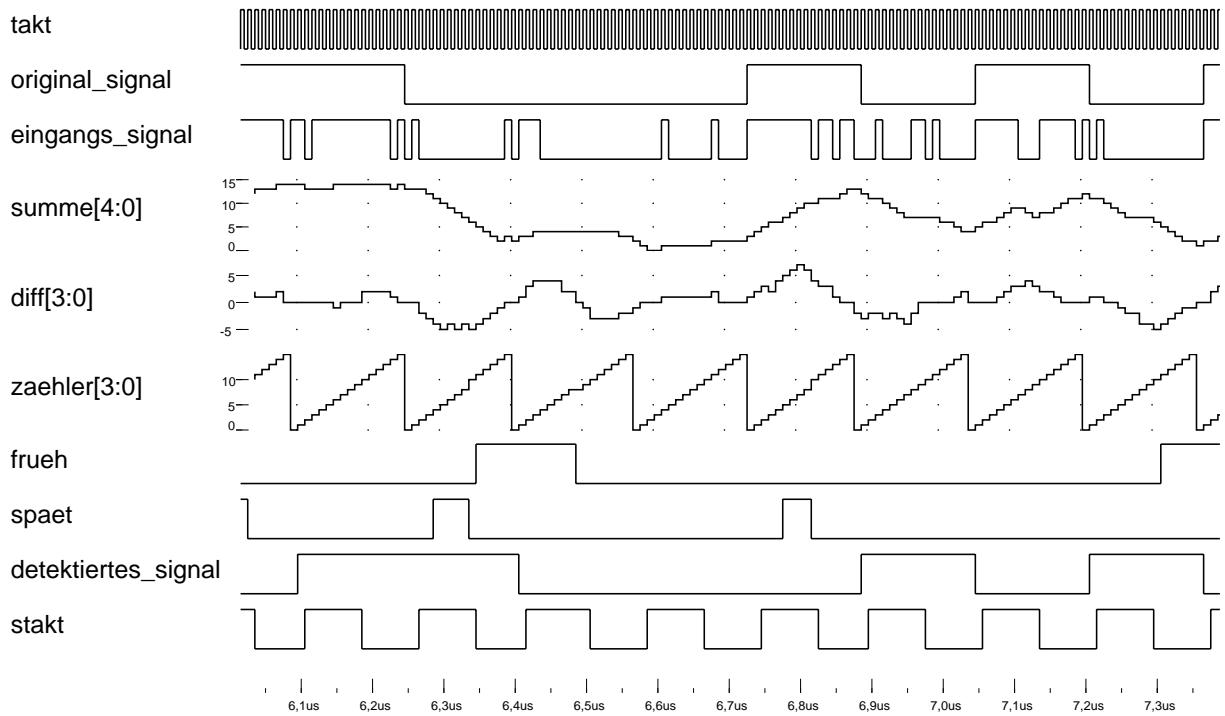


Abbildung 5.21: Signaldetektion mit Tiefpass und DPLL - Detail

Eine andere Möglichkeit ist, das gleiche Eingangssignal durch mehrere Kanäle des Sensorarrays abtasten lassen und dadurch eine geringere Fehlerwahrscheinlichkeit zu erreichen. Die Mehrfachabtastung bewirkt die gleiche Verbesserung wie die Erhöhung der Abtastfrequenz.

## 5.6 Messung analoger Magnetfeldsignale

Zwar wurde der Sensor für die Messung digitaler Magnetfeldsignale konzipiert und optimiert, doch kann er durchaus auch zur Messung analoger Magnetfeldsignale benutzt werden. Um einen analogen Messwert zu erhalten, muss natürlich der Arbeitspunkt mit berücksichtigt werden. Wie bei dem digitalen Fall, wo durch die Erhöhung der Zahl der Messungen die Fehlerwahrscheinlichkeit gesenkt werden kann, führt im analogen Fall die Summierung einer größeren Zahl von Messungen zu einer verbesserten Genauigkeit bzw. einer verringerten Toleranzspanne. Mit  $B_{ap}$  als der Flussdichte eines Magnetfelds im symmetrischen Arbeitspunkt ( $P_1 = 0,5$ ,  $n_1 = 0,5n$ ) und  $n_{ref}$  als Zahl der Einsen bei der Messung einer Referenzflussdichte  $B_{ref}$  erhält man für die Flussdichte  $B$  die Gleichung

$$B = \frac{n_1 - 0,5n}{n_{ref} - 0,5n}(B_{ref} - B_{ap}) + B_{ap}. \quad (5.23)$$

Dies ist eine lineare Näherung für das Wahrscheinlichkeitsintegral bei geringen Abweichungen um den Arbeitspunkt. Die Fehlerspanne beträgt für  $\pm 3\sigma_n$

$$\Delta B = \pm \frac{3\sigma_n}{n_{ref} - 0,5n}(B_{ref} - B_{ap}) = \pm \frac{3}{\alpha_n}. \quad (5.24)$$

Abbildung 5.22 zeigt die Messung eines Magnetfeldsignals in Sägezahnform mit einer Frequenz von 100Hz und einer Flussdichte der Spitzenwerte von  $B = \pm 17\text{mT}$ . Die Messung erfolgte mit  $f=5\text{MHz}$  und einer Summierung von jeweils 1022 Werten. Der gewählte Arbeitspunkt war  $V_{cl}=2,5\text{V}$  und  $V_{uv}=2,65\text{V}$ . Abbildung 5.23 zeigt eine weitere Messung, bei der die Frequenz des Magnetfeldsignals 1Hz beträgt.

## 5.7 1/f-Rauschen

Für den zur Fertigung der Sensoren benutzten  $1,0\mu\text{m}$  CMOS-Prozess gab es von der Foundry keine Angaben zu den 1/f-Rauschkoeffizienten (Hooge-Parameter etc.), da der Prozess als rein digitaler Prozess charakterisiert war und das 1/f-Rauschen in digitalen Schaltung normalerweise keine Rolle spielt. Um den Einfluss des 1/f-Rauschens zu analysieren wurden mehrere Langzeitmessungen durchgeführt. Eine Messung zeigt Abbildung 5.24. In ihr wurde ein schwaches Magnetfeldsignal der Flussdichte  $B=0,61\text{mT}$  und der Frequenz  $f_{mag}=10\text{ Hz}$  mit einer Sensorfrequenz von  $f=2,5\text{ MHz}$  gemessen. Die Spitze bei 10 Hz und den ungeradzahligem Harmonischen des magnetischen Rechtecksignals sind zu sehen. Bei einer Frequenz von ungefähr 10 Hz und darunter ist das 1/f-Rauschen zu erkennen. Werden die Sensoren mit einem statischen Arbeitspunkt betrieben, kann das 1/f-Rauschen durchaus von Bedeutung sein und vergrößert die Fehlerwahrscheinlichkeit. Wird der Arbeitspunkt dynamisch angepasst und ist die Arbeitsfrequenz dieser Nachführung wesentlich größer als die 1/f-Knickfrequenz, so wird das 1/f-Rauschen durch die Nachführung eliminiert.



