Wissenschaftliche Hausarbeit im Rahmen der Ersten Staatsprüfung für das Lehramt an Grundschulen im Fach Mathematik, eingereicht dem Amt für Lehrerbildung - Prüfungsstelle Kassel-

UNI KASSEL
VERSITÄT

Thema:

Veränderung der Sichtweise von Grundschulkindern zur Mathematik durch Modellierung? - Ergebnisse eines Unterrichtsversuchs

Verfasserin: Anna Christina Nadler

Gutachterin: Frau Prof. Dr. Rita Borromeo Ferri

November 2011

Danksagung

Zuallererst möchte ich mich bei Frau Prof. Dr. Rita Borromeo Ferri für die Überlassung des Themas, die umfangreiche Unterstützung und die hilfreiche Betreuung bedanken.

Weiterhin gilt mein Dank der Mittelpunktgrundschule X, vor allem Frau X und der Schulleiterin Frau X, die es mir ermöglichten, den Unterrichtsversuch durchzuführen. Ebenfalls möchte ich mich bei den Erziehungsberechtigten der Kinder bedanken, die mir und den Kindern die Möglichkeit gaben, den Unterrichtsversuch zu realisieren.

Meiner Familie, speziell meinen Eltern, möchte ich für die Unterstützung in der Zeit des „Examensarbeit-Schreibens“ und vor allem während meines gesamten Studiums danken.

Letztlich bin ich meinen Freunden sehr dankbar, die mir immer mit guten Ratschlägen zur Seite standen und mein Studentenleben bereicherten.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung

Das Thema „Modellierung“ nimmt einen großen Bestandteil der aktuellen mathematikdidaktischen Diskussion ein, nicht zuletzt durch die verbindliche Einführung der von der Kultusministerkonferenz (KMK) beschlossenen Bildungsstandards 2005/2006. Diese formulieren unter anderem fünf allgemeine mathematische Kompetenzen[1]. Die Modellierung stellt eine der fünf Kompetenzen dar und erfährt somit einen gewissen Stellenwert in der Diskussion um „guten Mathematikunterricht“.

Auch den Sichtweisen oder Vorstellungen der Lernenden bezüglich der Mathematik kam in den vergangenen Jahren ein reges Interesse der mathematikdidaktischen Diskussion entgegen, in deren Verlauf sich der Begriff „Belief“ manifestierte, der eine filternde Funktion aufweist und in Kapitel 2.1 aufgegriffen wird.

Es stellt sich nun die Frage, ob Modellierungen die Beliefs der Lernenden beeinflussen und somit verändern können. Maaß (2004) verweist auf die Studie von Kaiser-Meßmer (1986), die einen Zusammenhang von realitätsbezogenen Aufgaben und Modellierungskompetenzen sowie Mathematikeinstellungen in der Sekundarstufe 2 feststellte. Weiterhin erwähnt Katja Maaß jedoch das bisherige fast vollständige Fehlen von Studien, die sich mit Beliefs und deren Veränderung durch Modellierungen beschäftigen. Um die didaktische Diskussion voranzutreiben und einen ausschlaggebenden Beitrag zu leisten, beschäftigte sie sich in ihrer Studie mit dem Einsatz von Modellierungen und der Wirkung auf Modellierungskompetenzen sowie Beliefs der Schülerinnen und Schüler in der mittleren Sekundarstufe 1. Sie kam zu folgendem Fazit: „Die Resultate der vorliegenden Studie zeigen, dass Beliefs schwer zu beeinflussen sind, aber in langfristigen Prozessen teilweise Veränderungen bewirkt werden können“ (Maaß 2004, 286). Des Weiteren deutet Katja Maaß auf die Notwendigkeit der Durchführung weiterer Studien in der Zukunft hin, wobei sie insbesondere die Grundschule hervorhebt, da diese in den bereits vorhandenen Studien meist keine Beachtung fand.

Im Rahmen meines Grundschullehramtsstudiums konnte ich theoretische Erfahrungen über Modellierungen sammeln, die mein Interesse an dieser Thematik

[1] Dieser Begriff wird im weiteren Verlauf der Arbeit definiert.

weckten. Es ergab sich jedoch nicht die Möglichkeit, Modellierungen im Rahmen meines Studiums in der Praxis zu erproben, obwohl die Untersuchung der Korrespondenz von Theorie und Praxis sicherlich interessant gewesen wäre. Umso mehr freute ich mich über die Möglichkeit, meine Examensarbeit diesem Thema widmen zu können. Es bot sich eine Verbindung mit der Beliefs-Diskussion an, da diese die aktuellen didaktischen Diskussionen anführte und dies immer noch tut. Ferner kann die Auswahl der Thematik darin begründet werden, dass die Grundschule bis zum Anfangszeitpunkt meiner Examensarbeit noch wenig Beachtung im angesprochenen Forschungsfeld fand, wie bereits weiter oben erwähnt wurde.

Um dem Hinweis von Katja Maaß nachzukommen, in dem sie auf die Notwendigkeit von Studien in der Grundschule verweist, beschäftigt sich diese Studie mit dem Einsatz von Modellierungen in der Grundschule und dem etwaigen Einfluss auf die Beliefs der Kinder.

Nach der Einleitung werden im zweiten Kapitel theoretische Grundlagen der Beliefs, die Aspekte mathematischer Weltbilder sowie Modellierungen aufgegriffen. Nach einer Definierung des Begriffs „Belief" werden verschiedene Positionen innerhalb der Beliefs-Diskussion dargelegt, gefolgt von einer Beschreibung der Position in dieser Arbeit. Die anschließenden Aspekte mathematischer Weltbilder werden aus den Perspektiven von Grigutsch (1998) und Maaß (2004) betrachtet und daraufhin für den hiesigen Gebrauch definiert. Um zu erklären, was sich hinter der mathematischen Modellierung verbirgt, wird zunächst der darin enthaltene Begriff „Modell" beleuchtet, um dann zur mathematischen Modellierung zu gelangen. Nachdem festgehalten wurde, dass diese die Beziehung zwischen der Mathematik und dem „Rest der Welt" (Pollak 1979, 233; zitiert nach Blum 1996, 18) bezeichnet, steht der Stellenwert in den Bildungsstandards im Vordergrund. Um den Ablauf einer Modellierung nachvollziehen zu können, wird der in der Literatur meist verwendete idealtypische Modellierungskreislauf von Blum & Leiß (2005) beschrieben. Es findet der Einwand von Borromeo Ferri (2005) Beachtung, in dem sie äußert, dass Modellierungen in der Realität keineswegs diese in dem idealtypischen Kreislauf vermittelte Linearität aufweisen und somit eher als „individuelle Modellierungsverläufe" (Borromeo Ferri 2005, 32; zit. n. Borromeo Ferri, Leiss & Blum 2006, 54) beschrieben werden sollten. Es schließt sich eine Diskussion der Ziele mathematischer Modellierung an, die in eine Beschreibung der Modellierungskompetenzen mündet, da diese ein beachtliches Ziel des Einsatzes von Modellierungen darstellen. Den Abschluss des zweiten Kapitels bilden eine allgemeine Auseinandersetzung mit der mathematischen Modellierung in der Grundschule und die Präzisierung der Forschungsfragen.

Das dritte Kapitel beschäftigt sich mit der in dieser Arbeit relevanten Methodik. Der allgemeinen Beschreibung qualitativer Forschung folgt eine Darstellung der Datenerhebung, indem auf das Sampling eingegangen wird. Der nachfolgenden Beleuchtung der Erhebungsmethoden - Fragebogen, Interview, Hospitation - schließt sich eine Auseinandersetzung mit den Auswertungsmethoden an.

In Kapitel 4 wird die praktische Umsetzung der Studie beschrieben. Dazu wird zunächst der Verlauf des Unterrichtsversuchs in einem tabellarischen Überblick veranschaulicht und die entsprechende Lerngruppe analysiert. Einer anfänglichen allgemeinen Betrachtung folgt eine Beschreibung des speziellen Lernstandes und der mathematischen Leistung der Schülerinnen und Schüler. Weiterhin werden die in der Studie auftretenden Modellierungsaufgaben „Die Rutsche“, „Der große Fuß“ und „Der Stau“ stoffdidaktisch analysiert, in ihrer Durchführung beschrieben und reflektiert.

Das fünfte Kapitel stellt die Ergebnisse der Erhebungsmethoden dar und diskutiert diese. Zunächst stehen die beiden Fragebögen im Zentrum des Interesses, gefolgt von den Interviews. Eine rahmengebende Funktion kommt der anschließend beschriebenen Hospitation zu.

Die abschließende Schlussbetrachtung fasst die Hauptaussagen der Arbeit noch einmal zusammen und beantwortet die Forschungsfragen, um somit ein Fazit zu ziehen und einen Ausblick geben zu können.

Die Forschungsfragen leiten sich von der Hauptfrage dieser Arbeit ab, die sich folgendermaßen stellt:

- Veränderung der Sichtweise von Grundschulkindern zur Mathematik durch Modellierung?

Die Komplexität der Forschungsfragen ergibt sich im weiteren Verlauf der Arbeit und wird an passender Stelle festgehalten.

2. Theoretische Grundlagen

2.1 Der Begriff „Sichtweise“ im Hinblick auf Mathematik

Wie bereits erwähnt, beschäftigt sich diese Arbeit mit der allgemeinen mathematischen Sichtweise der Grundschulkinder und einer eventuellen Veränderung dieser durch Modellierung. Zunächst erscheint es sinnvoll, die Begriffe „Sichtweise“ sowie „Modellierung“ zu beleuchten. Letzteres wird in Abschnitt 2.3 abgehandelt, wohingegen der Begriff „Sichtweise“ in dem nun folgenden Abschnitt Betrachtung findet.

In den letzten Jahren entwickelte sich eine verstärkte Diskussion über die mathematische Sichtweise von Lernenden und Lehrenden, die eine Mannigfaltigkeit an unterschiedlichen Definitionen hervorbrachte. Eine Auseinandersetzung mit einigen ausgewählten Definitionen soll einen Einblick in die Diskussion gewähren und die theoretische Grundlage diesbezüglich in dieser Arbeit darstellen.

Zunächst werden verschiedene Positionen dargelegt. Den unterschiedlichen Ansätzen ist gemeinsam, dass sie der Sichtweise auf die Mathematik eine große Bedeutung bezüglich des Lernens und des generellen Verhaltens gegenüber der Thematik zuweisen. So stützt sich beispielsweise Maaß (2004) auf folgende Aussage: „Die mathematischen Vorstellungen des Schülers wirken wie ein Filter, der fast alle seine Gedanken und Tätigkeiten bezüglich der Mathematik modifiziert“ (Pehkonen 1993, 306; zit. n. Maaß 2004, 43). Der Titel dieser Arbeit verwendet hingegen den Begriff „Sichtweise“. Findet eine tiefgehendere Beschäftigung bezüglich der Angelegenheit mit weiteren Autoren statt, treten zusätzliche Benennungen hervor. Im englischsprachigen Raum dominieren unter anderem die Begriffe beliefs, conceptions und attitudes (vgl. Furinghetti 1998, Pehkonen 1998). In der deutschen Sprache prävalieren beispielsweise die Bezeichnungen „Vorstellungen, Einstellungen, Auffassungen, Haltungen und mathematisches Weltbild“ (Maaß 2004, 43). Bereits diese einführende Beschäftigung mit der mathematischen Sichtweise verdeutlicht, dass eine Vielzahl von Begriffen existiert, welche die Thematik zu erklären versucht. Diese Begriffsvielfältigkeit veranlasst manche Autoren dazu, eine eigene Definition in der jeweiligen Arbeit zu verfassen (vgl. Maaß 2004) oder sich einer der bestehenden Definitionen anzuschließen. Einer detaillierten Betrachtung von Arbeiten zu diesem Thema folgt die Feststellung, dass der aus der Kognitionspsychologie stammende Begriff „Belief“ vorherrschend ist (vgl. Presmeg 2008, Maaß 2004, Furinghetti 1998, Pehkonen 1998, Törner 1998). So existiert eine Definition ähnlich der oben genannten von Maaß (2004), die nicht den Begriff „Vorstellung“ benutzt, sondern „Beliefs“: „[B]eliefs filter the processes used in establishing the 'virtual realities' in our mental processing of sense data“ (Presmeg 2008, 94). Diese Definition soll beispielhaft die Vielfalt der Belief-Definitionen widerspiegeln.

Weiterhin stimmen die unterschiedlichen Ansätze überein, wenn es um die Feststellung geht, dass Beliefs als Konstrukte angesehen werden können, die sehr komplex sind. Um diese Komplexität greifbar machen zu können, wird diese nun aus unterschiedlichen Sichtweisen betrachtet. Pehkonen (1998) schlägt eine Betrachtung aus der affektiven sowie kognitiven Perspektive vor. Um eine Verdeutlichung hervorzurufen, nennt er zahlreiche Zitate. Die affektive Komponente kommt in dem folgenden, von Pehkonen angeführten Zitat zum Tragen: „[B]eliefs constitute the individual´s subjective knowledge about self, mathematics, problem solving, and the topics dealt with in problem statements“ (Lester & al. 1989, 77; zit. n. Pehkonen 1998, 42). Die kognitive Komponente hingegen wird in der Aussage von Thompson (1992) deutlich, da er „beliefs as a subclass of conceptions“ (Pehkonen 1998, 42) versteht. Törner (1998) vertritt die Meinung, dass die kognitive Psychologie verstärkt Interesse an der Beliefs-Diskussion zeigte. Daher bezeichnen unterschiedliche Definitionen, wie Beliefs, immer einen kognitiven Aspekt und variieren lediglich in dem Ausmaß, in dem ihnen emotionale Dimensionen zugestanden werden (vgl. Törner 1998). Somit werden Beliefs auch bei Törner (1998) aus einer kognitiven sowie affektiven (emotionalen) Perspektive betrachtet. Ferner unterteilt er Beliefs auf einem kognitiven Level in:

„(1) Beliefs about mathematics

(2) Beliefs about learning mathematics

(3) Beliefs about teaching mathematics

(4) Beliefs about ourselves as practitioners of mathematics“

(Törner 1998, 78; vgl. Grigutsch 1998).

Neben der kognitiven sowie affektiven Aspekte erwähnt Törner eine „handlungsrelevante Komponente“ (Törner 1997, 494) beziehungsweise eine behavioristische Seite (vgl. Törner 1998) der Beliefs. Diese Unterteilung ist ebenfalls bei Grigutsch (1998) zu finden und wird als „Drei-Komponenten-Ansatz“ (Maaß 2004, 44; vgl. Grigutsch 1998) bezeichnet.

Die Unterschiedlichkeit der Positionen verlangt eine Zuwendung zu einer relevanten Position, die im nun folgenden Abschnitt dargelegt werden soll.

Im Folgenden wird der Begriff „Belief“ verwendet werden, da dieser der aktuellen Forschung am ehesten entspricht. Die Definition „beliefs filter the processes used in establishing the 'virtual realities' in our mental processing of sense data“ (Presmeg 2008, 94) geht auf die filternde Funktion der Beliefs ein, ist präzise und wird somit in dieser Arbeit übernommen. Presmeg (2008) setzt sich in seiner Arbeit mit Aussagen von Törner kritisch auseinander, sodass angenommen werden kann, dass das obige Zitat ebenfalls auf Törner zurückgeht. Der Begriff „Sichtweise“ wird synonym zu „Beliefs“ verwendet. Weiterhin werden Beliefs als ein Konstrukt angesehen, das sich aus affektiven und kognitiven Komponenten zusammensetzt. Die bei Törner erwähnte „handlungsrelevante Komponente“ (Törner 1997, 494) kann im Rahmen dieser Arbeit vernachlässigt werden, da die Intention eine andere ist. Jedoch erscheint es sinnvoll, die von Törner und Grigutsch verwendete Bezeichnung „mathematisches Weltbild“ mit einfließen zu lassen, da diese eine große Möglichkeit zur Veranschaulichung aufweist. Die Definition des Begriffs orientiert sich an Maaß und lautet wie folgt:

> „Die Beliefs eines Individuums über Mathematik, den Mathematikunterricht, über das Lernen von Mathematik und die Vorstellungen von sich selbst als Betreiber von Mathematik bilden zusammen das mathematische Weltbild, das mathematische Weltbild ist somit ein Beliefsystem“ (Maaß 2004, 47).

Da nun die in dieser Arbeit verwendeten Begriffe und Positionen festgelegt wurden, kann eine weitere Kategorisierung der mathematischen Beliefs anhand der Formulierung von Aspekten mathematischer Weltbilder vorgenommen werden (vgl. Grigutsch 1998, Maaß 2004).

2.2 Aspekte mathematischer Weltbilder

Grigutsch (1998) formulierte verschiedene Aspekte mathematischer Weltbilder, um die Antworten von Schülerinnen und Schülern in einem Fragebogen kategorisieren zu können, der sich unter anderem auf die mathematische Sichtweise der Schülerinnen und Schüler bezog. Da diese Studie ebenfalls mit Fragebögen zur mathematischen Sichtweise der Kinder arbeitet, ist eine darauf bezogene Auseinandersetzung sinnvoll. Er formulierte die folgenden fünf Aspekte: (1) Prozessorientierte Beliefs („Process-Aspect") (2) Schemaorientierte Beliefs („Schema-Aspect") (3) Formalismusorientierte Beliefs („Formalism-Aspect") (4) Anwendungsorientierte Beliefs („Application-Aspect") sowie (5) Starre schemaorientierte Beliefs („Rigid Schema-Orientation") (Grigutsch 1998, 174f).

Unter (1) wird Mathematik wie folgt verstanden: „[M]athematics is [described as] a problem-orientated process of finding and understanding" (Grigutsch 1998, 175). Es ist Teil des Prozesses, dass die Person, die ihn durchläuft, eigene Ideen zum Lösen von Aufgaben entwickelt, auch wenn die Gefahr besteht, sich Fehlern oder Widersprüchen zu stellen. Somit gehört es ebenfalls zu dem Prozess, nach eigenen Lösungswegen zu suchen und verschiedene Möglichkeiten auszuprobieren (vgl. Grigutsch 1998, Maaß 2004).

In den unter (2) gefassten „schemaorientierten Beliefs" gilt Mathematik als „toolbox" (Grigutsch 1998, 175), sodass Regeln, Formeln und Fakten eine wichtige Bedeutung zukommt. Um diese anwenden zu können, spielt die Übung eine große Rolle. Weiterhin zeichnet sich dieser Aspekt mathematischer Weltbilder durch die Annahme aus, dass stets nur ein richtiger Lösungsweg existiert (vgl. Grigutsch 1998, Maaß 2004).

„Mathematics can be described as logical and precise thinking in an exactly defined language with exact argumentations" (Grigutsch 1998, 175). Diese Auffassung von Mathematik wird unter (3) vertreten. Ferner zählt dazu, dass „eine Mathematikaufgabe ein genaues […] eindeutiges Ergebnis haben muss" (Maaß 2004, 156).

Unter (4) wird die Bedeutung von Mathematik im Alltag beziehungsweise im Leben außerhalb der Schule zusammengefasst, sodass der praktische Nutzen zum Tragen kommt (vgl. Grigutsch 1998, Maaß 2004).

Die zusätzliche Unterteilung in (5) wird bei Grigutsch (1998) vorgenommen, Maaß (2004) hingegen fasst die Punkte (2) und (5) zusammen, da eine Unterscheidung ihrer Meinung nach unnötig ist (vgl. Maaß 2004). An dieser Stelle findet jedoch eine Unterteilung nach Grigutsch (1998) statt. Eine detailliertere Gliederung erscheint sinnvoll, um ein möglichst aussagekräftiges mathematisches Weltbild der Schülerinnen und Schüler zu erhalten.

Punkt (5) bezieht sich demnach auf die folgende Erkenntnis der Lernenden: „[I]t is sufficient to learn what is tested in exams" (Grigutsch 1998, 176). Daraus folgt, dass sich Lernende auf das Wissen konzentrieren, das in Klausuren abgefragt wird. Wissen, das von einer Lehrkraft mit dem Zusatz, dass es nicht klausurrelevant ist, versehen wird, erscheint den Lernenden in diesem Fall als nicht beachtungswürdig. Eine weiterführende Prüfung einer Regel oder das Verstehen dieser stehen beispielsweise außer Frage, denn: „[I]t is important that he [the pupil] can use routines – even if he doesn´t understand them" (Grigutsch 1998, 176).

Maaß (2004) greift die Aspekte (1) bis (4) in ihrer Arbeit auf, die sie dort als „fachspezifisch" beschreibt. Ergänzt werden diese durch „nicht-fachspezifische Beliefs" (Maaß 2004, 157), die es nicht zu ihrem Gegenstand machen, die Eigenschaften der mathematischen Wissenschaft zu beschreiben (vgl. Maaß 2004).

Zu diesen in ihrer Studie empirisch nachgewiesenen „nicht-fachspezifischen Beliefs" zählen die „Beliefs mit kognitivem Schwerpunkt - Vorstellungen von Mathematik" sowie „Beliefs mit affektivem Schwerpunkt - Einstellungen zur Mathematik" (Maaß 2004, 157f). Sie gliedern sich wiederum in einige Unterpunkte auf, sodass unter die kognitiven Beliefs beispielsweise die Unterrichtseinheitendauer, das Mathematikverhältnis der Schülerinnen und Schüler oder die Textbedeutung fallen. Die affektiven Beliefs wiederum beziehen sich beispielsweise auf die Methoden oder die Atmosphäre im Unterricht (vgl. Maaß 2004). Welche Einteilung in Rahmen dieser Studie am sinnvollsten ist, wird im nächsten Abschnitt erläutert.

Diese Arbeit versucht, die mathematische Sichtweise von Grundschulkindern und deren mögliche Veränderung durch Modellierung unter anderem anhand von Fragebögen nachzuweisen. Damit es diese Fragebögen ermöglichen, die eben erwähnte Veränderung feststellen zu können, beinhalten sie Fragen, die durch

Beantwortung der Schülerinnen und Schüler auf die mathematischen Beliefs und somit Aspekte mathematischer Weltbilder schließen lassen. Eine genauere Auseinandersetzung mit dem Aufbau der Fragebögen wird im weiteren Verlauf der Arbeit unter Kapitel 3 stattfinden. An dieser Stelle sei zunächst angemerkt, dass die Aspekte mathematischer Weltbilder, auf die die Fragebögen abzielen, die folgenden seien:

Im Zentrum stehen die Beliefs von Grigutsch (1998), die in den Punkten (1) bis (5) beschrieben wurden. Eine Auseinandersetzung mit diesen kann unter anderem darin begründet werden, dass sich weitere Studien mit diesen Aspekten beschäftigten und sie bestätigten (vgl. u.a. Maaß 2004). Deshalb kann die Existenz der genannten Aspekte vorausgesetzt werden. Die Intention dieser Arbeit ist es, das Forschungsfeld Grundschule, das bislang wenig Berücksichtigung erfuhr, zu analysieren. Die von Grigutsch (1998) formulierten Aspekte beziehen sich auf Kinder ab der sechsten Klasse. Laut Grigutsch (1998) dominieren in dieser Klassenstufe die schemaorientierten Beliefs, die formalismusorientierten Beliefs treten ebenfalls verstärkt auf, auch in höheren Klassen. Es ergibt sich die Frage, ob die Einteilung der Aspekte ohne jegliche Veränderung auf Grundschulkinder übertragbar ist. Weiterhin ist es interessant, welcher Aspekt in einer vierten Grundschulklasse dominiert.

Die „nicht-fachspezifischen Beliefs“ von Maaß (2004) werden in den Fragebögen ebenfalls angesprochen, jedoch in einem weitaus geringerem Ausmaß als die Aspekte (1) bis (5).

Im Folgenden seien nun aus Übersichtlichkeitsgründen die in dieser Arbeit relevanten Aspekte mathematischer Weltbilder noch einmal aufgelistet, die nach Maaß (2004) in fachspezifische sowie nicht-fachspezifische Aspekte gegliedert werden:

Fachspezifische Aspekte (vgl. Maaß 2004; Grigutsch 1998, 174f):

- Prozessorientierte Beliefs („Process-Aspect“)
- Schemaorientierte Beliefs („Schema-Aspect“)
- Formalismusorientierte Beliefs („Formalism-Aspect“)
- Anwendungsorientierte Beliefs („Application-Aspect“)
- Starre schemaorientierte Beliefs („Rigid Schema-Orientation“)

Nicht-fachspezifische Aspekte (Maaß 2004, 157f):

- „Beliefs mit kognitivem Schwerpunkt - Vorstellungen von Mathematik“
- „Beliefs mit affektivem Schwerpunkt - Einstellungen zur Mathematik“

Ferner ist es wichtig anzumerken, dass die hier genannten Aspekte lediglich einen Versuch darstellen, das um einiges komplexere mathematische Weltbild zu beschreiben. Um diese Komplexität greifbar machen zu können und eine Übersicht zu bekommen, wird hier auf die Verwendung der bereits erwähnten Aspekte zurückgegriffen.

Trotz Beschäftigung mit einer der Hauptkomponenten dieser Arbeit, den Beliefs, ist immer noch unklar, was sich hinter der zweiten Hauptkomponente, der mathematischen Modellierung, verbirgt. Die nächsten Abschnitte setzen sich mit dieser auseinander und versuchen so, diese Unklarheit aufzulösen.

2.3 Was ist mathematisches Modellieren?

Zunächst soll der in dem Wort „Modellierung“ enthaltene Begriff „Modell“ erläutert werden, da diesem in der Beschäftigung mit der Thematik eine wichtige Bedeutung zukommt.

In den letzten Jahren nahm das Interesse der aktuellen Forschung an der mathematischen Modellierung enorm zu, nicht zuletzt durch das Erscheinen der Bildungsstandards, auf die im folgenden Punkt 2.3.1 eingegangen wird. Das zunehmende Interesse führte zu einem Anstieg der themenbezogenen Literatur. Sicherlich ist es hilfreich, viel Literatur zu einem Thema zur Verfügung zu haben, um somit ein möglichst ganzheitliches Bild zu erlangen. Diese Literaturvielfalt kann jedoch auch zu einer Reizüberflutung führen und die Auseinandersetzung mit dem Thema erschweren.

So verwundert es nicht, dass sich zahlreiche Autoren mit der Beschreibung des mathematischen Modellierens befassten und somit auch den Term „Modell“ definierten.

Henn (2008) beispielsweise beschreibt ein Modell mit den folgenden Worten: „Models are simplifying presentations, which consider only certain, somehow objectifiable parts of reality“ (161). Auch Hinrichs (2008) und Blechman et al. (1984) teilen diese Definition von „Modell“, wie die folgenden Worte zeigen:

„Ein Modell ist eine vereinfachende Darstellung der Realität, die 'nur gewisse, einigermaßen objektivierbare Teilaspekte' berücksichtigt“ (Hinrichs 2008, 8). Diese relativ offene Beschreibung eines Modells lässt es zu, Modelle mit unterschiedlichen Schwerpunkten zu formulieren. So nennt Hinrichs (2008) mit Bezug auf Henn, Davis und Hersh „Modelle, die vorhersagen […] erklären […] beschreiben […] vorschreiben“ (Hinrichs 2008, 8f).

Um die Vielfalt der bestehenden Modelle, die eine erste Beschreibung durch die soeben benannten vier Modelle erhielt, ordnen zu können, werden diese in „deskriptive“ sowie „normative Modelle“ (Förster 1997, 125; zit. n. Hinrichs 2008, 9; vgl. Maaß 2004) aufgeteilt.

„Normative Modelle“ beziehen sich lediglich auf „Teile der Realität“ (IQB 2009, 77), so wie ein vorschreibendes Modell, das sich beispielsweise mit Kochrezepten auseinandersetzt (vgl. Hinrichs 2008). „Deskriptive Modelle“ wiederum beschreiben oder erklären die Realität mathematisch. Als Beispiel kann ein Stadtplan angeführt werden. Die unterschiedlichen Schwerpunkte der Modelle werden offensichtlich, wenn beachtet wird, dass es zahlreiche unterschiedliche Stadtpläne gibt - ein Plan zeigt die Buslinien auf, ein anderer die Kanalisation (vgl. Hinrichs 2008).

Es ist wichtig anzumerken, dass Modelle nicht bereits existieren, sondern von Menschen konstruiert werden (vgl. Hinrichs 2008). Diese Konstruktion kann im Grad der Angemessenheit variieren, eine Unterscheidung zwischen „richtig“ und „falsch“ scheint jedoch in diesem Zusammenhang unangebracht. Ob ein Modell angemessen ist, hängt von der jeweiligen Fragestellung ab. Diese Überlegungen sind auch für die Umsetzung im Unterricht richtungsweisend (vgl. Hinrichs 2008).

Nachdem nun eine Definition des „Modells“ vorgenommen wurde, kann ein weiterführender Schritt folgen, der sich mit der „Modellierung“ auseinandersetzt. Kaiser verweist auf „das Fehlen einer einheitlichen Begrifflichkeit“ (Kaiser 2006, 48) bezüglich der mathematischen Modellierung. Borromeo Ferri & Kaiser (2006) legen in ihrer Arbeit unterschiedliche Perspektiven bezüglich der Thematik dar. Neben dem „realistischen/angewandten Modellieren“ nennen sie das „pädagogische Modellieren“, das „kontextbezogene Modellieren“, das „epistemologische/theoretische Modellieren“ sowie das „kognitive Modellieren“ (50f), das eine Metaperspektive repräsentiert. Das Modellierungsverständnis dieser Arbeit kann am ehesten dem „pädagogischen Modellieren“ zugeordnet werden, welches eine Aufteilung in „didaktisches“ und „begriffliches Modellieren“ (Borromeo Ferri & Kaiser 2006, 50) erfährt und sich somit unter anderem die Förderung des Begriffsverständnisses und der Begriffsentwicklung zum Gegenstand macht.

Hamson (2003) bezieht sich beispielsweise bei seiner Definition des Begriffs auf Edwards & Hamson (2001):

> „Mathematical Modelling is the activity of translating a real problem into a mathematical form. The mathematical form (or model) is solved and then interpreted back to help explain the behaviour of the real problem“ (Hamson 2003, 220).

Dieses Zitat verweist auf einen ausschlaggebenden Aspekt der Modellierung, der demzufolge in etlichen Beiträgen zu dieser Thematik besprochen wird, nämlich „die wechselseitigen Beziehungen zwischen der Mathematik und dem 'Rest der Welt'“ (Hinrichs 2008, 9; Henn 2008, 160). Auf diesen Aspekt wird im weiteren Verlauf näher eingegangen, zunächst soll die mathematische Modellierung jedoch aus der Perspektive der Bildungsstandards, die im nächsten Abschnitt näher definiert werden, beleuchtet werden.

2.3.1 Mathematisches Modellieren in den Bildungsstandards

Um den Stellenwert des mathematischen Modellierens in den Bildungsstandards nachvollziehen zu können, ist es sinnvoll, zunächst die Bildungsstandards an sich zu erläutern.

Die Kultusministerkonferenz (KMK) beschloss 2003 die Einführung nationaler Bildungsstandards, die als „normative Vorgaben für die Steuerung von Bildungssystemen verstanden [werden können]“ (KMK 2005, 8). Sie formulieren Kompetenzen[2], die die Schülerinnen und Schüler bis zu einem gewissen Zeitpunkt erreicht haben sollen. Um die Erlangung der Kompetenzen zu veranschaulichen, führen sie konkrete Aufgabenbeispiele auf. Die verbindliche Einführung der

---

[2] Eine allgemein anerkannte Definition des Begriffs stammt von Weinert (2001) und beschreibt Kompetenzen als „die bei Individuen verfügbaren oder durch sie erlernbaren kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten, um bestimmte Probleme zu lösen, sowie die damit verbundenen motivationalen, volitionalen und sozialen Bereitschaften und Fähigkeiten, um die Problemlösungen in variablen Situationen erfolgreich und verantwortungsvoll nutzen zu können“ (27f).

Bildungsstandards im Jahr 2005/2006 stellte einen Wendepunkt von der zuvor dominierenden Input-Steuerung des Schulsystems, beispielsweise durch Lehrpläne, zu einer Orientierung an Output-Steuerung dar (vgl. KMK 2005). Allgemein wurde mit den Bildungsstandards ein Beitrag zur Sicherung der Qualität schulischer Bildung sowie zur internen und externen Schulentwicklung angestrebt. Weiterhin sollte eine länderübergreifende Vergleichbarkeit von Bildung hergestellt werden (vgl. KMK 2005).

Die verbindliche Einführung fand nicht in allen Schulfächern statt. In der Grundschule wurde lediglich in den Hauptfächern Mathematik und Deutsch eine ausgearbeitete Form der Bildungsstandards realisiert. In der Sekundarstufe fand zudem eine Realisierung in den Fächern Biologie, Physik, Chemie und der ersten Fremdsprache (meist Englisch) statt, jedoch nur in Haupt- und Realschulen (vgl. KMK 2005).

Erwähnenswert ist zudem, dass die Verabschiedung der Bildungsstandards aus den wenig zufriedenstellenden Ergebnissen deutscher schulischer Bildung resultierten, die vorangegangene Studien wie TIMSS, PISA und IGLU aufzeigten (vgl. Bundesministerium für Bildung und Forschung 2007).

Das „Programme for International Student Assessment" (Jude & Klieme 2010, 11), besser bekannt unter der Abkürzung PISA, untersucht beispielsweise die Ausprägung grundlegender Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern „gegen Ende ihrer Pflichtschulzeit" (Jude & Klieme 2010, 13).

Frey et al. (2010) setzten sich mit PISA und der darin untersuchten mathematischen Kompetenz der Schülerinnen und Schüler in Deutschland auseinander und beschrieben diese wie folgt: „Die mathematische Kompetenz fünfzehnjähriger Schülerinnen und Schüler in Deutschland lag bei PISA 2000 signifikant unter dem OECD[3]-Durchschnitt und fiel damit für viele unerwartet niedrig aus" (Frey et al. 2010, 171). Insgesamt kann jedoch eine Steigerung der Leistung bezüglich der mathematischen Kompetenz der Schülerinnen und Schüler in Deutschland im Laufe von PISA 2000 zu PISA 2009 verzeichnet werden (vgl. Frey et al. 2010). Als ein Faktor unter vielen, die dazu beitrugen, kann vermutlich die Einführung der Bildungsstandards gesehen werden.

---

[3] „OECD, Abk. für Organization for Economic Co-operation and Development […], die → Organisation für wirtschaftliche Zusammenarbeit und Entwicklung" (Brockhaus 2006, 210).

Doch im Kontext dieser Arbeit sind die Leistungen der Schülerinnen und Schüler in der Sekundarstufe lediglich von sekundärem Interesse. Primär interessieren die Leistungen der Kinder in der Grundschule, mit der sich beispielsweise die „Internationale Grundschul-Lese-Untersuchung [IGLU]“ (Bos et al. 2004, 1) und die dazugehörige Erweiterungsstudie (IGLU-E) befassen. Besonders interessant sind hier die Ergebnisse von IGLU-E, da sich diese Studie unter anderem auf Kompetenzen in dem Bereich Mathematik bezieht. Die Befunde der Studien weisen keine „generellen Leistungsdefizite“ (Bos et al. 2004, 2) auf, jedoch können die Anfänge von Problemen, die in PISA bestätigt wurden, bereits in der Grundschule festgestellt werden. So ist es in Deutschland keine Ausnahme, dass die schulischen Leistungen von Faktoren wie Migrationshintergrund oder der Zugehörigkeit zu unteren Sozialschichten abhängen (vgl. Bos et al. 2004).

Dieser Beschreibung der Bildungsstandards und der Faktoren, die diese hervorriefen, soll nun die Darlegung der darin beschriebenen mathematischen Modellierung folgen.

Die Bildungsstandards unterteilen Kompetenzen in „inhaltsbezogene“ und „allgemeine mathematische Kompetenzen“ (Walther et al. 2009, 19) sowie in „überfachliche Kompetenzen“ (Hessisches Kultusministerium 2010, 8). Die Modellierung fällt unter die allgemeinen mathematischen Kompetenzen, die sich folgendermaßen aufgliedern (vgl. Walther et al. 2009):

- Darstellen von Mathematik
- Argumentieren
- Problemlösen
- Kommunizieren
- Modellieren

Wird also von mathematischer Modellierung in den Bildungsstandards gesprochen, bezieht sich diese auf die darin formulierten allgemeinen Kompetenzen. Weiterhin werden in dem neuen Kerncurriculum für Hessen Kompetenzen formuliert, die die Lernenden im Bereich der Modellierung erwerben sollen. Diese seien nun wortgetreu wiedergegeben:

„Die Lernenden können

- kurzen Sachtexten und einfachen Darstellungen aus der Lebenswirklichkeit Informationen entnehmen,
- Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen,
- innermathematische Aspekte der Problemstellung sachgerecht bearbeiten,
- Probleme mathematisch lösen und diese Lösungen wieder auf die Ausgangssituation beziehen,
- das gewählte Modell bewerten,
- zu Termen, Gleichungen und bildlichen Darstellungen Sachaufgaben formulieren“ (Hessisches Kultusministerium 2010, 18).

Hierbei ist es wichtig anzumerken, dass dem Modellieren innerhalb der allgemeinen Kompetenzen eine exorbitante Stellung zukommt, da es „gleichsam übergreifend [ist] und ermöglicht, auch andere Kompetenzen zu trainieren“ (Maaß 2009, 22). Dies verdeutlicht sich, wenn das Folgende vor Augen geführt wird: Sofern ein Kind modelliert, muss es sich dem Problem stellen und dieses lösen. Das führt wiederum zu einer Argumentation, die dargestellt und kommuniziert werden muss (vgl. Maaß 2009).

Die bereits erwähnten inhaltsbezogenen Kompetenzen stützen sich auf die folgenden Leitideen:

- „Zahlen und Operationen
- Raum und Form
- Muster und Strukturen
- Größen und Messen
- Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeit“ (Walther et al. 2009, 19).

Beschäftigt sich ein Schüler oder eine Schülerin mit einer Modellierung, so werden je nach Schwerpunkt der Modellierung unterschiedliche Leitideen angesprochen. Der Teilbereich „Zahlen und Operationen“ gehört zu den häufig angesprochenen Leitideen, da es auch in Modellierungen meist darum geht, „Zahldarstellungen und Rechenoperationen zu verstehen und in Kontexten anzuwenden“ (Maaß 2009, 22; vgl. Walther et al. 2009).

Im Folgenden seien die bereits erwähnten „überfachlichen Kompetenzen“ genannt:

- „Personale Kompetenz
- Sozialkompetenz
- Lernkompetenz
- Sprachkompetenz“ (Hessisches Kultusministerium 2010, 8f).

Diese werden ebenfalls bei der Bearbeitung von Modellierungen in unterschiedlicher Intensität angesprochen. Da es sich oftmals anbietet, Modellierungen in Gruppenarbeit zu lösen, wird beispielsweise die unter der Sozialkompetenz verortete „Kooperation und Teamfähigkeit“ (Hessisches Kultusministerium 2010, 8) trainiert.

Mathematische Modellierungen sind umfassend und tragen zu einem „guten Mathematikunterricht“ im Sinne der Bildungsstandards wesentlich bei. Der Modellierungsablauf ist bisher jedoch unklar geblieben. Da dieser allerdings einen wichtigen Bestandteil der Diskussion darstellt, beschäftigt sich der folgende Abschnitt mit der Thematik, indem auf den Modellierungskreislauf eingegangen wird.

2.3.2 Der Modellierungskreislauf

Borromeo Ferri & Kaiser (2006) weisen auf die Vielfalt unterschiedlicher Modellierungskreisläufe in der Literatur hin. Gemeinsam ist diesen Kreisläufen, dass sie zwischen „Mathematik“ und dem „Rest der Welt“ unterscheiden, lediglich die Unterteilung der Prozessstufen variiert. Zahlreiche Autoren bedienen sich bei der Beschreibung des Modellierungskreislaufes einer Abbildung, um dem Leser das Nachvollziehen des Kreislaufes zu simplifizieren. Wird die Modellierung in ihrer einfachsten Bedeutung, nämlich der Interaktion von Mathematik und dem „Rest der Welt“, betrachtet, kann die folgende Abbildung dies verdeutlichen:

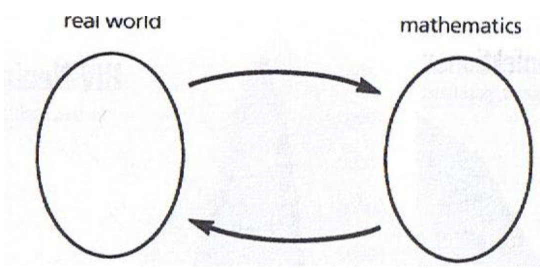


Abbildung 1: (Henn 2008, 161)

Wie bereits in der Abbildung deutlich wird, kann in der Literatur eine Vielfalt an Bezeichnungen für den „Rest der Welt" gefunden werden, Beispiele dafür sind „extra-mathematical world" (Niss, Blum & Galbraith 2007, 4) oder „real world" (Henn 2008, 161).

Hinrichs (2008) weist darauf hin, dass die Modellierung komplexer ist, als dies in Abbildung 1 ersichtlich wird. Auch zahlreiche andere Autoren (vgl. IQB 2009; Borromeo Ferri, Leiss & Blum 2006) stellen den komplexen Charakter der mathematischen Modellierung in den Vordergrund und beziehen sich auf den Modellierungskreislauf von Blum & Leiss (2005), der im Rahmen des Projektes DISUM, „Didaktische Interventionsformen für einen selbständigkeitsorientierten aufgabengesteuerten Unterricht in Mathematik" (Borromeo Ferri, Leiss & Blum 2006, 53) an der Universität Kassel entwickelt wurde und die kognitiven Prozesse beim Modellieren fokussiert. Ein Vorgehen, das sich in der deutschen Mathematikdidaktik bewährt hat und im Folgenden näher beschrieben wird:

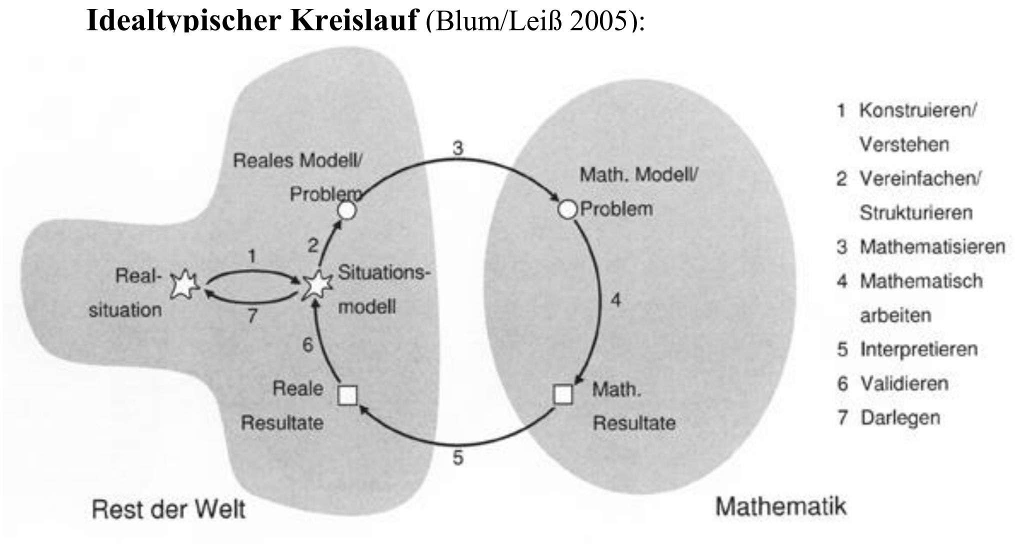


Abbildung 2: (Borromeo Ferri, Leiss & Blum 2006, 54)

Zu Beginn einer jeden Modellierung steht die **Realsituation**, die in der Aufgabe gegeben ist und *verstanden* beziehungsweise *konstruiert* (Schritt 1) werden muss. „Schüler entwickeln dabei eine Vorstellung von der Situation der Aufgabe" (Hinrichs 2008, 20). Um eine Vorstellung entwickeln zu können, besteht die Möglichkeit, dass die Schülerinnen und Schüler auf eigene Erfahrungen zurückgreifen, wenn es der Kontext der Modellierungsaufgabe erlaubt (vgl. Tenz 2010). Beispielsweise die Modellierungsaufgabe „Der Stau“ ermöglicht es vielen Kindern, an ihre persönlichen Stauerfahrungen anzuknüpfen.

Wurde Schritt 1 vollzogen, so resultiert daraus das **Situationsmodell**, das anschließend *vereinfacht* beziehungsweise *strukturiert* wird (Schritt 2). Borromeo Ferri ersetzt das Situationsmodell durch den Begriff „mentale Situations-repräsentation“ (Borromeo Ferri 2007, 310), sodass die Individualität des Schülers oder der Schülerin in den Vordergrund gerückt wird. Laut Borromeo Ferri (2007) kann die mentale Repräsentation bildlich, formal oder, wie bereits erwähnt, durch persönliche Erfahrungen gekennzeichnet sein.

Schritt 2 bezieht sich auf das Treffen von angemessenen Annahmen und das Einholen von Informationen, die ausschlaggebend für die jeweilige Modellierung sind. Beinhaltet die Aufgabenstellung relativ wenig Informationen, so kann an dieser Stelle eine zusätzliche Recherche oder Ähnliches vorgenommen werden, um somit ein aussagekräftiges **Realmodell** zu erhalten (vgl. Hinrichs 2008).