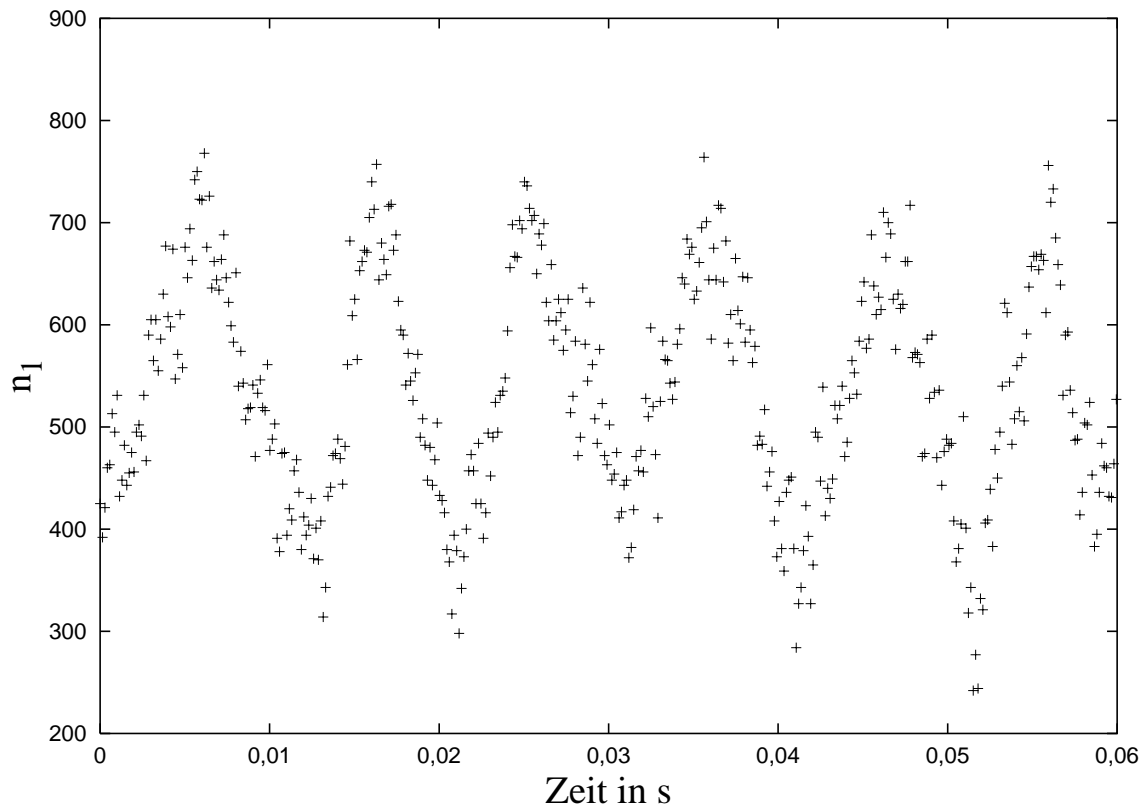


Abbildung 5.22: Sägezahn-Signal 100Hz, Spitzenwerte  $B = \pm 17\text{mT}$

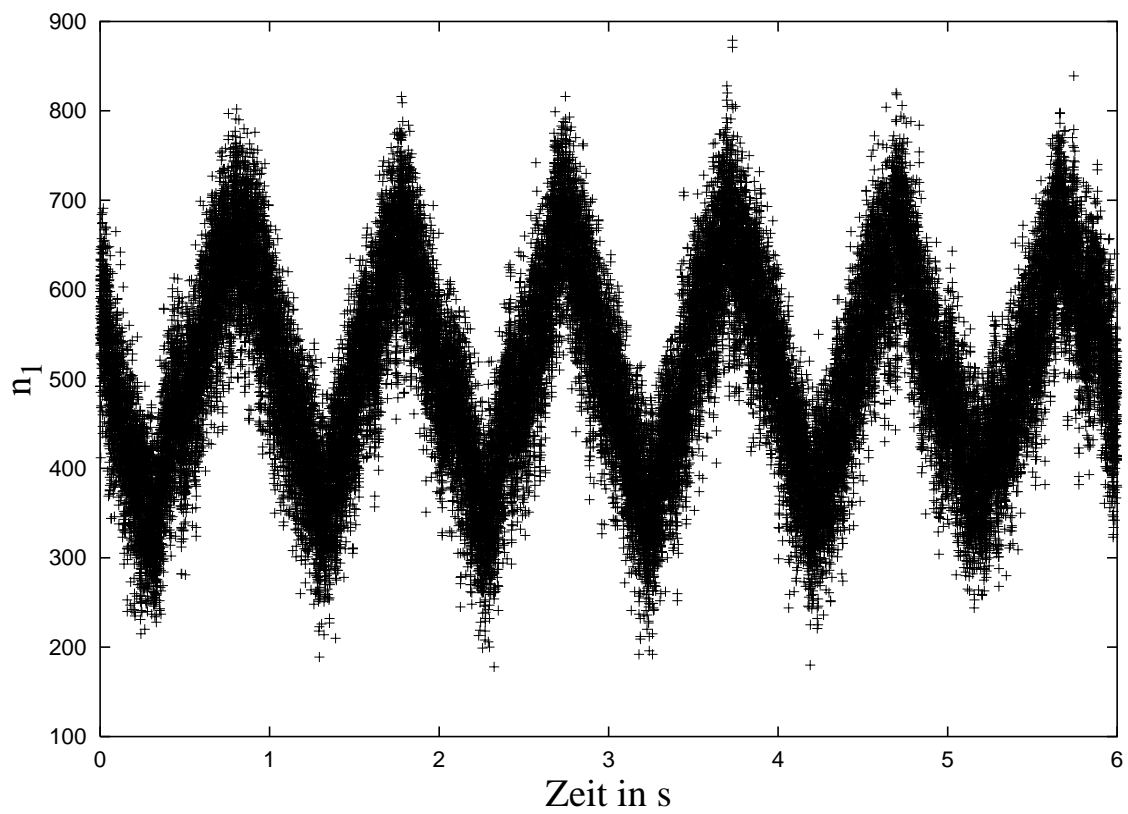


Abbildung 5.23: Sägezahn-Signal 1Hz, Spitzenwerte  $B = \pm 17\text{mT}$

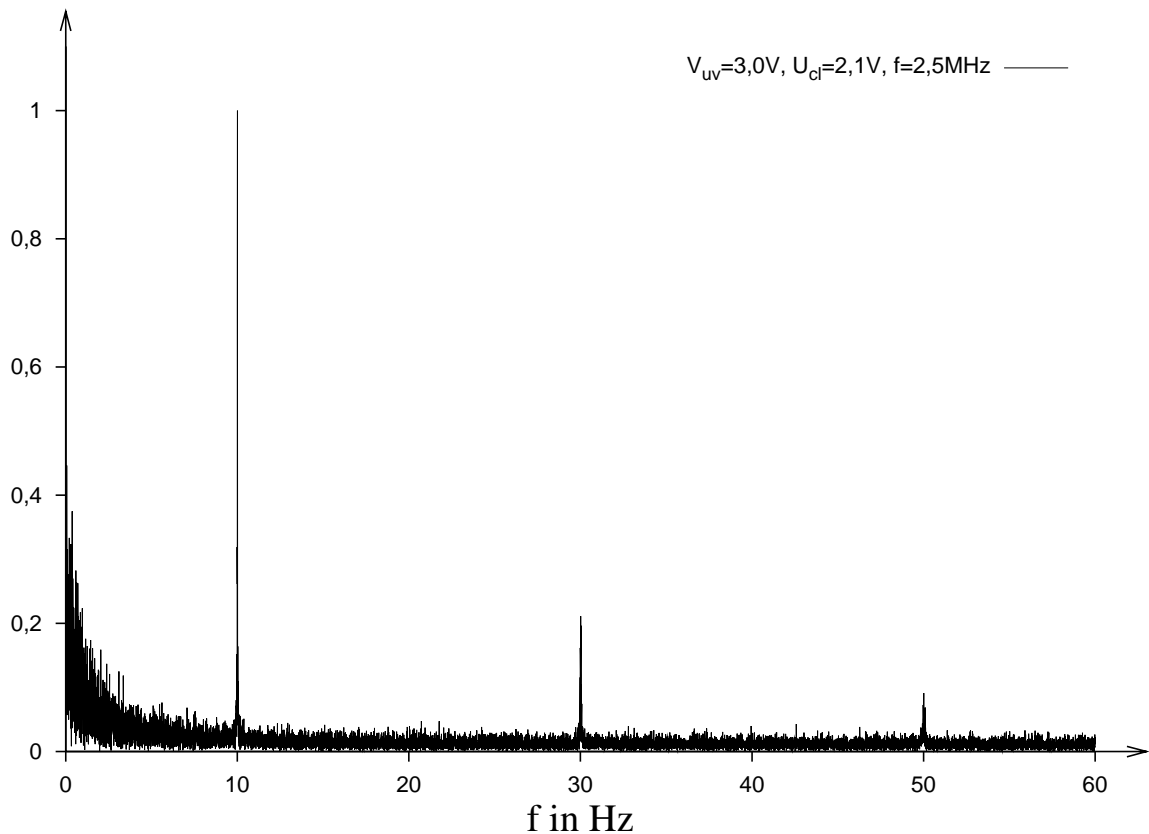


Abbildung 5.24: Normierte FFT mit  $f_{mag} = 10\text{Hz}$  und  $B = 0,61\text{mT}$

Prinzipiell können mit dem Sensor sehr niederfrequente oder statische Magnetfelder wie zum Beispiel das Erdmagnetfeld gemessen werden, indem die Zahl der Messungen sehr groß gewählt wird. Der limitierende Faktor ist in diesen Fällen aber genau das  $1/f$ -Rauschen, da es im niederfrequenten Bereich dominierend wird.

Die üblicherweise verwendete Methode, um das  $1/f$ -Rauschen zu eliminieren, ist das "Correlated Double Sampling" [121, 62]. Diese Methode beruht darauf, dass man davon ausgehen kann, dass bei zwei kurz hintereinander durchgeführten Messungen die  $1/f$ -Rauschanteile korreliert sind. Deshalb führt man nach der ersten Messung noch eine zweite durch, diesmal ohne das Nutzsignal oder mit einem invertierten Nutzsignal und subtrahiert das Ergebnis von der ersten Messung. Dadurch wird das  $1/f$ -Rauschen weitgehend eliminiert. Diese Methode kann im vorliegenden Fall allerdings nicht verwendet werden. Durch das stochastische Verhalten der Schaltung macht eine Subtraktion zweier aufeinanderfolgender Werte keinen Sinn. Außerdem wäre es schwierig, das in diesem Fall magnetische Nutzsignal für die zweite Messung auszublenden oder zu invertieren.

## 5.8 Metastabilität

Die Metastabilitätsgrenze wurde ebenfalls durch Messreihen ermittelt. Sie hängt von der Frequenz, von der Temperatur und vom Arbeitspunkt ab. Abbildung 5.25 zeigt für  $f=20\text{MHz}$  diejenigen Arbeitspunkte, in denen 50% der Kippvorgänge in der Metastabilität bleiben bei gleichzeitigem  $P_1 = P_0$ . Die Arbeitspunkteinstellung erfolgte über  $V_{cl}$ . Als Vergleich ist der theoretische Wert dargestellt, der sich unter der Anwendung von Gleichung 4.19 errechnen lässt. Dabei muss auch noch eine zusätzliche interne Verzögerung

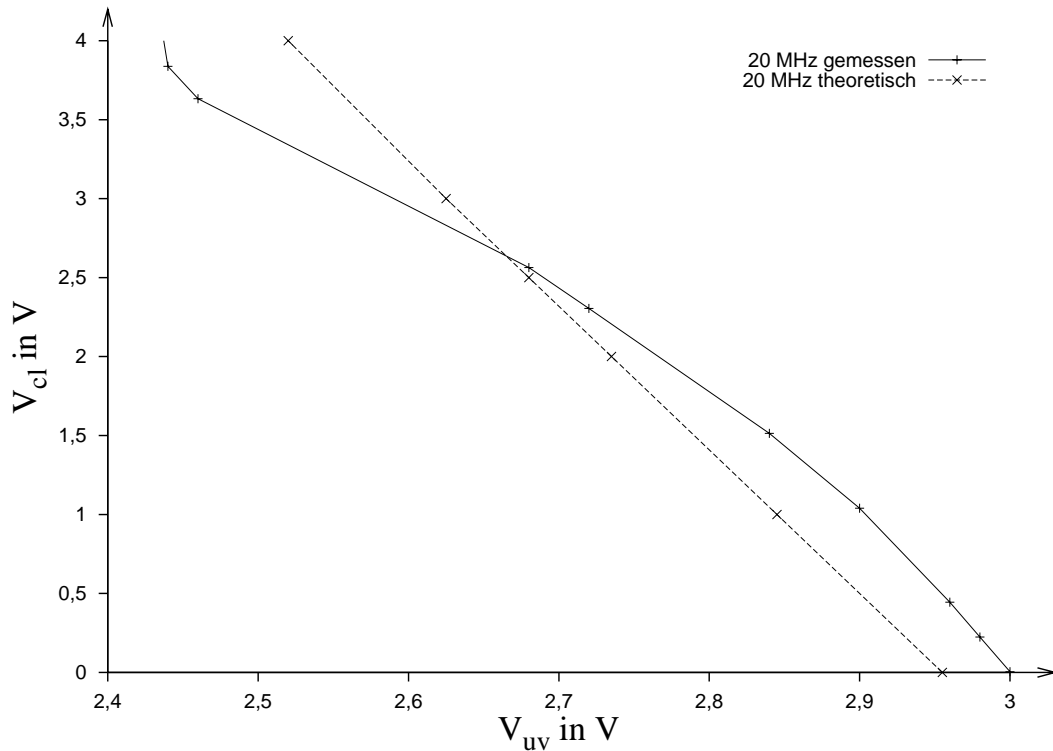


Abbildung 5.25: 50%-Metastabilitätsgrenze bei Raumtemperatur

nung bis zum Ausgangslatch berücksichtigt werden. In ganz bestimmten Arbeitspunkten zeigt der realisierte Sensor das Verhalten, das schon beim einfachen Modell im Abschnitt 3.2.1 in Bild 3.20 dargestellt ist. Abhängig vom Magnetfeld ändern sich die Kippwahrscheinlichkeiten so, dass über den metastabilen Zustand ein dritter Magnetfeldzustand detektiert werden kann (Abbildung 5.26).

## 5.9 Verhalten bei tiefen und hohen Temperaturen

Das thermische Rauschen und das Kippverhalten des Sensors sind temperaturabhängig. Deshalb wurden auch Temperaturmessungen bei  $0^\circ\text{C}$  und  $65^\circ\text{C}$  durchgeführt. Dabei zeigt sich wie erwartet, dass sich die optimalen Arbeitspunkte leicht verschieben. Bei der tiefen Temperatur ist  $P_{err}$  deutlich geringer als bei der hohen Temperatur. Bei der hohen Temperatur wird die Metastabilitätsgrenze erst bei höheren Spannungen  $V_{uv}$  und  $V_{cr}$  erreicht. Die Tabellen 5.11 und 5.12 zeigen die gemessenen Fehlerwahrscheinlichkeiten bei den beiden Temperaturen.