Anschließend werden die getroffenen Annahmen *mathematisiert* (Schritt 3). Darunter kann ein Übersetzen in die Sprache der Mathematik in Form eines Graphen, einer Tabelle oder Ähnlichem verstanden werden (vgl. Hinrichs 2008). Daraus folgt ein **mathematisches Modell**. „In der Grundschule gilt auch die Entwicklung einer Rechenvorschrift zu einer gegebenen Situation bereits als mathematisches Modell“ (Hinrichs 2008, 23).

Dieses führt im Anschluss durch *mathematisches Arbeiten* (Schritt 4), sprich das Lösen der aufgestellten Gleichung oder Ähnlichem, zu einem **mathematischen Resultat**. Nachfolgend wird dieses Resultat wieder auf die Realsituation bezogen und *interpretiert* (Schritt 5), sodass ein **reales Resultat**, also ein Ergebnis, entsteht (vgl. Hinrichs 2008).

Im Unterschied zu anderen Mathematikaufgaben schließt eine Modellierung nicht mit dem Erhalt eines Ergebnisses ab, da darauf der wichtige Schritt der *Validierung* (Schritt 6) folgt. Das reale Resultat wird hierbei bezüglich der Angemessenheit überprüft. Die obige Abbildung des Kreislaufes zeigt, dass die

Modellierung nach der Validierung zwei unterschiedliche Verläufe einschlagen kann. Erscheint das Ergebnis als glaubwürdig, so folgt darauf das *Darlegen* (Schritt 7) des realen Resultats durch die Schülerinnen und Schüler, worunter eine Präsentation des Ergebnisses verstanden werden kann. Wird durch die Validierung jedoch die Unangemessenheit des Ergebnisses festgestellt, so kann ein erneutes Durchlaufen des Kreislaufes, beispielsweise mit erweiterten Annahmen, die Folge sein (vgl. Tenz 2010).

Die Überschrift der Abbildung 2 weist auf einen wichtigen Aspekt hin, der bei einer Auseinandersetzung mit dem Modellierungskreislauf nicht außer Acht gelassen werden darf. Der Kreislauf, so wie er in der Abbildung gezeigt wird, stellt eine Idealisierung dar. Borromeo Ferri, Leiss & Blum (2006) merken an, dass tatsächliche Modellierungen keineswegs diese Linearität aufweisen. Borromeo Ferri (2005) wies anhand von Ergebnissen des Projekts KOM, „Kognitionspsychologische Analysen von Modellierungsprozessen im Mathematikunterricht" (Borromeo Ferri, Leiss & Blum 2006, 53), „individuelle Modellierungsverläufe" nach, die solch eine „Nicht-Linearität" (Borromeo Ferri, Leiss & Blum 2006, 54) aufzeigten. Demnach beginnt ein Kind die Modellierung nicht unbedingt in der durch die Abbildung suggerierten Anfangsphase und durchläuft einige Phasen eventuell mehrmals, andere wiederum können ausgelassen werden (vgl. Borromeo Ferri 2007).

In der Grundschule ist eine direkte Thematisierung des Modellierungskreislaufes nicht angedacht, da dieser mit Begriffen wie „konstruieren" oder auch „Realsituation" für die Schülerinnen und Schüler nur schwer verständlich ist. Es kann jedoch angesprochen werden, dass die gegebene Situation vereinfacht werden muss (vgl. Maaß 2009). Auch in der hier durchgeführten Studie wurde der Modellierungskreislauf nicht thematisiert, er diente ausschließlich als Hintergrundwissen für die Lehrperson, sodass diese die Modellierungen der Kinder besser einschätzen und nachvollziehen konnte oder aber das Auftreten von Problemen einordnen und somit sinnvolle Hilfestellungen geben konnte (vgl. Borromeo Ferri, Leiss & Blum 2006).

Nachdem nun eine Auseinandersetzung mit dem Ablauf der Modellierung stattgefunden hat, stellt sich nach und nach die Frage, was den Einsatz von Modellierungen in der Schule rechtfertigt. Der folgende Abschnitt versucht diese

Frage zu beantworten, indem die Ziele beschrieben werden, die der Einsatz von Modellierungen verfolgt.

2.3.3 Ziele des mathematischen Modellierens

Ein offensichtliches und allgemeines Ziel des mathematischen Modellierens ist die Entdeckung der Mathematik in der Umwelt der Kinder. Die Realität ist voller Mathematik, die von den Schülerinnen und Schülern wahrgenommen werden kann. Die Bearbeitung von Modellierungen hilft den Kindern, einen Blick für mathematische Aspekte in ihrem Alltag zu entwickeln.

Maaß (2004) nennt einige Ziele, die sie im Rahmen der von ihr durchgeführten Studie aufstellte und in die folgenden fünf Kategorien gliederte:

- methodologisch
- kulturbezogen
- pragmatisch
- lernpsychologisch
- pädagogisch

In ihrem 2009 erschienenem Werk („Mathematikunterricht weiterentwickeln“) setzt sich Maaß erneut detailliert mit den Zielen auseinander, spiegelt das aktuelle Bild dieser gekonnt wider und ermöglicht somit eine ganzheitliche Sicht diesbezüglich. Die folgenden Aspekte, die sie unter den Zielen summiert, sind mit den von ihr bereits 2004 aufgestellten Kategorien (siehe oben) deckungsgleich, jedoch variieren die Bezeichnungen, wie im Folgenden ersichtlich wird (vgl. Maaß 2009):

- Das Erlangen von Kompetenzen, die es den Kindern ermöglichen, Mathematik anzuwenden.
- Die Ausbildung eines ausgewogenen Bildes der Mathematik als Wissenschaft.
- Die Entwicklung heuristischer Strategien (darunter fallen Fähigkeiten bezogen auf Problemlösen und Argumentieren oder Kreativität).
- Das Herausbilden von Motivation, sich mit Mathematik zu beschäftigen.
- Das Verstehen mathematischer Inhalte.

Dass Maaß nach fünf Jahren stets an diesen Zielen festhält, verdeutlicht deren Stellenwert.

Weiterhin verweist Maaß (2009) mit Bezug zu Winter (2003) auf die Verbindung von Modellierung und Sachrechnen, indem sie die Funktionen des Sachrechnens aufführt:

Sachrechnen als

1) Lernstoff
2) Lernprinzip
3) Lernziel

Unter 1) fallen Aspekte wie das Gewinnen und Darstellen von Daten oder die Auseinandersetzung mit Maßen.

Punkt 2) rückt die persönlichen Erfahrungen der Kinder in den Vordergrund und sieht diese und die damit verbundenen Sachsituationen als Ausgangspunkt für das weitere Lernen.

Punkt 3) bezieht sich auf Modellierungsprozesse und appelliert daran, den Problemlösecharakter dieser zu erkennen (vgl. Maaß 2009).

Findet eine Betrachtung der soeben genannten Funktionen des Sachrechnens statt, so fällt der Bezug zu der Modellierung umgehend auf. Es sei jedoch angemerkt, dass die größte Übereinstimmung in Punkt 3) zu finden ist.

Ein weiteres Ziel mathematischer Modellierung sieht vor, Kinder zu einem selbständig denkenden Menschen heranwachsen zu lassen (vgl. Maaß 2009). Da Modellierungen von den Schülerinnen und Schülern verlangen, selbstständig Annahmen zu treffen, diese zu interpretieren und zu validieren (siehe Modellierungskreislauf unter 2.3.2), bietet das Aufgabenformat ausreichend Raum für diese Entwicklung. Weiterhin werden die Schülerinnen und Schüler ermuntert, eigene Wege zu gehen. Eine Bedingung ist jedoch, dass die Lernenden genügend Zeit zur Verfügung gestellt bekommen und insbesondere Modellierungsanfänger nicht unter Druck gesetzt werden.

Ferner ist die Entwicklung von Modellierungskompetenzen besonders bedeutend, wenn von den Zielen mathematischen Modellierens gesprochen wird. Diese werden im folgenden Abschnitt näher beschrieben.

2.3.4 Modellierungskompetenzen

Die Modellierungskompetenzen werden in dieser Arbeit zwar nicht explizit untersucht, eine Darstellung dieser ist jedoch sinnvoll, da sie ein wichtiges Ziel mathematischer Modellierung sind und somit zur Entstehung eines ganzheitlichen Bildes dieser beitragen. Die aktuelle Diskussion um den Mathematikunterricht weist zahlreiche Sichtweisen bezüglich der Vorstellung von Modellierungskompetenzen auf. Maßgeblich beteiligt an dieser Diskussion sind beispielsweise Kaiser & Schwarz, Houston & Neill oder Maaß. So wird unter anderem die Auffassung vertreten, dass modellierende Kinder den unter 2.3.2 beschriebenen Modellierungskreislauf durchlaufen. Dieses Durchlaufen muss jedoch zunächst gelernt werden, da das Ausführen der einzelnen Teilschritte und die Verbindung dieser keine leichte Aufgabe darstellen.

Aus diesem Grund formuliert Maaß (2009) Kompetenzen, die sich auf die Schritte des Modellierungskreislaufes von Blum & Leiss (2005) beziehen. Demnach entwickeln Kinder während einer Modellierung Kompetenzen, die es ihnen ermöglichen, eine Sachsituation zu verstehen und zu konstruieren (Schritt 1), diese wiederum zu vereinfachen beziehungsweise zu strukturieren (Schritt 2) und zu mathematisieren (Schritt 3). Weiterhin zählen zu diesen Kompetenzen, dass die Schülerinnen und Schüler innerhalb des mathematischen Modells mathematisch arbeiten können (Schritt 4), die mathematischen Resultate interpretieren (Schritt 5) und die realen Resultate validieren (Schritt 6). Der letzte Schritt des Modellierungskreislaufes wird von Maaß (2009) allerdings nicht aufgegriffen.

Weiterhin hebt Maaß (2009) die Argumentation, die innerhalb des Modellierungsprozesses von den Kindern durchgeführt werden muss, und die dazugehörige Verschriftlichung hervor. Zudem spricht sie die Metaebene an, die mit den Kindern behandelt werden sollte, indem über Lösungsstrategien diskutiert wird, beispielsweise durch das Herausstellen verschiedener Vorgehensweisen, um eine Modellierungsaufgabe zu lösen. In dieser Studie wurde unter anderem auf der Metaebene gearbeitet, als der Begriff „Modellierungsaufgaben“ den Lernenden mitgeteilt und über die Bedeutung des Begriffes gesprochen wurde. Der Modellierungskreislauf als solches wurde nicht thematisiert, um die Kinder nicht zu überfordern. Es ist jedoch denkbar, diesen zu besprechen, wenn die Lernenden weiterführende Erfahrungen mit Modellierungen gesammelt haben.

Eine weitere Modellierungskompetenz kann laut Maaß (2009) in den Möglichkeiten gefunden werden, dass die Schülerinnen und Schüler erkennen, dass Mathematik als Hilfsmittel dienen kann, reale Probleme zu lösen. Weiterhin sollen diese Möglichkeiten positiv beurteilt werden. Entwickeln Kinder diese Kompetenz nicht, so zeigen sich laut Maaß (2009) vermehrt Fehler im Modellierungsprozess, insbesondere bei den Schritten des Modellbildens, des Interpretierens sowie des Validierens.

Nicht zu vergessen sind die Modellierungskompetenzen, die in den Bildungsstandards erwähnt und bereits unter Punkt 2.3.1 aufgeführt wurden. Werden diese zum wiederholten Male betrachtet, so fällt der hohe Grad an Affinität zu den von Maaß formulierten Kompetenzen auf.

Es sei an dieser Stelle angemerkt, dass die Ausbildung der soeben genannten Kompetenzen an die jeweilige Klassenstufe angepasst werden muss. Beispielsweise wird in Klasse 1 und 4 der Ablauf der Argumentation variieren. Zudem kann der Verschriftlichungsaspekt in Klasse 1 zunächst unberücksichtigt bleiben, um die Kinder nicht zu überfordern. Auch die Intensität der angesprochenen Metaebene divergiert in den unterschiedlichen Klassenstufen. Da der Erwerb der Modellierungskompetenzen ein Prozess ist, der Zeit benötigt, wird noch einmal explizit darauf hingewiesen, den Schülerinnen und Schülern von Anfang an ausreichend Zeit zu geben und sie nicht unter Druck zu setzen (vgl. Maaß 2009).

Da nun näher auf die Modellierungskompetenzen eingegangen wurde, ergibt sich die Frage, wie man diese feststellen kann. Kaiser & Schwarz (2006) heben die Entwicklung eines Modellierungstests hervor, der sich auf die Untersuchung, inwieweit Modellierungskurse Modellierungskompetenzen fördern können, bezieht. Der „Paper-Pencil-Test“ beinhaltet Multiple-Choice-Items und wurde in einer Oberstufe erprobt. Eine Übertragung dieses Tests auf die Grundschule ist bislang nicht bekannt. Jedoch konnte durch die den Test beinhaltende Studie gezeigt werden, dass Modellierungskompetenzen durch Unterrichtsangebote grundsätzlich gefördert werden können (vgl. Kaiser & Schwarz 2006).

Doch wer ist an dem Prozess der Aneignung von Modellierungskompetenzen letztendlich beteiligt? Sind die Schülerinnen und Schüler selbst dafür verantwortlich oder kann ihnen auf diesem Entwicklungsweg geholfen werden? Niss, Blum & Galbraith (2007) verweisen auf die Bedeutsamkeit der Lehrkraft, die in einem großen Ausmaß an der möglichen Entwicklung von Modellierungskompetenzen seitens der Schülerinnen und Schüler beteiligt ist. Daher merken sie an, dass bereits die Lehrerausbildung Bezüge zu Modellierungen herstellen soll, um somit die angehenden Lehrkräfte ausreichend auf ihre Aufgaben, zu denen es auch gehört, die Schülerinnen und Schüler an Modellierungen heranzuführen, vorzubereiten (vgl. Niss, Blum & Galbraith 2007).

Wie Modellierungen in der Grundschule eingesetzt werden sollten, um den Schülerinnen und Schülern die soeben thematisierte Entwicklung ermöglichen zu können und warum dies noch viel zu selten in deutschen Schulen zur Realität gehört, wird im Folgenden beschrieben.

2.3.5 Mathematisches Modellieren in der Grundschule

Obwohl die bisherigen Ausführungen die Relevanz und überaus große Wichtigkeit der Modellierung darlegen, muss eingeräumt werden, dass der Einsatz von Modellierungen in deutschen Schulen immer noch viel zu gering ist. Im Vergleich von Primar- und Sekundarstufe muss weitergehend festgestellt werden, dass einem geringen Einsatz von Modellierungen in der Sekundarstufe eine noch weitaus niedrigere Integration dieser in der Primarstufe entgegensteht (vgl. Blum & Borromeo Ferri 2009, Henn 2008, Hinrichs 2008, Maaß 2004).

Ein Grund dafür kann in der relativ jungen Verankerung der Modellierung in deutschen Lehrplänen oder Instrumenten, wie den Bildungsstandards, gesehen werden. Länder wie Schweden oder Großbritannien sind Deutschland in dieser Hinsicht beispielsweise einige Zeit voraus (vgl. Kaiser 2006).

Hinrichs (2008) führt als Ursache die breite Zerstreuung der Unterrichtsanregungen in der Literatur auf, die es den Lehrkräften erschwert, fündig zu werden.

Maaß (2004) fasst unterschiedliche Hindernisse zusammen, die in der aktuellen Diskussion als ausschlaggebend angesehen werden. Zu diesen zählen folgende:

- **Organisation**, da die Unterrichtszeit zu gering ist und sich viele Schulen an der 45-Minuten Einteilung der Schulstunden orientieren,
- **Schülerinnen und Schüler**, da die Integration von Modellierungen durch die Offenheit einen Anstieg des Anspruchs zu Folge hat,
- **Lehrkräfte**, da der Einsatz von Modellierungen zunächst einen hohen Zeitaufwand mit sich bringt und sich die Lehrkräfte als nicht kompetent ansehen,
- **Material**, da die Textquellen eventuell nicht bekannt sind.

Dabei richtet Maaß das Hauptaugenmerk auf die Hinderung des Modellierungseinsatzes durch die Lehrkräfte. Begründend führt sie die Beliefs der Lehrenden an, die laut Ross (2002) Modellierungen und Realitätsbezügen keinen hohen Stellenwert einräumen (vgl. Maaß 2004).

Auch Henn (2008) verweist bezüglich der Hinderungsgründe auf die Lehrkräfte, räumt jedoch ein, dass diese zugleich einen positiven Aspekt innerhalb der Modellierungen darstellen können.

Trotz dieser Hindernisse finden Modellierungen allmählich Einzug in deutschen Schulen, was durchaus sinnvoll ist, denn: „Mathematical modeling takes children beyond the usual form of problem solving they meet in the elementary school“ (English 2008, 181). Weiterhin fordert English (2008), Kinder vermehrt mathematischen Problemen auszusetzen, da ihrer Meinung nach folgendes zutrifft: „The level of complexity children experience in their world is increasing rapidly - we need to ensure they can deal effectively with this complexity“ (English 2008, 187). Das Modellieren stellt einen möglichen Faktor dar, den Kindern eine sinnvolle Handhabung der Komplexität zu ermöglichen. Auch die Aufnahme der Modellierung in die Primarstufen-Bildungsstandards verdeutlicht die enorme Wichtigkeit dieser und zeigt, dass ein gewisses Maß an mathematischer Kompetenz von den Schülerinnen und Schülern in diesem Bereich verlangt wird. Modellierungen besitzen viel Potential, nicht zuletzt durch ihre selbstdifferenzierenden Eigenschaften, die es den Kindern ermöglichen, die Modellierung ihren Fähigkeiten entsprechend auszuführen, was keineswegs selbstverständlich ist[4].

Die zögerliche Verankerung der Modellierungen in den deutschen Grundschulen kann weiterhin auf die Tatsache zurückgeführt werden, dass einige Personen, darunter die Lehrkräfte, den Einsatz von Aufgaben in diesem Bereich in der Grundschule als zu schwierig einschätzen. Einige Erfahrungsberichte und Studien (vgl. Maaß 2009, Blum & Borromeo Ferri 2009, Peter-Koop 2003) zeigen allerdings, dass dies keinesfalls zutreffend ist. So reagiert Blum (2007) beispielsweise auf die Frage, ob Modellierungen in der Schule denkbar seien, mit anschließender Antwort: „Modellieren ist schwer, aber nicht zu schwer, vielmehr gibt es dichte Hinweise auf Gelingensbedingungen, deren Berücksichtigung - bei Konstanthalten anderer Bedingungen - bessere Lernerfolge mit sich bringt“ (Blum 2007, 5; zit. n. IQB 2009, 88). Maaß (2009) beschreibt das Modellieren „als eine natürliche Art, Probleme zu lösen“ (30), da beispielsweise ein Kindergartenkind beim Decken des Tisches für alle Familienmitglieder bereits auf einem einfachen Niveau modelliert. Somit entkräftet sie Gegenstimmen, die Modellierungen als zu schwierig einstufen. Es sei jedoch angemerkt, dass die soeben von Maaß aufgeführte, unbewusste Modellierung auf einer basalen Stufe stattfindet und somit lediglich erste Züge einer Modellierung aufweist, die einer Vertiefung bedürfen. Borromeo Ferri berichtet von Modellierungserfahrungen in der Grundschule während ihres Referendariats 2007/2008 und kommt ebenso zu dem Fazit, dass Modellierungen in der Grundschule durchaus einsetzbar sind, vorausgesetzt, die Aufgaben sind schülergemäß und herausfordernd (vgl. Blum & Borromeo Ferri 2009).

Damit positive Erfahrungen, wie sie oben beschrieben wurden, bezüglich Grundschulmodellierungen eintreten können, sollte der Modellierungsunterricht in der Primarstufe detailliert geplant werden. Maaß (2009) schlägt folgende Gliederung vor:

- Einstieg
- Lösungsansätze finden
- Erarbeitungsphase
- Ergebnissicherung

[4] Ein weiteres Aufgabenformat, das es den Schülerinnen und Schülern ermöglicht, die Aufgabe nach dem individuell vorliegendem Niveau zu lösen, sind „Rich Assessment Tasks“ (RAT), die das Können der Schülerinnen und Schüler durch fünf Ausprägungsgrade beschreiben.

Es müssen diverse Rahmenbedingungen beachtet werden, wenn eine Einführung in das Modellieren stattfindet. Maaß (2009) empfiehlt, den Schülerinnen und Schülern zu Beginn nicht zu viele unterschiedliche Sachkontexte in einer Unterrichtsstunde zur Auswahl zu geben, sondern eine Sachsituation über eine oder sogar mehrere Stunden zu behandeln, sodass der Aufgabe ein entsprechender Stellenwert zukommt. Weiterhin hebt sie den Einsatz von Materialien hervor, der den Schülerinnen und Schülern den Einstieg in das womöglich noch fremde, offene Arbeiten erleichtern soll. Hierzu bieten sich Bilder, Informationstexte, Filme oder Ähnliches an (vgl. Maaß 2009).

Die anschließende Findung von Lösungsansätzen sollte von den Schülerinnen und Schülern selbstständig durchgeführt werden, ohne Beitrag der Lehrkraft. Ob die Schülerinnen und Schüler in Einzel- oder Partnerarbeit oder gar in Gruppen arbeiten, ist hierbei zunächst nicht ausschlaggebend. Um den Kindern dennoch eine Orientierung zu bieten, kann der Abschluss dieser Phase in Form eines gemeinsamen Gesprächs gestaltet werden, in dem die Lösungsansätze diskutiert werden (vgl. Maaß 2009).

Die Sozialform in der anschließenden Erarbeitungsphase ist variabel, es bieten sich jedoch Partner- und Gruppenarbeiten an. Für das Arbeiten in Gruppen spricht die deutlich höhere Aktivität der Lernenden im Gegensatz zum Frontalunterricht sowie die Ermöglichung eines angstfreien Arbeitens, da sich die Lehrkraft zurückzieht (vgl. Maaß 2009).

Einen wichtigen Part in der Gliederung nimmt die Ergebnissicherung ein, da die unterschiedlichen Möglichkeiten der Schülerinnen und Schüler besprochen werden müssen. Neben der Ergebnisbesprechung im Plenum können die Gruppen ihre Ergebnisse beispielsweise auch präsentieren (vgl. Maaß 2009).

Der hier gegebene Gliederungsvorschlag diente auch dieser Studie als Orientierung, wie in Kapitel 4 ersichtlich wird. Im folgenden Abschnitt stehen zunächst die Forschungsfragen im Interessenzentrum. Bereits in der Einleitung dieser Arbeit wurde vermerkt, dass die Komplexität der Forschungsfragen an passender Stelle aufgeführt wird. Im bisherigen Verlauf der Arbeit tauchten zu verschiedenen Zeitpunkten Fragen auf, die im nächsten Abschnitt zusammengefasst werden.

2.4 Forschungsfragen

Die vorliegende Studie dient als Beitrag zur aktuellen mathematikdidaktischen Diskussion, da sie die darin vertretenen Tendenzen aufgreift, indem Modellierungen in den Unterricht integriert werden und der Einfluss auf die Beliefs der Lernenden untersucht wird.

Die Hauptfrage, ob eine Veränderung der Sichtweise von Grundschulkindern zur Mathematik durch Modellierung stattfindet, erfährt im Folgenden eine Präzisierung:

- Ist es möglich, die Schülerinnen und Schüler durch den geplanten Unterricht in das Arbeiten mit Modellierungen einzuführen?
- Gelingt es, mithilfe der Fragebögen mathematische Weltbilder der Kinder zu analysieren?
- Können diese den Kategorien von Grigutsch (1998) sowie Maaß (2004) zugeordnet werden oder ergeben sich neue Kategorien?
- Entspricht die Verteilung der mathematischen Weltbilder der von Grigutsch (1998) für höhere Klassen analysierten Verteilung oder variiert sie?
- Welche Aspekte mathematischer Weltbilder dominieren in einer vierten Klasse?
- Verändern sich diese mathematischen Weltbilder und somit die Beliefs im Verlauf der Studie durch den Einsatz von Modellierungen?

Die entsprechenden Antworten werden im weiteren Verlauf diskutiert und festgehalten. Zunächst wird allerdings ein Methodenüberblick gegeben, da die Methodik einen wichtigen Bestandteil der Studie darstellt und wesentlich zur Beantwortung der Forschungsfragen beiträgt.

3. Methodik

3.1 Qualitative Forschung

Der methodische Teil dieser Arbeit stützt sich auf die qualitative Forschung, die sich im breiten Feld empirischer Forschungsmethoden trotz Kritik etabliert und konsolidiert hat (vgl. Flick, von Kardoff & Steinke 2007). Die qualitative Forschung hat es sich zum Gegenstand gemacht, Lebenswelten aus der Perspektive handelnder Menschen heraus zu beschreiben, ohne die Wirklichkeit lediglich abzubilden. „Vielmehr nutzt sie das Fremde […] als Erkenntnisquelle und Spiegel“ (Flick, von Kardoff & Steinke 2007, 14). Weiterhin zeichnet sich die qualitative Forschung durch ihre Offenheit der Zugangsweisen aus. Unter dem Begriff subsumieren sich verschiedene Forschungsansätze, die sich in drei Hauptströmen zusammenfassen lassen (vgl. Flick, von Kardoff & Steinke 2007):

- **Symbolischer Interaktionismus, Phänomenologie**, in denen der Fokus auf subjektiven Bedeutungen liegt,
- **Ethnomethodologie, Konstruktivismus**, die sich auf Alltagsroutinen beziehen,
- **Strukturalistische oder psychoanalytische Positionen**, in denen unter anderem das Unbewusste Forschungsgegenstand ist.

Die Hauptströme unterscheiden sich in den Methoden der Datenerhebung, der Interpretation sowie in den Anwendungsfeldern. Nichtsdestotrotz gibt es in den Annahmen Überschneidungen, die als Grundannahmen der qualitativen Forschung bezeichnet werden können:

> „1. Soziale Wirklichkeit als gemeinsame Herstellung und Zuschreibung von Bedeutungen.
>
> 2. Prozesscharakter und Reflexivität sozialer Wirklichkeit.
>
> 3. <Objektive> Lebensbedingungen werden durch subjektive Bedeutungen für die Lebenswelt relevant.
>
> 4. Der kommunikative Charakter sozialer Wirklichkeit lässt die Rekonstruktion von Konstruktionen sozialer Wirklichkeit zum Ansatzpunkt der Forschung werden“ (Flick, von Kardoff & Steinke 2007, 22).

In Abgrenzung zu der qualitativen Forschung existiert die quantitative Forschung, die sich in Abhängigkeit der Fragestellung auch miteinander verbinden lassen. Dennoch unterscheiden sich die beiden Forschungsrichtungen durch grundlegende Annahmen. Im Gegensatz zur qualitativen Vorgehensweise weist die quantitative Forschung beispielsweise einen hohen Grad an Standardisierung auf. Da sich diese Studie jedoch um die Erschließung eines bislang, auf Grundschule bezogenen, wenig erforschten Bereich der Wirklichkeit bemüht, wird auf die qualitative Forschung zurückgegriffen, die sich dies zum Gegenstand gemacht hat (vgl. Flick, von Kardoff & Steinke 2007).

3.2 Datenerhebung und Sampling[5]

Die Studie wurde in einer hessischen Grundschule durchgeführt. Ziel war es, im Rahmen einer Zufallsstichprobe eine vierte Klasse zu untersuchen, die möglichst viele Schülerinnen und Schüler und ein „normales Klassenbild" projizierte, ohne besondere Abweichungen, wie beispielsweise ein deutliches Überwiegen eines Geschlechts, aufzuweisen. Die gute Kooperation der Schule ermöglichte das Erreichen dieses Ziels, sodass in den ersten zwei Wochen nach den Sommerferien diesen Jahres eine vierte Klasse mit 25 Schülerinnen und Schülern für den Unterrichtsversuch bereitstand. Die Kinder wiesen keinerlei Vorkenntnisse im Feld der Modellierung auf, was eine Bedingung meinerseits darstellte, da der Unterrichtsversuch eine Einführung in die Thematik vorsah. Dennoch war es wichtig, für die Studie eine vierte Klasse zu gewinnen, da die geplanten Modellierungen einen Schwierigkeitsgrad besitzen, der in unteren Klassen nicht oder nur schwer einsetzbar gewesen wäre.

Die Bearbeitung der Fragebögen ist für die gesamte Klasse konzipiert. Auf der Basis des ersten Fragebogens werden zwei für die Studie interessante Schülerinnen oder Schüler ausgesucht, die zusätzlich an zwei Interviews teilnehmen. Ausschlaggebend für die Auswahl der Kinder waren einzig und allein die gegebenen Antworten in dem ersten Fragebogen, Faktoren wie das Geschlecht oder das Alter wurden nicht beachtet. Weiterhin wird in der Klasse hospitiert, sodass Beobachtungen im Klassenverband angestellt werden können.

[5] Dieser Begriff bezeichnet das verwendete Auswahlverfahren.

Die soeben genannten Erhebungsmethoden - Fragebogen, Interview, Hospitation - werden im Folgenden analysiert, um den methodischen Teil dieser Arbeit zu vervollständigen.

3.3 Erhebungsmethoden

3.3.1 Fragebogen

Um die Beliefs und mathematischen Weltbilder von Schülerinnen und Schülern zu untersuchen, bieten sich verschiedene Erhebungsmethoden an. Rolka & Halverscheid (2006) stützten sich in ihrer Untersuchung mathematischer Weltbilder auf Texte, Bilder und Interviews der Lernenden. Im Rahmen dieser Studie finden allerdings Fragebögen, Interviews und Hospitationen ihren Einsatz, da diese Kombination als vielversprechend bezüglich der Beantwortung der hier formulierten Forschungsfragen gilt. Sowohl Fragebogen 1 als auch Fragebogen 2 befinden sich im Anhang dieser Arbeit. Die Erziehungsberechtigten der Kinder wurden mittels eines Schreibens über die Durchführung der Studie informiert und gebeten, ihr Einverständnis zu erteilen[6]. Um die Anonymität der Schülerinnen und Schüler zu wahren, versahen die Kinder die Fragebögen statt mit ihrem Namen mit einer Zahl, die sie sich merken sollten. Dies war von Nöten, da der erste Fragebogen eines jeden Kindes dem zweiten Fragebogen zugeordnet werden muss, um eine Veränderung der Sichtweise feststellen zu können.

Zum Aufbau kann folgendes festgehalten werden:

Fragebogen 1 beinhaltet sieben Fragen[7], die auf die Beliefs beziehungsweise die Aspekte mathematischer Weltbilder der Schülerinnen und Schüler abzielen und somit ihr mathematisches Denken beleuchten. Die Fragestellungen werden im Folgenden kursiv wiedergegeben.

Frage 1: *Stell dir vor, ein Marsmännchen kommt auf die Erde. Wie würdest du ihm erklären, was Mathematik ist?*

[6] Das Schreiben an die Erziehungsberechtigten befindet sich im Anhang. Eine Schülerin gab dieses nicht wieder ab, sodass sie an der Studie nicht teilnehmen konnte.

[7] Der Fragebogen 1 orientiert sich an einem Fragebogen, der von Frau Prof. Dr. Rita Borromeo Ferri entwickelt wurde und den Karoline Quast in ihrer Examensarbeit verwendet hat, sowie an einem von Maaß (2004) entwickelten Fragebogen. Die Fragen 1, 2 und 6 gingen aus meinen eigenen Ideen hervor. Die Fragen 3, 4 und 5 wurden der Arbeit von Frau Quast entnommen, Frage 7 hingegen stammt von Frau Maaß.

Es wird versucht, die Kinder dahingehend zu motivieren, über ihre mathematische Sichtweise nachzudenken. Die Bezugnahme auf das Marsmännchen knüpft an womögliche Interessen der Schülerinnen und Schüler an und stellt einen Schreib-anlass dar. Ich stelle die Hypothese auf, dass die meisten Kinder Mathematik erklären, indem sie auf den Zusammenhang mit Rechnungen verweisen. Ob diese Hypothese zutreffend ist, kann in Kapitel 5 festgestellt werden.

Frage 2: *Denke nach und kreuze einen Satz an, dem du zustimmst.*

- *In Mathematik muss ich eigene Ideen zum Lösen von Aufgaben haben.*
- *Es gibt immer nur einen Lösungsweg.*
- *In Mathematik muss ich logisch denken.*
- *Im späteren Leben werde ich Mathematik brauchen.*
- *In Mathematik lerne ich das, was im Test vorkommt.*

Hier werden gezielt die Aspekte mathematischer Weltbilder von Grigutsch (1998) angesprochen. Satz eins zielt auf prozessorientierte Beliefs ab, Satz zwei enthält eine passende Aussage zu schemaorientierten Beliefs, Satz drei wiederum kann formalismusorientierten Beliefs zugeordnet werden. Satz vier spricht anwendungsorientierte Beliefs an und die starr schemaorientierten Beliefs finden Abhandlung in Satz fünf. Je nachdem, welchen Satz ein Kind ankreuzt, kann eine Zuordnung zu einem der Beliefs erfolgen. Ich nehme an, dass Satz vier und fünf eine große Beliebtheit seitens der Schülerinnen und Schüler erfahren werden. Den Kindern wird meist vorgegeben, wie sie eine Aufgabe lösen sollen, daher sind eigene Ideen nicht notwendig. Wenn eine Aufgabe beispielsweise in Partnerarbeit gelöst wird, dann kann es zu verschiedenen Lösungswegen kommen, sodass dies den Kindern bewusst sein müsste. Satz drei wird, meines Erachtens, nicht viel Beachtung finden, da er das Wort „logisch" beinhaltet, welches womöglich nicht allen Kindern bekannt ist. Dass Mathematik auch außerhalb der Schule gebraucht wird, kann als sehr plausibel angesehen werden. Aus eigenen Erfahrungen als Schülerin aber auch als Praktikantin kann ich behaupten, dass viele Kinder die Meinung vertreten, dass in der Schule lediglich für die Klausuren gelernt wird. Nun bleibt zu beobachten, welcher Satz - vier oder fünf - ausschlaggebender ist.

Frage 3: „*Was machst du im Mathematikunterricht gerne?*“ (Quast 2004, 46)

Mit dieser Frage sollen bevorzugte Gebiete innerhalb der Mathematik herausgefunden werden, um Sympathien der Kinder aufzudecken. Diese können einen Aufschluss über die Beliefs der Schülerinnen und Schüler geben. Vermutlich werden die Beliefs mit kognitivem und affektivem Schwerpunkt von Maaß (2004) von den Lernenden angesprochen. Es ist zu erwarten, dass eine Vielzahl von unterschiedlichen Antworten gegeben wird, da jedes Individuum eigene Vorlieben besitzt.

Frage 4: „*Was machst du im Mathematikunterricht nicht gerne?*“ (Quast 2004, 46)

Hier wiederum sollen weniger beliebte Bereiche der Mathematik angesprochen werden, um Antipathien der Kinder herauszufinden. Es stehen erneut die kognitiven und affektiven Beliefs von Maaß (2004) im Vordergrund. Eigene Erfahrungen in Praktika erlauben die Aufstellung der Hypothese, dass Textaufgaben zu den meistgenannten Antworten zählen.

Frage 5: „*Fallen dir Situationen im täglichen Leben ein, in denen du Mathematik gebraucht hast?*“ (Quast 2004, 47)

Diese Frage spricht den Realitätsbezug der Mathematik an und ob dieser den Schülerinnen und Schülern bewusst ist, sodass sie Beispiele dafür nennen können. Es kann die Hypothese aufgestellt werden, dass die meisten Kinder das Beispiel des Einkaufens nennen werden, da der mathematische Aspekt in dieser Situation offensichtlich ist.

Frage 6: *Gehören die folgenden Aufgaben zur Mathematik? Kreuze an.*

- *„Schreibe Rechnungen, die 1000 ergeben“* (Walther et al. 2009, 74).
- *„Max will an seinem 8. Geburtstag mit seinen Gästen Schokoküsse essen. Wie viele Schachteln muss er mit seiner Mutter einkaufen?“* (Maaß 2009, 74)

Mit dieser Frage soll ermittelt werden, welche Aufgabentypen die Kinder der Mathematik zuordnen und wie umfangreich ihr Mathematikbild ist. Die obigen Aufgaben gehören beide zur Mathematik, die erste Aufgabe wird in Walther et al. (2009) als Aufgabenbeispiel für eine dritte Klasse genannt, die zweite Aufgabe hingegen stammt von Maaß (2009). Obwohl die erste Aufgabe relativ offen gehalten ist, werden die Schülerinnen und Schüler vermutlich erkennen, dass es sich um eine Mathematikaufgabe handelt, da Rechnungen thematisiert werden. Die zweite Aufgabe wird wahrscheinlich weitaus seltener dem Mathematikbereich zugeordnet werden, da „Angaben fehlen“ und somit, laut der Aussage der Kinder, nicht gerechnet werden kann.

Frage 7: *„Hast du Angst vor dem Mathematikunterricht? Begründe.“* (Maaß 2004, 316)

- *sehr viel* ________________________________
- *viel* ________________________________
- *manchmal* *weil* ________________________________
- *kaum* ________________________________
- *nie* ________________________________

Mit dieser Frage soll das Verhältnis der Kinder zu Mathematik festgestellt werden, um ein differenziertes Mathematikbild der Schülerinnen und Schüler zu erhalten. Ausschlaggebend für die Miteinbeziehung dieser Frage sind die Beliefs mit affektivem Schwerpunkt von Maaß (2004), da sich diese unter anderem auf die Atmosphäre innerhalb des Unterrichts beziehen. Es ist zu vermuten, dass sich eine deutliche Mehrheit im Mittelfeld, sprich dem Bereich „manchmal“, abzeichnen wird, da es den Lernenden widerstreben wird, sich einem der Extreme zuzuordnen.

Der **Fragebogen 2** gliedert sich in sechs Fragen auf, die ebenfalls auf die Beliefs beziehungsweise Aspekte mathematischer Weltbilder der Schülerinnen und Schüler abzielen. Ein zusätzliches Themengebiet, die Modellierung, wird in den Fragebogen aufgenommen. Weiterhin liegt der Fokus auf der Feststellung einer womöglichen Veränderung der mathematischen Beliefs.

Frage 1: *Stell dir vor, du wärst der Lehrer einer ersten Klasse. Wie würdest du den Kindern deiner Klasse erklären, was Mathematik bedeutet?*

Das Ziel dieser Frage ist identisch mit Frage 1 des Fragebogens 1. Lediglich der Kontext des Marsmännchens erfuhr eine Substitution durch den Lehrer, um somit den Schülerinnen und Schülern das Gefühl zu nehmen, dass sie diese Frage bereits beantwortet haben. Es ist zu erwarten, dass die Majorität der Kinder stets

Mathematik mit bloßem Zusammenrechnen beschreibt. Zu hoffen bleibt jedoch, dass bei einigen Lernenden eventuell eine Änderung in der Denkweise zu verzeichnen ist.

Frage 2: *Denke nach und kreuze einen Satz an, dem du zustimmst.*

In Mathematik muss ich logisch denken.	
Im späteren Leben werde ich Mathematik brauchen.	
In Mathematik lerne ich das, was im Test vorkommt.	
Es gibt immer nur einen Lösungsweg.	
In Mathematik muss ich eigene Ideen zum Lösen von Aufgaben haben.	

Tabelle 1: Beliefsorientierung

Diese Frage ist, ausgehend von der inhaltlichen Seite, identisch mit Frage 2 des ersten Fragebogens. Es wurden keine Veränderungen vorgenommen, um durch die Setzung eines Kreuzes eventuelle Abweichungen im Denken der Kinder feststellen zu können. Lediglich die Darbietung der Aufgabe wurde verändert, damit die Schülerinnen und Schüler nicht sofort erkennen, dass sie diese Aufgabe bereits einmal beantwortet haben. Es bleibt zu beobachten, ob durch den Einsatz der Modellierungsaufgaben eine Verschiebung hin zu Satz eins und/oder Satz fünf zu verzeichnen ist, wovon ich ausgehe.

Frage 3: *In den letzten Mathematikstunden hast du Modellierungsaufgaben kennengelernt. Welche hat dir am besten gefallen? Begründe.*

Hier wird das Thema „Modellierung“ aufgegriffen. Die Antworten der Kinder sollen Aufschluss darüber geben, ob sie sich auf das Aufgabenformat einlassen können und Gefallen daran finden. Es ist zu vermuten, dass die „Der große Fuß“-Aufgabe oftmals genannt wird, da diese viel Spannung aufbaut und die Lernenden begeistern könnte.

Frage 4: *Denkst du noch genauso über Mathematik wie vor zwei Wochen? Warum/Warum nicht?*

Diese Frage kann als schwierig eingestuft werden, da die Kinder explizit gefragt werden, ob sie persönlich Veränderungen in ihrem Denken über Mathematik bemerkt haben und woran dies liegen könnte. Generell fällt es den Lernenden in der Grundschule noch schwer, sich selbst und ihr Verhalten zu reflektieren. Dieser Vorgang bedarf meist einer Unterstützung der Lehrkraft. Die Beantwortung des Fragebogens soll jedoch in Einzelarbeit erfolgen. Zu vermuten ist, dass einige Schülerinnen und Schüler die Frage mit „ja“ beantworten werden. Wünschenswert wäre es jedoch, wenn bereits einige Kinder bemerken, dass sich ihr Mathematikbild verändert hat. Ob dies eintrifft bleibt allerdings, mit Bezug auf die kurze Durchführungsdauer der Studie, fraglich.

Frage 5: *Kannst du dein Wissen über Mathematik auch in deiner Freizeit gebrauchen? Begründe.*

Hier kann eine Parallele zu Frage 5 des ersten Fragebogens gezogen werden. Es wird erneut der Realitätsbezug angesprochen, allerdings mit Forderung einer Begründung. Es ist anzunehmen, dass wiederum das Einkaufen als Beispiel dominieren wird. Zu hoffen ist, dass sich die Schülerinnen und Schüler durch die Modellierungsaufgaben neue Berührungspunkte von Mathematik und Realität zu Eigen machen.

Frage 6: *Gehören die folgenden Aufgaben zur Mathematik? Kreuze an.*

„Du willst 12 Kinder zu deinem Geburtstag einladen. Bekommt jeder einen Platz am Tisch?“ (Maaß 2009, 25)

Abbildung 3: Foto einer Bierzeltgarnitur

Quelle: http://www.bierbank-kiel.de/uploads/pics/Bierzeltgarnitur.jpg

„'Eine Million? Wie viel ist das, das kann ich mir nicht vorstellen', sagt ein Kind. Wie würdest du es erklären? Schreibe auf“ (Walther et al. 2009, 69).

Hier soll, ähnlich wie im ersten Fragebogen, ermittelt werden, welcher Differenzierungsgrad des Mathematikbildes der Kinder vorliegt. Die beiden Aufgaben können erneut dem Feld der Mathematik zugeordnet werden, die erste Aufgabe stammt von Maaß (2009) und wird als Einführungsaufgabe empfohlen.

Die zweite Aufgabe dient hingegen als Aufgabenbeispiel für eine vierte Klasse bei Walther et al. (2009). Durch den wiederholten Einsatz dieser Frage kann ermittelt werden, inwiefern sich das Mathematikbild der Schülerinnen und Schüler erweitert oder verändert hat. Es kann die Hypothese aufgestellt werden, dass alle Kinder in der Lage sind, die erste Aufgabe dem Bereich der Mathematik zuzuordnen, da sie den Aufgaben entspricht, die die Lernenden in den Tagen vor Beantwortung des Fragebogens bearbeiteten. Ob die zweite Aufgabe als Mathematikaufgabe eingeschätzt wird, ist fraglich, da die Kinder gebeten werden, etwas zu erklären und nicht zu rechnen, was für sie eher untypisch für Mathematik ist. Somit kann behauptet werden, dass ein großer Anteil der Schülerinnen und Schüler die Aufgabe nicht der Mathematik zuordnen wird.

Zusammenfassend soll der Einsatz der Fragebögen helfen, die Forschungsfragen beantworten zu können. Die bearbeiteten Fragebögen der Kinder können die mathematischen Sichtweisen der gesamten Klasse beleuchten. Um jedoch differenziertere Angaben von ausgewählten Schülerinnen und Schülern erhalten zu können, werden Interviews eingesetzt, deren Aufbau nun erläutert wird.

3.3.2 Interview

In der qualitativen Forschung wird zwischen verschiedenen Interviewformen unterschieden, zu denen das fokussierte, halbstandardisierte, problemzentrierte, ethnographische oder auch das Experten-Interview zählen (vgl. Flick 2007). Die hier entwickelten Interviews können der fokussierten Interviewform zugeordnet werden, die sich durch den Einsatz eines Reizes auszeichnet, dem der Interviewte vor Beginn des Interviews ausgesetzt wird. Im Rahmen dieses Unterrichtsversuchs werden die Reize durch die Fragebögen repräsentiert.

Es werden gezielt Interviews verwendet, um Lernende, die für die Beantwortung der Forschungsfragen interessant erscheinen, näher beschreiben zu können. Im Rahmen dieser Studie stellten sich zwei Schülerinnen auf Grund ihrer gegebenen Antworten im Fragebogen 1 als besonders interessant heraus, sodass sie nach der ersten Einführungsstunde und nach Beendigung der gesamten Einheit interviewt wurden. Dass es sich um zwei Mädchen handelte, war reiner Zufall. Das Geschlecht konnte anhand der Fragebögen zunächst nicht ermittelt werden, da lediglich Zahlen anstelle von Namen als Erkennung zur Verfügung standen. Die

Interviews und die dazugehörigen Transkripte können im Anhang eingesehen werden.

Die Interviews beinhalten jeweils vier Fragen, **Interview 1** wurde zu Beginn der Studie mit Kind Nr.15[8] und Kind Nr.16 durchgeführt und beinhaltet folgende Fragen:

Frage 1: *In dem Fragebogen, den ihr am Donnerstag beantwortet habt, war auch die folgende Frage: „Stell dir vor, ein Marsmännchen kommt auf die Erde. Wie würdest du ihm erklären, was Mathematik ist?“. Bitte beantworte die Frage jetzt noch einmal.*

Es wird von den Schülerinnen verlangt, die Frage erneut zu überdenken und zu beantworten. Dies ist sinnvoll, da die erste Beantwortung der Frage schriftlich verlief. Auch wenn sich die Schülerinnen bereits in der vierten Klasse befinden, so ist ihre Ausdrucksweise im Schriftlichen dennoch um einiges begrenzter als im Mündlichen. Das erneute Aufgreifen der Frage soll eine differenzierte Beantwortung ermöglichen.

Frage 2: *Weiterhin hast du den Satz angekreuzt, dass du Mathematik im späteren Leben brauchen wirst (Kind Nr.15) beziehungsweise dass du in Mathematik logisch denken musst (Kind Nr.16). Nenne mir bitte Beispiele dafür.*

Die Fragestellung innerhalb des Fragebogens liegt in Multiple-Choice Form vor. Die Kinder haben somit keine Möglichkeit, Begründungen oder Beispiele anzubringen. Weiterhin kann nicht festgestellt werden, ob die Lernenden das, was sie angekreuzt haben, wirklich verstanden haben. Das Aufgreifen innerhalb des Interviews soll diese Defizite ausräumen.

Frage 3: *Im Fragebogen hast du angekreuzt, dass die Frage, wie viele Schachteln Schokoküsse Max für seine Geburtstagsgäste kaufen muss, (nicht) zur Mathematik gehört. Warum? Denkst du jetzt auch noch so darüber?*

Hier soll die Möglichkeit geboten werden, das Ankreuzen zu begründen, was durchaus als interessant erscheint. Es kann ein differenzierteres Bild der Mathematik durch die Begründung entstehen.

[8] Die Bezeichnung der Kinder entspricht den Zahlen, mit denen sie ihre Fragebögen versehen haben.

Frage 4: *Wie würdest du die Schokokuss-Aufgabe lösen? Zur Erinnerung lese ich sie noch einmal vor: „Max will an seinem 8. Geburtstag mit seinen Gästen Schokoküsse essen. Wie viele Schachteln muss er mit seiner Mutter einkaufen?“*(Maaß 2009, 11).

Da das erste Interview zu Beginn der Studie durchgeführt wird, ist es interessant, einen möglichen Lösungsweg der Schülerinnen zu erfahren. Wie gehen sie mit der Offenheit der Frage um, ohne auf Erfahrungswerte zurückgreifen zu können?

Das **Interview 2** wurde nach Abschluss der Einheit mit denselben Schülerinnen durchgeführt und enthält diese Fragen:

Frage 1: *In dem Fragebogen, den ihr am Donnerstag beantwortet habt, war auch die folgende Frage: „Stell dir vor, du wärst der Lehrer einer ersten Klasse. Wie würdest du den Kindern deiner Klasse erklären, was Mathematik ist?“. Bitte beantworte die Frage jetzt noch einmal.*

Hier kann die Argumentation von Interview 1 übernommen werden. Weiterhin besteht die Möglichkeit, eine Veränderung beziehungsweise Weiterentwicklung innerhalb der Erklärungen festzustellen.

Frage 2: *In den letzten zwei Wochen hast du Modellierungsaufgaben kennengelernt. Was versteht man unter Modellierungsaufgaben? Nenne ein Beispiel.*

Diese Frage greift das für die Schülerinnen und Schüler neue Aufgabenformat auf und soll zeigen, ob die Kinder den Begriff „Modellierungsaufgaben“ zuordnen können. Des Weiteren kann die Frage Aufschluss darüber gewähren, ob die Lernenden generell das neue Aufgabenformat verstanden haben.

Frage 3: *In dem Fragebogen war auch die folgende Aufgabe: „Du willst 12 Kinder zu deinem Geburtstag einladen. Bekommt jeder einen Platz am Tisch?“*(Maaß 2009, 25). *Ich zeige dir nun noch einmal das dazugehörige Bild. Wie würdest du die Aufgabe lösen?*

Das zweite Interview wurde, wie bereits erwähnt, nach Abschluss der gesamten Einheit durchgeführt. Nun wächst das Interesse zu erfahren, inwiefern die

Schülerinnen in der Lage sind, Modellierungsaufgaben angemessen zu lösen und wie sich die möglichen Lösungen der Schülerinnen verändert haben.

Frage 4: *Denkst du noch genauso über Mathematik wie vor zwei Wochen? Warum/Warum nicht?*

Diese Frage wird erneut aufgegriffen, um es den Schülerinnen noch einmal zu ermöglichen, sich mit dieser schwierig zu beantwortenden Frage auseinanderzusetzen. Mögliche Bedenken oder Verständnisschwierigkeiten können innerhalb der Interviewsituation ausgeräumt werden. Weiterhin kann die Interviewerin den Schülerinnen helfen, eine Begründung zu formulieren.

Die Erhebung der Daten soll allerdings nicht nur anhand der Fragebögen sowie der Interviews erfolgen. Eine zusätzliche Methode stellt die Hospitation dar, die im Folgenden beschrieben wird.

3.3.3 Hospitation

Im Rahmen dieser Studie verbrachte ich zwei Wochen in der ausgesuchten Klasse. In dieser Zeit konnte ich die Kinder und ihr Verhalten beobachten. Die Hospitation soll Aufschluss über die Schülerinnen und Schüler und ihr Denken, insbesondere bezogen auf das Fach Mathematik, geben. Es sei jedoch auf die außerordentliche Subjektivität dieser Erhebungsmethode hingewiesen, die bei den Beobachtungen immer einen Faktor darstellt, der bewusst gemacht und mit einbezogen werden muss. Vieles, was in der Zeit auffällig war, kann in der Lerngruppenbeschreibung des Abschnittes 4.2 nachgelesen werden. Meine Beobachtungen wurden durch Gespräche mit der Klassenlehrerin bestätigt und mit Hintergrundinformationen versehen.

3.4 Auswertungsmethoden

Nachdem die Daten mithilfe der unterschiedlichen Methoden erhoben wurden, konnten sie interpretiert werden und somit eine Beantwortung der Forschungsfragen stattfinden.

Zunächst gaben in Kapitel 5.1 die beantworteten ersten Fragebögen Aufschluss über die Beliefs und Aspekte mathematischer Weltbilder der Kinder. Die Ergebnisse wurden einzeln betrachtet und zwei interessante Schülerinnen ausgesucht, die im weiteren Verlauf interviewt wurden. Beispielsweise die

Antwort von Kind Nr.15 zu Frage 2 des ersten Fragebogens repräsentiert die Mehrheit der gegebenen Antworten. Kind Nr.16 fällt bei dieser Frage aus dem Rahmen und steht für die selteneren Antworten. Auch bezüglich der sechsten Frage des ersten Fragebogens unterscheiden sich die Antworten der beiden Schülerinnen, da Kind Nr.15 die gegebene Modellierungsaufgabe der Mathematik zuordnet, Kind Nr.16 jedoch nicht.

Der zweite Fragebogen, der im Verlauf der Studie konstruiert wurde, bot in Kapitel 5.2 erneut Einsichten, die zunächst einzeln interpretiert und anschließend mit den Antworten aus dem ersten Fragebogen in Kapitel 5.3 verglichen wurden. Die einzelnen, beantworteten Fragebögen wurden untereinander verglichen, um die Beliefs voneinander abgrenzen oder Gemeinsamkeiten feststellen zu können.

Um nicht ausschließlich breitgefächerte Ergebnisse festzuhalten, wurden zwei Schülerinnen aufgrund der Antworten innerhalb der ersten Fragebögen ausgesucht, die an zwei Interviews teilnahmen. Diese Teilnahme sollte eine detaillierte Beschreibung zweier Fälle und die Auseinandersetzung mit der Hauptfrage dieser Arbeit auf individueller Basis ermöglichen.

Nachdem die beiden Schülerinnen aufgrund der Fragebögen jeweils einer Beliefsrichtung zugeordnet wurden, interessierte, ob sich diese Zuordnung in den Interviewangaben wiederfinden ließ und somit statischer Natur ist oder ob sich die Beliefs änderten und somit dynamisch sind.

Um anhand der Interviews Beliefs ausmachen zu können, wurden die angefertigten Transkripte theoretisch kodiert. „Ziel des theoretischen Kodierens ist das Aufbrechen des Textes durch Kodieren, um hierdurch ein tieferes Verständnis für die Inhalte zu erlangen“ (Maaß 2004, 139). Nachdem also einzelnen Textabschnitten sogenannte Kodes zugeordnet wurden, die den jeweiligen Inhalt beschreiben, wurden diese wiederum zu unterschiedlichen Kategorien zusammengefasst.

Weiterhin kann den Hospitationen eine Rahmenfunktion zugeschrieben werden, da diese die erhobenen Daten vervollständigen und einen ganzheitlichen Blick ermöglichen.

4. Praktische Umsetzung

4.1 Übersicht des Unterrichtsversuchs

Stunde	**Thema der Stunde**	**Zielsetzung/angestrebter Kompetenzzuwachs**
1. & 2. Stunde	Auseinandersetzung mit der mathematischen Sichtweise der Kinder durch einen Fragebogen und Einführung in mathematisches Modellieren.	Die Schülerinnen und Schüler setzen sich selbstständig mit ihrer mathematischen Sichtweise durch Beantwortung eines Fragebogens auseinander, indem sie sich auf ihr bisheriges Wissen beziehen. Anschließend lernen sie mathematisches Modellieren durch handelndes Lösen einer Modellierungsaufgabe kennen.
3. & 4. Stunde	Fortsetzung der Einführungsarbeit durch Ausdenken eigener Modellierungsaufgaben und Bearbeitung der „Der Große Fuß"-Aufgabe.	Die Schülerinnen und Schüler lernen mathematisches Modellieren durch das Ausdenken eigener Aufgaben aus einer anderen Perspektive kennen und modellieren einen Sachkontext unter Einbeziehung von Größenvorstellungen.
5. & 6. Stunde	Thematisierung des Begriffs „Modellierungsaufgaben" und Bearbeitung der „Der Stau"-Aufgabe.	Die Schülerinnen und Schüler erfahren den Begriff des Aufgabenformats und können diesen in ihr mathematisches Weltbild integrieren. Weiterhin modellieren sie unter Verwendung der Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division im Zahlenraum bis 10.000.
7. Stunde	Wiederholte Auseinandersetzung mit der mathematischen Sichtweise der Kinder durch einen abschließenden Fragebogen.	Die Schülerinnen und Schüler setzen sich erneut mit ihrer mathematischen Sichtweise auseinander und erkennen womöglich Veränderungen.

Tabelle 2: Übersicht des Unterrichtsversuchs

Der Verlauf der Einheiten orientiert sich an der bereits erwähnten Gliederungsempfehlung von Maaß (2009), wie auch in den Verlaufsplänen ersichtlich wird, die sich im Anhang dieser Arbeit befinden.

4.2 Lerngruppe

Wird die Lerngruppe allgemein betrachtet, lässt sich folgendes anmerken: Die vierte Klasse, in der ich meine Studie durchführte, bestand aus insgesamt 25 Kindern und setzte sich aus 12 Jungen sowie 13 Mädchen zusammen. Das jüngste Kind wurde während meiner Zeit in der Klasse neun Jahre alt, das älteste Kind war hingegen bereits zehn und wurde zwei Monate später 11 Jahre alt. Auffallend war der geringe Anteil von Kindern mit Migrationshintergrund, da lediglich eine Schülerin diesen aufwies. Der soziale Hintergrund der Kinder kann laut Klassenlehrerin im Durchschnitt als bildungsfern beschrieben werden.

Findet eine Befassung mit dem speziellen Lernstand der Kinder statt, sind folgende Aspekte, die auf Aussagen der Klassenlehrerin sowie eigenen Beobachtungen basieren, nennenswert: Die Selbstständigkeit der Klasse ist als eher schlecht einzustufen, was sich unter anderem durch ständiges Nachfragen der Kinder bemerkbar macht. Als eine Ursache kann die übertriebene Behütung durch einige Eltern gesehen werden, die ihre Kinder verwöhnen und nicht bemerken, wie unselbstständig diese dadurch werden. Die Kooperationsfähigkeit hingegen kann als altersgemäß beschrieben werden. Die Gruppenarbeit, die häufig mit dem Bearbeiten von Modellierungsaufgaben einhergeht, da das Modellieren unweigerlich Kommunikation und Argumentation beinhaltet (vgl. Blum & Borromeo Ferri 2009), ist den Lernenden bekannt, wird jedoch nur selten angewandt.

Zu einem durchschnittlichen Klassenbild gehört es, dass es auffällige Kinder gibt, was auch auf diese Klasse zutrifft. Im Folgenden sollen die auffälligen Schülerinnen und Schüler kurz beschrieben werden, um ein ganzheitliches Bild der Klasse zu erlangen. Zu den auffälligen Kindern gehört Manuel[9], der seit über einem Jahr mit Ritalin[10] behandelt wird. Wenn er seine Medikamente nicht genommen hat, zeigt er ein aufgedrehtes Verhalten, was auf seine Mit-

[9] Der Name dieses Kindes sowie der folgenden Kinder wurde aus Anonymitätsgründen geändert.

[10] Der Handelsname bezeichnet Methylphenidat, ein „indirekt wirkendes Sympathomimetikum bzw. Psychostimulans; Verw.: beim Aufmerksamkeitsdefizitsyndrom u. Narkolepsie; wegen Mißbrauchs der Betäubungsmittel-Verschreibungsverordnung unterstellt“ (Pschyrembel 1998, 1017).

schülerinnen und Mitschüler oft befremdlich wirkt. Weiterhin auffällig ist Max, dem es bei „normaler“ Intelligenz nicht gelingt, angefangene Dinge zu Ende zu führen. Als Beispiel sei hier eine Mathematikaufgabe oder aber das Aufschreiben der Hausaufgaben zu nennen. Auch hier können laut der Klassenlehrerin die extreme Vorsicht und das damit verbundene Überbehüten der Mutter als Ursachen angeführt werden. Ebenfalls auffällig ist Moritz, der ein enormes Darstellungsbedürfnis aufweist. Mögliche Erklärungen können in der Tatsache gefunden werden, dass Moritz Einzelkind ist und in seinem Elternhaus die gesamte Aufmerksamkeit der Eltern, Großeltern und anderen Familienangehörigen genießt. Die Schülerin Daniela fällt seit Beginn des Schuljahres durch anstrengendes und lautes Verhalten auf, dessen Ursachen weder mir noch der Klassenlehrerin bekannt sind. Paula weist Probleme bei der Sprachentwicklung auf und befindet sich seit einiger Zeit in logopädischer Behandlung. Von ihren Eltern wird sie sehr gefordert, wenn nicht überfordert, was oftmals zu Unsicherheiten ihrerseits führt.

Da diese Arbeit im Fach Mathematik angefertigt wird, schließt sich nun verständlicherweise eine Betrachtung der mathematischen Leistungen der Klasse an. Diese können im Vergleich mit anderen vierten Klassen insgesamt im Mittelfeld konstatiert werden. Nach Aussagen der Klassenlehrerin existiert innerhalb der Klasse ein breites Feld leistungsstarker sowie leistungsschwacher Schülerinnen und Schüler, das Mittelfeld an sich weise lediglich wenige Kinder auf. Die Leistungen von 11 Kindern können als gut beschrieben werden, sechs Kinder hingegen zeigen schlechte Leistungen. Unter den sechs Kindern befindet sich Frauke, bei der ein Verdacht der Dyskalkulie[11] vorliegt. Die Mutter nimmt die Möglichkeit einer ärztlichen Untersuchung zur etwaigen Erhebung der Diagnose Dyskalkulie nicht wahr, da sie keine therapeutischen Vorteile in Form einer zusätzlichen Betreuung oder Ähnlichem sieht. Weiterhin anzumerken ist, dass fünf Kinder den Mathematikförderunterricht besuchen, unter denen sich auch das oben beschriebene Mädchen Paula befindet.

Für diese Arbeit sind des Weiteren die Vorerfahrungen der Klasse bezüglich der Modellierungsaufgaben relevant. Diese sind nicht vorhanden, sodass die geplante

[11] „Rechenschwäche, Dyskalkulie, Leistungsversagen beim Rechnen, das bei einem sonst durchschnittl. bis überdurchschnittl. Leistungsniveau des Schülers auftritt; die Gründe sind nicht immer in einem speziellen Begabungsmangel zu suchen“ (Brockhaus 1992, 141).

Einführung tatsächlich für alle Lernenden eine Einführung darstellt. Zudem rechnet die Klasse noch im Zahlenraum bis 1000.

4.3 Modellierungsaufgaben

Bestandteil des Unterrichtsversuchs waren die Modellierungsaufgaben „Die Rutsche“ (Maaß 2009), „Der große Fuß“ (Lesh & Doerr 2003) sowie „Der Stau“ (Maaß 2009). Aus diesem Grund sollen die drei Aufgaben im Folgenden stoffdidaktisch analysiert werden sowie ihre Durchführung in der Klasse beschrieben und reflektiert werden. Zunächst findet eine Beschäftigung mit der „Die Rutsche“-Aufgabe statt.

4.3.1 „Die Rutsche“

4.3.1.1 Stoffdidaktische Analyse

Die stoffdidaktische Analyse orientiert sich sowohl bei dieser als auch bei den folgenden Aufgaben an dem unter 2.3.2 beschriebenen Modellierungskreislauf mit Beachtung des Einwandes von Frau Prof. Dr. Borromeo Ferri. Es empfiehlt sich, die Aufgaben in den Schritten a) bis f) zu analysieren (vgl. Tenz 2010).

a) Reale Situation:

Passen alle Kinder der Klasse auf die Rutsche des Pausenhofs?

b) Mentale Situationsrepräsentation (Borromeo Ferri):

Die Lernenden stellen sich die Rutsche bildlich vor und überlegen, wie groß sie im Verhältnis zu der Rutsche sind beziehungsweise wie viel Platz sie auf der Rutsche jeweils einnehmen würden.

c) Reales Modell:

Die Kinder ermitteln die Länge der Rutsche und den Platz, den sie jeweils auf der Rutsche einnehmen würden. Es muss bedacht werden, ob sich die Schülerinnen und Schüler auf die Rutsche legen und somit viel Platz einnehmen oder ob sie sich so klein wie möglich machen. Der jeweilige Körperbau ist ebenfalls ausschlaggebend.

d) Mathematisches Modell:

Die Aufgabe ermöglicht es, ein mathematisches Modell durch verschiedene Möglichkeiten zu erstellen. Eine Möglichkeit besteht darin, dass die Kinder ihren Platz auf der Rutsche schrittweise aufaddieren, bis die Länge der Rutsche erreicht ist. Vereinfachend kann der jeweilige Platz auf der Rutsche beispielsweise mit zwei multipliziert werden, bis die Rutschenlänge erreicht ist. Weiterhin bietet es sich an, dass die Kinder die Länge der Rutsche durch ihren Platz auf der Rutsche dividieren, um so ein Ergebnis zu erhalten.

e) Mathematische Resultate:

Diese können je nach Körperbau der Lernenden variieren. Es ist anzunehmen, dass ein Kind im Durchschnitt etwa 30 Zentimeter auf der Rutsche einnimmt, wenn es sich kleinmacht. Bei einer angenommenen Rutschenlänge von sieben bis acht Metern bedeutet dies:

$700/30 \approx 23{,}3333 \quad 800/30 \approx 26{,}6666$

Die Zahl 700 resultiert aus der Umrechnung der oben erwähnten sieben Metern in 700 Zentimeter, damit diese mit den 30 Zentimetern verrechnet werden können, die den durchschnittlichen Platz eines Kindes auf der Rutsche repräsentieren. Gleichermaßen lässt sich das Erscheinen der Zahl 800 in obiger Rechnung erklären. Das Ergebnis kann also bei sinnvoller Rundung lauten, dass 23 bis 27 Kinder auf die Rutsche passen. Da die Klassenstärke 25 Kinder beträgt, hängt die positive beziehungsweise negative Beantwortung der Frage von dem Körperbau der Kinder sowie der Position auf der Rutsche ab.

f) Reale Ergebnisse:

Alle Kinder der Klasse passen auf die Rutsche, wenn sie sich eng aneinanderreihen.

Die Modellierungsaufgabe „Die Rutsche“ weist einen hohen Bezug zur Gegenwart auf. Wie in den obigen Schritten a) bis f) gezeigt wurde, kann die Aufgabe mit Hilfe von Mathematik gelöst werden. Weiterhin besteht die Möglichkeit, die Aufgabe durch eigenständiges Handeln zu lösen, indem sich die Lernenden auf die Rutsche des Pausenhofs begeben und ausprobieren, wie viele

Kinder der Klasse darauf Platz haben. Wird diese handelnde Lösung bevorzugt, sollte bedacht werden, dass das erste Kind auf der Rutsche einen Großteil des Gewichts der restlichen Kinder tragen muss. Das bedeutet, dass ein möglichst starkes Kind als erstes die Rutsche betreten sollte und das Ausprobieren zügig vorangehen sollte. Das handelnde Vorgehen ist besonders sinnvoll, wenn eine Gruppe damit beginnt, Modellierungsaufgaben zu bearbeiten, da der Zugang erleichtert wird und eine Vorbereitung auf nachfolgende Modellierungsaufgaben stattfinden kann. Darin liegt auch eine Differenzierungsmöglichkeit der Aufgabe. Weiterhin kann der Einsatz der Aufgabe durch die Bildungsstandards beziehungsweise „Das neue Kerncurriculum für Hessen“ begründet werden, in denen das Modellieren eine der allgemeinen Kompetenzen darstellt (vgl. Hessisches Kultusministerium 2010, KMK 2004). Zudem kann die Aufgabe den Inhaltsfeldern „Raum und Form“ und „Größen und Messen“ (Hessisches Kultusministerium 2010, 20) zugeordnet werden, da sie sich unter anderem mit der „Entwicklung räumlichen Vorstellungsvermögens“ (Raum und Form) und „Größenvorstellungen“ (Größen und Messen) beschäftigt (Hessisches Kultusministerium 2010, 20). Diese sowie die folgenden zwei Aufgaben fordern von den Schülerinnen und Schülern einen gewissen Grad an Selbstständigkeit. Innerhalb der Lerngruppenbeschreibung wurde bereits erwähnt, dass die Selbstständigkeit der untersuchten Klasse als eher schlecht eingestuft werden kann, sodass hier eine Herausforderung an die Lernenden herangetragen wird.

4.3.1.2 Durchführung

Die oben beschriebene Aufgabe war Bestandteil der ersten Einheit (Stunde 1 & 2) des Unterrichtsversuchs, deren Verlaufsplan im Anhang dieser Arbeit zu finden ist. Es sei darauf hingewiesen, dass die tatsächliche Durchführung dieser sowohl der folgenden Einheiten in manchen Punkten von dem geplanten Ablauf abweicht, wie im Folgenden ersichtlich wird. Zu den Zielen der ersten Einheit zählt, dass sich die Kinder mit ihrer eigenen mathematischen Sichtweise beschäftigen. Weiterhin sollen sie ein neues Aufgabenformat, die Modellierungsaufgaben, kennenlernen und ihre mathematische Sichtweise durch die Einführung von Modellierungsaufgaben erweitern. Ob diese Erweiterung zunächst unbewusst oder bereits bewusst stattfindet, ist nebensächlich. Des Weiteren sollen die Lernenden durch die „Die Rutsche“-Aufgabe einen möglichen Realitätsbezug der Mathematik kennenlernen.

Um die zu dem Anfangszeitpunkt der Studie vorherrschende mathematische Sichtweise der Kinder unverfälscht festhalten zu können, begann die Einheit mit dem Ausfüllen des Fragebogens[12]. Auf die anschließend geplante Auflockerungsphase konnte verzichtet werden, da die Schülerinnen und Schüler noch voll konzentriert waren.

Im Anschluss an den Fragebogen wurde die Tafel aufgeklappt, die mit drei Mathematikaufgaben versehen worden war[13]. Den Kindern wurde erklärt, dass sie diese Aufgaben rechnen sollten. Besonders interessant sei dabei nicht nur das Ergebnis, sondern auch der Rechenweg. Eine Schülerin behauptete, dass sie solche Aufgaben nicht kenne und somit noch nicht gemacht habe. Die Aussage wurde jedoch von ihrer Sitznachbarin entkräftet, die lautstark entgegnete: „Na klar haben wir das schon gemacht, bis 1000“.

Nachdem die Lernenden die Aufgaben berechnet hatten, wurde zunächst jeweils ein Kind an die Tafel gebeten, um den Rechenweg und die Lösung zu notieren. Noch während die Kinder schrieben, meldete sich ein Schüler, der auf den Lösungsweg der Kastanien-Aufgabe eines Schülers sehr irritiert reagierte: „Das habe ich aber ganz anders gemacht!“. Diese Aussage spielte genau den Aspekt an, der den Schülerinnen und Schülern sichtbar gemacht werden sollte, nämlich dass es sich bei den Aufgaben um solche handelt, die zwar mehrere Lösungswege haben können, das Ergebnis jedoch stets eindeutig bleibt. Es durfte also zu jeder Aufgabe ein weiteres Kind einen anderen Rechenweg an die Tafel schreiben. Anschließend wurde die Frage gestellt: „Was fällt euch denn auf, wenn ihr die Aufgaben anschaut?“. Eine Schülerin bemerkte, dass die Aufgaben unterschiedlich lang seien, da sie verschiedene Lösungswege aufweisen. Als das Ergebnis angesprochen wurde, merkte die Schülerin sofort an, dass dieses trotz unterschiedlicher Lösungswege selbstverständlich immer gleich sei und es somit nur ein Ergebnis gäbe.

Diese Aussage wurde zum Anlass genommen, um auf die „Schokokuss“-Aufgabe zu sprechen zu kommen, die die Lernenden aus dem Fragebogen kannten. Im Interessenzentrum stand die Frage, wie es denn bei dieser Aufgabe mit dem Ergebnis aussähe. Die Meinungen gingen auseinander. Ein Schüler äußerte, dass es verschiedene Ergebnisse geben könne, wurde aber von einem anderen Schüler

[12] Der Fragebogen befindet sich im Anhang.
[13] Die Idee stammt aus der Examensarbeit von Ronja Tenz. Die hier verwendeten Aufgaben können im Anhang nachgeschlagen werden.

unterbrochen, der behauptete, man könne die Aufgabe gar nicht berechnen, da man nicht wisse, wie viele Kinder auf den Geburtstag kommen. Wir hielten gemeinsam fest, dass man verschiedene Dinge festlegen/vermuten/annehmen muss, um diese Aufgabe lösen zu können. Daraus folgt, dass es mehrere Lösungswege und Ergebnisse gibt.

Im weiteren Verlauf der Stunde wurde den Lernenden erklärt, dass wir uns nun mit einer Aufgabe beschäftigen würden, bei der man verschiedene Sachen annehmen muss und die unterschiedliche Ergebnisse aufweisen kann.

„Ich möchte nun nämlich ein Foto von euch machen, aber nicht hier im Klassenzimmer, sondern draußen auf der Rutsche.“ Diese Aussage leitete die „Die Rutsche“-Aufgabe ein und wurde zunächst von freudigem Lachen und Aufregung begleitet. Als gefragt wurde, ob denn alle Kinder auf die Rutsche passen würden, kam zunächst eine Frage auf: „Meinst du jetzt nur den vorderen Teil zum Rutschen oder auch die anschließende Überdachung aus Holz, wo man anfängt zu rutschen?“. Nachdem geklärt wurde, dass alle Kinder auf den vorderen Teil der Rutsche passen sollten, waren sich die Kinder weitestgehend einig: „Ja, da passen wir drauf!“. Eine Schülerin nannte die Bedingung, dass sich alle ziemlich quetschen müssten, ein weiterer Schüler war ebenfalls der Meinung, dass sich alle Kinder ganz klein machen müssten. Weiterhin stellte eine Schülerin fest, dass alle Klassenkameradinnen und Klassenkameraden im Vergleich zu den Lehrkräften noch relativ klein seien, sodass es passen müsste. Die Vermutungen sollten jedoch keine Vermutungen bleiben, sodass wir uns gemeinsam auf den Weg zur Rutsche begaben. Die Kinder glitten langsam einer nach dem anderen die Rutsche hinunter und reihten sich hintereinander auf. Nachdem sich ungefähr fünf Kinder auf der Rutsche befanden, fingen bereits die Ersten an zu stöhnen und beschwerten sich über die Enge und das angebliche Drücken der restlichen Kinder. Die Beschwerden machten auf ein Problem aufmerksam, das bedacht, aber für relativ harmlos befunden worden war, da die Einwendungen der Kinder eher auf lustiger Ebene stattfanden. Das Gewicht aller Lernenden drückte auf die Schülerinnen und Schüler, die zuerst gerutscht waren. Damit sich die Verweildauer der Kinder auf der Rutsche in Grenzen hielt, wurde schnell ein Foto[14] gemacht.

[14] Das Foto wurde aus Anonymitätsgründen aus dem Anhang entfernt.

Nach der Ablichtung der Handlung kamen die Schülerinnen und Schüler im Kreis im Klassenzimmer zusammen. Es ergab sich die Frage, ob denn alle Kinder auf der Rutsche Platz gefunden hatten. Die Aufregung der Lernenden spiegelte sich in wildem Durcheinanderreden wider, sodass sie daran erinnert werden mussten, dass sich alle Kinder melden sollten, aber nur jeweils ein Kind reden darf. Die Frage wurde erneut gestellt und ein Schüler beantwortete sie wie folgt: „Ja, aber nicht lange. Nur 15 Sekunden oder so". Wir hielten fest, dass die Zeitdauer die Beantwortung der Frage nicht beeinflusst. Weiterhin beschwerten sich die Kinder erneut, dass es sehr eng gewesen sei. Daraufhin wurde die Äußerung einer Schülerin vor der Erprobung aufgegriffen, dass es gelingen kann, wenn sich alle „quetschen". Die Schülerin hatte Recht behalten. Eine weitere Schülerin kam darauf zu sprechen, dass es aber nicht gepasst hätte, wenn die beiden Lehrerinnen ebenfalls auf die Rutsche gemusst hätten. Die Anzahl der Personen wurde somit neben der Körperhaltung in den Vordergrund gerückt. Die Frage, ob die Durchführung mit den gesamten Lehrerinnen und Lehrern der Schule geklappt hätte, wurde bejaht, da ein Schüler der Meinung war, dass es nur etwa zehn Lehrkräfte seien. Als die Annahme geäußert wurde, es seien genauso viele Lehrerinnen und Lehrer wie Kinder in der Klasse, waren sich die Lernenden einig, dass diese niemals auf die Rutsche gepasst hätten. Dadurch wurde der Körperbau der Kinder mit dem Körperbau der Erwachsenen verglichen.

Die Stunde wurde mit dem Ausblick beendet, dass in der nächsten Stunde erneut solch spezielle Aufgaben behandelt werden würden, was bei einigen Kindern zu einem vorfreudigen „Jaaaa!" führte.

4.3.1.3 Reflexion der Aufgabe „Die Rutsche"

Wie bereits in dem Abschnitt 4.3.1.2 erwähnt wurde, gliedern sich die Ziele der Einheit unter anderem wie folgt auf: Die Kinder sollen sich mit ihrer eigenen mathematischen Sichtweise beschäftigen. Weiterhin sollen sie ein neues Aufgabenformat, die Modellierungsaufgaben, kennenlernen und ihre mathematische Sichtweise durch die Einführung von Modellierungsaufgaben erweitern. Des Weiteren sollen die Kinder durch die „Die Rutsche"-Aufgabe einen möglichen Realitätsbezug der Mathematik kennenlernen. Inwiefern die oben beschriebene Einheit zur Erreichung der Ziele beigetragen hat, soll die nun folgende Reflexion darlegen.

Statt wie geplant um 8 Uhr 30 begann ich die Einheit um 10 Uhr 35, da die Klasse zunächst noch Sportunterricht hatte und die Klassenlehrerin anschließend organisatorische Dinge besprechen musste. Die ersten drei Phasen (Begrüßung, Hinführung zum Thema 1, Organisation 1) verliefen wie geplant. Die Arbeitsphase 1 dauerte fünf Minuten kürzer als geplant, da alle Schülerinnen und Schüler bereits nach 20 Minuten ihren Fragebogen bearbeitet hatten. Nichtsdestotrotz bot sich den Lernenden durch die Bearbeitung der Fragebögen die Möglichkeit der Auseinandersetzung mit ihrer mathematischen Sichtweise.

Anzumerken ist hier, dass meine Planung keine didaktische Reserve für schnelle Lernende beinhaltete. Ich ging davon aus, dass die fertigen Kinder ohne Verursachung allzu großer Unruhe auf die restlichen Lernenden warten könnten. Die Realität zeigte, dass dies lediglich teilweise zutraf. Die „schnellen“ Kinder warteten zwar, der Lärmpegel stieg jedoch hörbar an. Für die Durchführung des zweiten Fragebogens zog dies die Überlegung einer didaktischen Reserve nach sich.

Die Auflockerungsphase konnte, wie bereits in Abschnitt 4.3.1.2 erwähnt, vernachlässigt werden, da die Schülerinnen und Schüler in der vorigen Doppelstunde im Fach Sport sowie der darauffolgenden großen Pause ihre überschüssige Energie freisetzen konnten.

Meine Befürchtung, dass die Arbeitsphase 3 durch einen Mangel an Meldungen geprägt sei, wurde glücklicherweise nicht bestätigt, da sich viele Kinder beteiligten. Die Arbeitsphase 3 diente der Sensibilisierung der Lernenden für die Vielfalt der Aufgabentypen und der Tatsache, dass sich ihre Beschäftigung bisher auf Aufgaben beschränkte, die durch mehrere Lösungswege zu einem eindeutigen Ergebnis führen. Ausnahmen bilden hier beispielsweise Aufgaben nach folgendem Schema: $\boxed{} < 986$. Hier gibt es mehrere Möglichkeiten, eine Zahl in das Kästchen einzutragen, die kleiner als 986 ist.

Die Diskussion, die in der Erarbeitungsphase entstand, machte auf das fehlende Vorwissen der Lernenden bezüglich der Modellierung aufmerksam und verdeutlichte, dass einige Kinder die Offenheit der Aufgabe als Anlass nahmen, diese als nicht lösbar einzuschätzen. Dies sollte keineswegs als negativ gewertet werden, sondern vielmehr als Chance gesehen werden, den Kindern tatsächlich ein neues Aufgabenformat von Beginn an beibringen zu können. Das Ziel dieser Einheit, die

Kinder an ein neues Aufgabenformat heranzuführen, konnte somit erreicht werden. Als interessant kann die Frage eines Kindes, welcher Teil der Rutsche gemeint sei, angesehen werden. Die Frage ist durchaus berechtigt, da sowohl der Teil zum Rutschen als auch der hintere Teil das Gesamtbild einer Rutsche ausmachen.

Der unaufdringliche mathematische Charakter der „Die Rutsche“-Aufgabe ermöglichte es, die Lernenden zunächst unbewusst zu mathematischen Überlegungen anzuspornen. Es musste herausgefunden werden, ob alle Kinder der Klasse für das Foto auf die Rutsche passten. Ein Problem, das nicht gestellt wirkte, da es in der entsprechenden Situation ein tatsächliches Problem darstellte. Somit konnte ein möglicher Realitätsbezug der Mathematik an die Kinder herangetragen werden. Weiterhin beinhaltet die Möglichkeit der handelnden Lösung eine Erleichterung seitens der Bearbeitung und Lösung der Aufgabe, sodass die „Die Rutsche“-Aufgabe eine sinnvolle Einführungsaufgabe zur Modellierung darstellte.

Die Ergebnissicherung half den Lernenden bei der Reflexion der Aufgabe, sodass sich bereits ein gewisses Bewusstsein für die Modellierungsaufgaben entfalten konnte. Es zeigte sich, dass sich die Schülerinnen und Schüler auf das ihnen neue Aufgabenformat einließen. Jedoch hätte der mathematische Aspekt der Aufgabe eventuell noch einmal aufgegriffen werden sollen, da zu dem Zeitpunkt nicht klar war, ob dieser allen Kindern tatsächlich bewusst geworden ist. Ob sich die Einführung anhand der „Die Rutsche“-Aufgabe letztendlich dazu eignet, die mathematische Sichtweise der Kinder zu erweitern, kann nur vermutet werden. Es ist allerdings anzunehmen, dass den Lernenden durch die Heranführung an ein neues Aufgabenformat mit Realitätsbezug bewusst geworden ist, dass der Begriff Mathematik mehr umfasst, als sie bis zu diesem Zeitpunkt dachten.

Dass es sich bei der „Die Rutsche“-Aufgabe um eine Einführungsaufgabe handelt wird insbesondere deutlich, wenn die folgende „Der große Fuß“-Aufgabe im Zentrum der Betrachtung steht.

4.3.2 „Der große Fuß“

4.3.2.1 Stoffdidaktische Analyse

Auch hier findet eine stoffdidaktische Analyse anhand der Schritte a) bis f) statt.

a) *Reale Situation:*
   Wie groß ist der Dieb?

b) Mentale Situationsrepräsentation (Borromeo Ferri):

Die Lernenden betrachten den Fußabdruck[15] und vergleichen ihn mit anderen Fußabdrücken, beispielsweise ihren eigenen. Anschließend machen sie sich die Proportionalität zwischen Körpergröße und Fußlänge zu Nutzen, schließen von ihrer Schuhgröße auf ihre Körpergröße und übertragen dies auf den Dieb, sodass sich die Entwicklung eines mentalen Bildes des Diebes vollziehen kann.

c) Reales Modell:

Die Kinder ermitteln ihre Schuhgröße beziehungsweise Fußlänge sowie ihre Körpergröße. Weiterhin wird der Fußabdruck ausgemessen. Es muss bedacht werden, dass es Menschen mit großen sowie kleinen Füßen gibt, genauso wie geschlechtsspezifische Unterschiede.

d) Mathematisches Modell:

Diese Aufgabe ermöglicht es ebenfalls, ein mathematisches Modell durch verschiedene Möglichkeiten aufzustellen. Zum einen können die Lernenden an ihr Weltwissen anknüpfen und die Größe des Fußabdrucks mit der Schuhgröße von ihnen bekannten Leuten vergleichen, sodass anschließend die Körpergröße übertragen werden kann. Zum anderen besteht die Möglichkeit, die eigene Schuh- und Körpergröße als Ausgangspunkt zu nehmen, worauf eine Verrechnung des Unterschieds folgen kann.

e) Mathematische Resultate:

Diese können je nach Körperbau und Schuhgröße der Schülerinnen und Schüler oder der Personen, auf die sie sich beziehen, variieren. Es ist anzunehmen, dass ein Kind zu Beginn der vierten Klasse durchschnittlich etwa 1,36m bis 1,46m[16] groß ist und die Schuhgröße 32 bis 40 besitzt. Um nun ein mathematisches Resultat zu erlangen, wird eine Verhältnisgleichung bezüglich der eigenen Körpermaße und denen des Diebes aufgestellt (vgl. Blum & Borromeo Ferri 2009). Ein Beispiel kann wie folgt lauten:

---

[15] Um eine Veranschaulichung der Aufgabe zu ermöglichen, habe ich zwei Fußabdrücke hergestellt, deren Foto im Anhang eingesehen werden kann. Die entsprechende Schuhgröße wurde den Kindern nicht mitgeteilt.

[16] Diese Werte beziehen sich auf die Perzentilkurven von Kromeyer-Hauschild, Wabitsch, Kunze et al. (2001) gefunden auf http://www.eduhi.at/dl/Perz.Kromeyer_Hauschild.pdf (Aufruf 13.10.2011).

$$x/1{,}41=43/36$$

Das x steht für die gesuchte Körpergröße des Diebes, die Zahl 1,41 repräsentiert die durchschnittliche Körpergröße eines Kindes in der vierten Klasse. Die Zahl 43 stellt die Schuhgröße des Diebes in diesem Fall dar, mit 36 wird die durchschnittliche Schuhgröße eines Kindes in der vierten Klasse beschrieben.

Die Auflösung der Gleichung kann folgendermaßen nachvollzogen werden:

$x/1{,}41\approx1{,}1944 \quad | \quad \cdot1{,}41$

$x\approx1{,}6842$

Der hier aufgestellten Gleichung zufolge besitzt der Dieb eine sinnvoll gerundete Körpergröße von 1,68 Metern, was durchaus denkbar wäre. Es ist anzumerken, dass eine Rechnung von Grundschulkindern voraussichtlich in den Ausführungen variiert.

f) Reale Ergebnisse:

Der Dieb besitzt eine ungefähre Körpergröße von 1,68 Metern.

Die Modellierungsaufgabe „Der große Fuß“ ermöglicht es den Kindern, Mathematik in ihrer Gegenwart zu gebrauchen. Die Aufgabe kann handelnd gelöst werden, jedoch muss zusätzlich gerechnet werden, um die Frage beantworten zu können. Ferner thematisiert die Aufgabe die Größenvorstellungen der Lernenden, die im Kompetenzbereich „Größen und Messen“ der Bildungsstandards angesprochen werden. Darin heißt es: „Das Lösen von alltagsnahen Sachproblemen mit Größen erfordert darüber hinaus einen sicheren Umgang mit der Umwandlung von Maßeinheiten“ (Hessisches Kultusministerium 2010, 20). Auch dieser Aspekt findet in der hier relevanten Aufgabe Anklang, da unter anderem die Maßeinheiten Zentimeter und Meter verrechnet werden müssen. Die Auseinandersetzung mit Schuh- und Körpergrößen wird den Schülerinnen und Schülern auch in Zukunft häufiger begegnen. Lediglich durch ständige Übung kann sich sukzessiv eine Vorstellung der Größen entwickeln. Die „Der große Fuß“-Aufgabe ist somit eine Aufgabe unter vielen, die folgen sollten. Eine Differenzierung kann gewährleistet werden, indem beispielsweise eine zusätzliche Angabe der Schuhgröße des Fußabdrucks angeboten wird.

4.3.2.2 Durchführung

Die soeben beschriebene Aufgabe war Bestandteil der zweiten Einheit (Stunde 3 & 4) des Unterrichtsversuchs[17], die unterschiedliche Ziele verfolgte. Zunächst sollen die Lernenden erkennen, dass sich die „speziellen Aufgaben“ durch mehrere Lösungsmöglichkeiten und unterschiedliche Ergebnisse auszeichnen. Weiterhin diente das Ausdenken eigener „spezieller Aufgaben“ dazu, die Kinder das Aufgabenformat aus einem anderen Blickwinkel erkunden zu lassen. Der Einsatz der Modellierungsaufgabe soll die Einführungsarbeit weiterführen und das Bewusstsein der Schülerinnen und Schüler für Modellierungen festigen.

Nachdem die Lernenden begrüßt worden waren, wurden sie gebeten, sich im Sitzkreis einzufinden. Die Kinder wurden an die letzte gemeinsame Mathematikstunde erinnert, die zu dem Zeitpunkt bereits vier Tage zurücklag. Auf die Frage, was wir in dieser Stunde gemacht hatten, wurde unvermittelt geantwortet, dass Fragebögen ausgefüllt wurden und wir gemeinsam Überlegungen anstellten, ob alle Kinder für ein Foto auf die Rutsche passten. Dies probierten wir auch aus. An die Aussagen wurde angeknüpft, indem die Lernenden mit der Frage konfrontiert wurden, worin der mathematische Aspekt der Aufgabe liege. Eine Schülerin meldete sich und sagte, dass man das nicht nur ausprobieren, sondern auch berechnen kann. Ein weiterer Schüler half ihr aus, indem er anbrachte, dass bedacht werden muss, wie viele Schülerinnen und Schüler auf die Rutsche passen. Dies impliziert die Frage, wie breit ein Kind ist beziehungsweise wie viel Platz es auf der Rutsche einnimmt und wie lang die Rutsche ist. Es entstand eine Diskussion darüber, wie viel Platz ein Kind denn nun tatsächlich einnimmt. Dadurch wurde den Lernenden noch einmal ins Gedächtnis gerufen, dass sich genau diese Diskussion mit verschiedenen Annahmen und somit verschiedenen Möglichkeiten, die Aufgabe zu lösen, beschäftigt. Auf die Frage, was das für das Ergebnis bedeutet, wurde sofort geantwortet, dass die Möglichkeit unterschiedlicher Ergebnisse besteht.

Es wurde erläutert, dass auch weiterhin eine Beschäftigung mit solch „speziellen Aufgaben“ angedacht sei und mit den Kindern zum wiederholten Mal erarbeitet, dass sich die speziellen Aufgaben durch 1) verschiedene Lösungsmöglichkeiten und 2) unterschiedliche Ergebnisse auszeichnen. Unter 1) finden somit auch die

[17] Der dazugehörige Verlaufsplan befindet sich ebenfalls im Anhang.