## 5.10 Leistungsaufnahme

Einer der Vorteile des digitalen MAGFET-Sensors ist seine niedrige Leistungsaufnahme. Der Strom für ein einzelnes Array auf dem Chip konnte allerdings nicht direkt gemessen werden. Er wurde deshalb per Simulation ermittelt. Tabelle 5.13 zeigt die Leistungsaufnahme eines 10-Sensor-Arrays ohne Arbeitspunktregelung und Pad-Treiber für verschiedene Frequenzen.

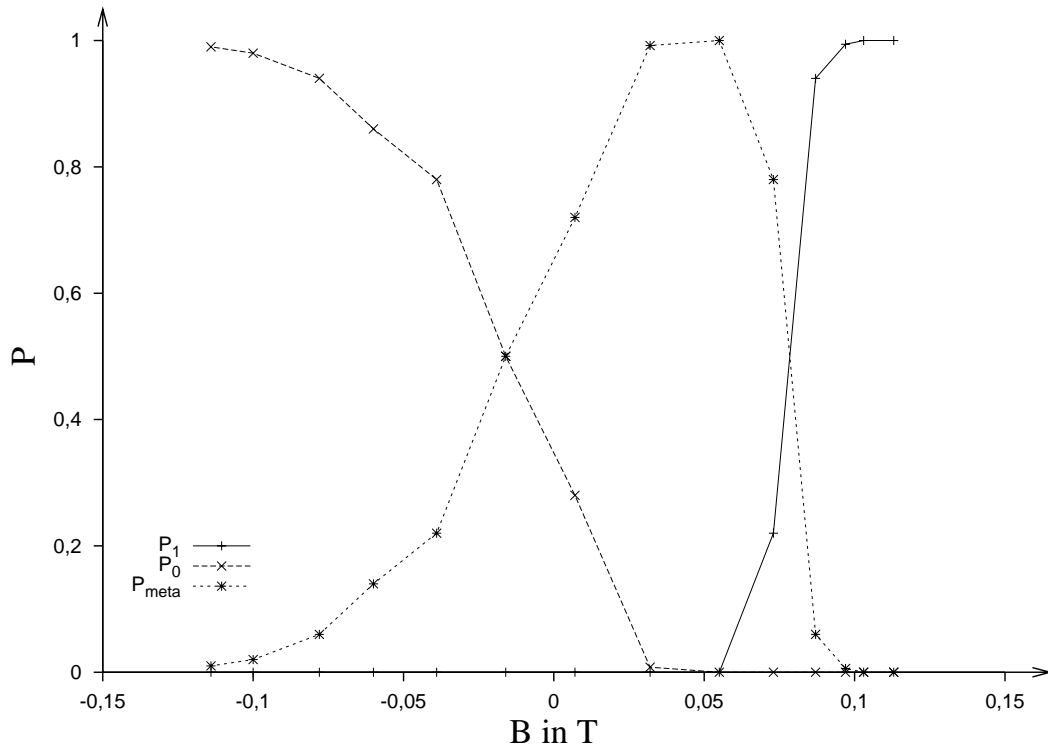


Abbildung 5.26:  $P_{meta}$ ,  $P_1$  und  $P_0$ , bei  $V_{uv} = 2,1\text{V}$ ,  $V_{cr} = 2,5\text{V}$ ,  $f=10\text{MHz}$

$V_{uv}/\text{V}$	2,5	2,75	3,0	3,25	3,5	3,75	4,0
0,0	0,480	0,445	0,428	0,427	0,435	0,431	0,448
0,5	0,470	0,442	0,419	0,428	0,424	0,452	0,429
1,0	0,490	0,434	0,404	0,430	0,414	0,415	0,462
1,5	0,483	0,404	0,428	0,428	0,402	0,456	0,490
2,0	0,410	0,434	0,440	0,422	0,465	0,481	0,489
2,5	0,453	0,441	0,445	0,416	0,500	0,477	0,486
3,0	0,469	0,448	0,436	0,485	0,495	0,493	0,494

Tabelle 5.11:  $P_{err}$  bei  $65^\circ\text{C}$  und  $5,47\text{mT}$ , Arbeitspunkteinstellung mit  $V_{cl}$  und  $V_{cr}$

$V_{uv}/\text{V}$	2,5	2,75	3,0	3,25	3,5	3,75	4,0
0,0	0,401	0,344	0,413	0,433	0,373	0,365	0,383
0,5	0,399	0,320	0,400	0,378	0,335	0,348	0,470
1,0	0,393	0,324	0,412	0,335	0,328	0,464	0,481
1,5	0,359	0,431	0,422	0,353	0,317	0,478	0,475
2,0	0,462	0,472	0,394	0,296	0,348	0,478	0,438
2,5	0,493	0,445	0,373	0,357	0,416	0,455	0,458
3,0	0,462	0,385	0,486	0,489	0,488	0,489	0,486

Tabelle 5.12:  $P_{err}$  bei  $0^\circ\text{C}$  und  $5,47\text{mT}$ , Arbeitspunkteinstellung mit  $V_{cl}$  und  $V_{cr}$

$f$	1 MHz	10 MHz	20MHz
$V_{cl}$			
0,0 V	146 $\mu$ W	1460 $\mu$ W	2920 $\mu$ W
2,5 V	131 $\mu$ W	1305 $\mu$ W	2610 $\mu$ W
5,0 V	124 $\mu$ W	1240 $\mu$ W	2480 $\mu$ W

Tabelle 5.13: Leistungsaufnahme eines 10-fach Arrays bei  $V_{uv} = 3,0V$  und  $V_{DD} = 5V$



# Kapitel 6

## Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde ein Sensorarray vorgestellt, das dazu geeignet ist, magnetische Felder zu detektieren. Für die dazu verwendeten Kippstufen wurde ein Modell entwickelt, mit dem ihr Verhalten näherungsweise durch stochastische Differentialgleichungen beschrieben werden kann. Aus diesem Modell wurden Näherungsformeln für die zu erwartende Fehlerwahrscheinlichkeit abgeleitet.

### Stärken

Die vorliegenden Sensorarrays sind für eine Taktfrequenz von 10 MHz entworfen worden, konnten aber in einzelnen Messungen bis maximal 28 MHz betrieben werden. Bei ausreichend starken Magnetfeldern kann das Sensorarray digitale Felder bis zur Taktfrequenz detektieren. Im optimalen Arbeitspunkt erreichen die Sensoren für die Detektion eines digitalen Magnetfeldes mit einer Flussdichte von  $\pm 60\text{mT}$  und einer Frequenz von 10MHz bei Raumtemperatur eine Fehlerwahrscheinlichkeit von unter 0,000032. Erhöht man die Zahl der Abtastvorgänge pro Messung, so wird die Fehlerwahrscheinlichkeit weiter verringert. Das Array hat einen geringen Flächenbedarf und auch die Leistungsaufnahme ist im Vergleich zu anderen Sensoren sehr gering. Ein weiterer Vorteil ist, dass die Sensorarrays problemlos skaliert werden können.

### Schwächen

Die Arbeitspunkteinstellung mit der Löffelschaltung war unbefriedigend. Um sich die kleine Fläche zu erhalten, ist wohl am ehesten das Lasertrimmen geeignet. Eine eventuell zu kompensierende Gleichkomponente des Magnetfelds oder der Arbeitspunkteinstellung könnte in diesem Fall über einen für alle Arrayelemente gemeinsamen D/A-Wandler realisiert werden.

### Anwendungsfelder

Das Sensorarray war ursprünglich als Lesekopf für magnetische Speichermedien gedacht. Nach [38] liegt die Flussdichte an der Oberfläche von magnetischen Speichermedien wie Festplatten und Magnetbändern bei ungefähr 60 mT. Damit ist die Fehlerwahrscheinlichkeit ausreichend gering, um solche Signale direkt zu detektieren. Nachteilig ist aber, dass die magnetfeldsensitive Gate-Region nicht an der Oberfläche sondern mehrere Mikrometer tiefer liegt. Beim verwendeten  $1,0\mu\text{m}$ -Prozess ist der Abstand der Gate-Region

zur Oberfläche ungefähr  $7,5\mu\text{m}$ . Eine Möglichkeit, diese Limitierung zu überwinden besteht darin, das Magnetfeld nicht von der Passivierungsseite anzulegen, sondern das Substrat von unten anzuschleifen und das magnetische Medium auf der Substratseite vorbeizuführen. Eine andere Möglichkeit, den nachteiligen hohen Abstand zu verringern, wäre ein Magnetkonzentrator mit amorphen Legierungen hoher Permeabilität [37, 13], um das Magnetfeld nahe an die Gate-Region zu konzentrieren.

Das Sensor-Array ist auch gut geeignet, um eine Spuradaption zu realisieren. Weitere Anwendungen für das Sensor-Array sind die genaue Lagedetektion von Magneten, z.B. bei der Winkelkontrolle oder der Drehzahlmessung und Zündzeitpunktermittlung in der Automobiltechnik.

Im Vergleich zu anderen in der Literatur erwähnten Magnetfeld-Sensorarrays [16, 89, 116, 30, 97] ist das vorliegende Array äußerst klein. Da die anderen Arrays aber zur analogen Magnetfelddetektion entwickelt wurden ist ein direkter Vergleich nicht möglich.

Vergleicht man den Sensor mit speziell für analoge Messungen eines langsamveränderlichen Magnetfelds entwickelten Sensoren mit MAGFETs, wie in [25], so zeigt sich, dass auch dort bei Langzeitmessungen das  $1/f$ -Rauschen der limitierende Faktor ist. Der in einem  $0,5\mu\text{-CMOS}$ -Prozess gefertigte MAGFET hat dort ein  $W/L$  von  $80\mu\text{m}/40\mu\text{m}$ . Bei einer Messzeit von  $26\text{ms}$  wird eine Genauigkeit von 10 bit bei  $100\text{mT}$  erreicht, das entspricht einer Auflösung von ungefähr  $100\mu\text{T}$ . Sein Stromverbrauch beträgt  $9,9\text{mA}$  bei  $5\text{V}$  für einen Kanal. Der in dieser Arbeit entwickelte Sensor würde im Vergleich dazu bei der gleichen Messzeit eine Auflösung nach 5.24 von  $800\mu\text{T}$  bieten, allerdings mit wesentlich kleinerer Fläche und kleinerem Stromverbrauch.

## Ausblick

Neben der Verbesserung der Arbeitspunkteinstellung ist noch die Kopplung zweier nebeneinander liegender Sensoren zu untersuchen. Die integrierten Mikrospulen wirken auch auf benachbarte Kanäle, sodass sie für eine solche Untersuchung nicht verwendet werden konnten. Es wird erwartet, dass das Kippverhalten nur wenig von den Nachbarsensoren beeinflusst wird (siehe Abschnitt 4.5.2). Auch die in bestimmten Arbeitspunkten zu Tage tretenden Abweichungen von den erwarteten Werten sollten noch einmal näher betrachtet werden.



# Literaturverzeichnis

- [1] Alamo, Jesus de: *Microelectronic Devices and Circuits*, MIT, 2001
- [2] Arnold, Ludwig: *Stochastische Differentialgleichungen: Theorie und Anwendung*, Oldenbourg, München, 1973
- [3] Ash, Carol: *The probability tutoring book*, IEEE Press, New York, 1993
- [4] Audet, Yves; Chapman, Glenn H.: *Design of a large area magnetic field sensor array*, Proceedings IEEE International Conference on Wafer Scale Integration (6th), 1994
- [5] Baker, Jacob R.; Li, Harry W.; Boyce, David: *CMOS: Circuit Design, Layout and Simulation*, Wiley, New York, 1998
- [6] Baltes, Henry; Andór, L.; Nathan, Arokia; Schmidt-Weinmar, H.G.: *Two-dimensional numerical analysis of a silicon magnetic field sensor*, IEEE Transactions on Electron Devices, Vol.ED-31, 1984
- [7] Baltes, Henry; Castagnetti, Ruggero: *Magnetic Sensors*, 1994
- [8] Baltes, H.P.; Nathan, A.; Briglio, D.R.; Ristic, Lj.: *Optimization of split-drain MAGFET geometries with respect to 1/f noise*, 1986
- [9] Baltes, Henry P.; Popovic, Radivoje S.: *Integrated Semiconductor Magnetic Field Sensors*, Proceedings of the IEEE, Vol.74, No.8, August 1986
- [10] Barjenbruch, U.: *A novel highly sensitive magnetic sensor*, Sensors and Actuators A, Vol.37-38, 1993
- [11] Barjenbruch U.: *New kind of highly sensitive magnetic sensors with wide bandwidth*, Sensors and Actuators A, Vol.65, March 1998
- [12] Beichelt, Frank: *Stochastik für Ingenieure*, Teubner, Stuttgart, 1995
- [13] Blanchard, H.; De Montmollin, F.; Hubin, J.: *Highly sensitive Hall sensor in CMOS technology*, Sensors and Actuators A, Vol.82, May 2000
- [14] Boll, Richard; Overshott, K.J. (eds.): *Magnetic Sensors*, VCH Verlagsgesellschaft, Weinheim, 1989
- [15] Bonani, F.; Ghione, G.: *Noise in Semiconductor Devices*, Springer, Berlin, 2001

- [16] Bossche, A.; Gestel, H.C.J.M.Van; Mollinger, J.R.: *A Magnetic Sensor Array for Two-dimensional Pattern-shift Measurements*, Sensors and Actuators A, Vol.25-27, 1991
- [17] Briglio, D.R.: *Characterization of CMOS magnetic field sensors*, University of Alberta, Edmonton, 1988
- [18] Briglio, D.R.; Nathan, Arokia; Baltes, Henry: *Measurement of Hall mobility in n-channel silicon inversion layer*, Canadian Journal of Physics, Vol.65, 1987
- [19] Bächtold, W.: *Rauschen in aktiven und passiven Bauelementen*, ETH, Zürich, 1999
- [20] Carey, Wilbur P.: *Sensor array characterization and design*, University Microfilms Int./UMI, Ann Arbor, 1988
- [21] Castagnetti, Ruggero: *Integrated magnetotransistors in bipolar and CMOS technology*, ETH Zürich, Zürich, 1994
- [22] Castagnetti, Ruggero; Azeredo Leme, C.; Baltes, Henry: *Dual Collector magnetotransistors with on-chip bias and signal conditioning circuitry*, Sensors and Actuators A, Vol.37-38, 1993
- [23] Castagnetti, R.; Baltes, H.: *Bipolar magnetotransistors and their trade-offs*, Sensors and Materials, Vol.5 , iss. 6, 1994
- [24] Chang, J.; Viswanathan, C.R.: *Modeling and characterization of flicker noise in CMOS transistors from subthreshold to strong inversion*, AIP Conference Proceedings (American Institute of Physics), Vol.no. 285, 1993
- [25] Chien-Hung, Kuo; Shr-Lung, Chen, Lee-An, Ho: *CMOS Oversampling  $\Delta\Sigma$  Magnetic-to-Digital Converters*, IEEE Journal of Solid-State Circuits, Vol.36 no.10, Oct 2001
- [26] Chien, Chia L.; Westgate, C.R. (ed.): *The Hall effect and its applications*, Plenum Pr., New York, 1980
- [27] Chovet, A.; Mathieu, N: *Noise and resolution of semiconductor integrated magnetic sensors*, Sensors and Actuators A, Vol.32, 1992
- [28] Chovet, A. ; Roumenin, Ch. S.; Dimopoulos, G.; Mathieu, N.: *Comparison of Noise Properties of Different Magnetic-field Semiconductor Integrated Sensors*, Sensors and Actuators A, Vol.21-23, 1990
- [29] Chung, Kai L.; Williams, R.J.: *Introduction to stochastic integration*, Birkhaeuser, Boston, 1990 (2.ed.)
- [30] Clark, James J.: *Split-drain MOSFET magnetic sensor arrays*, Sensors and Actuators A, Vol.24, July 1990
- [31] Coram, Geoffrey, J.: *Thermodynamically Valid Noise Models for Nonlinear Devices*, MIT, Cambridge, 2000