Annahmen, die die Kinder treffen, Beachtung. Die Ankündigung, dass sich die Lernenden nun selbst Aufgaben dieses Typs ausdenken sollen[18], wurde von einigen freudig aufgenommen. Um den Schülerinnen und Schülern ihre Aufgabe zu erklären, wurde der Text des Arbeitsblattes[19] vorgelesen. Um sicher zu gehen, dass die Kinder verstanden, welche Aufgabenart sie sich ausdenken sollten, wurden als Beispiele noch einmal die „Die Rutsche“-Aufgabe und die „Schokokuss“-Aufgabe genannt. Weiterhin sollten die Lernenden darüber nachdenken, ob die Frage „Wie viele Kinder sitzen auf der Bank?“ ebenfalls eine spezielle Aufgabe repräsentiert. Die Lernenden verneinten dies, da es nur ein richtiges Ergebnis gäbe. Es wurde festgehalten, dass jedoch die Frage „Wie viele Kinder passen auf eine Bank?“ eine spezielle Aufgabe sei, da sie die Bedingungen 1) und 2) erfüllt. Den Kindern wurde erklärt, dass sie zunächst einzeln arbeiten sollen. Läge jedoch ein Mangel an Ideen vor, so bestünde die Möglichkeit, mit dem Sitznachbarn gemeinsam zu arbeiten. Falls die Schülerinnen und Schüler anschließend immer noch keine Ideen haben sollten, wurden sie darauf hingewiesen, dass sich hinter dem rechten Teil der Tafel zwei Bilder[20] befinden, die ihnen bei der Formulierung etwaiger Fragen helfen könnten.

Die Lernenden begannen zügig mit der Bearbeitung der Aufgabenstellung. Soweit es innerhalb meines Beurteilungsrahmen liegt, kann behauptet werden, dass nur vereinzelte Kinder hinter die Tafel blickten, um ihre Ideen durch die Bilder voranzutreiben.

Als sich die Klasse wieder im Sitzkreis zusammenfand, war der Andrang seitens der Lernenden sehr groß, eine Aufgabe vorlesen zu dürfen. Die erste Frage, die von einem Kind vorgelesen wurde, lautete wie folgt: „Wie viele Vögel passen auf ein zwei Meter langes Seil?“. Die Kinder wurden ermuntert, zu überlegen, ob diese Frage die zwei Bedingungen (siehe oben) erfüllte, was sie bejahten. Die nächste Frage „Wie viele Kinder passen in ein Flugzeug?“ wurde von den Schülerinnen und Schülern ebenfalls als eine „spezielle Aufgabe“ eingestuft, da man annehmen müsse, um welchen Flugzeugtyp es sich handle, wie breit das Flugzeug sei und wie viele Sitze sich darin befänden. Eine Schülerin äußerte zudem, dass es wieder darauf ankäme, wie groß beziehungsweise breit die Kinder

---

[18] Die Idee stammt von Tenz (2010).
[19] Das Arbeitsblatt kann im Anhang eingesehen werden.
[20] Die Bilder befinden sich im Anhang.

seien. Sie wurden jedoch darauf aufmerksam gemacht, dass ein Flugzeug stets eine bestimmte Anzahl an Sitzen aufweist und jeweils nur ein Kind auf einem Sitz platznehmen dürfe, auch wenn vielleicht zwei darauf passen würden. Die anschließende Frage „Wie viele Stifte passen in einen Wäschekorb?“ wurde ebenfalls kritisch hinterfragt und als „spezielle Aufgabe“ bezeichnet, da man die Größe des Wäschekorbs annehmen müsse. Weiterhin sei die Art der Stifte entscheidend. Handelt es sich um Buntstifte, so können diese beispielsweise bereits abgenutzt sein und somit nur noch sehr klein sein. Ein Kind nannte zudem die Frage „Wie viele Kinder passen auf eine Bank?“, die bereits zuvor als Beispiel angeführt wurde. Im Hinblick auf die Zeit wurde es dabei belassen, die vier Fragen der Lernenden als Beispiele anzuführen, auch wenn sich noch einige Kinder meldeten, um ihre Fragen vorlesen zu dürfen.

Die folgende Phase der Auflockerung konnte wiederum entfallen, da die Kinder noch sehr interessiert und konzentriert wirkten. Somit folgte dem Abschnitt „Erarbeitung 2“ gleich im Anschluss die „Hinführung zum Thema 2“. Es wurden die zwei Fußabdrücke[21] in die Kreismitte gelegt und es musste kaum gewartet werden, bis die Kinder die ersten Äußerungen anstellten. Sie vermuteten zunächst, dass es darum ginge, die Schuhgröße herauszufinden. Ein Schüler erklärte, man könne auch das Gewicht der Person berechnen, in dem man schaut, wie weit die Person in den Matsch hinein gesunken ist. Nachdem die Kinder einige Vermutungen angestellt hatten, wurde erzählt, dass es sich um Fußabdrücke eines Diebes handle und der entsprechende Text auf dem Arbeitsblatt[22] wurde vorgelesen. Auf die anschließende Frage, was die Lernenden nun tun sollen, antwortete zunächst eine Schülerin zum wiederholten Mal, dass man auch das Gewicht berechnen könne. Es wurde darauf verwiesen, dass es hier um etwas anderes ginge. Ein Schüler wiederholte, dass die Körpergröße von Interesse sei. Die Frage, wie man das herausfinden könne, beantwortete ein Schüler damit, dass die eigenen Füße zum Vergleich genommen werden könnten. Weiterhin wurde angemerkt, dass nicht nur das Ergebnis interessiere, sondern auch die Annahmen, also der Lösungsweg der Kinder. Des Weiteren fand Erwähnung, dass Plakate zur Darstellung ihrer Ergebnisse erstellt werden sollten, die dann in Gruppen der

[21] Schuhgröße: 43, Körpergröße: 1,87m, männlich, Foto befindet sich im Anhang.
[22] Das Arbeitsblatt befindet sich ebenfalls im Anhang.

gesamten Klasse präsentiert werden. Nachdem geklärt wurde, dass die Kinder in ihren Tischgruppen arbeiten, begannen sie mit der Bearbeitung der Aufgabe.

Auffallend in der „Arbeitsphase 2“ war, dass sich die Fußabdrücke großer Beliebtheit erfreuten. Viele Kinder testeten, ob ihre Füße der Passform des Fußabdrucks entsprachen. Einige Jungen besaßen fast so große Füße wie der Fußabdruck, sodass sie beschlossen: „Die Person ist so um die 1,50 Meter groß“. Als ich mich jedoch auf den Fußabdruck stellte, sahen sie, dass meine Füße um einiges kleiner waren, obwohl ich eine Körpergröße von 1,70 Meter besitze. Dies ließ sie darüber nachdenken, dass das Geschlecht eine wichtige Rolle spielt, wenn es um die Fußabdrücke eines Menschen geht[23].

Eine Gruppe wusste zunächst nicht, wie sie an die Aufgabe herangehen sollte. Nachdem ihnen der Tipp gegeben wurde, ihre Schuh- und Körpergröße als Ausgangspunkt zu nehmen, begannen auch sie mit ihrer Arbeit. Ein Aspekt, der insgesamt nur allzu oft von den Schülerinnen und Schülern vernachlässigt wurde, war der Lösungsweg. Die Kinder mussten immer wieder daran erinnert werden, dass nicht nur das Ergebnis, sondern eben auch der Lösungsweg von Bedeutung sei.

Um 9 Uhr 45 begann die erste Gruppe, ihr Plakat[24] vorzustellen. Der Rest der Klasse wurde dazu aufgefordert, die Ausführungen nachzuvollziehen und zu überlegen, ob das Ergebnis sinnvoll sei. Anschließend konnte lediglich eine weitere Gruppe ihr Plakat erläutern, da die Pause begann. Es wurde erklärt, dass die Präsentationen am nächsten Tag weitergingen und die Stunde wurde beendet.

4.3.2.3 Reflexion der Aufgabe „Der große Fuß“

Wie bereits in dem Abschnitt 4.3.2.2 erwähnt wurde, lauten die Ziele der Einheit unter anderem wie folgt: Die Kinder sollen erkennen, dass sich die „speziellen Aufgaben“ durch mehrere Lösungsmöglichkeiten und unterschiedliche Ergebnisse auszeichnen. Weiterhin sollte die Möglichkeit geschaffen werden, die Lernenden das Aufgabenformat aus einem anderen Blickwinkel erkunden zu lassen. Der Einsatz der Modellierungsaufgabe soll die Einführungsarbeit weiterführen und das Bewusstsein der Schülerinnen und Schüler für Modellierungen festigen. Ob die

---

[23] An dieser Stelle muss darauf hingewiesen werden, dass Männer häufig größere Füße als Frauen besitzen. Dennoch gibt es stets Ausnahmen, welche die Regel bestätigen.

[24] Die Fotos der unkorrigierten Plakate befinden sich im Anhang dieser Arbeit.

oben beschriebene Einheit die Erreichung der Ziele zur Folge hatte, wird die folgende Reflexion zeigen.

Die Begrüßung der Schülerinnen und Schüler startete um 8 Uhr 35, also fünf Minuten später als geplant, was jedoch kein Problem darstellte. Dass ich in der „Hinführung zum Thema 1“ noch einmal auf die „Die Rutsche“-Aufgabe und deren mathematischen Gehalt einging, erschien mir sinnvoll, da ich nicht sicher sein konnte, ob alle Schülerinnen und Schüler dies in der letzten Stunde begriffen hatten. Die Diskussion zeigte zudem, dass sich die Schülerinnen und Schüler auf das neue Aufgabenformat einließen und sich damit arrangierten, eine Aufgabe nicht sofort als „nicht lösbar“ einzustufen, obwohl einige essentielle Informationen nicht gegeben waren. So zeigte sich bereits in dieser Phase, dass sich sukzessiv ein Bewusstsein der Lernenden für Modellierungen entwickelte.

Durch das gemeinsame Festhalten der zwei Bedingungen der „speziellen Aufgaben“, nämlich dass diese 1) verschiedene Lösungsmöglichkeiten und 2) unterschiedliche Ergebnisse besitzen, konnte den Schülerinnen und Schülern die hinter den Modellierungsaufgaben liegende Thematik nähergebracht werden.

Als didaktische Reserve hatte ich, wie bereits in Abschnitt 4.3.2.2 erwähnt, ein Arbeitsblatt vorbereitet, welches zwei Fotos enthielt und den Kindern somit Denkanstöße geben sollte. Der Einsatz des Arbeitsblattes ist sinnvoll, auch wenn diese Gruppe die zusätzliche Hilfe nur wenig benötigte.

Während sich die Schülerinnen und Schüler selbst „spezielle Aufgaben“ ausdachten, fiel besonders eine Unsicherheit der Kinder auf, die sich durch vermehrtes Fragen, ob ihre Ausführungen sowohl Frage als auch Rechnung und Antwort beinhalten sollen, äußerte. Der Aspekt, dass zunächst nur die Fragen formuliert werden sollten, ist anscheinend bei der Besprechung nicht deutlich geworden. Ein erneutes Durchlesen des Arbeitsblattes zog die Realisation nach sich, dass dort lediglich die Aufforderung, sich Mathematikaufgaben auszudenken, vermerkt war. Die Fragen der Kinder waren somit berechtigt und gaben Anlass zu der Überlegung, in Zukunft einen Satz zu ergänzen, der darauf hinweist, lediglich die Fragen aufzuschreiben. Positiv überrascht wurde ich von der Kreativität der Schülerinnen und Schüler, mit der sie sich eigene „spezielle Aufgaben“[25] aus-

[25] Die Aufgaben der Kinder befinden sich im Anhang dieser Arbeit.

dachten. Die Kinder orientierten sich nicht nur an genannten Beispielen, sondern dachten sich vielfältige andere Fragen aus. In der Menge der selbstentwickelten Fragen konnten jedoch einige ausfindig gemacht werden, die nicht die zwei genannten Bedingungen für Modellierungsaufgaben erfüllen. Ein Kind notierte beispielsweise die Frage „Wie viele Fenster sind in dem Raum?“, die offensichtlich nur eine richtige Antwort zulässt. Das Auftauchen von nicht zutreffenden Fragen ist nicht verwunderlich, da die Thematik zu diesem Zeitpunkt relativ neu für die Lernenden war. Durch die unterschiedlichen Lerntempi haben einige Kinder die Thematik und die dazugehörigen Aufgaben schneller verstanden als andere.

Die „Erarbeitung 2“ verdeutlichte, dass die Schülerinnen und Schüler das Angebot, die Modellierungsaufgaben aus einem anderen Blickwinkel zu betrachten, annahmen und den anderen ihre Ergebnisse mitteilen wollten. Es kann hier wiederum von einer Festigung des Bewusstseins bezüglich der Modellierungsaufgaben gesprochen werden.

Wie bereits erwähnt wurde, konnte diese Einheit ebenfalls ohne die Auflockerungsphase stattfinden. Bereits die vorige Stunde hatte gezeigt, dass die Kinder in der Lage sind, etwa anderthalb Stunden ohne eine größere Pause konzentriert zu arbeiten. Im Rahmen anderer Praktika machte ich die Erfahrung, dass beispielsweise das Durchhaltevermögen vierter Klassen um einiges variiert und somit jedes Mal einer erneuten Einschätzung bedarf. Die hier untersuchte Klasse war allerdings längere Konzentrations- und Arbeitsphasen gewohnt. Die vermehrten Wechsel der Sozialform und der Methode in den Unterrichtseinheiten sollten zudem eine auflockernde Wirkung haben.

In der Phase „Hinführung zum Thema 2“ hatte ich erwartet, dass die Schülerinnen und Schüler die Frage äußern, wie groß der Dieb ist. Trotz anderer, interessanter Alternativen, fiel diese Frage nicht, sodass ich sie stellte. Dieses Eingreifen beeinträchtigte in keinerlei Hinsicht den Fortgang des Unterrichts.

Während die Kinder die Aufgabe bearbeiteten, bemerkte ich, dass sich einige Lernende dem Problem allein oder in Partnerarbeit stellten. Dies entsprach jedoch nicht meiner Anweisung, in Gruppen zu arbeiten. Daraufhin beschloss ich, dieses Thema in der nächsten Einheit noch einmal anzusprechen, um den Kindern zu verdeutlichen, was Gruppenarbeit bedeutet.

Das Erstellen der Plakate verlief problemlos. Im Vorfeld hatte ich befürchtet, dass die Schülerinnen und Schüler einen enormen Zeitaufwand für die Gestaltung der Plakate betrieben und so in Zeitdruck geraten würden. Dies war jedoch nicht der Fall. Auch die Tatsache, dass die Lernenden in Gruppen vor die Klasse traten und ihr Plakat erläutern mussten, schien kein allzu großes Hindernis darzustellen.

Werden nun die unter 4.3.2.3 getätigten Ausführungen betrachtet, so kann festgehalten werden, dass die Einheit die gesetzten Ziele erreichte. Auf die Aufgabe „Der große Fuß“ folgte „Der Stau“, die im Fokus des folgenden Kapitels steht.

4.3.3 „Der Stau“

4.3.3.1 Stoffdidaktische Analyse

Wie bereits bei den beiden vorigen Aufgaben, gliedert sich die stoffdidaktische Analyse auch hier zunächst in die Schritte a) bis f) auf.

a) Reale Situation:

Wie viele Personen befinden sich in einem fünf Kilometer langen Stau?

b) Mentale Situationsrepräsentation (Borromeo Ferri):

Die Kinder stellen sich einen fünf Kilometer langen Stau und die davon betroffenen Fahrzeuge vor. Weiterhin überlegen sie, wie viele Personen sich in den Fahrzeugen insgesamt befinden könnten.

c) Reales Modell:

Die Schülerinnen und Schüler holen Informationen über verschiedene Daten ein. Die durchschnittliche Länge eines Autos wird ermittelt sowie die durchschnittliche Anzahl von Personen, die sich in einem Auto befinden. Der Abstand zwischen den Fahrzeugen muss beachtet werden. Ferner bedarf die Anzahl der Fahrspuren einer Festlegung.

d) Mathematisches Modell:

Es besteht die Möglichkeit, dass die Kinder an ihr Weltwissen anknüpfen und verschiedene Annahmen bezüglich der Autolänge etc. treffen, sodass die angenommenen Werte miteinander verrechnet werden.

e) Mathematische Resultate:

Wie bereits erwähnt, können diese variieren. Nimmt ein Kind beispielsweise an, dass ein Auto durchschnittlich eine Länge von vier Metern aufweist, dann muss dazu zusätzlich ein Abstand von etwa einem Meter addiert werden. Somit lautet die erste Rechnung 4m+1m=5m. Weiterhin kann nun die Länge des Staus (5km=5000m) mit der angenommenen Länge eines Autos und dem dazugehörigen Abstand verrechnet werden: 5000m/5m=1000. Die Zahl 1000 bezeichnet die Anzahl der Autos auf einer Länge von fünf Kilometern. Da die Frage jedoch lautet, wie viele Personen sich in dem Stau befinden, muss weiterhin angenommen werden, wie viele Menschen sich durchschnittlich in einem Auto befinden. Wir nehmen an, dass dies drei Menschen sind, sodass gilt: 1000·3=3000. Die Antwort lautet in diesem Fall, dass sich 3000 Personen in einem fünf Kilometer langen Stau befinden. Allerdings sind alle Größen, abgesehen von den fünf Kilometern Stau, anzunehmen, sodass das Ergebnis variieren kann.

f) Reale Ergebnisse:

Es befinden sich 3000 Personen in einem fünf Kilometer langen Stau.

Die Aufgabe beinhaltet einen großen Gegenwartsbezug, da an die „Stauerfahrungen“ der Schülerinnen und Schüler angeknüpft werden kann. Die relativ komplexe Aufgabe kann mithilfe von Modellautos veranschaulicht werden, wodurch ein Einsatz in einer vierten Klasse ermöglicht wird. Nichtsdestotrotz muss sichergestellt werden, dass die Kinder die einzelnen Schritte verstehen. Im Gegensatz zu der „Die Rutsche“-Aufgabe würde sich eine handelnde Lösung bei dieser Aufgabe um einiges schwieriger gestalten. Ein Aspekt, der bedacht werden muss, jedoch nicht gravierend ins Gewicht fällt, da die Aufgabe nicht zum Einstieg gedacht ist.

Die Aufgabe kann ebenfalls in den Bildungsstandards verortet werden, in diesem Fall im Kompetenzbereich „Größen und Messen“, da die Kinder mit verschiedenen Größen und unterschiedlichen Maßeinheiten umgehen müssen (vgl. Hessisches Kultusministerium 2010).

Die Aufgabe kann weiterhin für die Zukunft der Kinder bedeutsam sein, da sie wahrscheinlich weitere Stauerfahrungen sammeln werden. Die generelle Fähigkeit, eine Personenanzahl auf einer gewissen Strecke einschätzen zu können, kann ebenso von Vorteil sein, um beispielsweise eine Wartezeit abzuschätzen.

Eine Differenzierung kann mit wenig Aufwand durch die Variierung der Kilometeranzahl gegeben werden. Weiterhin ist eine Intentionsveränderung der Frage denkbar, indem nach der Anzahl der Autos und nicht der Personen gefragt wird, sodass sich der Schwierigkeitsgrad der Aufgabe verringert.

4.3.3.2 Durchführung

Die Aufgabe „Der Stau“ war Bestandteil der dritten Einheit (Stunde 5 & 6) des Unterrichtsversuchs[26], die unterschiedliche Ziele zu erreichen versuchte. Zu diesen zählt beispielsweise, dass die Kinder mit dem Begriff „Modellierungsaufgaben“ vertraut gemacht werden und diesen mit den bisherigen „speziellen Aufgaben“ verbinden. Weiterhin soll die Aufgabe „Der Stau“ als Anregung dienen, sich mit Modellierungen auseinanderzusetzen.

Die Schülerinnen und Schüler hatten nicht vergessen, dass die Präsentationen der restlichen Plakate der „Der große Fuß“-Aufgabe noch ausstanden. Diese liefen ohne große Zwischenfälle ab und führten dazu, dass einige unterschiedliche Ergebnisse an der Tafel gesammelt werden konnten. Dieser Sachverhalt war den Kindern noch nicht bekannt, da sie vor der Studie fast ausschließlich Aufgaben mit eindeutigen Ergebnissen behandelt hatten. Die Frage, ob trotzdem alle Ergebnisse richtig sein können, wurde zunächst von einigen Schülerinnen und Schülern halblaut verneint. Ein Schüler meldete sich jedoch und erklärte, dass die Ergebnisse alle stimmen könnten, da Sachen angenommen wurden und wir nicht wissen, wie groß der Dieb in Wirklichkeit sei. Diese Äußerung, aber auch andere, lassen darauf schließen, dass die Lernenden sukzessiv ein Verständnis für die „speziellen Aufgaben“ entwickelten. Es wurde also mit den Kindern gemeinsam zusammengefasst, dass die Ergebnisse stimmen können, da unterschiedliche Annahmen getroffen wurden. Die Gruppen näherten sich dem Problem auf unterschiedliche Art und Weise, sodass sich eine Gruppe beispielsweise an der Schuh- und Körpergröße eines Schülers orientierte, eine weitere Gruppe nahm einen anderen Schüler als Ausgangspunkt. Da die Schuhgrößen der Menschen im

[26] Der dazugehörige Verlaufsplan befindet sich ebenfalls im Anhang.

Allgemeinen und somit auch die Schuhgrößen der Kinder voneinander abweichen, kann das Ergebnis ebenfalls differieren.

Nachdem die Ergebnisbesprechung abgeschlossen war, wurden die Kinder gebeten, in den Kreis zu kommen. Wortlos wurden zwei DIN-A4 Blätter mit der Aufschrift „Modellierungsaufgaben“[27] in die Kreismitte gelegt. Nach kurzer Zeit meldeten sich die ersten Kinder, sodass ein Schüler gebeten wurde, das Wort auf den Blättern vorzulesen. Die erste Reaktion eines weiteren Schülers bestand darin auszurufen, dass dies bestimmt die Aufgaben seien, die wir in letzter Zeit gemeinsam bearbeiteten. Seiner Idee wurde zugestimmt und als Beispiel unter anderem die „Die Rutsche“-Aufgabe genannt. Anschließend stand im Interessenzentrum, warum diese Aufgaben ausgerechnet den Namen „Modellierungsaufgaben“ tragen. Die meisten Schülerinnen und Schüler taten sogleich ihre Unwissenheit durch Schulterzucken oder Äußerungen wie „Das weiß ich nicht!“ kund. Einem Schüler fiel jedoch auf, dass das Wort „Modell“ darin stecke. Nach einigem Überlegen war er sich sicher, dass innerhalb unserer Aufgaben ebenfalls Modelle eine Verwendung fanden, beispielsweise bei der „Schokokuss“-Aufgabe. Diese Aussage wurde aufgegriffen und es wurde erklärt, dass wir ein Modell aufstellen, wenn wir uns mit Problemen in der Wirklichkeit beschäftigen und für deren Lösung Mathematik anwenden. Des Weiteren verwies ein Schüler auf das Vorkommnis des Wortes „Modell“ in „Modellauto“. Seiner Meinung nach könne man Modellautos ebenfalls zur Bearbeitung von Modellierungsaufgaben gebrauchen, wenn sie sich auf Autos beziehen. Das Arbeiten mit realen Autos könne sich unter anderem schwierig gestalten, sodass der Einsatz von Modellautos sinnvoll erscheint. Wir hielten somit fest, dass ein Modell die Wirklichkeit vereinfacht.

Der Junge hatte unbewusst eine Überleitung zu der nächsten Modellierungsaufgabe geschaffen, sodass, ohne ein Wort zu verlieren, einige Modellautos in die Kreismitte[28] gelegt wurden. Nachdem sich vereinzelt Schülerinnen und Schüler dazu geäußert hatten, dass sie dieses oder jenes Modellauto ebenfalls besäßen, konnte das Gespräch auf die vorgesehene Staugeschichte gelenkt werden. Ich erzählte den Schülerinnen und Schülern, am gestrigen Tag auf dem Weg nach X (ca. 22 Kilometer von X entfernt) in einem fünf Kilometer langen Stau gestanden

[27] Die Idee, den Begriff „Modellierungsaufgaben“ zu thematisieren, stammt von Tenz (2010).
[28] Die folgenden Ausführungen orientieren sich partiell an Ideen von Maaß (2009).

zu haben, um dadurch eine Problemorientierung zu schaffen. Einige Schülerinnen und Schüler stöhnten bei dem Gedanken an einen Stau, sodass an ihr Vorwissen angeknüpft und sie an die langen Staus in den voran-gegangenen Sommerferien erinnert wurden, die unter anderem in den Nachrichten Erwähnung fanden. Anschließend war von Interesse, was die Intention bei dieser Geschichte sei und worin der mathematische Bezug bestünde. Die Kinder hatten augenblicklich einige Ideen. Eine Schülerin beispielsweise war der Meinung, man könne sich fragen, wie viele Autos in einem so langen Stau ständen. Ein anderer Schüler fragte sich, wie groß die Wartezeit in solch einem Stau sei. Die Schülerinnen und Schüler brachten einige Ideen hervor, kein Kind kam jedoch darauf zu fragen, wie viele Personen sich in dem Stau befinden könnten. Um den Lernenden einen Zugang zu dieser Frage zu ermöglichen, wurde erzählt, dass die wartenden Personen bei solch warmen Temperaturen mit Getränken versorgt werden müssten. „Aber dazu muss man wissen, wie viele Personen das sind!“, lautete der Einwand einer Schülerin. Wir waren uns einig, dass zur Berechnung der Personenanzahl unter anderem die Anzahl der Autos von Bedeutung sei.

Um den Schülerinnen und Schülern das Aufstellen eines Modells und das damit verbundene Treffen einiger Annahmen zu erleichtern, wurden zwei DIN-A4 Blätter in die Kreismitte gelegt und erklärt, dass diese die Fahrbahn repräsentieren. Es wurde ein Kind gebeten, die Autos[29] anzuordnen. Der Schüler legte die Fahrzeuge in einer Schlange dicht aneinander. Sofort gab es Proteste einiger Schüler, dass die Autos in Wirklichkeit nicht so dicht aneinander ständen. Alle Kinder sahen ein, dass die Autos einen Abstand zueinander aufweisen. Erste Annahmen von 50 oder sogar 100 Metern Abstand wurden verworfen, als die Lernenden daran erinnert wurden, sich einen Stau und die darin stehenden Fahrzeuge noch einmal vorzustellen. Die Kinder vermerkten, dass die Autos meist dicht gedrängt stehen. Eine Schülerin äußerte den Gedankengang, dass es mehrere Spuren seien, doch diese Aussage wurde entkräftet, da einige Schülerinnen und Schüler entgegneten, dass die Straße nach Gießen lediglich eine Spur in jede Richtung besäße. Ein Schüler fasste zusammen, dass für die Berechnung der Autoanzahl die Autolängen und der jeweilige Abstand benötigt werden. Nachdem alle aufkommenden Fragen geklärt wurden und noch einmal festgehalten wurde,

[29] Unter den Modellautos befanden sich keine LKWs oder Ähnliches, um die Aufgabe zu erleichtern.

welche Annahmen getroffen werden müssen, wurden die Schülerinnen und Schüler darauf aufmerksam gemacht, dass sie erneut in Gruppen arbeiten sollen. Da dies in der vorherigen Stunde nur eingeschränkt funktioniert hatte, sollten die Kinder erklären, was Gruppenarbeit eigentlich bedeute. Wir arbeiteten gemeinsam heraus, dass alle Lernenden einer Gruppe gemeinsame Überlegungen in einem „Flüsterton“ treffen. Daraufhin wurde verkündet, dass wieder Plakate[30], die die Annahmen sowie die Lösung der Gruppe aufweisen, erstellt werden sollten.

Die anschließend geplante Phase der Auflockerung konnte, wie bereits in den vorigen Stunden, übersprungen werden. Somit folgte zunächst der Abschnitt „Organisation 2“ und darauf die „Arbeitsphase 2“, in der einigen Gruppen dabei geholfen wurde, angemessene Annahmen zu treffen und Rechnungen durchzuführen. Die Kinder vermittelten den Eindruck, dass sie verstanden hatten, was die Aufgabenstellung von ihnen verlangte. Lediglich die Umsetzung bedurfte teilweise einer Unterstützung.

Die „Arbeitsphase 3“ wurde nicht wie geplant um 9 Uhr 36 begonnen, sondern um 9 Uhr 50, da die Kinder in der „Arbeitsphase 2“ mehr Zeit benötigten als geplant, was unter anderem an der Gestaltung der Plakate gelegen haben könnte. Während der Präsentationen waren die restlichen Kinder dazu angehalten, den Präsentierenden zuzuhören und zu überlegen, ob die Annahmen sowie das Ergebnis stimmen könnten. Wir schafften es nicht, wie geplant, alle Präsentationen bis 10 Uhr durchzuführen. Daraus resultierte, dass die Klasse nach der halbstündigen Pause die Präsentationen fortführte. Dann schloss sich nahtlos die Besprechung der Ergebnisse an, die laut Planung erst am nächsten Tag stattfinden sollte. Der Flexibilität der Klassenlehrerin war es zu verdanken, dass der Ablauf geändert werden konnte. Die Ergebnisse der Gruppen differierten in einer Spannbreite von 1000 bis 6250 Personen. Da die Schülerinnen und Schüler das Zustandekommen der Ergebnisse bereits während der Präsentationen erklärt hatten, waren sich alle einig, dass alle richtig sein könnten. Die Ermittlung der tatsächlichen Anzahl wäre ohnehin nicht mehr möglich gewesen, da der Stau am Vortag stattfand und sich somit bereits wieder aufgelöst hatte.

[30] Die Fotos der unkorrigierten Plakate befinden sich im Anhang dieser Arbeit.

4.3.3.3 Reflexion der Aufgabe „Der Stau“

Die Ziele der Einheit wurden bereits in dem Abschnitt 4.3.3.2 erwähnt, sollen hier jedoch noch einmal aufgegriffen werden: Die Kinder sollen den Begriff „Modellierungsaufgaben“ kennenlernen und diesen mit den bisherigen „speziellen Aufgaben“ assoziieren. Weiterhin soll die Aufgabe „Der Stau“ die Kinder anregen, sich mit Modellierungen zu beschäftigen. Die folgende Reflexion setzt sich unter anderem damit auseinander, ob diese Ziele erreicht wurden.

Die „Arbeitsphase 1“ verlief, wie bereits erwähnt, zufriedenstellend. Die Tatsache, dass einige Schülerinnen und Schüler meine Frage, ob alle gesammelten Ergebnisse stimmen könnten, verneinten, lässt darauf schließen, dass es für diese Lernenden noch schwierig ist, sich mit diesem Gedanken abzufinden. Deshalb erschien es mir als besonders sinnvoll, am Ende dieser Phase gemeinsam mit den Kindern festzuhalten, dass alle Ergebnisse stimmen könnten.

Die vorschnelle Reaktion der Schülerinnen und Schüler in der „Erarbeitung 1“, dass sie nicht wüssten, warum die „speziellen Aufgaben“ als „Modellierungsaufgaben“ bezeichnet werden, überraschte mich nicht. Ich hatte damit gerechnet, dass der Begriff „Modellierungsaufgaben“ zunächst Irritierung und Verunsicherung hervorrufen würde. Die Klasse schaffte es jedoch mit etwas Unterstützung, das Wesen der Aufgaben auf die Bezeichnung „Modellierungsaufgaben“ zu transferieren, sodass keineswegs von einer Überforderung gesprochen werden kann. Vielmehr kann ich unter anderem aus Erfahrungen im Rahmen meiner schulpraktischen Studien behaupten, dass die Schülerinnen und Schüler oftmals nicht ausreichend gefordert werden. Nichtsdestotrotz ermöglichte der Unterricht innerhalb der Studie den Lernenden, das Ziel der Assoziation des Begriffs mit den „speziellen Aufgaben“ zu erreichen. Um den Schülerinnen und Schülern eine Erleichterung bezüglich der Verknüpfung zu den Modellierungsaufgaben anzubieten, hatte ich angedacht, eventuell ein Modellauto in die Kreismitte zu legen. Da ein Schüler jedoch auch ohne visuelle Unterstützung das Beispiel eines Modellautos anführte, war die zusätzliche Stütze nicht nötig.

Die Verknüpfung der Thematik mit der Erfahrungswelt der Kinder („Stau“) in der „Hinführung zum Thema“ erfüllte seinen Zweck, da die Schülerinnen und Schüler ihr bisheriges Wissen beitragen konnten und die Auseinandersetzung mit dem Thema nicht auf einer abstrakten Ebene verbleiben musste. Allerdings hatte ich erwartet, dass eines der Kinder die Fragestellung -„Wie viele Personen befinden sich in einem fünf Kilometer langen Stau?“- herausfinden würde. Doch wie im Verlaufsplan ersichtlich wird, war mir bewusst, dass dies nicht eintreffen muss, da ich alternativ vermerkt hatte, die Fragestellung selbst zu äußern beziehungsweise die Kinder durch vermehrte Hilfestellung heranzuführen.

Die Veranschaulichung des Modells anhand der DIN-A4 Papiere erleichterte es den Kindern, die zur Berechnung der Personenanzahl im Stau zu treffenden Annahmen zu formulieren und sich mit der Modellierung auseinanderzusetzen. Die Herausarbeitung der Aspekte, die eine Gruppenarbeit ausmachen, resultierte aus dem Ablauf der Gruppenarbeit in der Stunde zuvor und schien auf fruchtbaren Boden gefallen zu sein, da das Arbeiten in Gruppen anschließend einwandfrei ablief.

In der „Arbeitsphase 2“ fiel mir auf, dass einige Kinder den Begriff „Schätzen“ anstelle des Begriffs „Annehmen“ benutzten. Mir war es wichtig, dass sich die Schülerinnen und Schüler jedoch letzteren Begriff einprägten, da es sich nun mal um Annahmen handelte. Um dies zu erreichen, antwortete ich auf ihre Verwendung des Begriffs „Schätzen“ nicht mit einer Verbesserung, sondern gab eine Antwort, in der der Begriff „Annahme“ auftauchte. So wurde nicht angemerkt, dass ein Fehler gemacht wurde und die Kinder übernahmen den Ausdruck meistens automatisch.

Die Fotografien der Plakate im Anhang dieser Arbeit zeigen, dass einige Gruppen die Miteinbeziehung des Abstands zwischen den Fahrzeugen beachteten, andere jedoch nicht. Da der Aspekt im Kreisgespräch angesprochen wurde, müsste davon ausgegangen werden, dass alle Schülerinnen und Schüler diesen auch beachten. Die Realität zeigte jedoch das Gegenteil. Ich entschied mich dennoch dagegen, die Schülerinnen und Schüler noch einmal darauf aufmerksam zu machen, da so das Modell widergespiegelt wurde, welches sich die Lernenden selbst überlegt hatten.

Die Auseinandersetzung mit der praktischen Umsetzung der Studie lässt die Frage offen, welche Ergebnisse mithilfe dieser verzeichnet werden können. Das folgende Kapitel legt die Ergebnisse dar und diskutiert sie im Hinblick auf die Forschungsfragen.

5. Ergebnisse

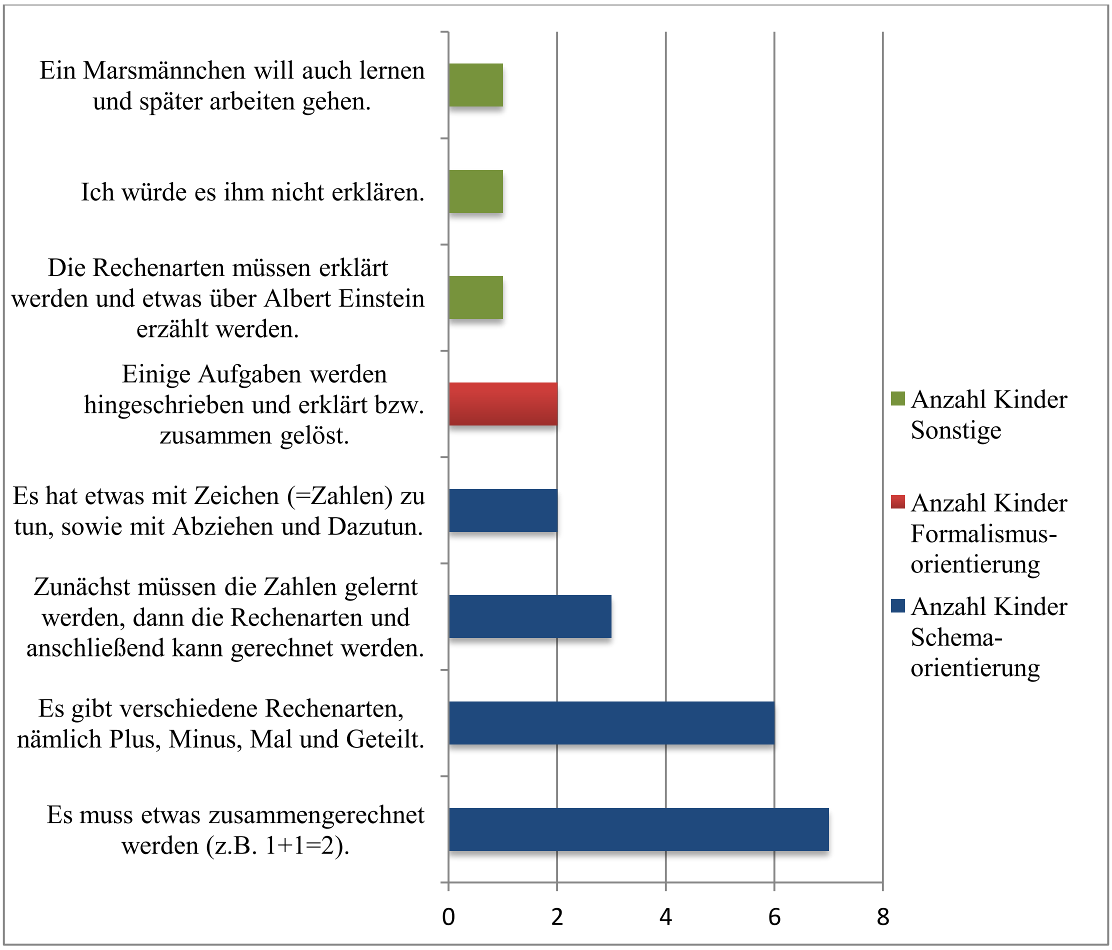
5.1 Fragebogen 1

Der Fragebogen stellt, meines Erachtens, die wichtigste Erhebungsmethode im Rahmen dieser Studie dar. Mithilfe dieses Instrumentes können die mathematischen Sichtweisen der gesamten Klasse beleuchtet und stark vertretene Meinungen herausgefiltert werden. Weiterhin können durch den zeitverzögerten Einsatz zweier Fragebögen etwaige Veränderungen in den Antworten der Kinder sichtbar werden. Ferner kann die Forschungsfrage, ob es gelingen kann, mithilfe der Fragebögen mathematische Weltbilder der Kinder zu analysieren, positiv beantwortet werden, wie im folgenden Kapitel ersichtlich wird.

Die Antworten der Lernenden werden im Folgenden anhand von Balkendiagrammen wiedergegeben. Dies weist den Vorteil auf, dass verschiedene Antworten, die denselben Inhalt besitzen, zusammengefasst werden können und eine Tendenz in den Nennungen der Schülerinnen und Schüler wahrgenommen werden kann. Da ein Kind nicht an der Studie teilnahm, beläuft sich die Anzahl der Kinder auf jeweils 24. Bei einigen Fragen differiert diese Anzahl aufgrund nicht gegebener Antworten. Des Weiteren findet eine Zuordnung der Antworten zu Kategorien statt. An jedes Diagramm schließt sich eine kurze Auseinandersetzung mit den Ergebnissen an.

Es folgt zunächst die Darstellung der Ergebnisse des **Fragebogen 1**:

1. **Stell dir vor, ein Marsmännchen kommt auf die Erde. Wie würdest du ihm erklären, was Mathematik ist?**



Balkendiagramm 1: Antwortverhalten 1 bezüglich Fragebogen 1

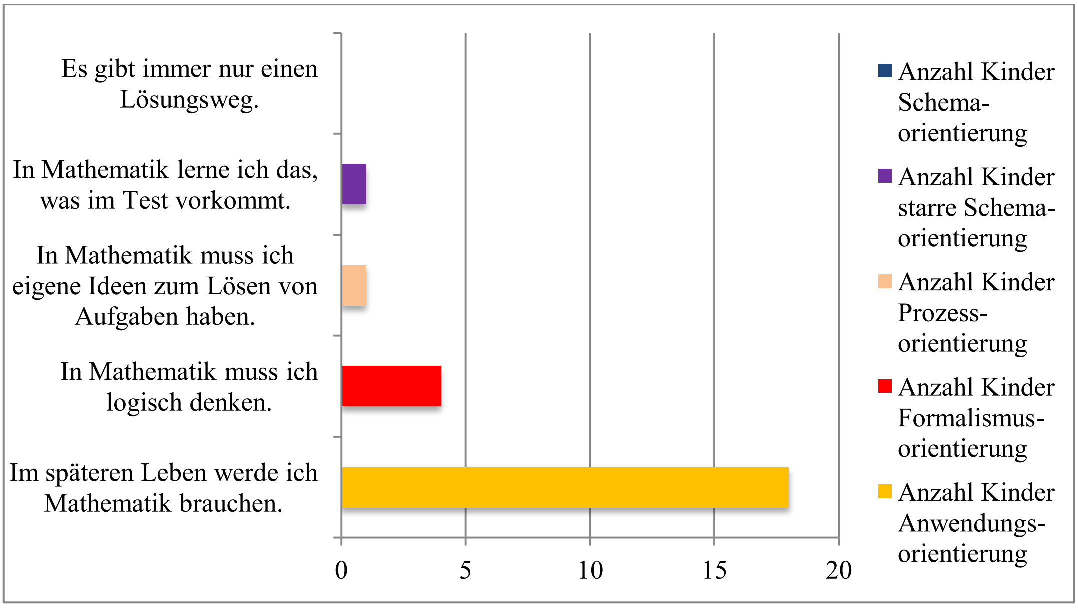
Das Balkendiagramm zeigt deutlich, dass unterschiedliche Antworten, in diesem Fall vier, der Kategorie „Schemaorientierung“ zugeordnet werden können. Die meisten Kinder, in diesem Fall sieben von 23, würden Mathematik als „Zusammenrechnen“ beschreiben, gefolgt von der Nennung einer Additionsaufgabe. Dies entspricht meiner unter 3.3.1 geäußerten Hypothese. Immerhin sechs Kinder nutzen zur Erklärung die Rechenarten, wohingegen drei Schülerinnen und Schüler einräumen, dass zunächst die Zahlen gelernt werden müssen. Zwei Kinder stellen in den Vordergrund, dass es um Zahlen geht. Doch wie lässt sich die Dominanz der Schemaorientierung in dieser Frage erklären? In der Grundschule nimmt das Rechnen einen Großteil des Mathematikunterrichts ein, da auf dieser grundlegenden Kulturtechnik weiterführende Bereiche der

Mathematik aufbauen. Eine Assoziation der Lernenden von Mathematik mit Rechnen erscheint somit als eine logische Schlussfolgerung.

Zwei Kinder steigen bei der Beantwortung der Frage sofort mit dem Lösen einiger Aufgaben ein, wie im Balkendiagramm ersichtlich wird. Drei Antworten tauchen jeweils lediglich einmal auf. Einem Kind ist es wichtig, dem Marsmännchen etwas über Albert Einstein zu erzählen. Vermutlich hat das Kind, das die Antwort gegeben hat, zur Einsatzzeit des Fragebogens etwas Neues über Albert Einstein gelernt, sodass es das neue Wissen unbedingt weitergeben wollte. Ein weiteres Kind sieht es nicht ein, dem Marsmännchen zu erklären, was Mathematik ist. Hier wären die Beweggründe von Interesse. Da diese Antwort jedoch in einem Fragebogen und nicht in einem Interview gegeben wurde, bestand keine Möglichkeit, diese herauszufinden. Eine Antwort, die keine Deckungsgleichheit mit der Frage aufweist, beinhaltet, dass ein Marsmännchen auch lernen und später arbeiten gehen möchte. Die dazugehörige Frage wäre vielmehr, warum einem Marsmännchen erklärt werden sollte, was Mathematik ist. Die Antwort zeigt jedoch, dass das Kind in der Lage ist, eine Verbindung von Mathematik und Arbeit herzustellen.

Werden die gebildeten Kategorien betrachtet, so fällt auf, dass bis auf drei Antworten alle den Kategorien von Grigutsch (1998) zugeordnet werden können. Der Prozess der Kategoriebildung zeigte eine Überschneidung zu den von Grigutsch bereits formulierten Kategorien, sodass eine Übernahme dieser als sinnvoll angesehen wurde. Die Antworten bezüglich der ersten Frage lassen auf eine Dominanz von schemaorientierten Beliefs schließen, da beispielsweise durch die Beschreibung anhand der Addition auf bestehende Lösungsverfahren und Regeln hingewiesen wird, was laut Maaß (2004) ein Indiz der Schemaorientierung ist. Nichtsdestotrotz ist es schwierig, die Antworten stets einem bestimmten Beliefstypen zuzuschreiben. Besonders die Zuordnung zur Schema- oder Formalismusorientierung ist nicht immer leicht. Hier wurde beispielsweise der Hinweis auf die Rechenarten einer Schemaorientierung zugeschrieben, da gewisse Regeln vorhanden sind, nach denen gerechnet wird. Laut der Formalismus-orientierung gibt es jedoch ebenfalls exakte Verfahren, die verwendet werden, sodass die Rechenarten beiden Beliefs hätten zugeordnet werden können. In dieser Arbeit entschied ich mich jedoch für eine schemaorientierte Einordnung, da diese adäquater erschien.