- [32] D'Amico, Arnaldo (ed.): *Euroensors: Proceedings of Euroensors 5*, Elsevier, Lausanne, 1991
- [33] Demierre, Michel; Pesenti, Sergio; Frounchi, Javad: *Reference magnetic actuator for self-calibration of a very small Hall sensor array*, Sensors and Actuators A, Vol.97-98, April 2002
- [34] Donzier, E. et. al.: *Integrated Magnetic Field Sensor*, Sensors and Actuators A, Vol.25-27, 1991
- [35] Doyle, John; Lyden, Colin: *High sensitivity, low power, silicon magnetic field detector*, Proceedings of the IEEE Custom Integrated Circuits Conference (1994), 1994
- [36] Draxelmayr, Dieter; Borgschulze, Richard: *A Mixed-Signal Hall Sensor IC with Direction Detection*, ESSCIRC 2002, 2002
- [37] Drljaca, Predrag M.; Vincent, Franck; Besse, Pierre-André: *Design of planar magnetic concentrators for high sensitivity Hall devices*, Sensors and Actuators A, Vol.97-98, April 2002
- [38] Emtec: *private Kommunikation*, 2001
- [39] Engberg, Jakob; Larsen, T.: *Noise theory of linear and nonlinear circuits*, Wiley, Chichester, 1995
- [40] Gallager, Robert G.: *Discrete Stochastic Processes*, Kluwer, 1995
- [41] Gallagher, R.C.; Corak, W.S.: *A metal-oxide-semiconductor (MOS) Hall element*, Solid-State Electronics, Vol.9, 1966
- [42] Galushkov, A. I.; Mirgorodskii, Yu. N.; Chaplygin, Yu. A.: *Modeling of a Dual-Drain MOS Magnetic-Field Sensor.*, Russian microelectronics, Vol.24 no. 1, Jan 1995
- [43] Gard, Thomas C.: *Introduction to stochastic differential equations*, Dekker, New York, 1988
- [44] Garcia-Ramirez, P.J.; Murphy-Arteaga R.S., Gutierrez-D E.A.: *Temperature Dependence on Carrier Deflection in a Split-Drain MAGFET*, Fifth International Symposium on Low Temperature Electronics, 1999
- [45] Gichman, Iosif I.; Skorohod, Anatolji W.: *Stochastic Differential Equations*, Springer, New York, 1972
- [46] Grandke, Thomas; Ko, W.H.: *Fundamentals and general aspects*, VCH Verlagsgesellschaft, Weinheim, 1989
- [47] Gray, Paul R.; Meyer, Robert G.: *Analysis and Design of Analog Integrated Circuits*, Wiley, New York, 1993 (3.ed.)
- [48] Hall, E.H.: *On a new action of the magnet on the electric current*, American Journal Mathematics, Vol.2, 1879

- [49] Hentschke, Siegbert: *Digital Stochastic magnetic field detection*, Sensors and Actuators A, Vol.57, 1996
- [50] Hentschke, Siegbert; Reifschneider, Norbert: *Locally Adaptive Magnetic Field Detector*, ASIC95, 1995
- [51] Hentschke, Siegbert; Rohrer, Stefan; Reifschneider, Norbert: *Stochastic Magnetic Field Micro Sensor*, ASIC96, 1996
- [52] Heywang, Walter: *Sensorik*, Springer, Berlin, 1993 (4.ed.)
- [53] Hinteregger, Hans F.; Rogers, Alan E.E.: *Many-Head Arrays for High-Data-Rate Recorders: Requirements, Design Considerations for Next-Generation VLBI Systems*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol.30, no.2, March 1994
- [54] Honerkamp, Josef: *Stochastische dynamische Systeme*, VCH, Weinheim, 1990
- [55] Hooge, F.N.: *1/f noise is no surface effect*, Physic Letters, Vol.29B, 1969
- [56] Hooge, F.N.: *1/f noise*, Physica, Vol.83B, 1976
- [57] Hout, S.R. in't; Middelhoek, S.: *High temperature silicon Hall sensor*, Sensors and Actuators A, Vol.37-38, 1993
- [58] Ikeda, Nobuyuki; Watanabe, Shinzo: *Stochastic differential Equations and Diffusion Processes*, North-Holland, Amsterdam, 1981
- [59] Ionescu, A.M.; Mathieu, N.; Chovet, A.: *Drain and Gate Voltage Influences on MAGFET Offset and Sensitivity: Modeling and Experiment*, Technical Proceedings 1998 International Conference on Modeling and Simulation of Microsystems MSM98, Apr. 6-8 1998
- [60] Jungemann, C.; Dudenbostel, D.; Meinerzhagen, B.: *Hall Factors of Si NMOS Inversion Layers for MAGFET Modeling.*, IEEE transactions on electron devices, Vol.46 no. 8, Aug 1999
- [61] Kannan, D.: *An introduction to stochastic processes*, North-Holland, New York, 1979
- [62] Kansy, R.J.: *Response of a Correlated Double Sampling Circuit to 1/f Noise*, IEEE Journal of Solid-State Circuits, Vol.SC-15, 1980
- [63] Killat, D.; Kluge, J.V.; Schmitz, R.: *Measurement and modelling of sensitivity and noise of MOS magnetic field-effect transistors.*, Sensors and Actuators A, Vol.61 no. 1, Jun 1997
- [64] Kluge, Johannes W.A. von; Langheinrich, W. A.: *An Analytical Model of MAGFET Sensitivity Including Secondary Effects Using a Continuous Description of the Geometric Correction Factor G*, IEEE Transactions on Electron Devices, Vol.46, iss. 1, Jan 1999
- [65] Kordic, S.: *Offset Reduction and Three-Dimensional Field Sensing with Magnetotransistors*, Delft University of Technology, Delft, 1987