2. Denke nach und kreuze einen Satz an, dem du zustimmst.



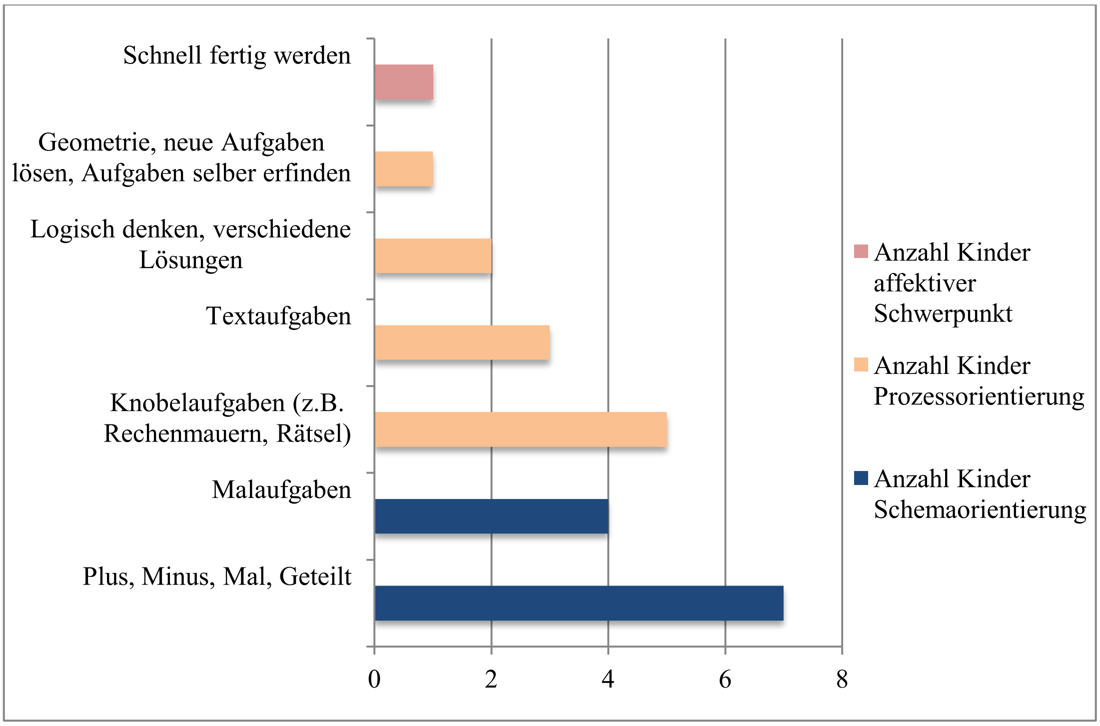
Balkendiagramm 2: Antwortverhalten 2 bezüglich Fragebogen 1

Am häufigsten wurde Satz vier gewählt, da 18 Schülerinnen und Schüler der Meinung sind, dass Mathematik im späteren Leben gebraucht wird. Mit Abstand folgt Satz drei. Die häufigste Nennung der Kinder entspricht meinen Erwartungen. Überrascht wurde ich jedoch von der Anzahl der Lernenden, die diesen Satz als zutreffend empfanden und ihn eindeutig an die Spitze stellten. Dies spricht gegen die weitverbreitete Annahme, dass die Relevanz von Mathematik im Alltag durch die fortschreitende Technologie verdeckt wird. Das Phänomen wird in der Literatur als „Relevanz-Paradoxon" (Engel 2010, 3) beschrieben. Beispielsweise das Zusammenrechnen der Preise während eines Lebensmitteleinkaufes wird längst von Computern übernommen.

Dass Satz drei am zweithäufigsten genannt wird, hätte ich nicht erwartet. Lediglich ein Kind ist der Meinung, dass es eigene Ideen benötigt und ein weiteres Kind lernt testbezogen. Dies widerspricht meiner Hypothese, dass diese Antwort relativ viel Zuspruch findet. Wie bereits vermutet, findet die Ansicht, es gäbe stets nur einen Lösungsweg, wenig Anklang. In diesem Fall nannte sogar kein Kind diese Antwortmöglichkeit.

Wird lediglich Frage 2 als Quelle herangezogen, so kann von einer Dominanz der anwendungsorientierten Beliefs ausgegangen werden.

3. **„Was machst du im Mathematikunterricht gerne?“** (Quast 2004, 46)



Balkendiagramm 3: Antwortverhalten 3 bezüglich Fragebogen 1

Das Balkendiagramm zeigt, dass sich die Meinungen der Schülerinnen und Schüler weitestgehend decken, wenn es um ihre Vorlieben in dem Fach Mathematik geht. Dies widerspricht der zuvor geäußerten Annahme. Nichtsdestotrotz zeigt das Diagramm eine dominierende Vorliebe für die Rechenarten im Allgemeinen. Eine denkbare Erklärung kann darin gesehen werden, dass die Auseinandersetzung mit den Rechenarten sehr viel Zeit des Mathematikunterrichts in Anspruch nimmt. Daraus kann die mögliche Schlussfolgerung abgeleitet werden, dass den Kindern während der Überlegung, was ihnen in Mathematik Spaß macht, zunächst die Rechenarten in den Sinn kommen. Die Multiplikation wurde gesondert betrachtet, da vier Kinder allein diese als ihre Vorliebe bezeichneten.

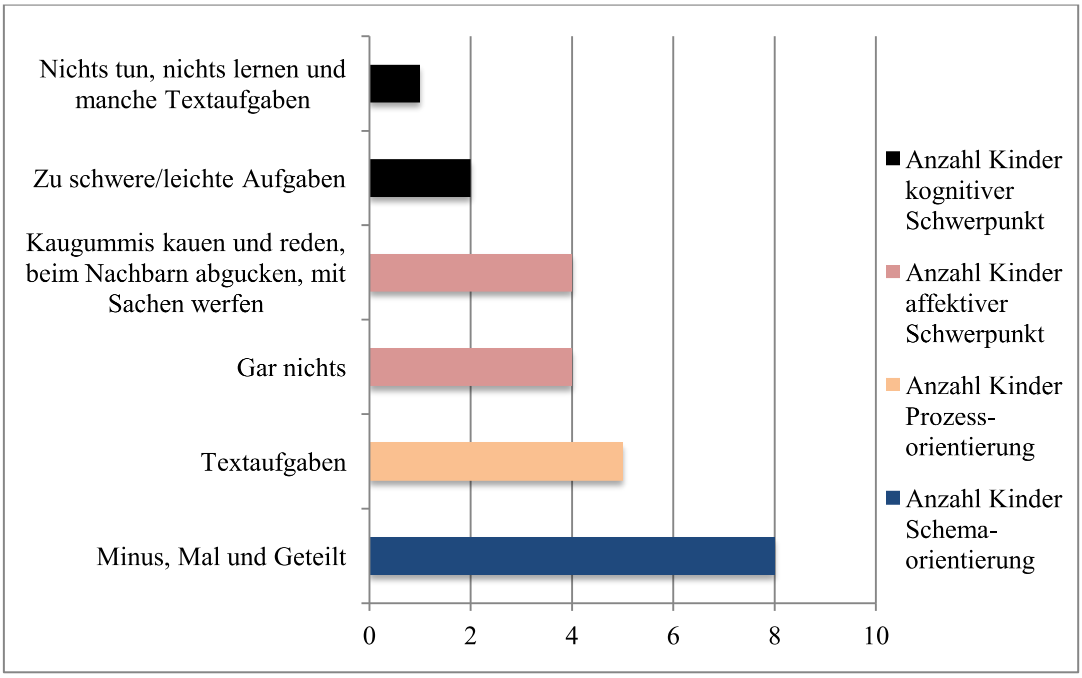
Wie das obige Diagramm verdeutlicht, werden vier verschiedene Antworten der Prozessorientierung zugeschrieben. Fünf Kinder stellen sich gern Herausforderungen in Form von Knobelaufgaben. Drei Kinder beschäftigen sich gern mit

Textaufgaben, weitere zwei Lernende hoben das logische Denken und Aufgaben mit unterschiedlichen Lösungen hervor. Einmal wurde auf die Geometrie und die Herausforderung der eigenen Erfindung von Aufgaben eingegangen. Diese Kategorie zeigt, dass nicht nur das bloße Anwenden der Rechenarten beispielsweise in Additionsaufgaben den Mathematikunterricht in der Grundschule ausmacht. Unterschiedliche Aufgabenformate in Form von Rechenmauern oder auch Textaufgaben gehören ebenfalls zur Mathematik und machen einigen Lernenden Spaß.

Ein Kind sprach die Zeitdauer an, ein Aspekt, dem ein affektiver Schwerpunkt zugeordnet werden kann.

Die Antworten der Lernenden konnten den Kategorien von Grigutsch zugeordnet werden. Des Weiteren zeigt sich eine Überschneidung mit den Kategorien von Maaß. Werden die Kategorien insgesamt betrachtet, so lassen sich eine Schema- und eine Prozessorientierung konstatieren. Die affektiven Beliefs wurden lediglich mit einer Antwort angesprochen. Es wird insgesamt das Verhältnis der Lernenden zur Mathematik deutlich. Die Antwort, schnell fertig zu werden, spielt unter anderem auf das Verständnis an, da ein Kind eine Aufgabe schneller bearbeiten kann, wenn es diese verstanden hat.

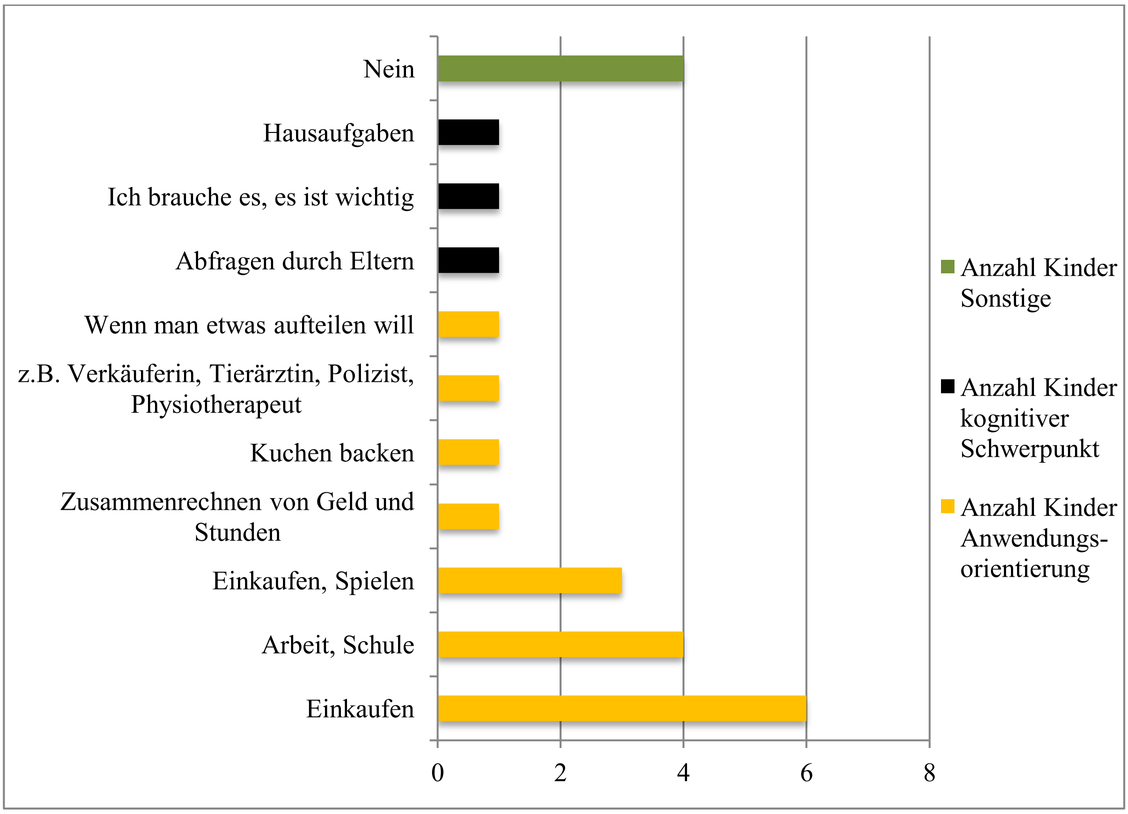
4. **„Was machst du im Mathematikunterricht nicht gerne?“** (Quast 2004, 46)



Balkendiagramm 4: Antwortverhalten 4 bezüglich Fragebogen 1

Die Hypothese, dass Textaufgaben zu den am häufigsten genannten Antworten zählen, kann nicht bestätigt werden, da die Rechenarten (exklusive Addition) drei Nennungen mehr aufweisen. Dies spiegelt sich im mathematischen Leistungsbild der Klasse wieder, da viele Schülerinnen und Schüler keine Probleme bezüglich der Addition aufweisen. Vier Kinder gaben an, dass sie alles gern machen würden. Dies zeigt, dass Mathematik, zumindest bei einigen Lernenden der Primarstufe, ein beliebtes Fach ist. Überrascht wurde ich von Antworten, die sich nicht auf den Inhalt bezogen, sondern auf das Lernumfeld. So stört es beispielsweise vier Schülerinnen und Schüler, wenn Kaugummis gekaut werden, geredet wird, beim Nachbarn abgeguckt oder aber Sachen geworfen werden. Weiterhin beziehen sich zwei Kinder auf Aufgaben mit einem unangemessenem Schwierigkeitsgrad. Doch gerade diese auf das Lernumfeld bezogenen Antworten erlauben es, eine Verknüpfung zu den kognitiven und affektiven Beliefs von Maaß (2004) herzustellen, da sie unter anderem auf die Atmosphäre im Unterricht und den Lernwillen abzielen.

5. **„Fallen dir Situationen im täglichen Leben ein, in denen du Mathematik gebraucht hast?“** (Quast 2004, 47)



Balkendiagramm 5: Antwortverhalten 5 bezüglich Fragebogen 1

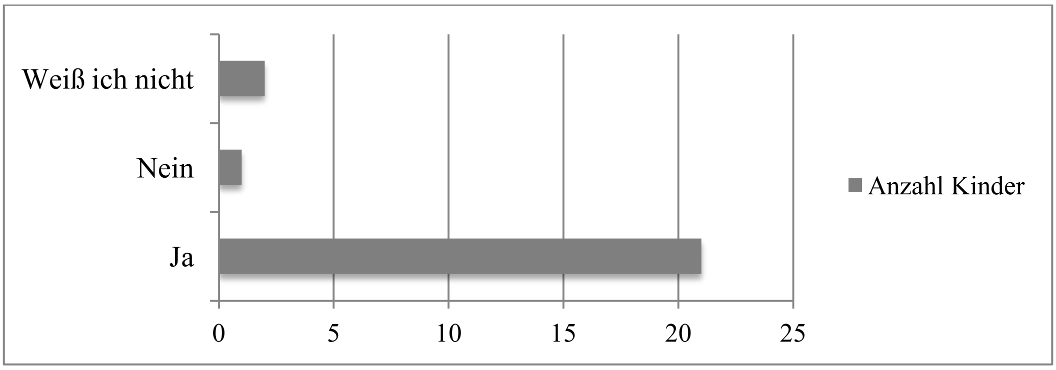
Das Balkendiagramm verdeutlicht, dass sieben unterschiedliche Antworten der Anwendungsorientierung zugeordnet werden können, sodass diese in mehrere Dimensionen aufgefächert wiedergegeben wird.

Sechs Kinder nennen das Einkaufen, was die Mehrheit darstellt und somit die aufgestellte Vermutung bestätigt. Vier Lernenden fallen keine entsprechenden Situationen ein. Dies zeigt, dass die Bedeutung der Mathematik in der Realität, wie bereits erwähnt, nicht allen Kindern bewusst ist. Weitere vier Kinder sind der Meinung, dass Mathematik innerhalb der Arbeit und der Schule benötigt wird. Somit wird der Bereich „Schule" auf das tägliche Leben ausgedehnt, was auch in Einzelnennungen wie dem Abfragen durch Eltern oder Hausaufgaben ersichtlich wird. Die Nennung „Einkaufen, Spielen" wird von drei Schülerinnen und Schülern gegeben. Eine Antwort, die aus dem Rahmen fällt, ist folgende: „Ich brauche es, es ist wichtig". Dem Kind ist bewusst, dass Mathematik eine wichtige Rolle spielt, jedoch nennt es keine entsprechende Situation im realen Leben.

Da die Fragestellung auf den Anwendungsaspekt von Mathematik abzielt, ist es nicht verwunderlich, dass die meisten Antworten einer Anwendungsorientierung zugeordnet werden können.

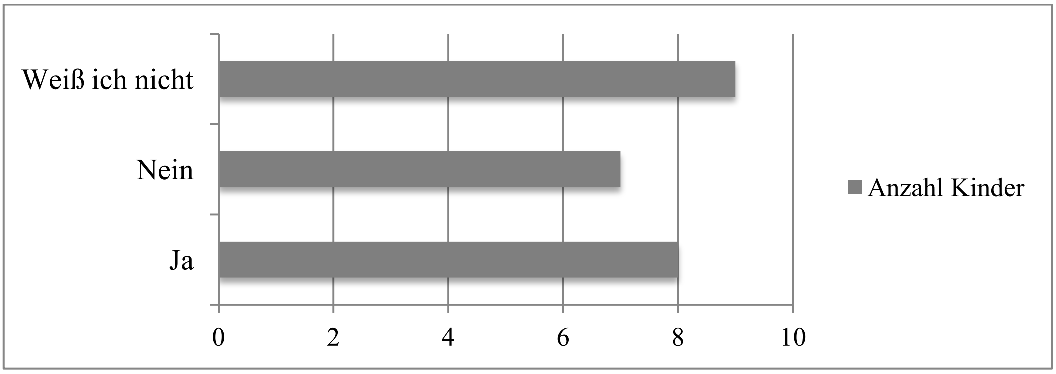
6. **Gehören die folgenden Aufgaben zur Mathematik? Kreuze an.**

- *„Schreibe Rechnungen, die 1000 ergeben."* (Walther et al. 2009, 74).



Balkendiagramm 6: Antwortverhalten 6.1 bezüglich Fragebogen 1

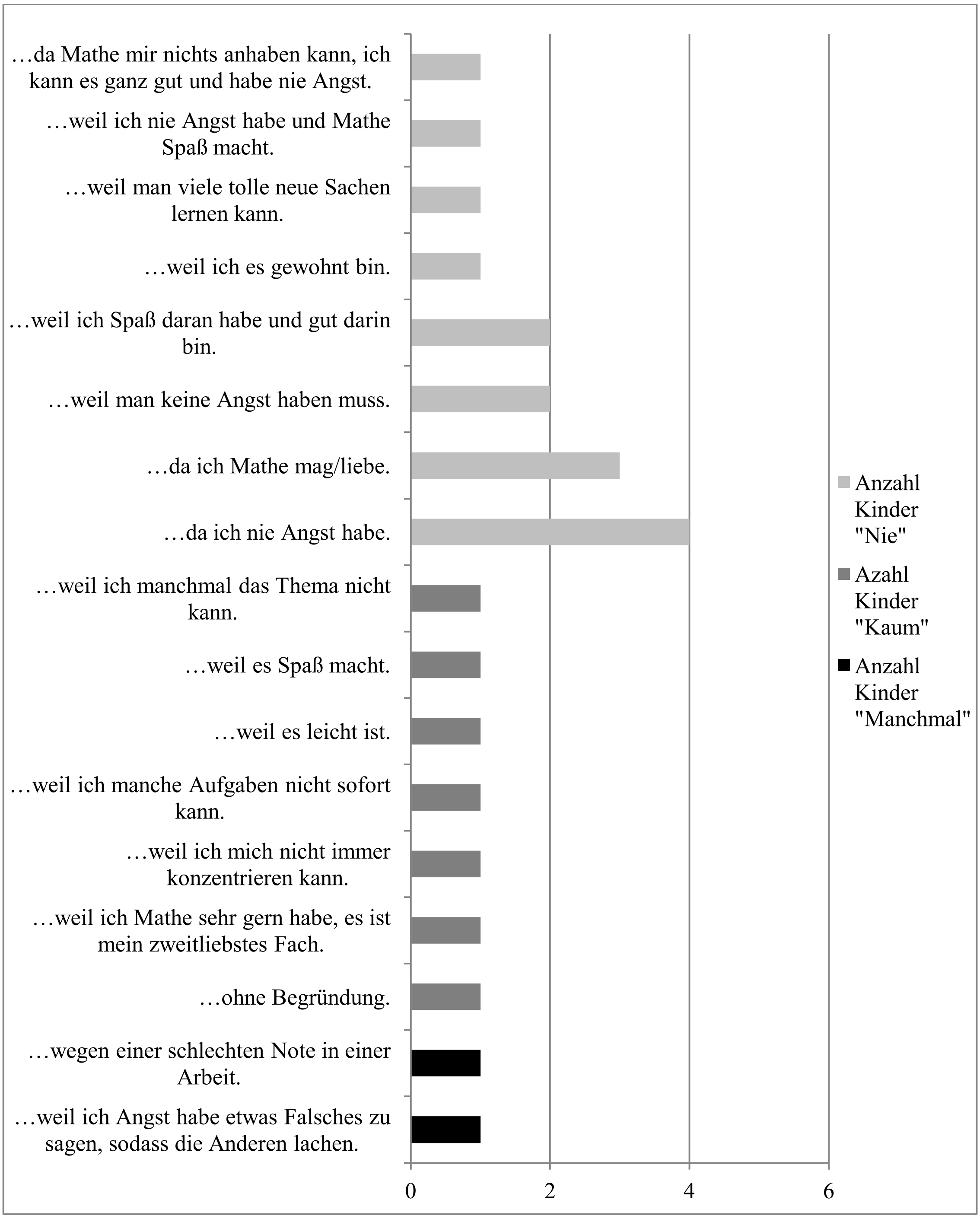
- *„Max will an seinem 8. Geburtstag mit seinen Gästen Schokoküsse essen. Wie viele Schachteln muss er mit seiner Mutter einkaufen?"* (Maaß 2009, 74)



Balkendiagramm 7: Antwortverhalten 6.2 bezüglich Fragebogen 1

Die erste Aufgabe wurde mit deutlicher Mehrheit dem Mathematikbereich zugeordnet. Lediglich ein Kind war anderer Meinung und zwei weitere Lernende waren sich unschlüssig. Die Antworten bezüglich der zweiten Aufgabe gehen weit auseinander, sodass die im Voraus formulierten Vermutungen bestätigt werden können. Acht Schülerinnen und Schüler sind sich einig, dass die zweite Aufgabe zur Mathematik gehört, fast genauso viele, nämlich sieben, sehen dies anders. Die meisten Kinder, insgesamt neun, wollen sich nicht festlegen. Dies spricht dafür, dass die Schülerinnen und Schüler vor der Studie noch keine Erfahrungen mit Modellierungsaufgaben gesammelt haben. Auch wenn immerhin acht Kinder die „Schokokuss"-Aufgabe der Mathematik zugeordnet haben, kann nicht gesagt werden, wie viele dies tatsächlich wissen und wie viele sich unsicher waren.

7. **„Hast du Angst vor dem Mathematikunterricht? Begründe."** (Maaß 2004, 316)
   - *sehr viel* ______________________________
   - *viel* ______________________________
   - *manchmal* *weil* ______________________________
   - *kaum* ______________________________
   - *nie* ______________________________



Balkendiagramm 8: Antwortverhalten 7 bezüglich Fragebogen 1

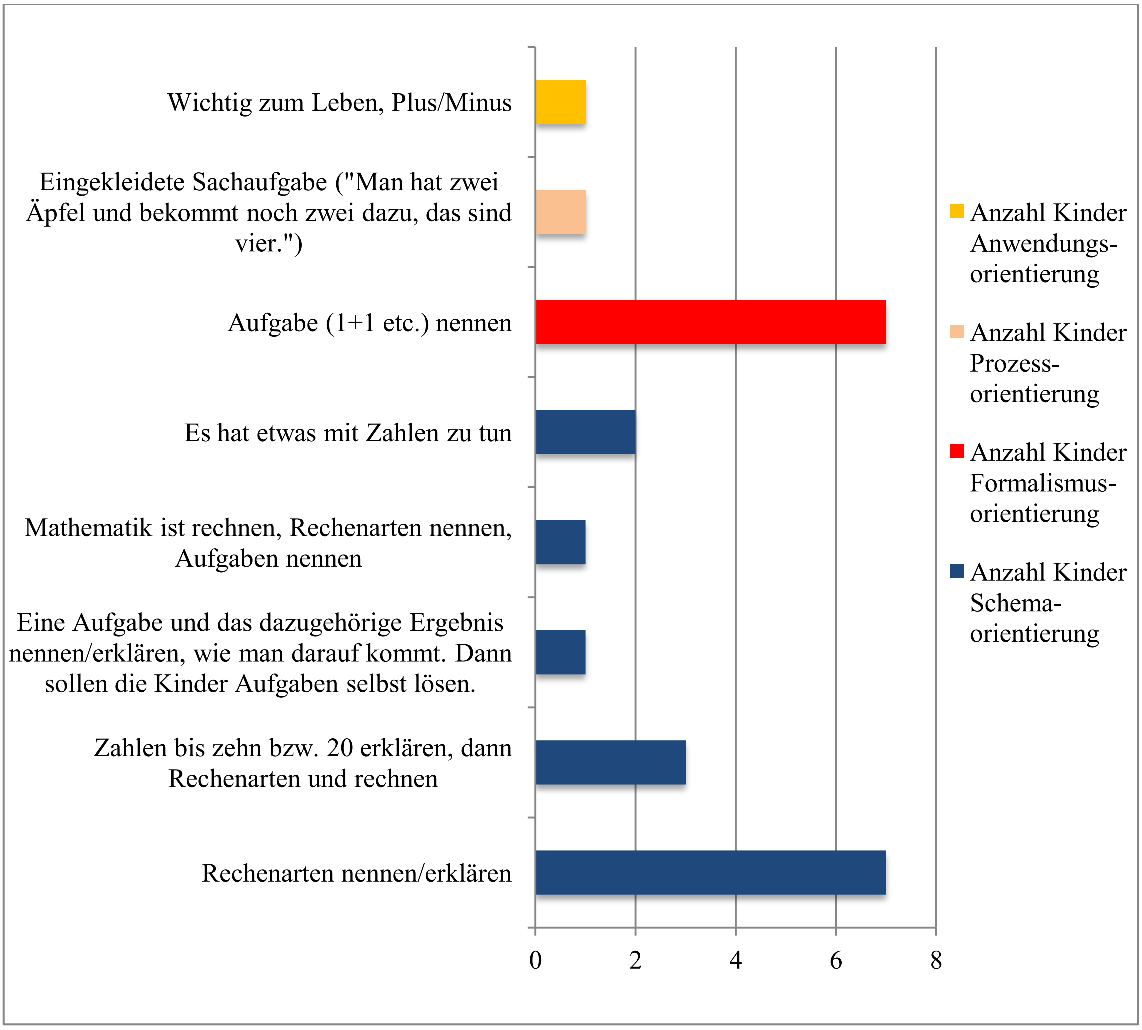
Es ist eine Tendenz zu verzeichnen, dass die Kinder nur sehr selten oder nie Angst vor dem Mathematikunterricht haben. Die Vermutung, dass die Extreme keine Beachtung finden, trifft lediglich für den Bereich „viel“ und „sehr viel“ zu. Die meisten Kinder geben an, nie Angst vor dem entsprechenden Unterricht zu haben. Die häufigste Begründung lautet, dass die Schülerinnen und Schüler niemals Angst besitzen. Drei weitere Kinder geben an, Mathematik zu mögen, zwei andere

Schülerinnen und Schüler beteuern, dass ein Kind keine Angst haben muss. Wieder zwei weitere Lernende geben zu, Spaß an dem Fach zu haben und gut darin zu sein. Das Ergebnis spiegelt eine weitestgehend angstfreie und somit ideale Situation wider. Es ist wichtig, eine angstfreie Atmosphäre zu schaffen, um den Schülerinnen und Schülern das Lernen zu erleichtern.

Nun konnte ein Überblick bezüglich der Antworten des ersten Fragebogens gegeben werden. Es kann eine geringfügige Dominanz der Schema- sowie Anwendungsorientierung verzeichnet werden. Es ist weiterhin interessant, welche Ergebnisse der zweite Fragebogen darlegt. Um dies transparent machen zu können, seien im Folgenden die Ergebnisse des **Fragebogen 2** dargelegt.

5.2 Fragebogen 2

1. **Stell dir vor, du wärst der Lehrer einer ersten Klasse. Wie würdest du den Kindern deiner Klasse erklären, was Mathematik bedeutet?**

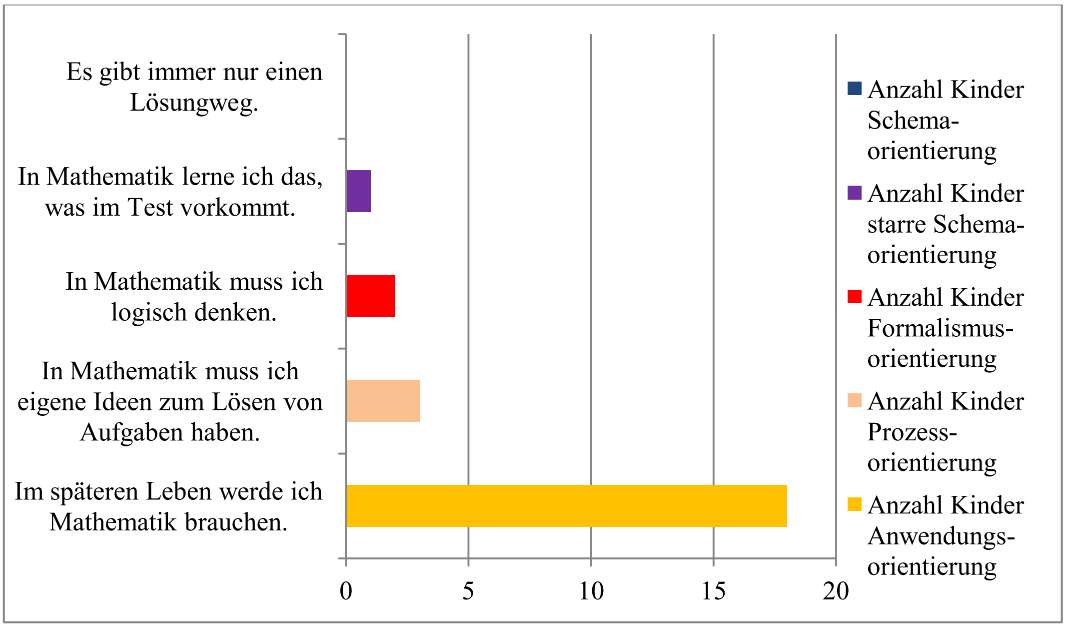


Balkendiagramm 9: Antwortverhalten 1 bezüglich Fragebogen 2

Auch innerhalb des zweiten Fragebogens dominiert in den Antworten der ersten Frage die Schemaorientierung, womöglich aus demselben Grund, der bereits bei dem ersten Fragebogen erwähnt wurde. Sieben der Schülerinnen und Schüler würden Mathematik erklären, indem sie die Rechenarten nennen und erklären. Weitere sieben Kinder ziehen es vor, eine Additionsaufgabe zu nennen. Um Mathematik zu erklären, würden drei weitere Lernende die Zahlen bis zehn beziehungsweise 20 erklären, gefolgt von einer Erklärung der Rechenarten und Rechnungen. „Mathematik hat etwas mit Zahlen zu tun“, lautet die Erklärung von zwei anderen Kindern. Eine unter den jeweils nur einmal genannten Antworten sticht aus der überwiegenden Schemaorientierung besonders heraus, da der Lebensweltbezug angesprochen wird. Die Hypothese, dass die Schülerinnen und Schüler Mathematik lediglich durch Zusammenrechnen erklären, kann dementiert werden, da eine Orientierung an Aufgaben und Rechenarten vorliegt, die sich nun mal auf alle vier Rechenarten beziehen. Jedoch muss eingeräumt werden, dass innerhalb der Beispielaufgaben einfache Additionsaufgaben dominieren.

Es herrscht eine Dominanz der Schemaorientierung vor, da beispielsweise die Nennung und Erklärung von Rechenarten auf diese schließen lässt. Es wird ein Bezug zur Anwendung gelernter Schemata aufgebaut, was laut Maaß (2004) auf eine Schemaorientierung hindeutet.

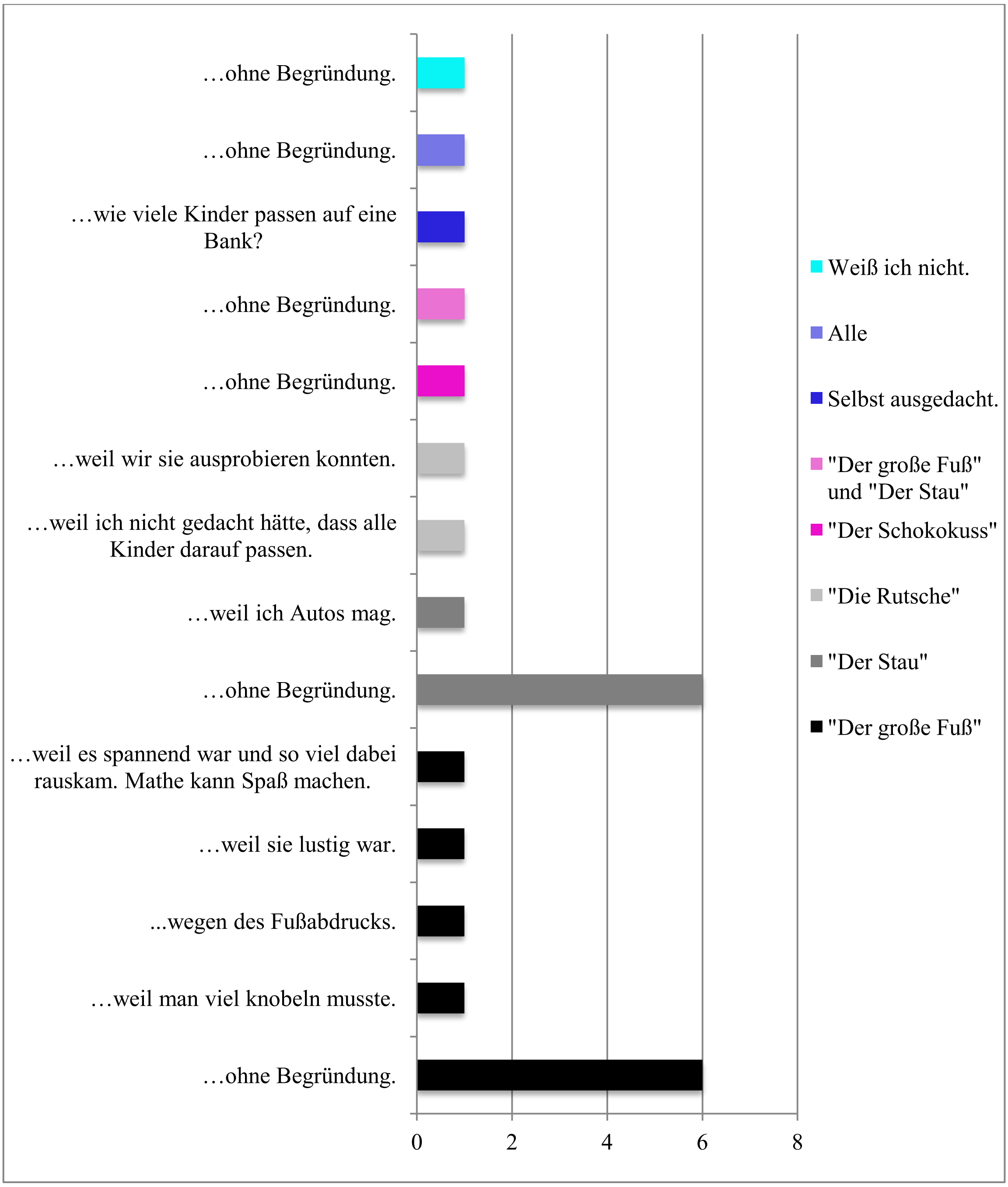
2. Denke nach und kreuze einen Satz an, dem du zustimmst.



Balkendiagramm 10: Antwortverhalten 2 bezüglich Fragebogen 2

Die Schülerinnen und Schüler sind sich mit Abstand einig darüber, dass Mathematik im späteren Leben gebraucht wird. Drei weitere Lernende sind der Meinung, dass eigene Ideen zum Lösen von Aufgaben benötigt werden. Die Ansicht, dass in Mathematik logisch gedacht werden muss, wird von zwei Kindern vertreten, wohingegen ein Kind für den Test lernt. Die Vermutung, dass sich vermehrt Kinder für das Ankreuzen der eigenen Ideen und des logischen Denkens entscheiden, kann nur teilweise bestätigt werden, da das logische Denken immerhin einmal mehr angekreuzt wurde. Auch hier können jedoch, wie in Fragebogen 1, die anwendungsorientierten Beliefs als die am stärksten vertretenen angeführt werden.

3. In den letzten Mathematikstunden hast du Modellierungsaufgaben kennengelernt. Welche hat dir am besten gefallen? Begründe.

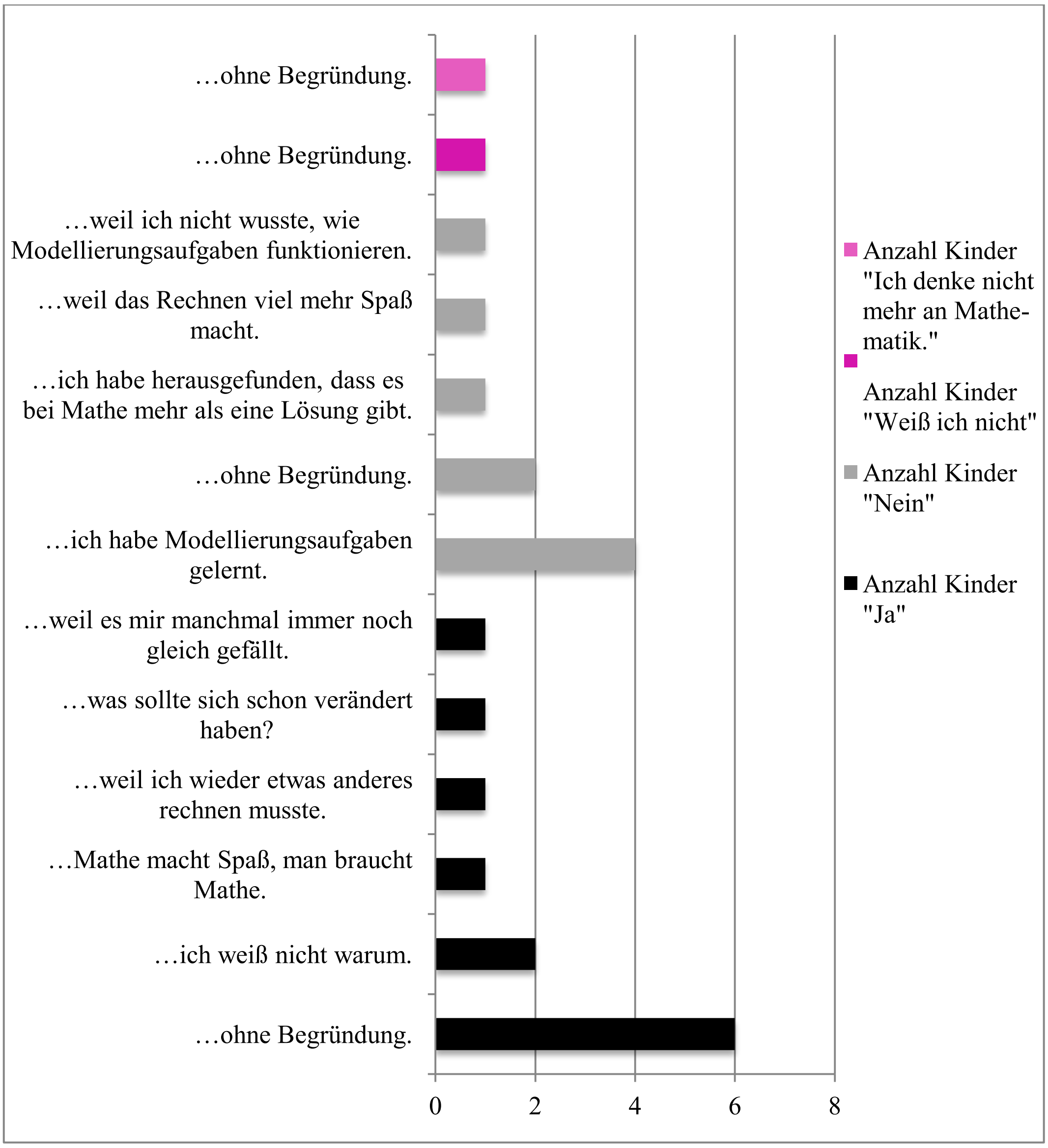


Balkendiagramm 11: Antwortverhalten 3 bezüglich Fragebogen 2

Die Aufgabe „Der große Fuß“ gefiel den Schülerinnen und Schülern am besten, gefolgt von der „Der Stau“-Aufgabe. Dies entspricht der unter 3.3.1 aufgestellten Hypothese. Sowohl die Aufgabe „Die Rutsche“ und „Der Schokokuss“ wurden genannt. Ein Kind konnte sich nicht zwischen „Der große Fuß“ und „Der

Stau“ entscheiden. Einem weiteren Lernenden gefielen die eigenständig ausgedachten Aufgaben. Dass diese Antwort gegeben wurde, überraschte mich, da ich davon ausgegangen war, dass lediglich Aufgaben genannt werden, die die Lernenden gelöst hatten. Die Kinder hatten sich die Aufgaben ausschließlich ausgedacht, aber nicht gelöst. Dies zeigt die hohe Wertschätzung, die Kinder ihren eigenen Ideen entgegenbringen. Deshalb ist es sehr wichtig, Schülerlösungen stets anzuerkennen und zu würdigen. Weiterhin wiesen zwei Kinder Entscheidungsschwierigkeiten auf, da sie die Frage mit „alle“ beziehungsweise „weiß ich nicht“ beantworteten.

4. **Denkst du noch genauso über Mathematik wie vor zwei Wochen? Warum/Warum nicht?**

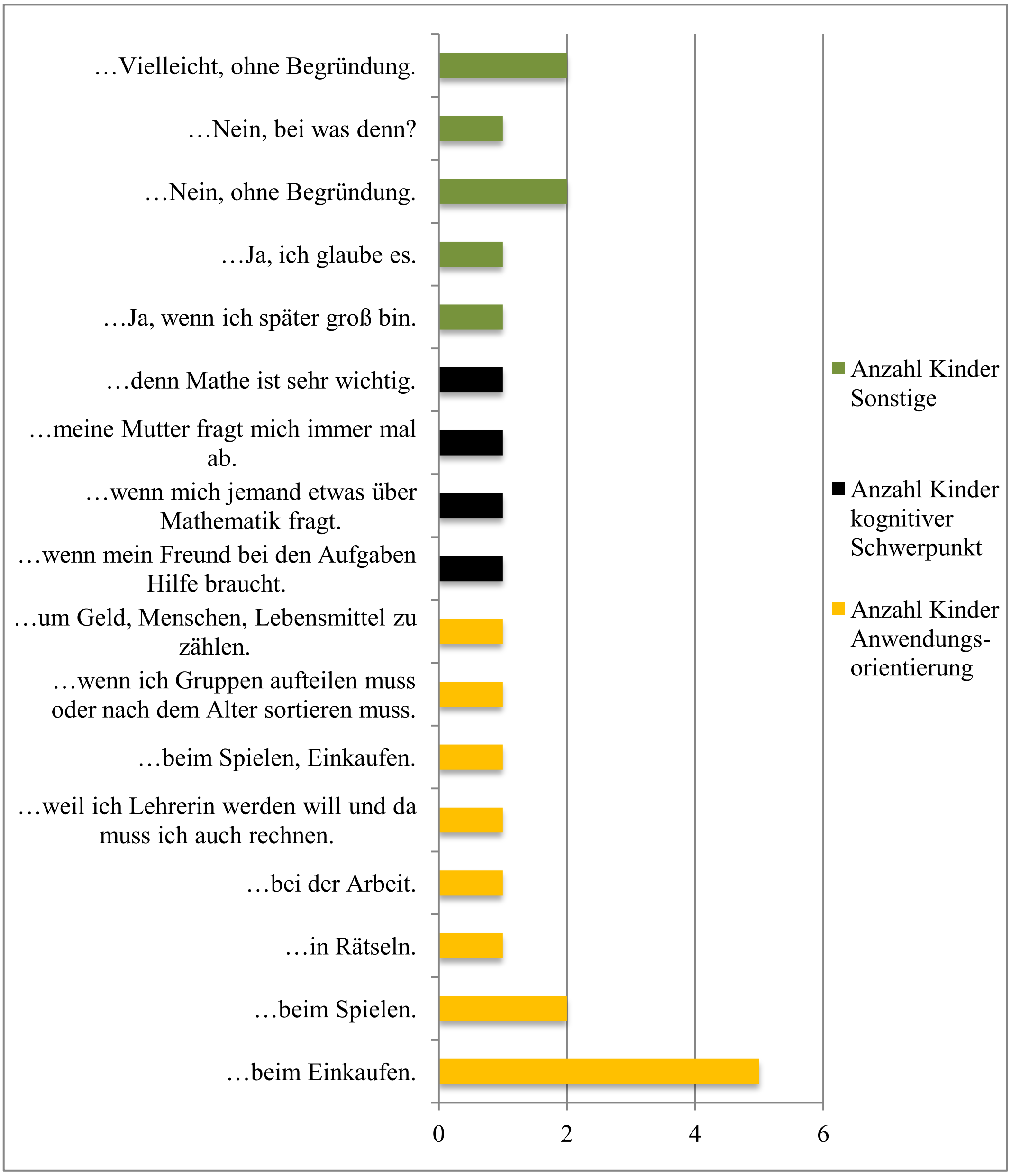


Balkendiagramm 12: Antwortverhalten 4 bezüglich Fragebogen 2

Wie bereits vermutet, ist die Mehrheit der Kinder der Meinung, noch genauso über Mathematik zu denken, wie vor Beginn der Studie. Immerhin neun Kinder sagen jedoch, eine Veränderung feststellen zu können. Die am häufigsten genannte Begründung der Schülerinnen und Schüler ist, dass Modellierungsaufgaben gelernt wurden. Diese Begründung lässt allerdings keine eindeutigen Schlüsse für die Bedeutung der Beliefs der Lernenden zu, da ein weiterführender Schritt, der die Veränderungen an den Sichtweisen durch den neuen Aufgabentyp darstellt, nicht vollzogen wurde. Ein anderes Kind schließt jedoch aus den neu gewonnenen Erfahrungen, dass Mathematikaufgaben mehrere Lösungen besitzen können. Hier kann eine Erweiterung der mathematischen Sichtweise des Kindes festgestellt werden.

Ein Kind, das sich unsicher ist, gibt die Antwort: „Weiß ich nicht“. Eine gegebene Antwort kann nur schwer gedeutet werden: „Ich denke nicht mehr an Mathematik“. Die Intention ist uneindeutig.

5. Kannst du dein Wissen über Mathematik auch in deiner Freizeit gebrauchen? Begründe.



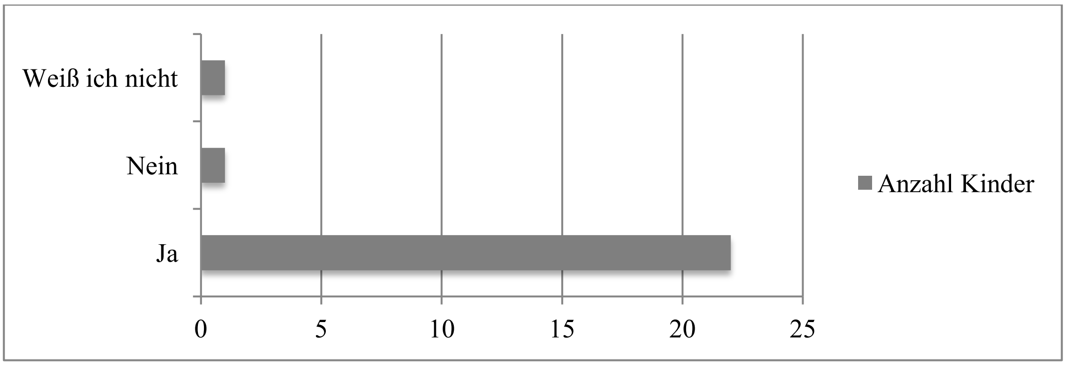
Balkendiagramm 13: Antwortverhalten 5 bezüglich Fragebogen 2

Das Balkendiagramm zeigt, dass die Anwendungsorientierung dominiert und durch acht verschiedene Antworten repräsentiert wird. Die Schülerinnen und Schüler sind sich somit durchaus einer Relevanz der Mathematik in ihrer Freizeit bewusst.

Bis auf fünf Kinder sind alle fest davon überzeugt, ihr Mathematikwissen in der Freizeit gebrauchen zu können. Fünf Lernende nennen als Beispiel das Einkaufen, zwei weitere das Spielen, sodass die zuvor aufgestellte Hypothese (Kapitel 3.3.1) bestätigt werden kann. Auffallend sind zwei unter „Sonstige“ verortete Antworten. „Wenn ich später groß bin“ begründet nicht die Antwort. „Ja, ich glaube es“ vermittelt Unsicherheit, die Antwort wird jedoch nicht zu „vielleicht“ gezählt, da eindeutig ein „ja“ darin enthalten ist. Nichtsdestotrotz sind sich zwei Kinder unsicher. Insgesamt drei Schülerinnen und Schüler sind der Meinung, ihr Mathematikwissen nicht in ihrer Freizeit gebrauchen zu können, zwei davon können ihre Meinung nicht begründen. Da sich die Frage auf die Anwendungsorientierung bezieht, ist es nur logisch, dass die Antworten der Kinder am häufigsten dieser zugeordnet werden können.

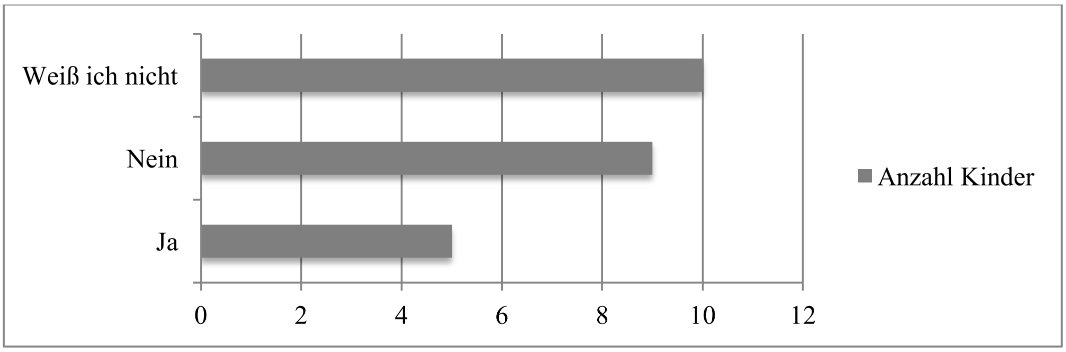
6. Gehören die folgenden Aufgaben zur Mathematik? Kreuze an.

„Du willst 12 Kinder zu deinem Geburtstag einladen. Bekommt jeder einen Platz am Tisch?“ (Maaß 2009, 25)



Balkendiagramm 14: Antwortverhalten 6.1 bezüglich Fragebogen 2

„'Eine Million? Wie viel ist das, das kann ich mir nicht vorstellen', sagt ein Kind. Wie würdest du es erklären? Schreibe auf.“ (Walther et al. 2009, 69)



Balkendiagramm 15: Antwortverhalten 6.2 bezüglich Fragebogen 2

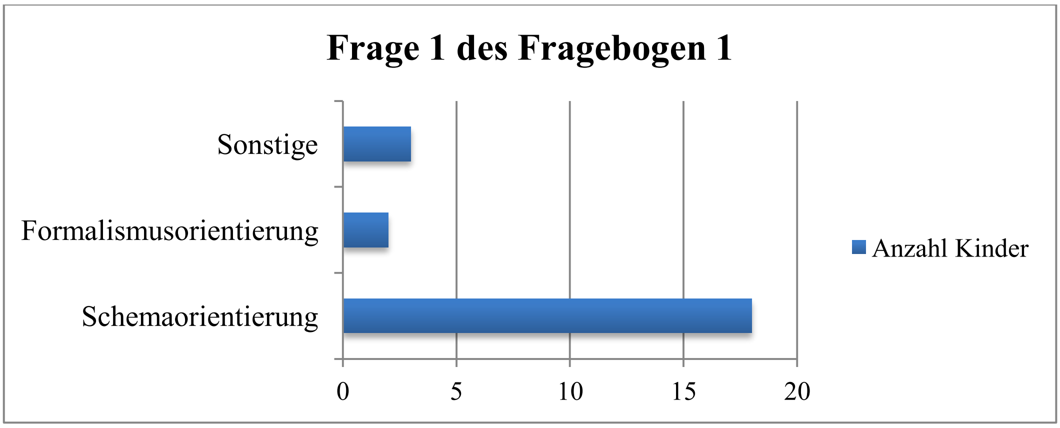
Alle Kinder, bis auf zwei, ordnen die erste Aufgabe der Mathematik zu, was richtig ist. Die aufgestellte Hypothese kann jedoch nicht bestätigt werden, da sich diese auf alle Kinder bezog. Die Ergebnisse bezüglich der zweiten Aufgabe deuten auf allgemeine Unsicherheit hin. Fünf Lernende sind der Meinung, es handle sich um eine Mathematikaufgabe, neun sind einer gegenteiligen Meinung. Die Mehrheit, zehn Schülerinnen und Schüler, kann sich nicht entscheiden. Die zuvor geäußerte Behauptung, dass ein Großteil der Kinder die Aufgabe nicht der Mathematik zuordnet, erhält somit Bestätigung.

Werden die Ergebnisse des zweiten Fragebogens insgesamt betrachtet, ist eine fortschreitende Ausprägung der Anwendungsorientierung zu verzeichnen, sodass diese die Schemaorientierung sukzessiv verdrängt.

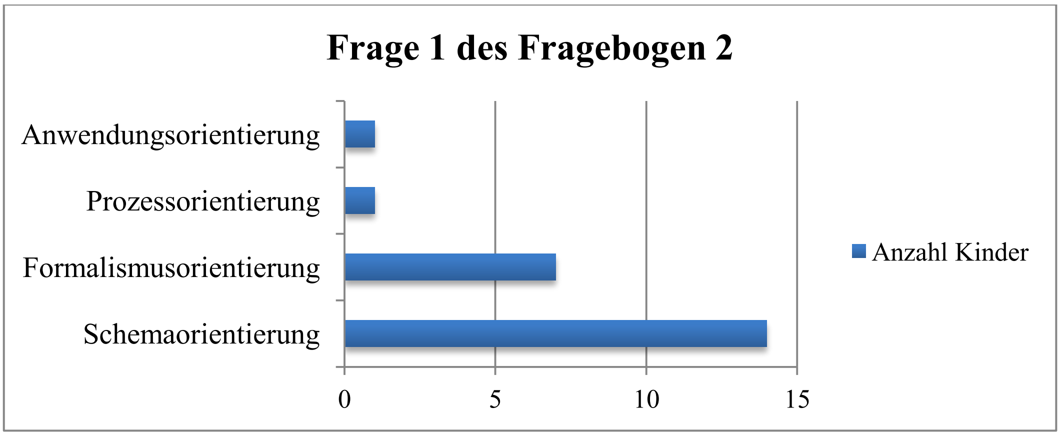
5.3 Die beiden Fragebögen im Vergleich

Interessant ist, ob sich eine Veränderung im Antwortverhalten der Schülerinnen und Schüler im Vergleich der beiden Fragebögen abzeichnet. Um dies herauszufinden, werden die Antworten der Kinder und die daraus resultierenden Kategorien einander gegenübergestellt.

Bezüglich der **ersten Frage** der beiden Fragebögen kann verzeichnet werden, dass zu der Schema- und Formalismusorientierung eine Prozess- und Anwendungsorientierung hinzugekommen ist, wie die folgenden Balkendiagramme verdeutlichen:



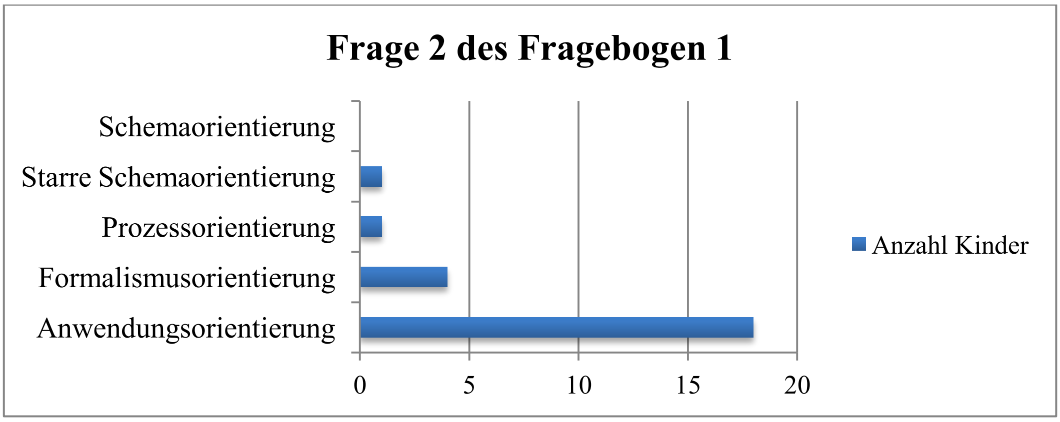
Balkendiagramm 16: Frage 1 Fragebogen 1



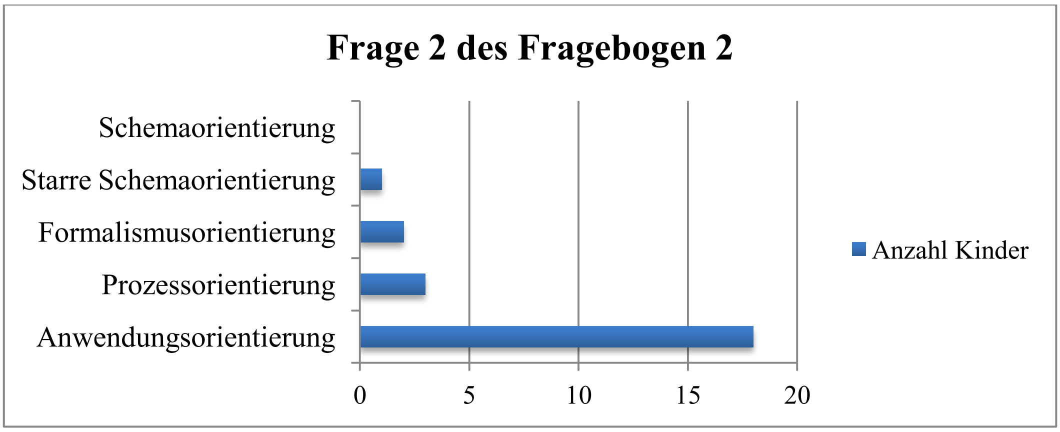
Balkendiagramm 17: Frage 1 Fragebogen 2

Die Orientierung an der Addition wurde durch eine generelle Aufgaben-orientierung und eine Erklärung anhand der Rechenarten abgelöst. Auffallend ist, dass der Lebensweltbezug Beachtung findet, was als Einfluss der Modellierungen gesehen werden kann. Insgesamt kann festgehalten werden, dass die beiden ersten Fragen der Fragebögen eine hauptsächliche Ausrichtung an schemaorientierten Beliefs aufweisen.

Auf Grundlage der **zweiten Frage** kann keine erhebliche Veränderung festgestellt werden. Die Abweichungen sind minimal und lediglich bei den Behauptungen „In Mathematik muss ich logisch denken“ (4 Kinder→2 Kinder) und „In Mathematik muss ich eigene Ideen zum Lösen von Aufgaben haben“ (1 Kind→3 Kinder) zu verzeichnen, was in den anschließenden Balkendiagrammen ersichtlich wird:



Balkendiagramm 18: Frage 2 Fragebogen 1



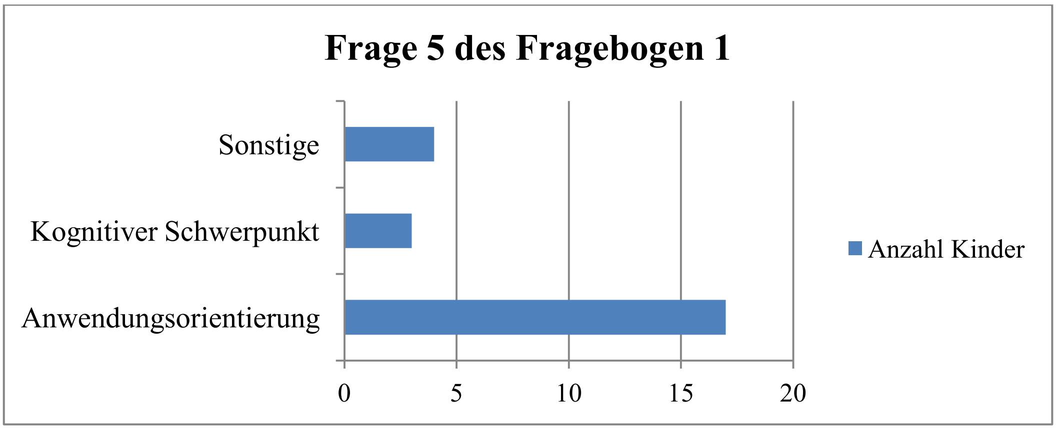
Balkendiagramm 19: Frage 2 Fragebogen 2

Die Diagramme machen auf die stark vertretene Anwendungsorientierung in beiden Fragebögen aufmerksam. Weiterhin kann davon ausgegangen werden, dass die durchgeführten Modellierungen allmählich das Bewusstsein der Kinder darauf lenken, dass sich die Lernenden im Mathematikunterricht mit ihren eigenen Ideen einbringen können, beispielsweise durch das Treffen geeigneter Annahmen. Allerdings gilt es anzumerken, dass die Dominanz der Anwendungsorientierung ausschlaggebend von der Wahl der Sätze abhängt, die die entsprechenden Beliefs repräsentieren. Wäre die Schemaorientierung beispielsweise nicht durch die Aussage „Es gibt immer nur einen Lösungsweg" widergespiegelt worden, sondern wäre auf die Wichtigkeit von Regeln verwiesen worden, hätten sich eventuell einige Lernende für diese Ansicht entschieden. Diesbezüglich kann allerdings nur eine Hypothese aufgestellt werden. Eine zukünftige Studie, die eventuell an das Thema dieser Examensarbeit anknüpft, könnte dieser Vermutung nachgehen. Hier bleibt lediglich anzumerken, dass das Ankreuzverhalten der Kinder stark von den ausgewählten Repräsentationssätzen beeinflusst wird.

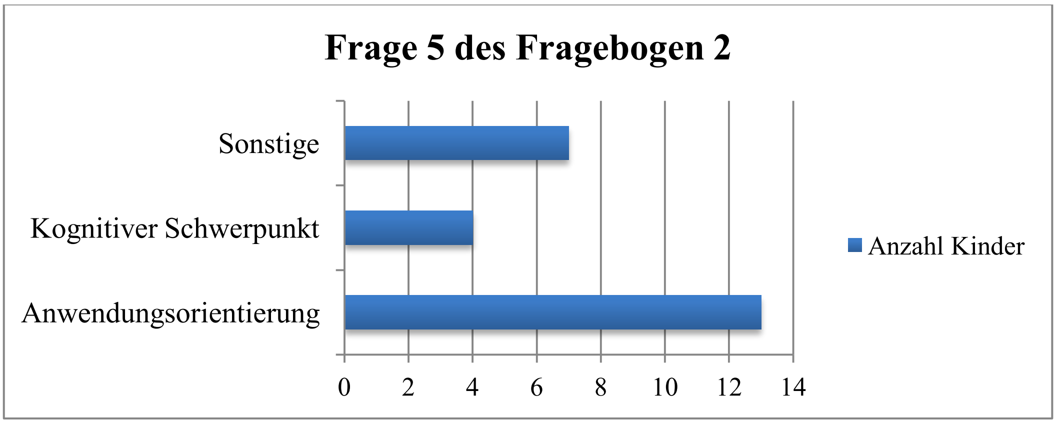
Die **Fragen drei und vier** sind in den beiden Fragebögen nicht deckungsgleich, sodass ein Vergleich unangebracht wäre.

Sinnvoll ist hingegen der Vergleich der **Frage fünf**, die den Lebensweltbezug anspricht. Die Frage wird in beiden Fragebögen von dem Beispiel „Einkaufen" angeführt, allerdings nennen zunächst noch sechs Lernende dieses Beispiel, später nur noch fünf. In Fragebogen 1 fallen vier Schülerinnen und Schülern keine Situationen im täglichen Leben ein, in denen sie Mathematik gebraucht haben. Fragebogen zwei zeigt, dass nur noch drei Kinder ihr Wissen nicht in ihrer Freizeit gebrauchen können, zwei weitere sind sich unsicher. In den

Beispielen, die angeführt werden, ist in Fragebogen 2 eine größere Variation zu verzeichnen, denn den 14 unterschiedlichen Antworten stehen lediglich zehn in Fragebogen 1 entgegen. Als ein Indikator kann die Einführung der Modellierung gesehen werden, was sich beispielsweise in der Aussage, dass Mathematik gebraucht wird, um Menschen zu zählen, verdeutlicht. Hier kann eine Verbindung zu der durchgeführten „Der Stau"-Aufgabe gesehen werden, in der die Anzahl der Personen herausgefunden werden sollte. Es scheint, dass die Lernenden beginnen, verstärkt über Mathematik und die Relevanz in der Realität nachzudenken. Werden die verschiedenen Kategorien insgesamt gesehen, so folgt daraus diese Verteilung:



Balkendiagramm 20: Frage 5 Fragebogen 1

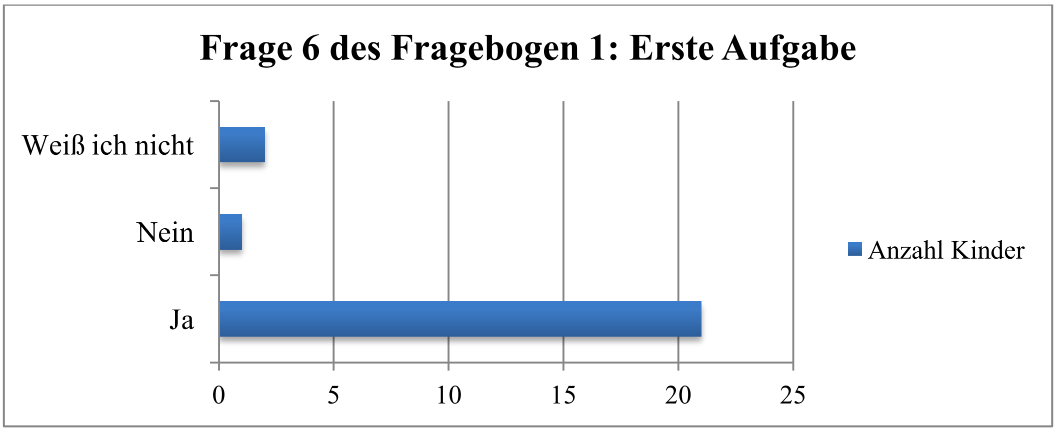


Balkendiagramm 21: Frage 5 Fragebogen 2

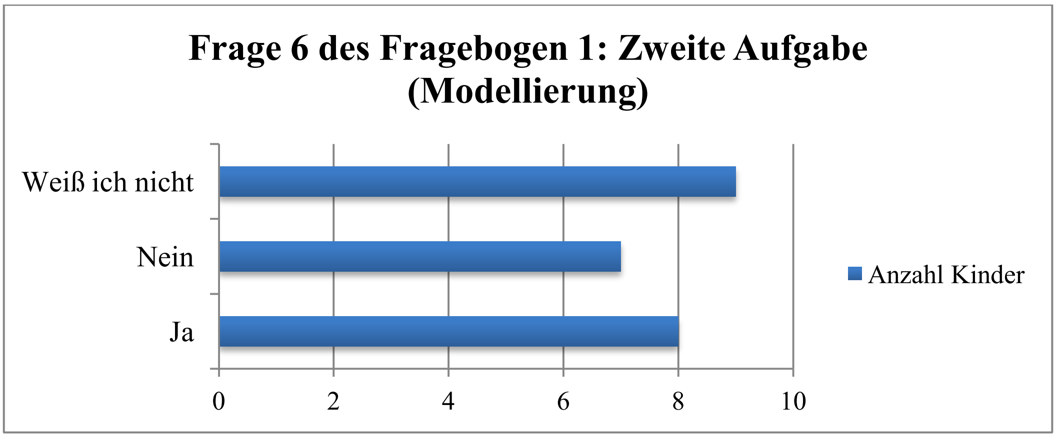
Die hier zu verzeichnende Abnahme von Antworten, die der Anwendungsorientierung zuzuordnen sind, kann mit der Zunahme der Kategorie „Sonstige" erklärt werden, die unter anderem zwei Antworten beinhaltet, die nicht zuzuordnen sind. Nichtsdestotrotz dominiert die Anwendungsorientierung in dieser Frage deutlich.

Weiterhin ist es von großem Interesse, was **Frage sechs** ergab, die in beiden Fragebögen von den Lernenden wissen wollte, ob die aufgeführten Aufgaben - darunter jeweils eine Modellierungsaufgabe - der Mathematik zugeschrieben werden können.

Im ersten Fragebogen waren lediglich acht Schülerinnen und Schüler davon überzeugt, dass die „Schokokuss“-Aufgabe zum Bereich der Mathematik gehört. Den sieben Lernenden, die gegenteiliger Meinung waren, standen neun Kinder entgegen, die sich nicht entscheiden konnten. Die folgenden Diagramme stellen dies übersichtlich dar:



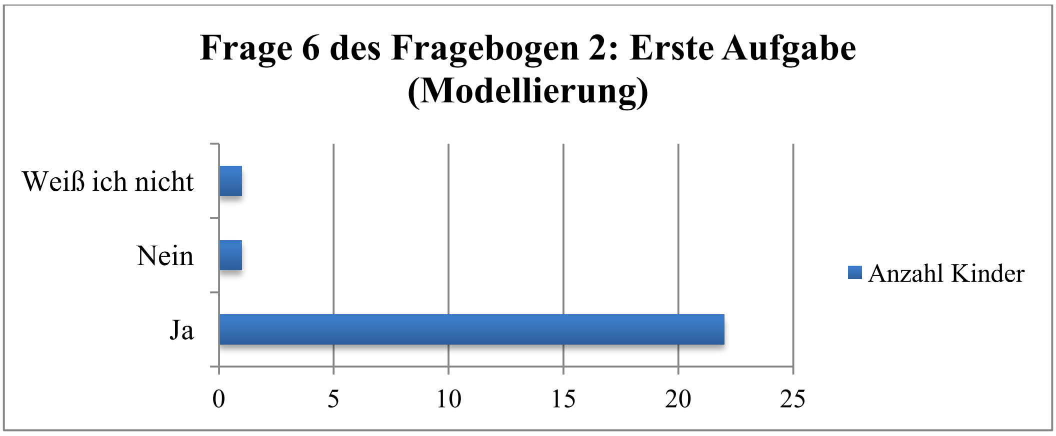
Balkendiagramm 22: Frage 6.1 Fragebogen 1



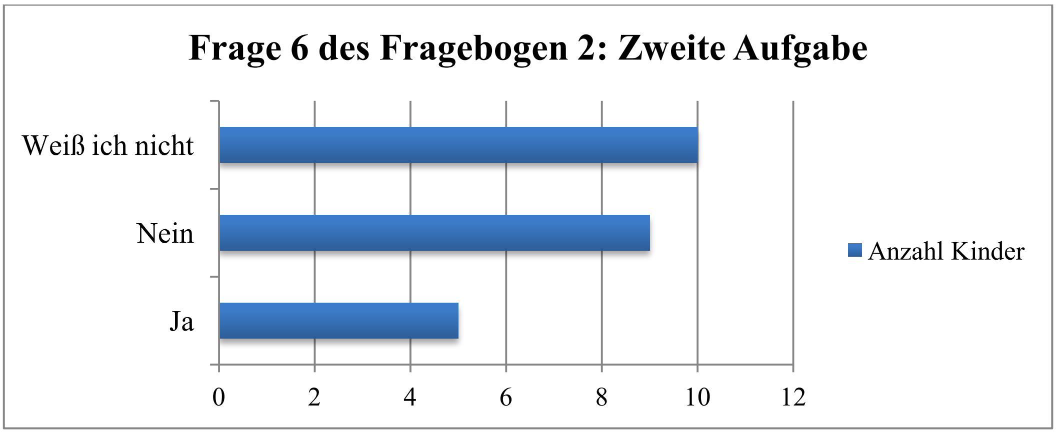
Balkendiagramm 23: Frage 6.2 Fragebogen 1

Im zweiten Fragebogen zeichnet sich eine eindeutigere Verteilung ab, da bis auf zwei Kinder alle Lernenden die Modellierungsaufgabe als Mathematikbestandteil ansahen. Dieser Verdienst kann dem durchgeführten Unterrichtsversuch zugeschrieben werden, da die Kinder in diesem mit Modellierungsaufgaben vertraut gemacht wurden. Somit fand eine Erweiterung des Mathematikbildes der

Kinder statt, da sie in ihre Sichtweise die Modellierung integriert haben. Auch diese Verteilung soll anhand der folgenden Diagramme veranschaulicht werden:



Balkendiagramm 24: Frage 6.1 Fragebogen 2



Balkendiagramm 25: Frage 6.2 Fragebogen 2

Da der zweite Fragebogen sechs Fragen beinhaltet, kann die **siebte Frage** des Fragebogen 1 hier nicht verglichen werden.

Wie in diesem Kapitel ersichtlich wurde, können mathematische Weltbilder der Schülerinnen und Schüler mithilfe der Fragebögen analysiert werden. Weiterhin bietet sich eine Zuordnung zu den Kategorien von Grigutsch (1998) und Maaß (2004) an. Grigutsch (1998) führte, wie bereits erwähnt, Untersuchungen bezüglich der Beliefs der Schülerinnen und Schüler in der Sekundarstufe durch. Seine Untersuchungen ergaben, dass beispielsweise in einer sechsten Klasse die schemaorientierten Beliefs am stärksten vertreten waren. In Klasse neun kommt zu diesem Belief ein starkvertretener formalismusorientierter Belief hinzu (vgl. Grigutsch 1998). Werden die Ergebnisse der beiden Fragebögen dieses Unterrichtsversuchs betrachtet, so dominieren nach Einsatz des ersten Fragebogens eine Schema- und Anwendungsorientierung. Die Antworten des zweiten Fragebogens bringen eine Dominanz der Anwendungsorientierung hervor. Insgesamt gesehen kann also eine Dominanz zweier Belieftypen für die hier untersuchte vierte Klasse vermerkt werden. Hierbei handelt es sich um schema- sowie anwendungsorientierte Beliefs, sodass eine Abweichung von Grigutschs festgestellten Beliefs für die Sekundarstufe vorliegt. Im Verlauf der Studie hat die Anwendungsorientierung an Relevanz gewonnen, was neben anderen Faktoren durch den Einsatz der Modellierungsaufgaben hervorgerufen wurde. Um repräsentative Ergebnisse erhalten zu können, sollten mehrere Klassen untersucht werden, was im Rahmen der Bearbeitungszeit der Examensarbeit bedauerlicherweise nicht möglich war. Dennoch soll versucht werden, im Rahmen der Möglichkeiten fundierte Ergebnisse hervorzubringen.

Um nun eine individuelle Betrachtung der Thematik zu ermöglichen, werden im Folgenden die durchgeführten Interviews analysiert.

5.4 Interview 1

Wie in Kapitel 3.4 bereits vermerkt wurde, fand eine Analysierung der Interviews anhand der theoretischen Kodierung statt, durch die sich für das erste Interview einige Kodes, die zu Kategorien zusammengefasst wurden, ergaben. Dabei fiel, wie bereits bei den Fragebögen, eine Überschneidung zu den von Grigutsch formulierten Beliefs auf, sodass sich unter anderem auf diese bezogen wurde. Die Kategorien, die sich ergaben, sind im Folgenden einzusehen.

Den Transkripten der ersten Interviews konnte ich drei Kategorien entnehmen: Formalismus-, Schema- und Anwendungsorientierung. Auf eine Formalismusorientierung kann durch folgende Antworten geschlossen werden:

Formalimusorientierung:

- *Mathematik besteht aus Rechenaufgaben.*
- *In Mathematik muss logisch gedacht werden.*
- *Logisch denken spiegelt sich beispielsweise in dem Treffen geeigneter Annahmen bei Modellierungen wider.*

Andere Antworten lassen auf eine Schemaorientierung schließen, was in diesen Antworten ersichtlich wird:

Schemaorientierung:

- *Mathematik hat mit Zahlen zu tun.*
- *Die Rechenarten sind ausschlaggebend.*

Die folgenden Aussagen können hingegen einer Anwendungsorientierung zugeordnet werden:

Anwendungsorientierung:

- *Im späteren Beruf wird Mathematik gebraucht.*
- *Wenn ich meinem kleinen Bruder in Mathematik helfen will, muss ich es können.*

Weiterhin kann eine beginnende Erweiterung des Mathematikbildes vermutet werden, da die ausgewählten Schülerinnen die Meinung vertreten, dass Modellierungsaufgaben der Mathematik zugeschrieben werden können und dass innerhalb von Modellierungen Annahmen getroffen werden können, um fehlende Informationen zu erhalten.

5.5 Interview 2

Auch das zweite Interview bot eine Basis zur Herausfilterung einiger Kodes, die anschließend in Kategorien gefasst werden konnten. Auffallend war wiederum die Ähnlichkeit zu den von Grigutsch formulierten Beliefs. Hinzu kommt, dass das zweite Interview zudem Überschneidungen zu den Beliefs von Maaß aufweist.

Den Transkripten der zweiten Interviews konnten insgesamt vier Kategorien entnommen werden: Formalismus- und Schemaorientierung sowie Beliefs mit kognitivem und affektivem Schwerpunkt. Auf eine Formalismusorientierung kann durch die folgende Antwort geschlossen werden:

Formalismusorientierung:

- *Mathematik besteht aus Rechenaufgaben (Plus).*

Eine weitere Antwort deutet auf eine Schemaorientierung hin, da der Zahlenaspekt angesprochen wird:

Schemaorientierung:

- *Zahlen stellen einen wichtigen Aspekt innerhalb der Mathematik dar.*

Die von Maaß genannten Beliefs werden ebenfalls durch zwei Aussagen in den Interviews vertreten. Die folgende Antwort deutet auf einen kognitiven Schwerpunkt hin:

Kognitiver Schwerpunkt:

- *Mathematik macht Spaß.*

Ein affektiver Schwerpunkt lässt sich in dieser Aussage vermuten:

Affektiver Schwerpunkt:

- *Mathematisches Arbeiten kann durch Zuhilfenahme der Finger vereinfacht werden.*

Des Weiteren kann bei einer der beiden Schülerinnen eine Erweiterung des Mathematikbildes durch Modellierungen festgestellt werden. Ihre Aussagen lassen darauf schließen, dass sie nun das Wissen, Dinge annehmen zu können, in ihr Mathematikbild integriert.

Die zweite Schülerin konnte selbst keine bewusste Veränderung feststellen, da ihr Mathematik genauso viel Spaß macht wie zu Beginn der Studie.

5.6 Die Interviews im Vergleich

In beiden Interviews treten formalismus- und schemaorientierte Beliefs auf. Eine Anwendungsorientierung liegt ausschließlich in Interview 1 vor. Die Ursachen können unterschiedlich sein, eine naheliegende Ursache wird durch die unterschiedlichen Intentionen der Interviews deutlich. Wird in Interview 1 eine Anwendungsorientierung direkt angesprochen, so kommt diese in Interview 2 nicht zum Tragen.

Die Ergebnisse der Interviews müssen denen der Fragebögen nicht unweigerlich widersprechen. Beide Erhebungsmethoden heben die Relevanz der Schemaorientierung hervor. Durch die unterschiedlichen Intentionen werden zudem entweder eine Anwendungs- oder eine Formalismusorientierung als ausschlaggebend angesehen.

Nachdem nun die in den Interviews zu findenden Beliefs beschrieben wurden, kann eine individuelle Beschäftigung mit den zwei interviewten Schülerinnen stattfinden. Es werden jeweils die Antworten auf die Frage, was Mathematik ist, betrachtet, da diese Fragen in den Fragebögen und den Interviews identisch sind und ein hohes Maß an Offenheit aufweisen. Verschiedene andere Fragen zielen direkt auf eine bestimmte Orientierung ab, sodass sie dafür nicht geeignet erschienen.

Kind Nr. 15 bezieht sich innerhalb der ersten Frage des ersten Fragebogens auf die Relevanz von Aufgaben und Zahlen innerhalb der Mathematik, sodass eine Schemaorientierung verortet werden kann. Auch im ersten Interview hält sie an dieser Orientierung fest, die jedoch durch die Aufführung der Rechenarten komplementiert wird. In Fragebogen zwei hebt sie die Methode des Fingerzählens hervor, was einem affektiven Schwerpunkt zugeordnet werden kann. Weiterhin rückt sie erneut die Relevanz von Aufgaben ins Interessenzentrum, wodurch wiederum eine Schemaorientierung Beachtung findet. Auch im Interview verweist sie auf das Zählen mithilfe der Finger und die Relevanz der Aufgaben. Insgesamt kann die Schemaorientierung in diesem Fall als statisch beschrieben werden. Diese Orientierung wird innerhalb der Studie durch einen affektiven Schwerpunkt ergänzt.

Kind Nr. 16 bezieht sich, ähnlich wie Kind Nr. 15, innerhalb des ersten Fragebogens auf das Vorkommen von Aufgaben und Zahlen innerhalb der Mathematik, sodass auch hier eine Schemaorientierung festgehalten werden kann. Diese Orientierung kann auf das erste Interview übertragen werden, jedoch finden hier die Rechenarten zusätzlich Erwähnung. Der Fragebogen 2 zeichnet sich erneut durch das Hinweisen auf die Relevanz der Zahlen und der Aufgaben aus. Diese Orientierung trifft ebenfalls für das zweite Interview zu. Die Ausführungen zeigen, dass die Schemaorientierung bei Kind Nr. 16 ebenfalls als statisch beschrieben werden kann. Insgesamt kann also festgehalten werden, dass sich individuelle Veränderungen nicht oder nur minimal abzeichnen. Eine mögliche Hauptursache kann die kurze Durchführungszeit der Studie sein.

5.7 Hospitation

Die Hospitation ermöglichte es, die Lerngruppe nicht nur während der von mir durchgeführten Einheiten zu beobachten. Einige Feststellungen können bereits in Kapitel 4.2 nachgelesen werden. Insgesamt kann anhand der durchgeführten Hospitation vermerkt werden, dass die komplette Lerngruppe ihre mathematische Sichtweise in dem Sinne erweitern konnte, dass sie Modellierungsaufgaben in ihr bereits bestehendes Bild integrierte. Etliche Beobachtungen lassen darauf schließen, dass Erkenntnisse, wie das mögliche Vorkommen mehrerer Lösungen und das Annehmen fehlender Informationen, den Schülerinnen und Schülern im Verlauf der Studie klar wurden und ihre Denkweise veränderten. Weiterhin fiel auf, dass sich einige Lernende verhältnismäßig schnell auf das neue Aufgabenformat und dessen Offenheit einließen, andere hingegen wiesen zunächst Schwierigkeiten auf. Insbesondere das Treffen von Annahmen war einigen Schülerinnen und Schülern völlig fremd, sodass sie immer wieder in ihr altes Schema verfielen, die Aufgabe als nicht lösbar anzusehen. Als die Klasse innerhalb des Unterrichtsversuchs die letzte Modellierungsaufgabe bearbeitete, hatte ich jedoch den Eindruck, dass alle Kinder das Lösen der Aufgabe beherrschten. Die Tatsache, dass ich die Lernenden in Gruppen arbeiten lies, sollte vor allem die unsicheren Kinder unterstützen, da sie sich mit anderen Schülerinnen und Schülern austauschen konnten. Auch die Eigenschaft, Mathematik zur Lösung von Problemen im „Rest der Welt“ anzuwenden, wurde den Kindern in der fortschreitenden Studie aufgezeigt und womöglich bewusst.

6. Schlussbetrachtung

In der vorliegenden Arbeit wird die mögliche Veränderung der Sichtweise von Grundschulkindern zur Mathematik durch Modellierung untersucht. Die bisherigen Ausführungen zeigen, dass die mathematische Sichtweise von Grundschulkindern durch Modellierung verändert werden kann, da sich eine zunehmende Relevanz der Anwendungsorientierung im Verlauf des Unterrichtsversuchs abzeichnete. Diese Veränderung lässt darauf schließen, dass die Kinder, die an der Studie teilnahmen, nach und nach den praktischen Nutzen der Mathematik verstärkt wahrgenommen haben und somit möglicherweise der Mathematik einen zunehmenden Sinn in ihrem Alltag zuschrieben. Aus diesem Grund ist es wichtig, sich für einen vermehrten Einsatz von Modellierungen bereits in der Grundschule einzusetzen. Eine Forderung, die durch die Primarstufen-Bildungsstandards bestärkt wird. Auch die unter Abschnitt 2.3.3 genannten Ziele des mathematischen Modellierens verdeutlichen noch einmal die Wichtigkeit des Einsatzes dieser bereits in der Grundschule. Neben dem Erwerb von Kompetenzen, die es den Kindern ermöglichen, Mathematik anzuwenden, gehören zu diesen die Herausbildung von Motivation, sich mit Mathematik zu beschäftigen oder aber das Ziel, Kinder zu einem selbständig denkenden Menschen heranwachsen zu lassen (vgl. Maaß 2009). Eine prägnante Beschreibung der Argumente für Modellierungen in der Grundschule zeigt folgendes Zitat: „Etwas globaler ausgedrückt können Modellierungsaufgaben mit dazu beitragen, dem Mathematikunterricht mehr Sinn zu geben“ (Blum & Borromeo Ferri 2009, 144).

Damit jedoch eine Veränderung der Sichtweise hervorgerufen werden kann, müssen einige Faktoren beachtet werden. Um garantieren zu können, dass die Schülerinnen und Schüler mit dem Format der Modellierung vertraut sind, empfiehlt sich eine sinnvolle Einführung diesbezüglich. Als Beispiel kann die durchgeführte Einführung im Rahmen dieses Unterrichtsversuchs genannt werden, da die Ausführungen in Kapitel 4 vermuten lassen, dass durch die geplanten Einheiten ein Heranführen der Lernenden an die Thematik gelang. Maßgeblich daran beteiligt ist die Angemessenheit der verwendeten Aufgaben, die bei jedem Einsatz erneut überdacht werden sollte. Damit sich die mathematische Sichtweise, also die Beliefs, verändern können, bedarf es einer gewissen Zeitspanne. Diese

Studie umfasste zwei Wochen, dementsprechend führte das Arbeiten mit den Kindern lediglich zu einer beginnenden, ansatzweisen Veränderung, welche die Integration von Modellierungen in das mathematische Weltbild und ein wachsendes Bewusstsein für Mathematik in der Umwelt umfasst. Damit anhand einer Studie ein ausgeprägter Wandel festgestellt werden kann, sollte diese auf längere Zeit, sprich Monate und nicht Wochen, ausgelegt sein. Weiterhin ist es wichtig, dass eine Studie ausreichend Zeit für das Arbeiten auf einer Metaebene einplant, um den Kindern zu verdeutlichen, was sich hinter dem Aufgabenformat verbirgt. Nur wenn sie dieses verstanden haben, kann ein „angemessenes, zielgerichtetes Modellieren“ (Maaß 2009, 24) stattfinden und sich somit eine Veränderung der Beliefs einstellen. Dieser Unterrichtsversuch wendete einige Zeit für die Beachtung der Metaebene auf, beispielsweise durch die Thematisierung des Begriffs „Modellierungsaufgaben“ und das Herausarbeiten der Eigenschaften solcher Aufgaben. Zur weitergehenden Veränderung der mathematischen Sichtweise der Kinder dieses Unterrichtsversuchs und einem wachsenden Bewusstsein für die Relevanz von Mathematik in der Realität wäre ein fortführender, kontinuierlicher Einsatz von Modellierungen erstrebenswert. Daher appelliere ich an dieser Stelle insbesondere an die Klassenlehrerin der Lernenden der Mittelpunktgrundschule, weiterhin Modellierungen in den Schulalltag der Kinder einzuplanen und den Einsatz nicht mit Beendigung des Unterrichtsversuchs einzustellen.

Die in Kapitel 2 von Grigutsch und Maaß aufgeführten Kategorien mathematischer Weltbilder finden sich auch in dieser Studie wieder, sodass sie bestätigt werden können. Ihnen kommt weiterhin die Funktion zu, eine Gliederung der Ergebnisse zu ermöglichen, wie in Kapitel 5 ersichtlich wird. Es ist eine Abweichung in der Dominanz der Kategorien zu verorten, da sich in der untersuchten vierten Klasse im Verlauf der Studie eine schema- und anwendungsorientierte Haltung der Lernenden zeigte, die durch eine stetige Zunahme der Anwendungsorientierung geprägt ist. Grigutsch wies hingegen auf die stark ausgeprägten schemaorientierten Beliefs der Schülerinnen und Schüler in Klasse 6 und das Hinzukommen von formalismusorientierten Beliefs in Klasse 9 hin (vgl. Grigutsch 1998).

Einen wichtigen Teil der Studie stellt die Methodik dar, ohne die keine Ergebnisse festgestellt werden könnten. Die Fragebögen eignen sich im Rahmen des Unterrichtsversuchs Beliefs und somit auch mathematische Weltbilder zu analysieren, wie in Kapitel 3 und 5 ersichtlich wurde. Die Interviews sowie die Hospitation dienen der Komplementierung der Daten, sodass ein vielseitiges Bild entstehen konnte.

Abschließend lässt sich sagen, dass der vorliegende Unterrichtsversuch neue Erkenntnisse innerhalb der mathematikdidaktischen Diskussion eröffnet und etliche Anknüpfungspunkte für weitere Studien bietet. Da lediglich eine Klasse als Zufallsstichprobe fungierte, wäre eine Durchführung der Studie in weiteren vierten Klassen von Interesse, um möglichst repräsentative Ergebnisse zu erhalten. Die Beachtung der Thematik innerhalb einer zukünftigen, weitaus umfangreicheren Studie erscheint als sinnvoll und wünschenswert, um die Beobachtung einer eventuell tiefgreifenderen Veränderung zu ermöglichen.