- [66] Kub, Francis J.: *Floating Gate Magnetic Field Sensor*, Jan. 21, 1992
- [67] Kub, Francis J.: *Multiple-gate MOSFET magnetic-field sensing device and amplifier*, Sensors and Materials, Vol.5, no.6, 1994
- [68] Kub, Francis J.; Scott, C.S.: *Multi-gate split-drain MOSFET magnetic-field sensing device and amplifier*, IEDM Technical Digest (International Electron Devices Meeting), 1992
- [69] Laker, Kenneth R.; Sansen, Willy M.C.: *Design of analog integrated circuits and systems*, McGraw Hill, New York, 1994
- [70] Lau, Jack; Ko, Ping K., Chan, Philip C.H.: *Modelling of split-drain magnetic field-effect transistor*, Sensors and Actuators A, Vol.49, Jul 1995
- [71] Lemm, Jörg C.: *Der klassische Ansatz nach Black-Scholes*, Institut für Theoretische Physik I, Universität Münster, 2000
- [72] Lenz, James E.: *A review of magnetic sensors*, Proceedings of the IEEE, Vol.78, 1990
- [73] Lian, Weijian: *Integrated silicon flip-flop sensors*, Delft Univ. Techn., Delft, 1989
- [74] Lian, W.J.; Middelhoek, S.: *A New Class of Integrated Sensors with Digital Output Based Upon the Use of a Flip-Flop*, IEEE Electron Device Letters, Vol.EDL 7, 1986
- [75] Lian, W.J.; Middelhoek, S.: *Flip-Flop Sensors: A new class of silicon sensors*, Sensors and Actuators, Vol.9, 1986
- [76] Lindsey, William .C.: *Synchronization Systems in Communication and Control*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1972
- [77] Lin, J.-Y.; Milkovic, M.: *Performance limitations of stochastic sensors*, Proceedings of the Midwest Symposium on Circuits and Systems (35th), Vol.1, 1992
- [78] Lin, J.-Y.; Milkovic, M.: *A digital microsensor with auto-zero offset compensation*, Conference Record IMTC/93, 1993
- [79] Liu, S.-I.; Wei, J.-F.; Sung, G.-M.: *SPICE Macro Model for MAGFET and its Applications.*, IEEE transactions on circuits and systems II, Vol.46 iss. 4, Apr 1999
- [80] Loeliger, Teddy, Bächtold, Peter, Binnig, Gerd: *CMOS Sensor Array with Cell-Level Analog-to-Digital Conversion for Local Probe Data Storage*, ESSCIRC 2002, 2002
- [81] Malcovati, P.; Castagnetti, R.; Maloberti, F.; Baltes, H.: *A magnetic sensor with current-controlled sensitivity and resolution*, Sensors and Actuators A, Vol.46-47, 1995
- [82] Mathieu, N.; Chovet, A.; Chertouk, M.: *Figures of merit of semiconductors integrated magnetic sensors*, Sensors and Materials, Vol.5, 1994

- [83] Mathieu, N; Giordano, P.; Chovet, A.: *Si MAGFETs optimized for sensitivity and noise properties*, Sensors and Actuators A, Vol.32, 1992
- [84] McDonough, Robert N.; Whalen, Anthony D.: *Detection of signals in noise*, Academic Press, San Diego, 1995
- [85] Melsa, James L.; Sage, Andrew F.: *An Introduction to Probability and Stochastic Processes*, Prentice Hall, New Jersey, 1973
- [86] Middelhoek, Simon; Audet, S.A.: *Silicon Sensors*, Academic Press, London, 1989
- [87] Middelhoek, S.; French, P.J.; Huijsing, J.H.; Lian, W.J.: *Sensors with digital or frequency output*, Sensors and Actuators, Vol.15, 1988
- [88] Middelhoek, S.; Lian, W.J.: *Flip-Flop sensor*, 1984
- [89] Misra, Durgamadhab: *A Novel CMOS Magnetic Field Sensor Array*, IEEE Journal of Solid-State Circuits, Vol.25 No.2, Apr 1990
- [90] Mohan Rao, G.R.; Carr, W.N.: *Magnetic Sensitivity of a MAGFET of uniform channel current density*, Solid-State Electronics, Vol.14, 1971
- [91] Muller, Richard S.; Howe, Roger T.; Senturia, Stephen D.; Smith, Rosemary L.; White, Richard M.: *Microsensors*, IEEE press, New York, 1990
- [92] Müller, Rudolf: *Rauschen*, Springer, Berlin, 1990 (2.ed.)
- [93] Nakamura, T.; Maenaka, K.: *Integrated Magnetic Sensors*, Sensors and Actuators A, Vol.21-23, 1990
- [94] Nathan, A.; Andór, L.; Baltes, H.P.; Schmidt-Weinmar, H.G.: *Modeling of a dual-drain MOS magnetic field sensor*, IEEE Journal of Solid-State Circuits, Vol.SC-20, 1985
- [95] Nathan, Arokia; Baltes, Henry P.: *Integrated Silicon Magnetotransistors: High Sensitivity or High Resolution?*, Sensors and Actuators A, Vol.21-23, 1990
- [96] Nathan, Arokia; Huiser, A.M.J.; Baltes, Henry P.: *Two-dimensional numerical modelling of magnetic field sensors in CMOS technology*, IEEE Transactions on Electron Devices, Vol.ED-32, 1985
- [97] Ning, F.; Bruun, E.: *An offset-trimmable array of magnetic-field-sensitive MOS transistors (MAGFETs)*, Sensors and Actuators A, Vol.58-2, 1997
- [98] Noyes, Wyatt: *The Langevin equation and the Fokker-Planck equation*, 2002
- [99] Pfeiffer, Andreas: *Rauschen im MOSFET*, 2002
- [100] Pfister, Andrea: *Metastability in digital circuits with emphasis on CMOS technology*, Hartung-Gorre, Konstanz, 1989
- [101] Popovic, R.S.: *Hall-effect devices*, Sensors and Actuators, Vol.17, 1989



- [102] Popovic, R.S.: *Hall effect devices - magnetic sensors and characterization of semiconductors*, Hilger, Bristol (u.a.), 1991
- [103] Popovic, R.S.; Randjelovic, Z.; Manic, D.: *Integrated Hall-effect magnetic sensors*, Sensors and Actuators A, Vol.91, Juni 2001
- [104] Reifschneider, Norbert: *Entwurf und Realisierung mikrointegrierter, digitaler stochastischer Magnetfeldsensoren*, VDI, Düsseldorf, 1997
- [105] Ristic, Lj.; Doan, M.T.: *On the 1/f noise and noise correlation in magnetotransistors*, Sensors and Materials, Vol.3,5, 1992
- [106] Ristic, Lj.; Paranjape, M.: *Hall devices for multidimensional sensing of magnetic field*, Sensors and Materials, Vol.5, 1994
- [107] Rohrer, Stefan; Hentschke, Siegbert; Reifschneider, Norbert: *A Three-Valued Magnetic Field Sensor for Data Reading*, MWSCAS97, 1997
- [108] Rohrer, Stefan; Hentschke, Siegbert; Reifschneider, Norbert: *A MAGFET Sensor Array for Digital Magnetic Signal Reading*, ASIC97, 1997
- [109] Rohrer, Stefan; Reifschneider, Norbert; Hentschke, Siegbert: *On the Self-calibration of Stochastic Magnetic Sensor Arrays*, ICCDCS98, 1998
- [110] Roumenin, Ch.S.: *Parallel-field Hall microsensors: an overview*, Sensors and Actuators A, Vol.30, 1992
- [111] Roumenin, Chavdar S.: *Solid state magnetic sensors*, Elsevier, New York, 1994
- [112] Sarpeshkar, Rahul; Delbrück, T.; Mead, C.A.: *White noise in MOS Transistors and Resistors*, IEEE Circuits and Devices Magazine, Nov 1993
- [113] Schrey, Olaf: *Methoden zur Dynamikerweiterung in der zweidimensionalen Bildsensorik*, Duisburg, 2001
- [114] Schuss, Zeev: *Theory and applications of stochastic differential equations*, Wiley, New York, 1980
- [115] Schurig, Enrico; Demierre, Michel; Schott, Christian: *A vertical Hall device in CMOS high-voltage technology*, Sensors and Actuators A, Vol.97-98, April 2002
- [116] Strassberg, Adam; Clark, James J.: *The 32x32 MagFET Array: A Users Guide*, Harvard Robotics Lab tech-reports 89-8, Pierce Hall G12-B, Harvard University, Cambridge MA 02138, Harvard, 1989
- [117] Sze, Simon M. (ed.): *Semiconductor Sensors*, John Wiley and Sons, New York, 1994
- [118] Tsang, Ching; Chen, Mao-Min; Yogi, Tadashi: *Gigabit-Density Magnetic Recording*, Proceedings of the IEEE, Vol.81 no. 9, 1993
- [119] Wang, Po-Kang; Krounbi, Mohamad; Heim, D.E.; Lee, Rod: *Sensitivity of orthogonal magnetoresistive heads*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol.29, iss. 6 pt.2, Nov. 1993

- [120] N.N.: *Giant Magnetoresistance Materials and their Potential as Read Head Sensors*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol.30, no.2, March 1994
- [121] White, Marvin H.; Lampe, D.R.; Blaha, F.C.; Mack, I.A.: *Characterization of surface channel CCD image arrays at low light levels*, IEEE Journal of Solid-State Circuits, Vol.SC-9, 1974
- [122] Wolf, Hellmuth: *Nachrichtenübertragung*, Springer, Berlin, 1987
- [123] Wyatt, John L.; Coram, Geoffrey L.: *Nonlinear Device Noise Models: Thermodynamic Requirements*, MIT, Cambridge, Oct 1997
- [124] Wyatt, John L.; Coram, Geoffrey L.: *Nonlinear Device Noise Models: Satisfying the Thermodynamic Requirements*, IEEE Transactions on Electron Devices, Vol.46 no.1, Jan 1999
- [125] Yamasaki, H. (ed.): *Intelligent Sensors*, Elsevier, 1996
- [126] Yang, Hong-Ming; Huang, Yu-Chung et al.: *High-resolution MOS magnetic sensor with thin oxide in standard submicron CMOS process*, Sensors and Actuators A, Vol.57, 1996
- [127] Ziel, A. van der: *Noise in Solid State Devices and Circuits*, John Wiley and Sons, 1983
- [128] Øksendal, Bernt: *Stochastic Differential Equations*, Springer, Berlin, 1992 (3.ed.)



# Lebenslauf

Stefan Rohrer

geboren am 30. Januar 1964 in Schramberg

- 1970 - 1983: Grundschule und Gymnasium in Schramberg
- 1983 - 1984: Grundwehrdienst bei der Bundeswehr
- 1985 - 1991: Studium der Elektrotechnik an der Universität Karlsruhe (TH)
- 1991 - 1997: Tätigkeit als Entwicklungsingenieur bei der Firma Intermetall in Freiburg
- 1995 - 1997: Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Universität Kassel (GHK) bei Prof. Dr. S. Hentschke
- 1997 - 1998: Freiwilligendienst in Peru, Gastdozent an der Universidad Juan XXIII in Chepèn
- 1998 - heute: Tätigkeit als Entwicklungsingenieur bei der Firma Micronas in Freiburg

# Index

- 1/f-Rauschen, 12, 114
- Arbeitspunkteinstellung, 61, 96
  - dynamisch, 63
  - statische, 63
- Binomialverteilung, 14
  - abhängige, 15
- Boltzmann-Transportgleichungen, 5
- Chapman-Kolmogorov-Gleichung, 21
- Correlated Double Sampling, 116
- D/A-Umsetzer, 63
- Detektionsschwelle, 111
- Dichtefunktion
  - der Normalverteilung, 16
- Differentialgleichung
  - lineare, 46
  - stochastische, 45
- Differentialgleichungen
  - stochastische, 21
- Differentialgleichungssystem
  - gekoppeltes, 25
- Differenzstromquelle, 48
- Diffusion, 21
- Diffusionskoeffizient, 6
- Dotierstoffkonzentration, 61
- DPLL, 111
- Drehzahlmessung, 122
- Drift, 21
- Empfindlichkeit
  - strombezogene, 9
- Erdmagnetfeld, 1
- Faktor
  - integrierender, 46
- Fehlerwahrscheinlichkeit, 18, 57, 84, 104, 106
- Flash-ROM, 63
- Floating-Gate-Transistor, 63
- Flussdichten
  - typische, 1
- Fokker-Planck-Gleichung, 21, 48
- Fokker-Planck-Operator, 21
- Fourier-Transformierte, 20
- Gate-Region
  - magnetfeldsensitive, 121
- Gaußprozess, 45
- Generations-Rekombinations-Rauschen, 12
- Hall-Beweglichkeit, 7
- Hall-Koeffizient, 5
- Hall-MAGFET, 8
- Hall-Spannung, 5
- Hallplatte, 8
- Hooge-Parameter, 12, 114
- Inverter
  - gekoppelte, 24
- Itô-Kalkül, 22, 46
- Johnson-Nyquist-Rauschen, 11
- Kapazitätsdioden, 63
- Kippvorgang
  - stochastischer, 52
- Kondensatoren
  - gekoppelte, 65
- Korrekturfaktor
  - geometrischer, 9
- Kovarianz, 45
- Kovarianzmatrix, 20
- Lagedetektion, 122
- Langevin-Gleichung, 22, 45
- Lasertrimmen, 63
- Layout
  - der Sensorarrays, 87
- Leistungsaufnahme, 117
- Leistungsdichte
  - spektrale, 13

Löffelschaltung, 86  
 Lorentz-Kraft, 5  
 MAGFET, 8  
     im rückgekoppelten Inverter, 48  
 Magnetfelder  
     schwache, 111  
 Magnetfeldkennlinien, 98  
 Magnetfeldsignale  
     analoge, 114  
 magnetische Sensoren, 1  
 Magnetotransistor, 8  
 Magnetotransistoren, 11  
 Markov-Prozess, 20  
 Messbereiche magnetischer Sensoren, 1  
 Metastabilität, 42, 116  
 Metastabilitätsgrenze, 116, 117  
 Mittelwert, 47  
     der Binomialverteilung, 14  
 Monte-Carlo-Simulation, 71  
 Neuromagnetismus, 1  
 Normalverteilung, 16  
 PLL, 111  
 Precharge, 25  
 Precharge-Phase, 67, 74  
 Precharge-Spannungen, 63  
 Prozesse  
     stochastische, 19  
 Quanten-Halleffekt, 8  
 Querstrom, 63  
 Rauschdifferenzspannung, 75  
 Rauschen  
     im MAGFET, 13  
     im MOSFET, 12  
     thermisches, 11  
     weißes, 11, 20, 46  
 Rauschladung, 50  
 Rauschleistungsdichte, 11  
 Scattering-Faktor, 9  
 Scharmittelwert, 19  
 Schrotrauschen, 11  
 Schwellenspannung, 61  
 Sensitivität  
     der MAGFETs, 95  
 Sensor  
     ternärer, 57  
 Sensoren  
     magnetische, 1  
 Sidewall-Kapazitäten, 92  
 Split-Drain-MAGFET, 8  
 Standardabweichung  
     der Binomialverteilung, 14  
 stochastische Prozesse, 19  
 Störstellen, 12  
 Stratonovich-Kalkül, 22, 46  
 Strombelastbarkeit, 107  
 Supraleiter, 1  
 Taktsystem  
     nichtüberlappendes, 87  
 thermisches Rauschen, 11  
 Tiefpass-Filter, 111  
 Toleranzspanne, 114  
 Übergangswahrscheinlichkeit, 15, 20  
 Unterdiffusionslänge, 61  
 Varianz, 47  
     der Binomialverteilung, 14  
 Wahrscheinlichkeitsdichte  
     zeitabhängige, 53  
 Wahrscheinlichkeitsintegral  
     der Normalverteilung, 16  
 weißes Rauschen, 11  
 Winkelkontrolle, 122  
 Zündzeitpunktermittlung, 122  
 Zufallsvariable, 46