Abbildungsverzeichnis

Balkendiagrammverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Literaturverzeichnis

Blum, W. (1996). Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht - Trends und Perspektiven. In: Kadunz, G.; Kautschitsch, H.; Ossimitz, G. & Schneider, E. (Hrsg.): *Trends und Perspektiven: Beiträge zum 7. Internationalen Symposium zur „Didaktik der Mathematik" in Klagenfurt vom 26.-30.9.1994. Schriftenreihe Didaktik der Mathematik. Band 23*. Wien: Hölder-Pichler-Temsky, S.15-38.

Blum, W.; Borromeo Ferri, R. (2009). Modellieren - Schon in der Grundschule? In: Peter-Koop, A.; Lilitakis, G. & Spindeler, B. (Hrsg.): *Lernumgebungen - Ein Weg zum kompetenzorientierten Mathematikunterricht in der Grundschule.* Offenburg: Mildenberger Verlag. S.142-153.

Blum, W.; Leiss, D. (2005): Modellieren im Unterricht mit der "Tanken"-Aufgabe. In: *mathematik lehren*. Heft 128. S.18-21.

Borromeo Ferri, R. (2007). Von individuellen Modellierungsverläufen zur empirischen Unterscheidung von Phasen im Modellierungsprozess. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht 2007. Vorträge auf der 41. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 26.3. bis 30.3.2007 in Berlin.* Hildesheim und Berlin: Franzbecker. S.308-311.

Borromeo Ferri, R.; Kaiser, G. (2006). Perspektiven zur Modellierung im Mathematikunterricht - Analysen aktueller Ansätze. In: Cohors-Fresenborg, E.; Schwank, I. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2006. Vorträge auf der 40. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 6.3. bis 10.3.2006 in Osnabrück.* Hildesheim und Berlin: Franzbecker. S.50-52.

Borromeo Ferri, R.; Leiss, D. & Blum, W. (2006). Der Modellierungskreislauf unter kognitionspsychologischer Perspektive. In: Cohors-Fresenborg, E.; Schwank, I. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2006. Vorträge auf der 40. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 6.3. bis 10.3.2006 in Osnabrück.* Hildesheim und Berlin: Franzbecker. S.53-55.

Bos, W.; Lankes, E.-M.; Prenzel, M.; Schwippert, K.; Valtin, R. & Walther, G. (2004). *IGLU - Einige Länder der Bundesrepublik Deutschland im nationalen und internationalen Vergleich.* Münster: Waxmann Verlag.

Brockhaus (1992). *Brockhaus Enzyklopädie in 24 Bänden - 18. Band. 19. Aufl.* Mannheim: F. A. Brockhaus.

Brockhaus (2006). *Brockhaus Enzyklopädie in 30 Bänden - Band 20. 21. Aufl.* Leipzig, Mannheim: F. A. Brockhaus.

Engel, J. (2010). *Anwendungsorientierte Mathematik: Von Daten zur Funktion. Eine Einführung in die mathematische Modellbildung für Lehramts-studierende.* Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.

English, L. D. (2008). Complex systems in the elementary and middle school mathematics curriculum. A Focus On Modeling. In: Sriraman, B.: *Beliefs and Mathematics. Festschrift in honor of Günter Törner´s 60th Birthday. The Montana Mathematics Enthusiast.* Charlotte, NC: Information Age Publishing Inc. S.177-196.

Flick, U. (2007). *Qualitative Sozialforschung. Eine Einführung.* Reinbek bei Hamburg: Rowohlt Verlag.

Flick, U.; von Kardorff, E. & Steinke, I. (2007). Was ist qualitative Forschung? Einleitung und Überblick. In: Flick, U.; von Kardorff, E. & Steinke, I. (Hrsg.): *Qualitative Forschung. Ein Handbuch.* Reinbek bei Hamburg: Rowohlt Verlag. S.13-29.

Frey, A.; Heinze, A.; Mildner, D.; Hochweber, J. & Asseburg, R. (2010). Mathematische Kompetenz von PISA 2003 bis PISA 2009. In: Klieme, E.; Artelt, C.; Hartig, J.; Jude, N.; Köller, O.; Prenzel, M.; Schneider, W. & Stanat, P. (Hrsg.): *PISA 2009. Bilanz nach einem Jahrzehnt.* Münster: Waxmann Verlag. S.153-176.

Furinghetti, F. (1998). Beliefs, conceptions and knowledge in mathematics teaching. In: Pehkonen, E.; Törner, G. (Hrsg.): *The State-of-Art in Mathematics-Related Belief Research. Results of the MAVI activities. Research Report.* Helsinki: Department of Teacher Education, University of Helsinki. S.11-36.

Grigutsch, S. (1998). On pupils´ views of mathematics and self-concepts: developments, structures and factors of influence. In: Pehkonen, E.; Törner, G. (Hrsg.): *The State-of-Art in Mathematics-Related Belief Research. Results of the MAVI activities. Research Report.* Helsinki: Department of Teacher Education, University of Helsinki. S.169-197.

Hamson, M. J. (2003). The Place of Mathematical Modelling in Mathematics Education. In: Lamon, S. J.; Parker, W. A. & Houston, S. K. (Hrsg.): *Mathematical Modelling: A way of life. ICTMA 11.* Chichester: Horwood Publishing. S.215-234.

Henn, H.-W. (2008). Modelling in School. Chances and Obstacles. In: Sriraman, B.: *Beliefs and Mathematics. Festschrift in honor of Günter Törner´s 60th Birthday. The Montana Mathematics Enthusiast.* Charlotte, NC: Information Age Publishing Inc. S.159-176.

Hinrichs, G. (2008). *Modellierung im Mathematikunterricht.* Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Jude, N.; Klieme, E. (2010). Das *Programme for International Student Assessment* (PISA). In: Klieme, E.; Artelt, C.; Hartig, J.; Jude, N.; Köller, O.; Prenzel, M.; Schneider, W. & Stanat, P. (Hrsg.): *PISA 2009. Bilanz nach einem Jahrzehnt.* Münster: Waxmann Verlag. S.11-21.

Kaiser, G. (2006). Mathematische Modellierung in der Schule. In: Cohors-Fresenborg, E.; Schwank, I. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2006. Vorträge auf der 40. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 6.3. bis 10.3.2006 in Osnabrück.* Hildesheim und Berlin: Franzbecker. S.48-49.

Kaiser, G.; Schwarz, B. (2006). Modellierungskompetenzen - Entwicklung im Unterricht und ihre Messung. In: Cohors-Fresenborg, E.; Schwank, I. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2006. Vorträge auf der 40. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 6.3. bis 10.3.2006 in Osnabrück.* Hildesheim und Berlin: Franzbecker. S.56-58.

Kultusministerkonferenz (Hrsg.) (2004). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. Beschluss vom 15.10.2004.* München: Luchterhand.

Kultusministerkonferenz (Hrsg.) (2005): *Bildungsstandards der Kultusminister-konferenz. Erläuterungen zur Konzeption und Entwicklung.* München: Luchterhand.

Lesh, R.; Doerr, H. M. (2003). *Beyond Constructivism: A Models and Modeling Perspective on Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching.* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Maaß, K. (2004). *Mathematisches Modellieren im Unterricht. Ergebnisse einer empirischen Studie.* Hildesheim: Franzbecker.

Maaß, K. (2009). *Mathematikunterricht weiterentwickeln.* Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor.

Niss, M.; Blum, W. & Galbraith, P. L. (2007). Introduction. In: Blum, W.; Galbraith, P. L.; Henn, H.-W. & Niss, M. (Hrsg.): *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study.* New York: Springer Verlag. S.3-32.

Pehkonen, E. (1998). On the Concept 'Mathematical Belief'. In: Pehkonen, E.; Törner, G. (Hrsg.): *The State-of-Art in Mathematics-Related Belief Research. Results of the MAVI activities. Research Report.* Helsinki: Department of Teacher Education, University of Helsinki. S.37-72.

Peter-Koop, A. (2003). “Wie viele Autos stehen in einem 3-km-Stau?” - Modellbildungsprozesse beim Bearbeiten von Fermi-Problemen in Klein-gruppen. In: Ruwisch, S.; Peter-Koop, A. (Hrsg.): *Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule*. Offenburg: Mildenberger. S.111-130.

Presmeg, N. (2008). Mathematizing definitions of beliefs. In: Sriraman, B.: *Beliefs and Mathematics. Festschrift in honor of Günter Törner´s 60th Birthday. The Montana Mathematics Enthusiast.* Charlotte, NC: Information Age Publishing Inc. S.93-97.

Pschyrembel, W. (1998). *Klinisches Wörterbuch.* Berlin: Walter de Gruyter & Co.

Quast, K. (2004). *Mathematische Denkstile in der Grundschule* (unveröffentlicht).

Rolka, K.; Halverscheid, S. (2006). Die Mathematik im Bild - Zeichnungen zur Erforschung mathematischer Weltbilder. In: Cohors-Fresenborg, E.; Schwank, I. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2006. Vorträge auf der 40. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 6.3. bis 10.3.2006 in Osnabrück.* Hildesheim und Berlin: Franzbecker. S.433-436.

Tenz, R. (2010). *Entwicklung, Erprobung und Evaluation einer Lernumgebung zum mathematischen Modellieren in der Grundschule* (unveröffentlicht).

Törner, G. (1997). Methodische Überlegungen zur Beliefs-Forschung und einige inhaltliche Beobachtungen. In: *Müller, K. P.* (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht. Vorträge auf der 31. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 3. bis 7. März 1997 in Leipzig.* Hildesheim: Franzbecker. S.494-497.

Törner, G. (1998). Mathematical Beliefs and Their Impact on Teaching and Learning of Mathematics. In: Pehkonen, E.; Törner, G. (Hrsg.): *The State-of-Art in Mathematics-Related Belief Research. Results of the MAVI activities. Research Report.* Helsinki: Department of Teacher Education, University of Helsinki. S.73-93.

Walther, G.; Van den Heuvel-Panhuizen, M.; Granzer, D. & Köller, O. (2009). *Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret.* Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor.

Weinert, F. E. (2001): Vergleichende Leistungsmessung in Schulen - eine umstrittene Selbstverständlichkeit. In: Weinert, F. E. (Hrsg.): *Leistungs-messungen in Schulen.* Weinheim und Basel: Beltz Verlag. S.17-31.

Internet

Bierbank-Kiel.de (2011). *Original Bierzeltgarnitur.* Aufruf 02.08.2011 von http://www.bierbank-kiel.de/uploads/pics/Bierzeltgarnitur.jpg.

Bildungsserver in Oberösterreich (Hrsg.) (2001). *Perzentilkurven für Körpergröße und -gewicht.* Aufruf 13.10.2011 von http://www.eduhi.at/dl/Perz.Kromeyer_ Hauschild.pdf.

Blum, A. (2004). *Stau auf der A81 bei Rottenburg.* Aufruf 02.08.2011 von http://upload.wikimedia.org/wikipedia/de/2/26/Stau.jpg.

Bundesministerium für Bildung und Forschung (Hrsg.) (2007). *Zur Entwicklung nationaler Bildungsstandards. Expertise.* Aufruf 24.08.2011 von http://www.bmbf.de/pub/zur_entwicklung_nationaler_bildungsstandards.pdf.

Hessisches Kultusministerium (Hrsg.) (2010). *Bildungsstandards und Inhaltsfelder. Das neue Kerncurriculum für Hessen. Primarstufe. Mathematik.* Aufruf 25.08.2011 von http://www.iq.hessen.de/irj/servlet/prt/portal/prtroot/slimp. CMReader/HKM_15/IQ_Internet/med/b3d/b3d1d584-b546-821f-012f-31e2389e4818,22222222-2222-2222-2222-222222222222.

IQB (Hrsg.) (2009). *Handreichung VERA 8 Mathematik 2009.* Aufruf 25.08.2011 von http://www.nibis.de/nli1/allgemein/gosin/vergleich/v8-2009/Mathe_ Handreichung_THA.pdf.

Schüller, M. (2011). *Kapitalanlage.* Aufruf 02.08.2011 von http://immobilien.trovit.de/index.php/cod.frame/url.http%253A%252F%252 Fforward.immobilienscout24.de%252F5075%252F44491817/id_ad.IxA141 k1g1px/type.1/what.achim%20nord/pos.2/org.1/pop.1/publisher_id./referer_ id.1/t.1.

Tenzler, R. (2011). *Unsere Autos.* Aufruf 02.08.2011 von http://www.auto-tenzler.de/autos.php.

Anhang

Anhang A-Datenerhebung

A-1 Einverständniserklärung zur Teilnahme an der Studie

A-2 Fragebogen 1

A-3 Fragebogen 2

A-4 Interview 1

A-5 Transkriptionsregeln

A-6 Transkript 1 des Interview 1

A-7 Transkript 2 des Interview 1

A-8 Interview 2

A-9 Transkript 1 des Interview 2

A-10 Transkript 2 des Interview 2

Anhang B-Einheit 1 des Unterrichtsversuchs

B-1 Verlaufsplan 1

B-2 Drei Mathematikaufgaben

B-3 Fotos der Einheit 1

Anhang C-Einheit 2 des Unterrichtsversuchs

C-1 Verlaufsplan 2

C-2 Arbeitsblatt 1

C-3 Selbstausgedachte Aufgaben der Kinder

C-4 Arbeitsblatt mit Hilfsbildern

C-5 Arbeitsblatt 2

C-6 Beispiel einer Schülerlösung

C-7 Fotos der Einheit 2

Anhang D-Einheit 3 des Unterrichtsversuchs

D-1 Verlaufsplan 3

D-2 Arbeitsblatt 1

D-3 Arbeitsblatt mit Autolängen

D-4 Beispiel einer Schülerlösung

D-5 Fotos der Einheit 3

Anhang E-Einheit 4 des Unterrichtsversuchs

E-1 Verlaufsplan 4

Anhang A-1

Einverständniserklärung zur Teilnahme an der Studie

Liebe Eltern,

mein Name ist Anna Nadler und ich führe im Rahmen meines Grundschullehramtsstudiums eine Studie bezüglich der mathematischen Grundvorstellung der Kinder durch. Dazu erhalten die Kinder zwei Fragebögen über ihre mathematischen Sichtweisen. Die Befragung erfolgt anonym. Über ihr Einverständnis würde ich mich sehr freuen, da die Studie Teil meiner Examensarbeit ist.

Mit freundlichen Grüßen,

Anna Nadler

O Hiermit bin ich einverstanden, dass mein Kind ________________________ an der oben genannten Studie teilnimmt.

O Hiermit bin ich nicht einverstanden, dass mein Kind ______________________ an der oben genannten Studie teilnimmt.

Datum, Unterschrift der/des Erziehungsberechtigten

Anhang A-2

Der folgende Fragebogen orientiert sich an einem Fragebogen, der von Frau Prof. Dr. Rita Borromeo Ferri entwickelt wurde und den Karoline Quast in ihrer Examensarbeit verwendet hat, sowie an einem von Maaß (2004) entwickelten Fragebogen. Die Fragen 1, 2 und 6 gingen aus meinen eigenen Ideen hervor. Die Fragen 3, 4 und 5 wurden der Arbeit von Frau Quast entnommen, Frage 7 hingegen stammt von Frau Maaß.

Fragebogen 1

1. Stell dir vor, ein Marsmännchen kommt auf die Erde. Wie würdest du ihm erklären, was Mathematik ist?

____

____

____

____

____

____

2. Denke nach und kreuze einen Satz an, dem du zustimmst.

- In Mathematik muss ich eigene Ideen zum Lösen von Aufgaben haben. ○
- Es gibt immer nur einen Lösungsweg. ○
- In Mathematik muss ich logisch denken. ○
- Im späteren Leben werde ich Mathematik brauchen. ○
- In Mathematik lerne ich das, was im Test vorkommt. ○

3. „Was machst du im Mathematikunterricht gerne?" (Quast 2004, 46)

____

____

____

____

4. „Was machst du im Mathematikunterricht nicht gerne?“ (Quast 2004, 46)

5. „Fallen dir Situationen im täglichen Leben ein, in denen du Mathematik gebraucht hast?“ (Quast 2004, 47)

6. Gehören die folgenden Aufgaben zur Mathematik? Kreuze an.

	Ja	Nein	Weiß ich nicht
- Schreibe Rechnungen, die 1000 ergeben.			
- Max will an seinem 8. Geburtstag mit seinen Gästen Schokoküsse essen. Wie viele Schachteln muss er mit seiner Mutter einkaufen?			

7. „Hast du Angst vor dem Mathematikunterricht? Begründe.“ (Maaß 2004, 316)

- sehr viel
- viel
- manchmal — weil ______________________
- kaum
- nie

Anhang A-3

Fragebogen 2

1. Stell dir vor, du wärst der Lehrer einer ersten Klasse. Wie würdest du den Kindern deiner Klasse erklären, was Mathematik bedeutet?

____

____

____

____

____

____

2. Denke nach und kreuze <u>einen Satz</u> an, dem du zustimmst.

In Mathematik muss ich logisch denken.	
Im späteren Leben werde ich Mathematik brauchen.	
In Mathematik lerne ich das, was im Test vorkommt.	
Es gibt immer nur einen Lösungsweg.	
In Mathematik muss ich eigene Ideen zum Lösen von Aufgaben haben.	

3. In den letzten Mathematikstunden hast du Modellierungsaufgaben kennengelernt. Welche hat dir am besten gefallen? Begründe.

____

____

____

____

4. Denkst du noch genauso über Mathematik wie vor zwei Wochen? Warum/Warum nicht?

____

____

____

____

5. Kannst du dein Wissen über Mathematik auch in deiner Freizeit gebrauchen? Begründe.

____

____

____

____

6. Gehören die folgenden Aufgaben zur Mathematik? Kreuze an.

	Ja	Nein	Weiß ich nicht
 Du willst 12 Kinder zu deinem Geburtstag einladen. Bekommt jeder einen Platz am Tisch?			
„Eine Million? Wie viel ist das, das kann ich mir nicht vorstellen", sagt ein Kind. Wie würdest du es erklären? Schreibe auf.			

Anhang A-4

Interview 1

1. In dem Fragebogen, den ihr am Donnerstag beantwortet habt, war auch die folgende Frage: „Stell dir vor, ein Marsmännchen kommt auf die Erde. Wie würdest du ihm erklären, was Mathematik ist?“.
   Bitte beantworte die Frage jetzt noch einmal.

2. Weiterhin hast du den Satz angekreuzt, dass du Mathematik im späteren Leben brauchen wirst (Kind Nr. 15) bzw. dass du in Mathematik logisch denken musst (Kind Nr. 16). Nenne mir bitte Beispiele dafür.

3. Im Fragebogen hast du angekreuzt, dass die Frage, wie viele Schachteln Schokoküsse Max für seine Geburtstagsgäste kaufen muss, (nicht) zur Mathematik gehört. Warum? Denkst du jetzt auch noch so darüber?

4. Wie würdest du die Schokokuss-Aufgabe lösen? Zur Erinnerung lese ich sie noch einmal vor: „Max will an seinem 8. Geburtstag mit seinen Gästen Schokoküsse essen. Wie viele Schachteln muss er mit seiner Mutter einkaufen?“ (Maaß 2009, 11).

Anhang A-5

Transkriptionsregeln

Die Transkripte orientieren sich in ihrer Form an einigen Transkriptionsregeln, die bei Maaß aufgeführt werden und wie folgt lauten:

„I	Interviewerin
S	Schüler(in)
…	Sprechpausen von mehr als 5 Sekunden werden durch drei Punkte gekennzeichnet.
[…]	
{*kursiv*}	Begleitende Handlung, z.B. {lacht}, wenn besonders auffällig“ (Maaß 2004, 356).

Anhang A-6

Transkript 1 des Interview 1

Kind Nr. 15

I Dann fangen wir doch einfach mal an … So, ich habe hier nämlich vier Fragen und die frage ich dich jetzt und du antwortest einfach. Okay?

S Ja.

I Ja? Los geht´s. Und zwar…in dem Fragebogen, den ihr am Donnerstag beantwortet habt, war ja auch die folgende Frage: „Stell dir vor, ein Marsmännchen kommt auf die Erde … Wie würdest du ihm erklären, was Mathematik ist?“. Bitte beantworte die Frage jetzt noch einmal.

S Also ich würde ihm erstmal sagen … so zwei und zwei … oder eins und eins … dann muss er erstmal zählen. Und dann … ähm … würde ich ihm alle Aufgaben bis zur zehn erstmal beibringen … und dann … ja gehe ich die anderen mit ihm durch … und ja.

I Was meinst du mit „die anderen“?

S Ei die ganzen anderen Aufgaben.

I Die ganzen Plusaufgaben oder wie?

S Plus … Mal.

I Okay. So würdest du Mathematik erklären?

S Ja.

I Okay …so … Und weiterhin hast du den Satz angekreuzt, dass du Mathematik im späteren Leben brauchen wirst … ja … Nenne mir bitte Beispiele dafür.

S Also wenn man Lehrerin sein will … also Grundschullehrerin, da muss man ja auch Mathe können.

I Mhhmhh.

S Und … ähm … ja … dann kann man ja nicht Mathe einfach versäumen, dann kann man ja später gar nicht Lehrerin werden. Das geht ja nicht.

I Genau. Und hast du noch mehr Beispiele?

S Ähm, wenn ich meinem kleinen Bruder bei … ähm … Mathe beibringen will, dann muss ich auch Mathe können, weil wenn ich ihm das falsche Ergebnis sage, dann macht er es auch falsch.

I Okay … So, und im Fragebogen hast du angekreuzt, dass die Frage, wie viele Schachteln Schokoküsse Max für seine Geburtstagsgäste kaufen muss, zur Mathematik gehört.

S Ja.

I Warum?

S Weil … ähm … ei da muss man erstmal wissen, wie viele Kinder man braucht aber das ist trotzdem ne Rechenaufgabe. Weil man nämlich … ähm … Schokoküsse ausrechnen muss, wie viele man braucht.

I Genau. Also denkst du jetzt auch noch so darüber, dass das zur Mathematik gehört?

S Ja.

I Und wie würdest du denn die Schokokuss-Aufgabe lösen? Ich lese sie dir zur Erinnerung nochmal vor: „Max will an seinem 8. Geburtstag mit seinen Gästen Schokoküsse essen. Wie viele Schachteln muss er mit seiner Mutter einkaufen?“.

S Also … wenns ähm zum Beispiel 18 Kinder jetzt sind, dann bräuchte er … in einer normalen Schokokuss-Schachtel sind … ähm, neun Stück drin, dann brauch er zwei Schachteln für seine Gäste, weil … ähm … zweimal neun ist ja 18.

I Okay. Und du bist dann davon ausgegangen, dass jeder Gast einen Schokokuss isst? Oder wie bist du jetzt auf die 18 dann gekommen?

S Ei dann ähm darf jeder zwei essen, weil es sind ja nur neun Kinder … äh 18 Kinder und ähm … mhhh {*lacht*} es können neun Kinder trotzdem sein und jeder kriegt dann zwei.

I Wenns neun Kinder sind darf jeder zwei und wenn es 18 Kinder sind?

S Kriegt jeder nur einen.

I Genau. Außer, man kauft dann noch mehr.

S Ja.

I Gut, das war´s auch schon. Dankeschön.

Anhang A-7

Transkript 2 des Interview 1

Kind Nr. 16

I Und zwar … ähm … habt ihr in dem Fragebogen, den ihr am Donnerstag beantwortet habt, ja auch die folgende Frage darin gehabt: „Stell dir vor, ein Marsmännchen kommt auf die Erde. Wie würdest du ihm erklären, was Mathematik ist?“. Bitte beantworte die Frage jetzt noch einmal.

S Also als erstes würde ich ihm sagen, dass Mathematik mit Zahlen zu tun hat. Danach würde ich ihm … die Zahlen auch sagen und dann mit den leichtesten Rechenaufgaben … eins plus eins und immer so weiter … und dann, wenn er´s gut kann, die schwierigeren Aufgaben.

I Was sind denn die schwierigeren Aufgaben?

S Zum Beispiel jetzt wenn er es gut kann 480 durch dreihundert soundsoviel. Das schriftliche Subtrahieren … also alle Rechenmöglichkeiten.

I Gut … und weiterhin hast du den Satz angekreuzt, dass du in Mathematik logisch denken musst. Nenne mir bitte Beispiele dafür. Oder was bedeutet das?

S Also logisch denken bedeutet jetzt nicht zum Beispiel wenn man jetzt sagt, Schokoküsse, also, Max … zum Beispiel jetzt hat seinen siebten Geburtstag. Er lädt fünf Leute ein und dann kann man ja nicht … in einer Schachtel sind neun Schokoküsse … wenn man dann Quatsch sagt … also wenn man nicht logisch denkt, dann könnte man sagen, weil für jeden Gast dann zwei Schokoküsse sind ja fünf dann sagen die, wenn man unlogisch denken würde, man nimmt aus der einen Schachtel einen rein und quetscht ihn auf die andere drauf. Das wäre dann unlogisch denken für mich.

I Gut, und im Fragebogen hast du angekreuzt, dass die Frage, wie viele Schachteln Schokoküsse Max für seine Geburtstagsgäste kaufen muss, nicht zur Mathematik gehört. Warum?

S Weil ich nicht wusste, dass man das annehmen kann.

I Also denkst du jetzt nicht mehr so darüber?

S Ja.

I Okay, und wie würdest du denn die Schokokuss-Aufgabe lösen? Zur Erinnerung lese ich sie dir noch einmal vor: „Max will an seinem 8. Geburtstag mit seinen Gästen Schokoküsse essen. Wie viele Schachteln muss er mit seiner Mutter einkaufen?".

S Also jetzt würde ich sagen … zum Beispiel, er lädt zehn Gäste ein. In einer Schachtel sind neun Schokoküsse … ähm … und er selber ist dann ja der elfte. Er kauft sich eine Schachtel und noch ne Schachtel und dann gibt er also jedem einen, er selber nimmt sich auch einen und wer noch einen unbedingt haben möchte, dann kann er ja die anderen aus der Schachtel noch verteilen.

I Gut, das war´s auch schon. Ich danke dir.

Anhang A-8

Interview 2

1. In dem Fragebogen, den ihr am Donnerstag beantwortet habt, war auch die folgende Frage: „Stell dir vor, du wärst der Lehrer einer ersten Klasse. Wie würdest du den Kindern deiner Klasse erklären, was Mathematik ist?“. Bitte beantworte die Frage jetzt noch einmal.

2. In den letzten zwei Wochen hast du Modellierungsaufgaben kennengelernt. Was versteht man unter Modellierungsaufgaben? Nenne ein Beispiel.

3. In dem Fragebogen war auch die folgende Aufgabe: „Du willst 12 Kinder zu deinem Geburtstag einladen. Bekommt jeder einen Platz am Tisch?“ (Maaß 2009, 25). Ich zeige dir nun noch einmal das dazugehörige Bild. Wie würdest du die Aufgabe lösen?

4. Denkst du noch genauso über Mathematik wie vor zwei Wochen? Warum/Warum nicht?

Anhang A-9

Transkript 1 des Interview 2

Kind Nr. 15

I Du kennst das ja schon vom letzten Mal, dann fangen wir gleich an. Es sind wieder vier Fragen und die erste heißt so: In dem Fragebogen, den ihr am Donnerstag beantwortet habt, war auch die folgende Frage: „Stell dir vor, du wärst Lehrerin einer ersten Klasse. Wie würdest du den Kindern deiner Klasse erklären, was Mathematik ist?“. Bitte beantworte die Frage jetzt noch einmal.

S Also ich würde … ähm … erstmal mit den Fingern zeigen, zum Beispiel eins und eins und dann müssen sie halt zählen, was das ist und dann würde ich das bis zehn machen und … ja … nee … also … ja bis zehn würde ich machen und dann … ja. Was würde ich dann noch machen? Nix mehr.

I Okay. In den letzten zwei Wochen hast du Modellierungsaufgaben kennengelernt. Was versteht man unter Modellierungsaufgaben?

S Öh … ähm … weiß ich nicht.

I Kannst du ein Beispiel nennen?

S Ja, das mit der Rutsche.

I Okay und in dem Fragebogen war auch die folgende Aufgabe: „Du willst 12 Kinder zu deinem Geburtstag einladen. Bekommt jeder einen Platz am Tisch?“. Ich zeige dir nun noch einmal das dazugehörige Bild. Wie würdest du die Aufgabe lösen?

S Ja, ähm … dann würde ich erstmal … drei Bänke kaufen und dann drei Bänke nehmen und auf jede Bank ein Kind also auf jede Bank vier Kinder drauf.

I Schau dir das Bild nochmal genau an.

S Auf so ´ne Bank passen … vielleicht sechs Kinder. Sechs oder vier.

I Und auf was kommt das an, wie viele Kinder da drauf sitzen können?

S Weil ich dann … ich muss ja auch wissen, wie viele Bänke ich brauche.

I Hier sind ja zwei Bänke. Es geht ja um das Bild. Meinst du, da passen alle zwölf Kinder drauf?

S Ja, auf jede Bank sechs, wenn sie sich quetschen.

I Wenn sie sich quetschen? Mhhhmmhhh, gut. Und jetzt noch die letzte Frage. Denkst du denn noch genauso über Mathematik wie vor zwei Wochen?

S Ja.

I Ja? Warum?

S Weil mir Mathematik Spaß macht. Ich weiß nicht warum.

I Und daran hat sich nichts geändert?

S Nö.

I Auch nicht, dass du durch die Modellierungsaufgaben Mathematik vielleicht ein bisschen anders siehst?

S Nein.

I Okay, dann war´s das schon wieder. Vielen Dank.

Anhang A-10

Transkript 2 des Interview 2

Kind Nr. 16

I Es sind wieder vier Fragen, ja, und dann fangen wir gleich an. In dem Fragebogen, den ihr am Donnerstag beantwortet habt, war auch die folgende Frage: „Stell dir vor, du wärst Lehrerin einer ersten Klasse. Wie würdest du den Kindern deiner Klasse erklären, was Mathematik ist?“. Bitte beantworte die Frage jetzt noch einmal.

S Also als erstes würde ich ihnen die Zahlen von eins bis 20 beibringen, damit sie auch Rechenaufgaben von eins bis 20 können und dann würde ich anfangen von eins plus eins, zwei plus eins, zwei plus zwei. Und dann würde ich auch schon fragen, wer weiß das denn vielleicht schon.

I Gut. Und in den letzten zwei Wochen hast du Modellierungsaufgaben kennengelernt. Was versteht man unter Modellierungsaufgaben?

S Also das sind Aufgaben, wo man annehmen kann, zum Beispiel jetzt wie viele Kinder passen in einen Kreis, wo 24 Stühle drin stehen. Dann könnte man ja auch sagen … ähm … man baut da jetzt noch fünf Stühle dazu, wenn man die Stühle weiter auseinanderstellt, man kann die enger zusammen … dann passen mehr rein, wenn man nicht mehr Platz im Raum hat. Aber wenn man mehr Platz im Raum hat, dann kann man weiter auseinanderstellen, dann hat man auch.

I Kannst du noch ein Beispiel nennen?

S Mhh … wenn man einen Baum zum Beispiel ganz nah an einen anderen pflanzt, dann gibt es glaube ich weniger Früchte, weil dann alle abfallen, wenn sie sich berühren und wenn man die aber weiter auseinanderpflanzen würde, würden da auch mehr Kastanien oder Äpfel dranhängen.

I Und was wäre da deine Frage für die Aufgabe?

S Ähm, wie viele Äpfel oder Kastanien können an einem 50cm Abstand wachsen?

I Mhmhh … in dem Fragebogen war auch die folgende Aufgabe: „Du willst 12 Kinder zu deinem Geburtstag einladen. Bekommt jeder einen Platz am Tisch?“. Ich zeige dir nun noch einmal das dazugehörige Bild. Wie würdest du die Aufgabe lösen?

S Also ich würde … wenn nicht alle draufpassen, würde ich noch zwei Stühle dazustellen.

I Und wenn du jetzt nur die zwei Bänke hättest, woher weißt du, ob alle Kinder draufpassen?

S Also ich gucke mir die Bank an und ich schätze dann so ungefähr, dass sie zwei, so zwei Meter lang ist und dann teile ich das einfach durch sechs und dann habe ich halt dann das Ergebnis. Und dann schätze ich dann mal, okay, wenn die sich etwas quetschen, wenn zu wenig Platz ist, dann passen sie auch noch da drauf.

I Gut, denkst du noch genauso über Mathematik wie vor zwei Wochen?

S Nein, weil ich jetzt die Modellierungsaufgaben kann und auch … weil ich dann mehr Sachen verstehe wenn man so Aufgaben macht.

I Kannst du mir das nochmal erklären, was du gerade gesagt hast?

S Also wenn man Modellierungsaufgaben hat, dann kann man ja besser Sachen lösen, weil wenn man es annehmen könnte, dann … dann ist es ja vielleicht viel einfacher, die Aufgabe zu lösen, als wie wenn man jetzt sagen würde … ähm … Tom hat acht Kinder eingeladen, es ist eine zwei Meter lange Rutsche, dann kann man ja nicht einfach sagen, drei Kinder passen drauf, vier müssen unten stehen … im Sandkasten. Da kann man ja auch schätzen, so ungefähr sechs Kinder passen da drauf oder so.

I Und von was hängt das ab, dass du dann sagst, ich schätze, sechs Kinder passen drauf?

S Umso länger die Rutsche, umso mehr Kinder passen auch drauf. Und wenn die … wenn alle acht Kinder draufpassen und noch mehr, dann kann ich ja auch schreiben, es passen sogar noch so viele Kinder drauf.

I Und kommt es auch auf die Kinder drauf an?

S Ja, wie groß die sind.

I Okay, vielen Dank, das war´s schon.

S Okay

.

Tabelle 3: Verlaufsplan 1

Zeit	Phase	Unterrichtsgeschehen	Sozialform/Methode	Material/Medien	Bemerkungen/ Kommentar
8.30-8.32h	Begrüßung	• L.[1] begrüßt SuS[2] und fordert sie auf, in den Sitzkreis zu kommen.	• Frontalunterricht	• Klangschale	
8.32-8.37h	Hinführung zum Thema 1	• L. erklärt, dass SuS einen Fragebogen zum Thema „Mathematik“ erhalten, den sie ausfüllen sollen.	• Kreisgespräch	• Fragebögen	Wichtig: Es geht nicht um richtig oder falsch, SuS sollen den Fragebogen so gut es geht einzeln ausfüllen.
8.37-8.42h	Organisation 1	• SuS setzen sich an ihre Plätze. • L. teilt Fragebögen aus.		• Fragebögen	
8.42-9.07h	Arbeitsphase 1	• SuS bearbeiten die Fragebögen. • L. steht als Ansprechperson zur Verfügung.	• Einzelarbeit	• Fragebögen	
9.07-9.09h	Ende der Arbeitsphase 1	• L. bittet SuS, das Ausfüllen zu beenden und sammelt die Fragebögen ein.	• Frontalunterricht	• Klangschale • Fragebögen	
9.09-9.14h	Auflockerung	• L. gibt Anweisung, dass die SuS zur Auflockerung eine Runde um die Tischtennisplatte rennen bzw. zehn Kniebeugen machen. • SuS rennen um die Tischtennisplatte bzw. machen zehn Kniebeugen und nehmen anschließend wieder Platz.	• Frontalunterricht • Gruppenarbeit		Auflockerung tritt nur ein, wenn die 90 Minuten ohne längere Pause stattfinden.

[1] L. steht als Abkürzung für „Lehrer/in“
[2] SuS steht als Abkürzung für „Schülerinnen und Schüler“

9.14- 9.16h	Hinführung zum Thema 2	• L. klappt Tafel auf, auf der drei verschiedene Rechenaufgaben stehen. • L. gibt Anweisung, dass SuS drei Minuten überlegen sollen und dann Ergebnis und Rechenweg aufschreiben und nennen sollen.	• Frontalunterricht	• Tafel • Aufgaben	• Tom hat 350 Kastanien gesammelt und Nina 472. Wie viele Kastanien hat Nina mehr? • $298 + 386$ • $3 \cdot 299$
9.16- 9.19h	Arbeitsphase 2	• SuS berechnen die Aufgaben. • L. steht als Ansprechperson bereit.	• Einzelarbeit	• Mathematikhefte der SuS	
9.19- 9.29h	Arbeitsphase 3	• Einzelne SuS schreiben ihre Ergebnisse und Rechenwege an die Tafel. • L. führt SuS dazu zu erkennen, dass das „typische Mathematikaufgaben“ sind, die je nur ein Ergebnis haben.	• Frontalunterricht	• Ergebnisse der SuS • Tafel, Kreide	
9.29- 9.31h	Erarbeitung	• L. nimmt Bezug auf eine Aufgabe im Fragebogen und erklärt, dass es auch andere Aufgaben gibt (mit mehreren Lösungen). • L. nennt Einstiegsaufgabe „Rutsche“ bzw. „Tisch“ (und verweist auf Tafel). • Vermutungen werden angestellt.	• Frontalunterricht	• Tafel • Aufgaben	• Aufgabe im Fragebogen: Schokokuss • Die Aufgabe „Rutsche“ wird lediglich bei gutem Wetter bearbeitet, da sie u.a. handelnd erfahren werden soll.

9.31- 9.41h	Arbeitsphase 4	• SuS lösen die Aufgabe handelnd. • L. fotografiert das Geschehen.	• Gruppenarbeit	• Rutsche, Fotoapparat • Alternativ: Tische	
9.41- 9.43h	Organisation 2	• L. bittet SuS im Kreis Platz zu nehmen. • SuS nehmen im Kreis Platz.		• Klangschale	
9.43- 9.58h	Ergebnis- sicherung	• Ergebnisse werden besprochen und Gründe für die Unterschiede festgehalten.	• Kreisgespräch		
9.58- 10.00h	Erarbeitung 2	• L. gibt Ausblick auf nächste Stunde. • L. beendet die Stunde.	• Frontalunterricht		

Anhang B-2

Drei Mathematikaufgaben

- Tom hat 350 Kastanien gesammelt und Nina 472. Wie viele Kastanien hat Nina mehr?
- $298 + 386$
- $3 \cdot 299$

Anhang B-3

Fotos der Einheit 1

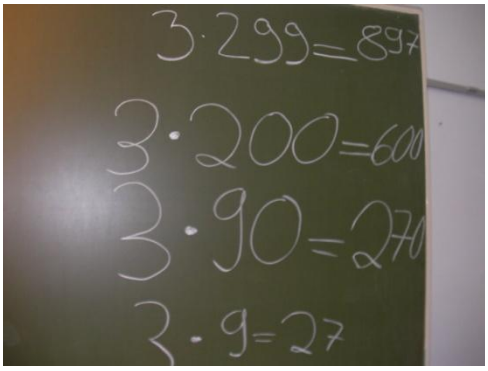


Abbildung 4: Eine der Mathematikaufgaben mit einer Kinderlösung

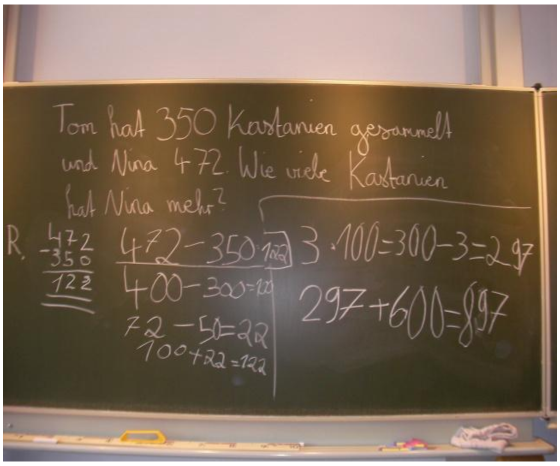


Abbildung 5: Eine der Mathematik-aufgaben mit drei Kinderlösungen

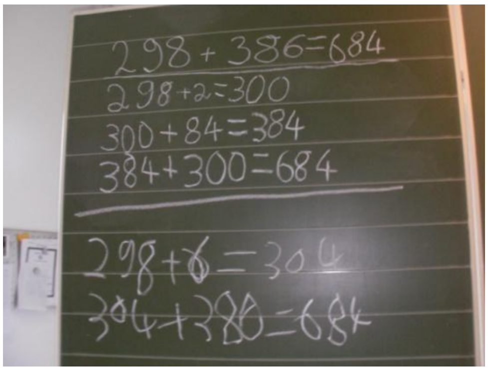


Abbildung 6: Eine der Mathematik-aufgaben mit zwei Kinderlösungen

Das Foto wurde aus Anonymitäts-gründen aus dem Anhang entfernt.

Abbildung 7: Die Lernenden auf der Rutsche

Tabelle 4: Verlaufsplan 2

Zeit	Phase	Unterrichtsgeschehen	Sozialform/Methode	Material/Medien	Bemerkungen/ Kommentar
8.30-8.32h	Begrüßung	• L.[3] begrüßt SuS[4] und fordert sie auf, in den Sitzkreis zu kommen.	• Frontalunterricht	• Klang-schale	
8.32-8.37h	Hinführung zum Thema 1	• L. fragt, was letzte Mathematikstunde gemacht wurde. • SuS fassen Inhalt der vergangenen Stunde zusammen. • L. arbeitet gemeinsam mit SuS heraus, dass es u.a. um Aufgaben ging, die durch verschiedene Möglichkeiten gelöst werden können und mehrere Lösungen haben.	• Kreisgespräch		
8.37-8.42h	Erarbeitung 1	• L. zeigt AB und erklärt, dass SuS sich selbst solche Aufgaben ausdenken sollen. • L. fordert SuS auf, sich auf ihre Plätze zu begeben und anzufangen. • SuS gehen auf ihre Plätze und fangen an.	• Kreisgespräch	• ABs	Didaktische Reserve: Falls einige SuS keine Idee haben, hängt ein DIN-A 4 Blatt mit zwei Fotos hinter der Tafel, die den SuS Denkanstöße geben sollen.
8.42-8.52	Arbeitsphase 1	• SuS denken sich eigene Aufgaben aus. • L. steht als Ansprechperson zur Verfügung.	• Einzelarbeit bzw. Partnerarbeit	• ABs	Die SuS sollen zunächst einzeln arbeiten, bei Problemen können sie auch in Partnerarbeit vorgehen.

[3] L. steht als Abkürzung für „Lehrer/in“
[4] SuS steht als Abkürzung für „Schülerinnen und Schüler“

8.52- 8.54h	Organisation 1	• L. bittet SuS in den Kreis zu kommen und ihre ABs mitzunehmen. • SuS begeben sich mit ihren ABs in den Kreis.		• Klangschale • ABs	
8.54- 9.09h	Erarbeitung 2	• L. bittet 3-5 Kinder, je eine Aufgabe vorzulesen, die restlichen SuS sollen darauf achten, ob die zwei Bedingungen erfüllt sind. • L. regt SuS dazu an, mögliche Lösungsansätze zu finden. • L. erklärt, dass die Aufgaben der SuS eingesammelt werden und auf Computer getippt werden.	• Kreisgespräch	• ABs	Die auf Computer geschriebenen und laminierten Aufgaben können in weiteren Mathematikstunden gelöst werden oder als didaktische Reserve dienen.
9.09- 9.14h	Auflockerung	• L. gibt Anweisung, dass die SuS zur Auflockerung eine Runde um die Tischtennisplatte rennen bzw. zehn Kniebeugen machen. • SuS rennen um die Tischtennisplatte bzw. machen zehn Kniebeugen und nehmen anschließend wieder im Kreis Platz.	• Frontalunterricht • Gruppenarbeit		Auflockerung tritt nur ein, wenn die 90 Minuten ohne längere Pause stattfinden.

9.14-9.21h	Hinführung zum Thema 2	• L. legt Fußabdruck in die Kreismitte. • SuS stellen Vermutungen an. • L. greift diese auf, erzählt von einem Einbruch zwei Tage zuvor und liest den dazugehörigen Text, der die Aufgabe beinhaltet, vor. • Weiterhin werden die SuS darauf aufmerksam gemacht, dass ihre Ergebnisse im Anschluss auf Plakaten vor der Klasse präsentiert werden sollen.	• Stummer Impuls • Kreisgespräch	• Fußabdruck • ABs	
9.21-9.23h	Organisation 2	• SuS setzen sich an ihre Plätze.			
9.23-9.43h	Arbeitsphase 2	• SuS bearbeiten die Aufgabe und bereiten Plakate vor. • L. steht als Ansprechperson zur Verfügung.	• Gruppenarbeit	• Fußabdruck • ABs • Linierte/karier-te Blätter • Plakate	
9.43-9.45h	Organisation 3	• L. bittet SuS ihre Arbeiten zu beenden und die erste Präsentationsgruppe wird bestimmt.	• Frontalunterricht	• Klangschale	
9.45-9.58h	Arbeitsphase 3	• Gruppen präsentieren ihre Plakate, Rest der SuS überprüft die Sinnhaftigkeit.	• Frontalunterricht	• Plakate	

9.58- 10.00h	Erarbeitung 3	• L. erklärt, dass die Präsentationen sowie deren Besprechung in der nächsten Mathematikstunde fortgesetzt werden. • L. beendet die Stunde.	• Frontalunterricht		

Anhang C-2

Arbeitsblatt 1

Name:____________________________ Datum:__________________

Aufgabe:

Überlege dir Mathematikaufgaben, die durch unterschiedliche Möglichkeiten gelöst werden können und verschiedene Lösungen haben können.

Anhang C-3

Selbstausgedachte Aufgaben der Kinder

- Wie viele Kinder passen an einen Tisch?
- Wie viele Kinder passen auf eine Parkbank?
- Wie viele Kinder passen auf eine fünf Meter lange Rutsche?
- Wie viele Kinder passen in einen Raum?
- Wie viele Kinder passen in ein Flugzeug?
- Wie viele Kinder passen an einen ein Meter langen Tisch?
- Wie viele Kinder können die Tafel putzen?
- Wie viele Kinder können aus dem Fenster schauen?
- Wie viele Erwachsene passen auf ein Sofa?
- Wie viele Menschen leben in Hungen?
- Wie viele Vögel passen auf ein zwei Meter langes Seil?
- Wie viele Vögel passen auf einen Ast?
- Wie viele Stifte passen in ein Mäppchen?
- Wie viele Fußbälle passen in ein Fußballstadion?
- Wie viele Bücher passen in einen Wäschekorb?
- Wie viele Stifte passen in einen Wäschekorb?
- Wie viele Äpfel passen in einen zehn Liter Eimer?
- Wie viele Kirschen passen in einen Korb?
- Wie viele Eier passen in einen Einkaufskorb?
- Wie viele Blumen passen in eine Vase?
- Wie viele Fenster sind in der Schule?
- Wie viele Autos gibt es?
- Wie viele Haare hat ein Mensch?
- Wie viele Haare hat ein Bär?
- Wie viele Federn hat ein Vogel?
- Wie viele Blätter sind an einem Baum?
- Wie viele Blüten hat eine Blume?
- Wie lange hält eine Patrone?
- Wie hoch ist die Schule?

Aber auch:

- Wie groß sind Zähne?
- Was ist so hart wie ein Stein?
- Wie viele Stockwerke hat ein Hochhaus?
- Wie viele Fenster sind in dem Raum?
- Wie viele Lampen sind in dem Raum?
- Wie viele Bilder sind in dem Raum?

Anhang C-4

Arbeitsblatt mit Hilfsbildern

Diese beiden Fotos sollen dir dabei helfen, Aufgaben selbst auszudenken. Schau sie dir genau an. Fallen dir Fragen dazu ein?

Quelle: http://www.bierbank-kiel.de/uploads/pics/Bierzeltgarnitur.jpg

Abbildung 8: Foto eines Hochhauses

Quelle: http://immobilien.trovit.de/index.php/cod.frame/url.http%253A%252F%252Fforward.immobilienscout24.de%252F5075%252F44491817/id_ad.IxA141k1g1px/type.1/what.achim%20nord/pos.2/org.1/pop.1/publisher_id./referer_id.1/t.1

Anhang C-5

Arbeitsblatt 2

Name:______________________ Datum:____________________

„Der große Fuß (Lesh/Doerr 2003)

Die Polizei konnte den Dieb nicht mehr fangen. Alle Juwelen und Diamanten wurden geklaut. Das Einzige, was die Polizisten am Tatort finden konnten, war ein Fußabdruck des Diebes, den du am Bild sehen kannst.

• Helft mit bei der Spurensicherung und findet mit Hilfe des Fußabdrucks heraus, wie groß der Dieb wohl ist. Begründet Eure Antwort.

• Wenn ihr andere Fußabdrücke betrachtet, wie findet ihr dann die Größe heraus? Helft der Polizei weiter und entwickelt eine Idee." (Blum & Borromeo Ferri 2009, 148).

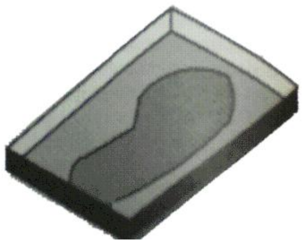


Abbildung 9: (Blum & Borromeo Ferri 2009, 148)

____

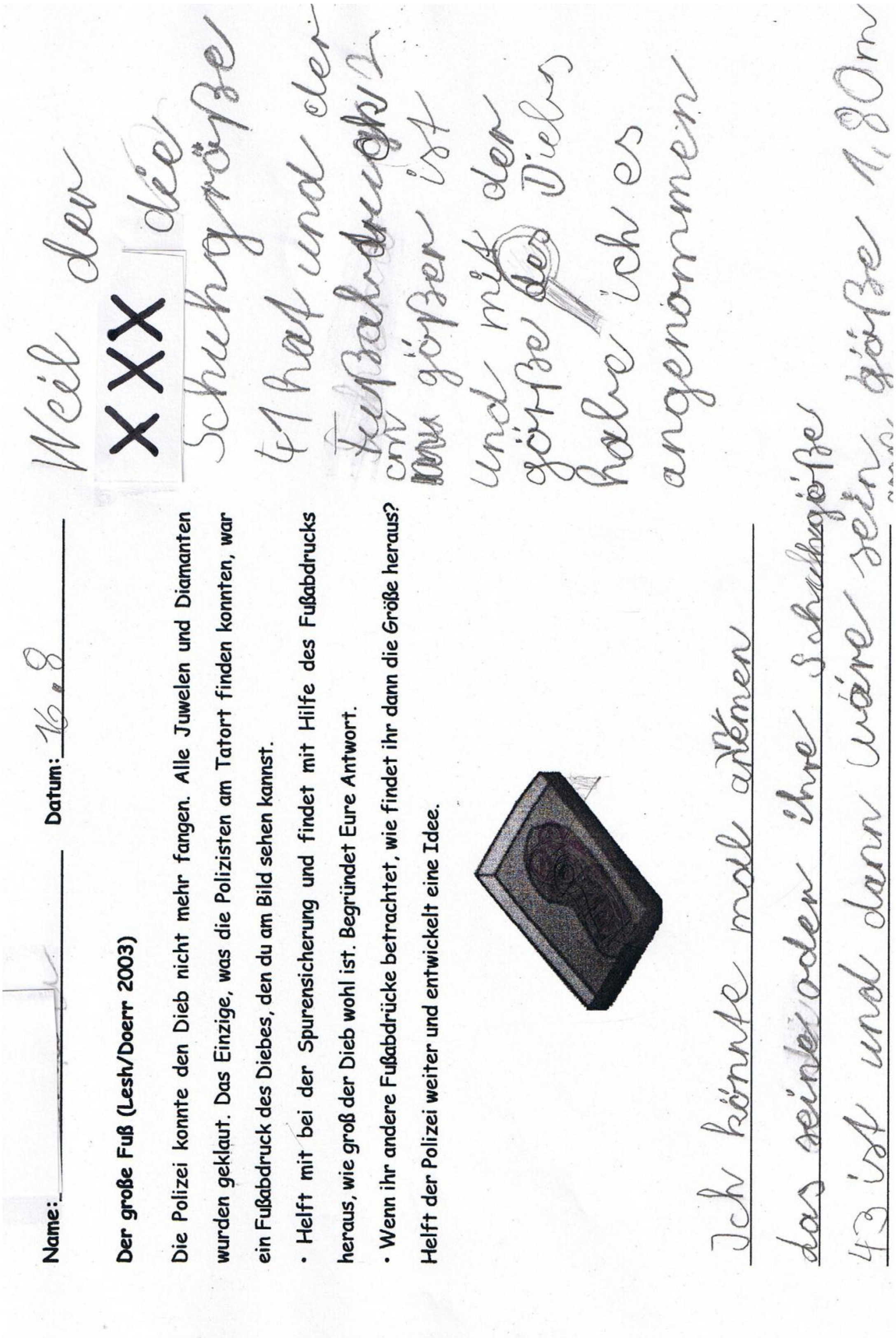
____

____

____

____

Anhang C-6



Name: Datum: 16.8

Der große Fuß (Lesh/Doerr 2003)

Die Polizei konnte den Dieb nicht mehr fangen. Alle Juwelen und Diamanten wurden geklaut. Das Einzige, was die Polizisten am Tatort finden konnten, war ein Fußabdruck des Diebes, den du am Bild sehen kannst.

- Helft mit bei der Spurensicherung und findet mit Hilfe des Fußabdrucks heraus, wie groß der Dieb wohl ist. Begründet Eure Antwort.
- Wenn ihr andere Fußabdrücke betrachtet, wie findet ihr dann die Größe heraus? Helft der Polizei weiter und entwickelt eine Idee.

Weil der XXX die Schuhgröße 41 hat und der Fußabdruck 2 cm gößer ist und mit der görße des Diebs habe ich es angenommen

Ich könnte mal annemen das ~~seine~~ oder ihre Schuhgöße 43 ist und dann wäre sein göße 1,80m

Abbildung 10: Beispiel einer Schülerlösung

Die Schülerin zieht einen Vergleich zwischen dem Fußabdruck und der Schuhgröße eines Mitschülers und stellt fest, dass der Fußabdruck zwei Zentimeter größer ist als der Fuß des Mitschülers. Diese zwei Zentimeter rechnet sie zu der Schuhgröße des Mitschülers hinzu, um auf die Schuhgröße des Diebes schließen zu können. Weiterhin nutzt sie ihr Wissen über die Körpergröße des Mitschülers und nimmt somit die Körpergröße des Diebes an.

Anhang C-7

Fotos der Einheit 2

Abbildung 11: Die Fußabdrücke

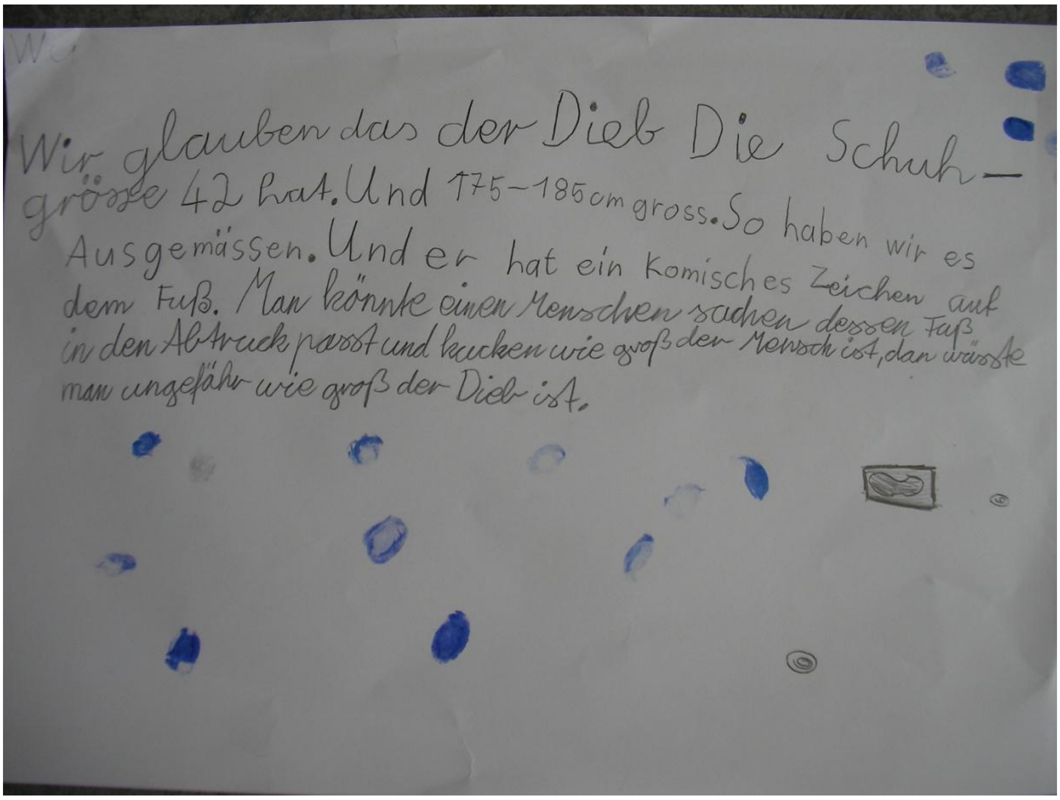


Abbildung 12: Plakat 1

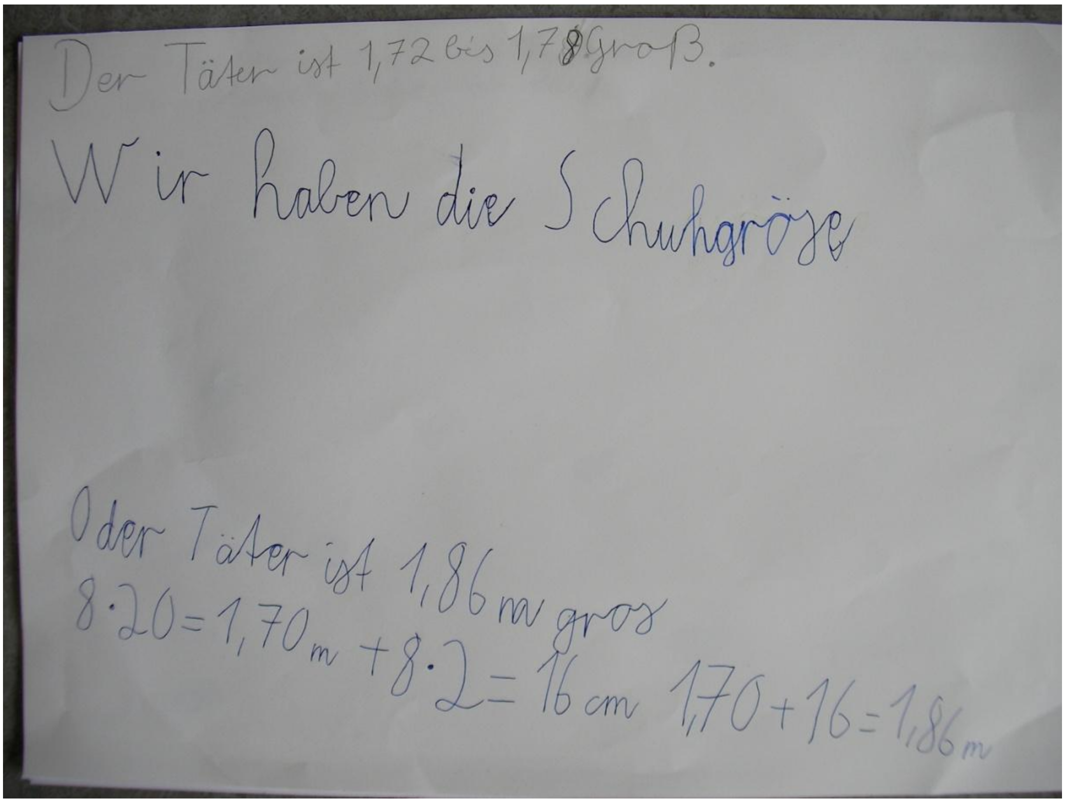


Abbildung 13: Plakat 2

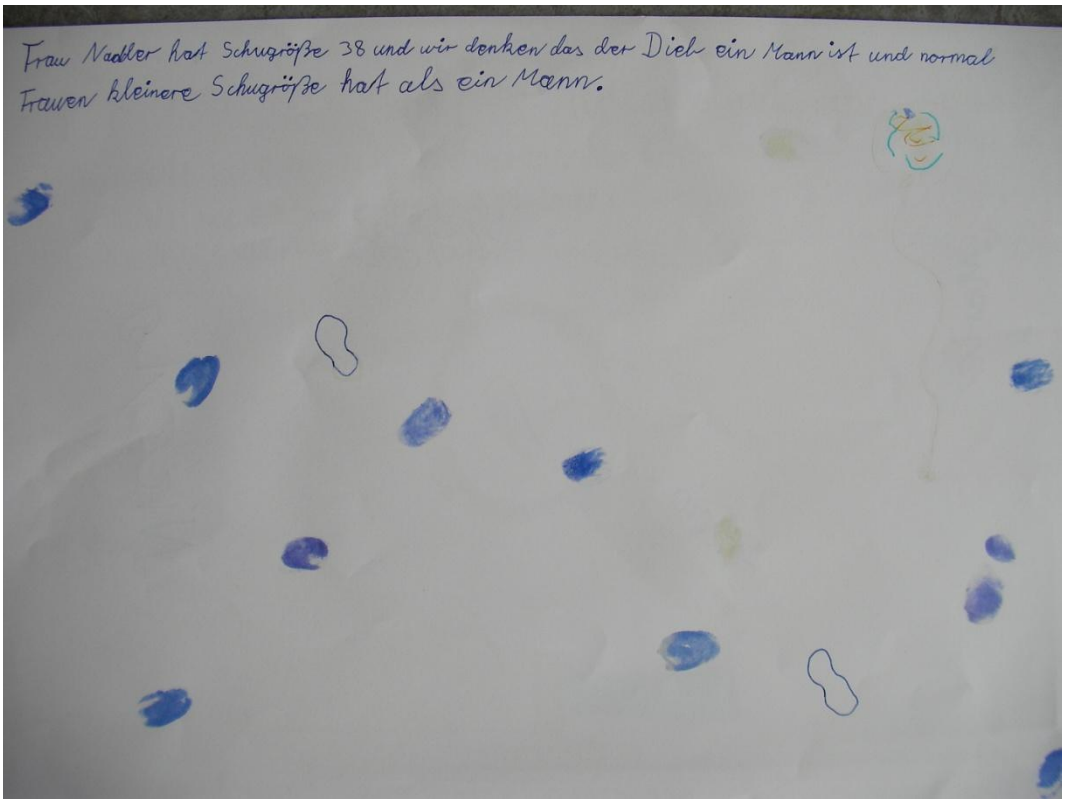


Abbildung 14: Plakat 3

Abbildung 15: Plakat 4

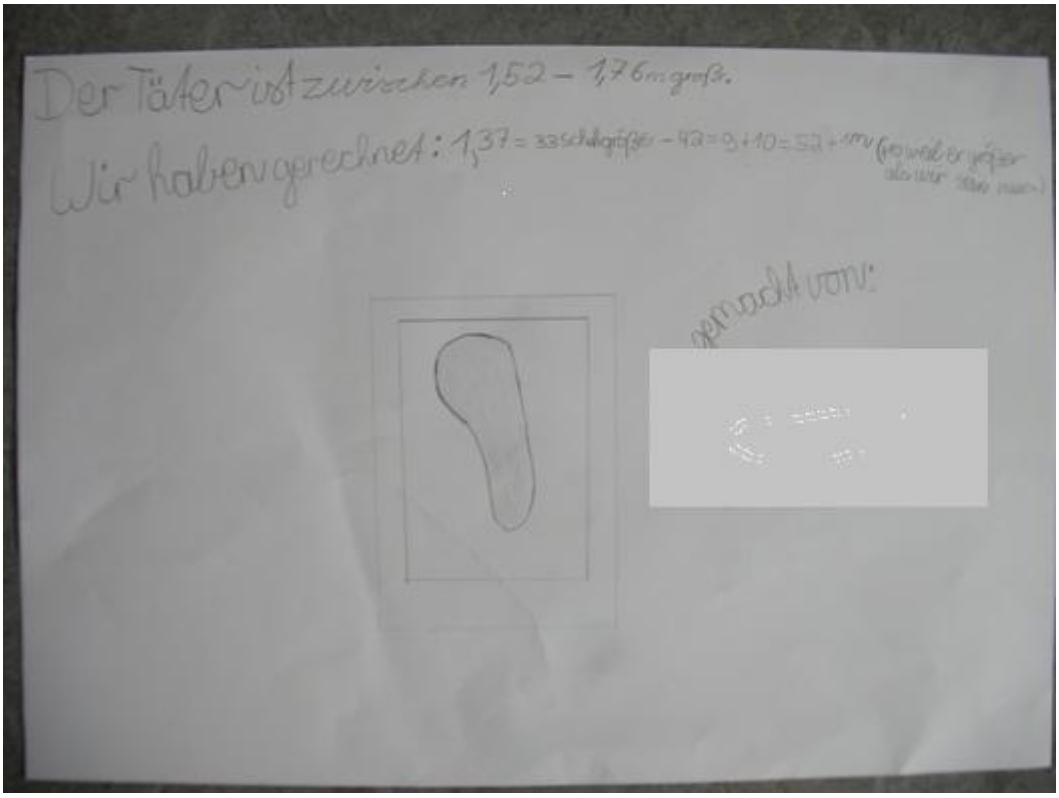


Abbildung 16: Plakat 5

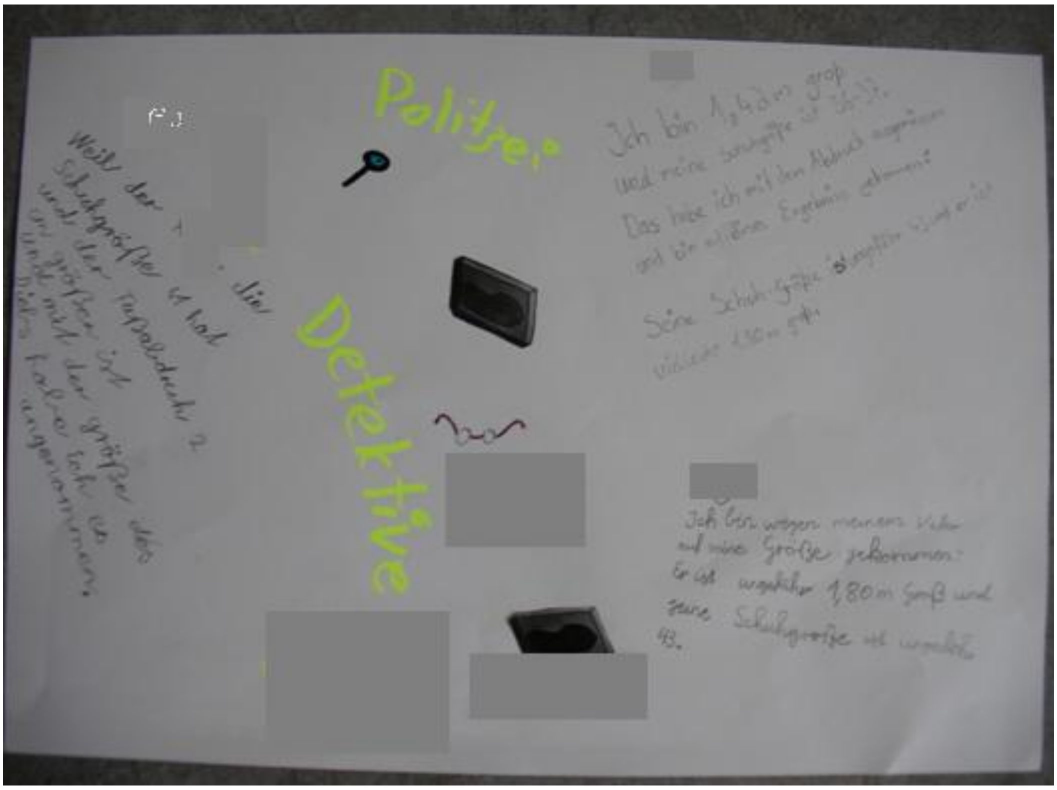


Abbildung 17: Plakat 6

Abbildung 18: Die Plakate an der Tafel

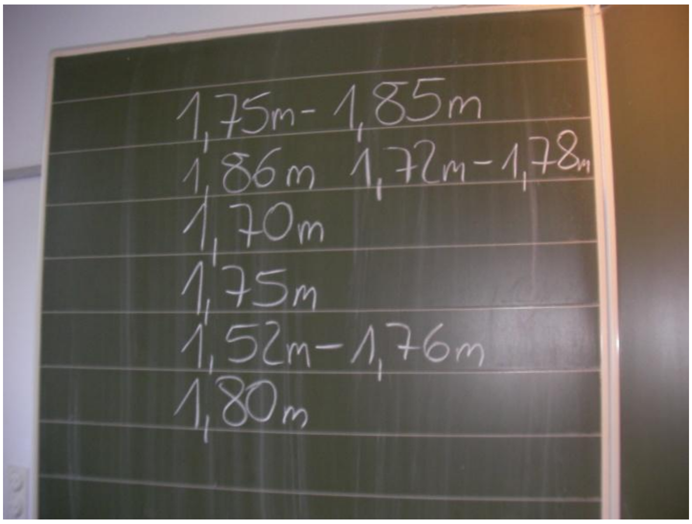


Abbildung 19: Die Gruppenlösungen an der Tafel

Tabelle 5: Verlaufsplan 3

Zeit	Phase	Unterrichtsgeschehen	Sozialform/Methode	Material/Medien	Bemerkungen/ Kommentar
8.30-8.32h	Begrüßung	• L. [5] begrüßt SuS [6] und erinnert sie daran, dass die noch ausstehenden Präsentationen nun gehalten werden.	• Frontalunterricht	• Klangschale	
8.32-8.42h	Arbeitsphase 1	• Gruppen präsentieren ihre Plakate.	• Frontalunterricht	• Plakate	
8.42-8.47h	Reflexion	• Ergebnisse werden an der Tafel gesammelt und besprochen.	• Frontalunterricht	• Tafel, Kreide	U.a. sind die Ergebnisse realistisch?
8.47-8.49h	Organisation 1	• L. bittet SuS, in den Kreis zu kommen. • SuS kommen in den Kreis.		• Klangschale	
8.49-8.55h	Erarbeitung 1	• L. legt Zettel mit der Aufschrift „Modellierungsaufgaben“ in die Kreismitte • SuS erkennen, dass „Modellierungsaufgaben“ das neue Aufgabenformat bezeichnen. • L. fragt, warum die Aufgaben diesen Namen tragen. • SuS geben korrekte Antwort,	• Stummer Impuls • Kreisgespräch	• Zettel mit Aufschrift „Modellierungsaufgaben“ • Modellauto	

[5] L. steht als Abkürzung für „Lehrer/in“
[6] SuS steht als Abkürzung für „Schülerinnen und Schüler“

		wenn nicht: Modellauto wird in die Mitte gelegt			
8.55-9.02h	Hinführung zum Thema	• L. legt (weitere) Modellautos in die Kreismitte. • SuS stellen Vermutungen an. • L. knüpft an diese an und erzählt Staugeschichte. • L. fragt, wo der Zusammenhang zu Mathematik besteht. • SuS äußern u.a. die Frage, wie viele Personen sich in diesem Stau befinden, alternativ tut dies L.	• Stummer Impuls • Kreisgespräch	• Modellautos	
9.02-9.07h	Erarbeitung 2	• L. legt DIN-A4 Blätter in die Kreismitte und bittet SuS, die Autos anzuordnen. • SuS ordnen die Autos an und klären mit Hilfe von L. aufkommende Fragen. • L. fordert SuS auf, die Aufgabe in Gruppen zu bearbeiten. • SuS werden in Kenntnis gesetzt, dass Plakate zur Präsentation erstellt werden.	• Kreisgespräch	• DIN-A4 Blätter • Modellautos	Aufkommende Fragen können sein: Wie viele Spuren gibt es? Abstand? Wie viele Personen sind in einem Auto? Etc. Anmerkung: LKWs werden zur Vereinfachung zunächst außen vor gelassen.

9.07- 9.12h	Auflockerung	• L. gibt Anweisung, dass die SuS zur Auflockerung eine Runde um die Tischtennisplatte rennen bzw. zehn Kniebeugen machen. • SuS rennen um die Tischtennisplatte bzw. machen zehn Kniebeugen und nehmen anschließend wieder im Kreis Platz.	• Frontalunterricht • Gruppenarbeit		Auflockerung findet nur statt, wenn die 90 Minuten ohne längere Pause stattfinden.
9.12- 9.14h	Organisation 2	• SuS begeben sich auf ihre Plätze und formen Gruppen. • L teilt ABs mit Fragestellung aus.		• ABs	
9.14- 9.34h	Arbeitsphase 2	• SuS bearbeiten die Fragestellung, die zusätzlich von L. an die Tafel geschrieben wird. • SuS erstellen Plakate. • L. steht als Ansprechperson zur Verfügung.	• Gruppenarbeit	• ABs • Linierte/karierte Blätter • Plakate	Frage: Wie viele Personen befinden sich in einem 5 km langen Stau? Didaktische Reserve: AB mit Autolängen.
9.34- 9.36h	Organisation 3	• L. bittet SuS ihre Arbeiten zu beenden und die erste Präsentationsgruppe wird bestimmt.		• Klangschale	
9.36- 9.58h	Arbeitsphase 3	• Gruppen präsentieren ihre Plakate, Rest der SuS überprüft die Sinnhaftigkeit.	• Frontalunterricht	• Plakate	

9.58- 10.00h	Erarbeitung 3	• L. erklärt, dass die Besprechung in der nächsten Mathematikstunde stattfindet. • L. beendet die Stunde.	• Frontalunterricht		

Anhang D-2

Arbeitsblatt 1

Name:____________________ Datum:____________________

Abbildung 20: Stau

Quelle: http://upload.wikimedia.org/wikipedia/de/2/26/Stau.jpg

Frage: Wie viele Personen befinden sich in einem 5km langen Stau?

____

____

____

____

____

Anhang D-3

Arbeitsblatt mit Autolängen

Hier findest du Angaben zu den Längen verschiedener PKWs:

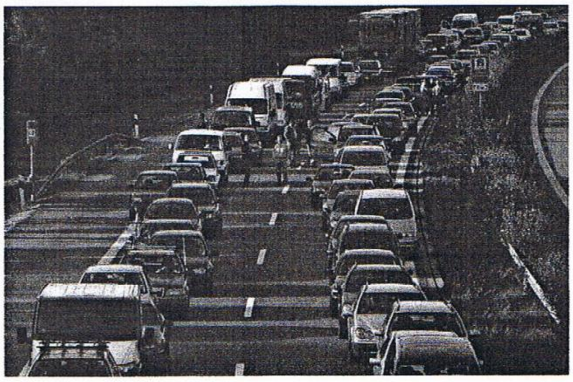
Typ	Länge
VW Golf	4,20m
Ford Fiesta	3,95m
Audi A3	4,20m
BMW 3er	4,52m
Opel Corsa	4,00m
Renault Clio	3,99m

Abbildung 21: Autolängen

Quelle: http://www.auto-tenzler.de/pics/Autos.jpg

Anhang D-4

Name:_______________ Datum: 17.8.2011



$1250 \cdot 5 = 6250$

$1000 \cdot 5 = 5000$

$200 \cdot 5 = 1000$

$50 \cdot 5 = 250$

Frage: Wie viele Personen befinden sich in einem 5km langen Stau?

Auto: 4m = Jm Stau sind 1250

Autos und 6250 Leute.

$5000 : 4 = 1250$

Abbildung 22: Beispiel einer Schülerlösung

Diese Schülerin nimmt an, dass ein Auto eine durchschnittliche Länge von vier Metern besitzt. Ein Abstand wird nicht berücksichtigt.

Diese Annahme nutzt sie, um die Autoanzahl in fünf Kilometern, also 5000 Metern, Stau zu berechnen.

Weiterhin wird die Annahme ersichtlich, dass sich jeweils fünf Personen in einem Auto befinden.

Die Anzahl der Autos sowie die angenommene, durchschnittliche Personenanzahl in einem Auto stellen die nötigen Informationen dar, um die Personenanzahl in dem fünf Kilometer langen Stau zu berechnen.

Anhang D-5

Fotos der Einheit 3

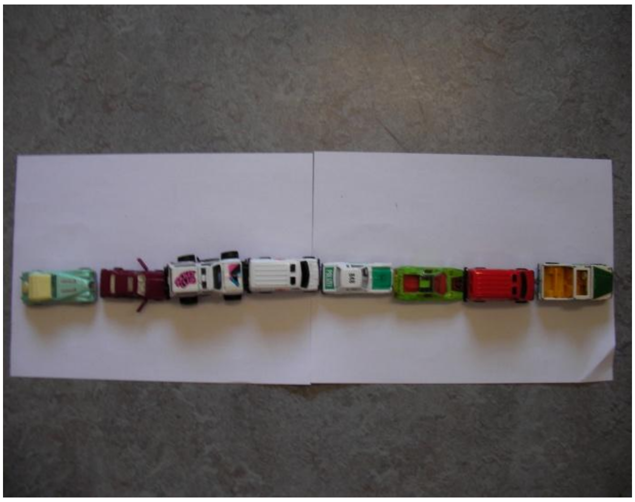


Abbildung 23: Erste Anordnung der Autos durch einen Schüler

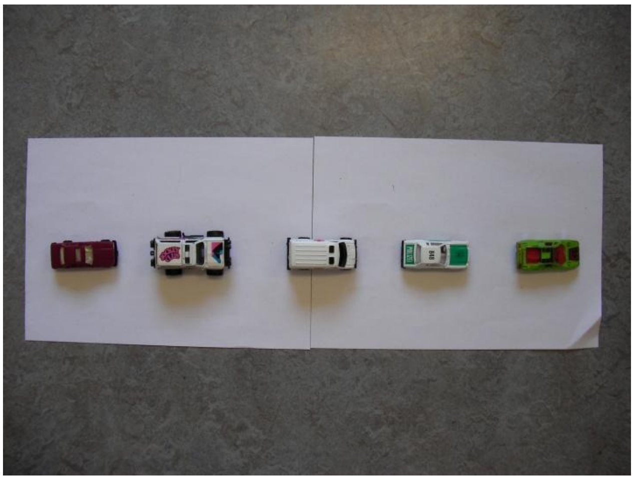


Abbildung 24: Erneute Anordnung unter Beachtung des Abstandes zwischen den Autos

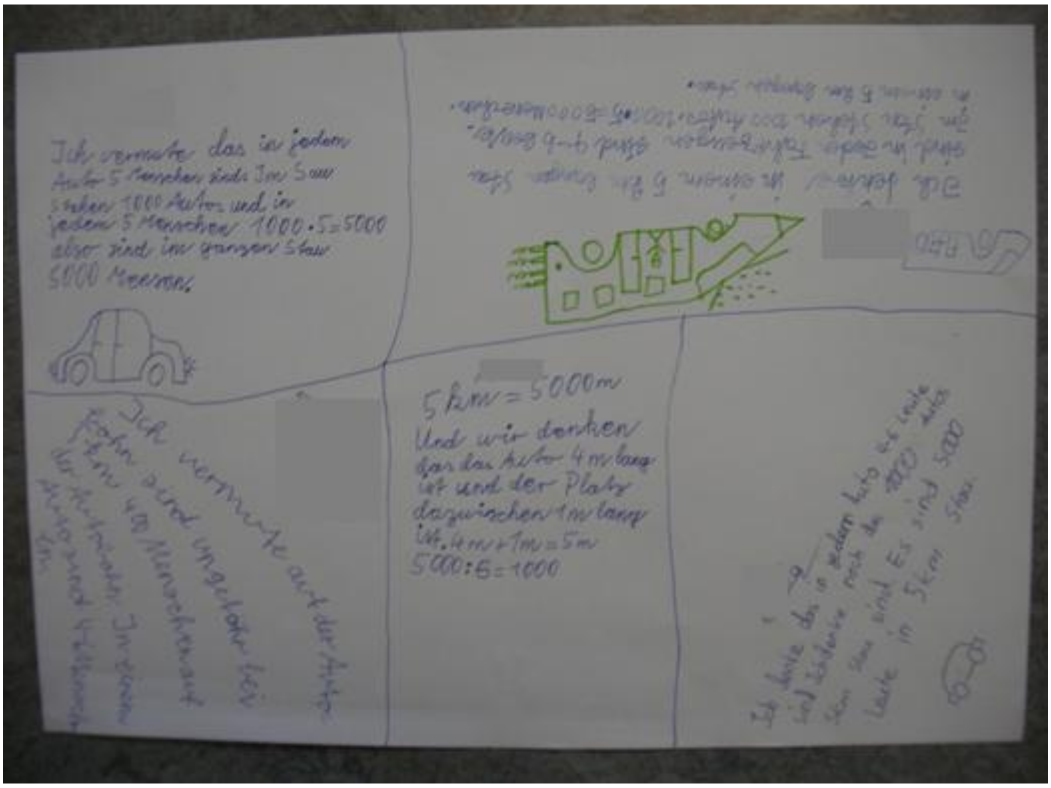


Abbildung 25: Plakat 1

Abbildung 26: Plakat 2

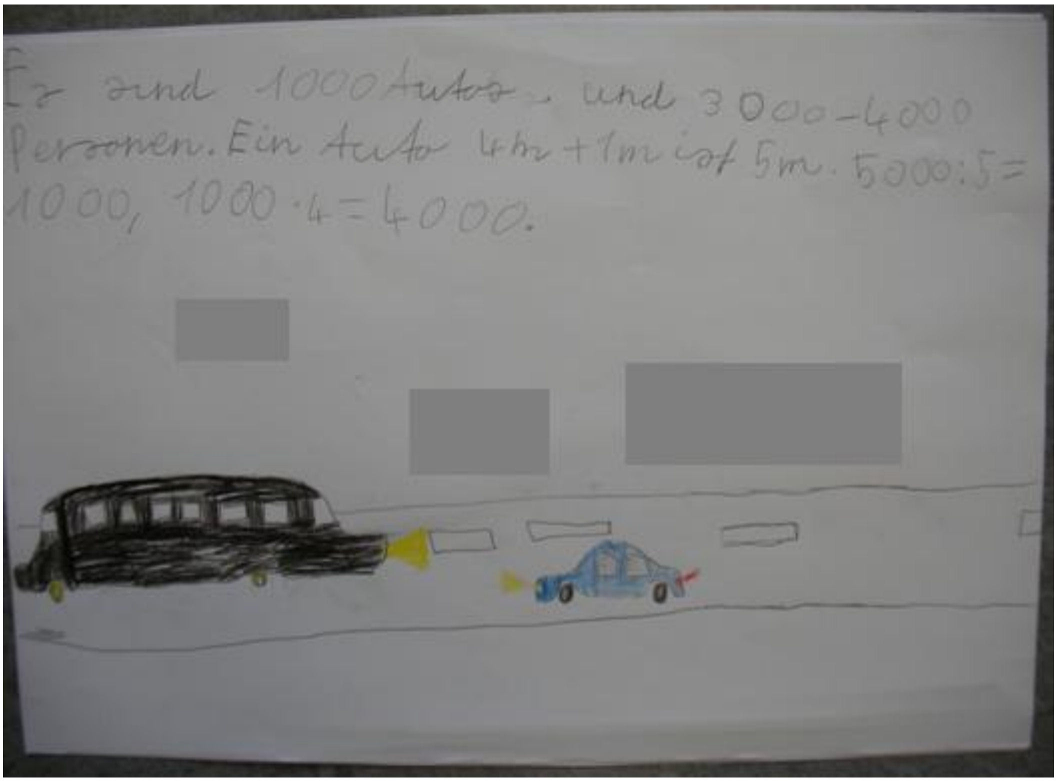


Abbildung 27: Plakat 3

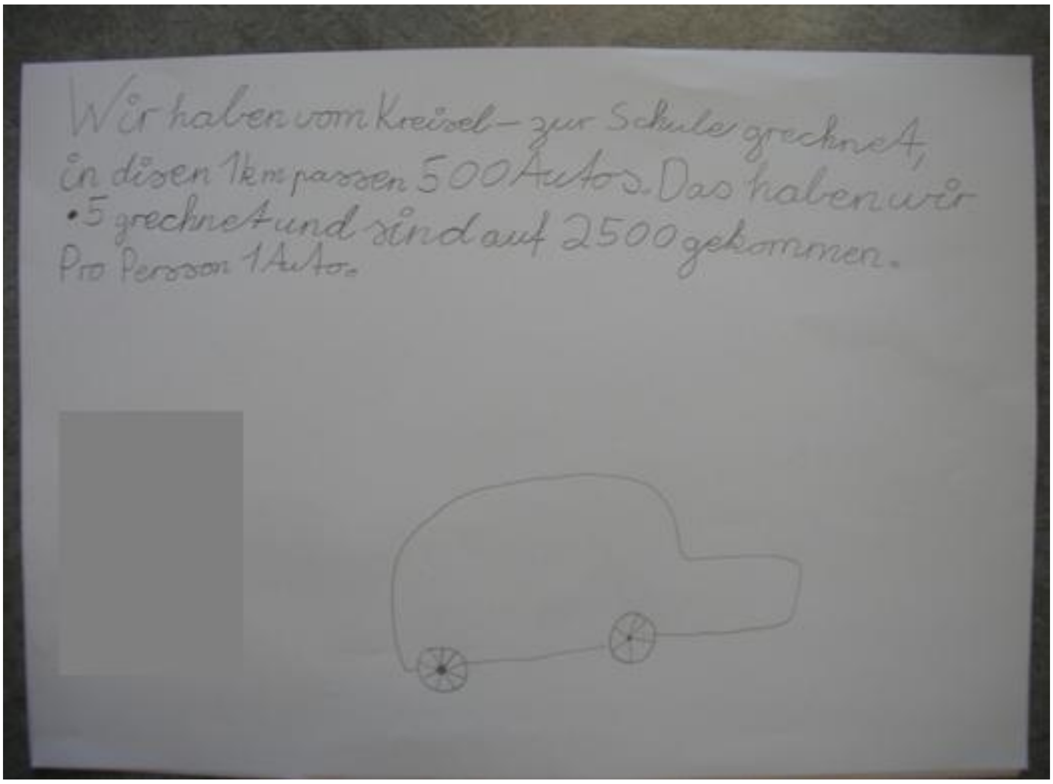


Abbildung 28: Plakat 4

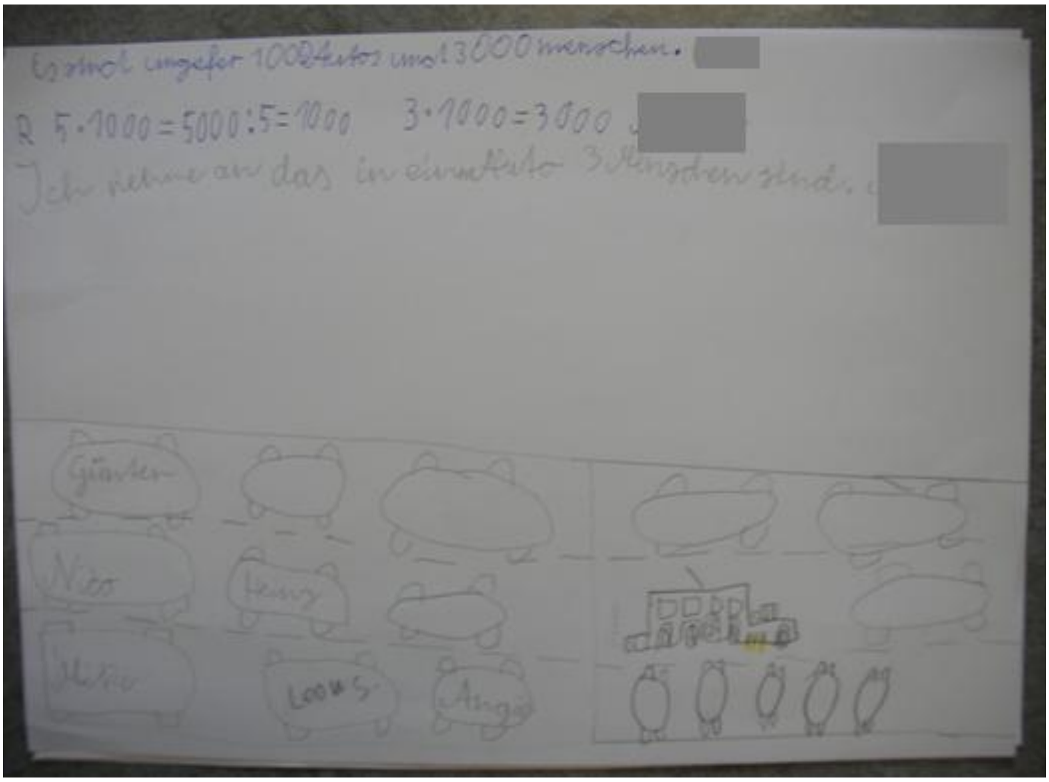


Abbildung 29: Plakat 5

Abbildung 30: Plakat 6

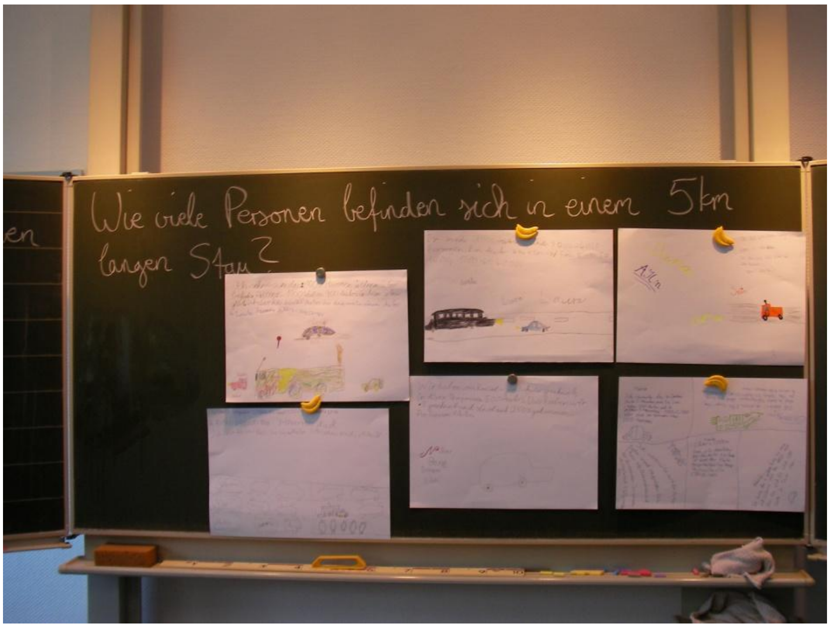


Abbildung 31: Die Plakate an der Tafel

Abbildung 32: Die Gruppenlösungen an der Tafel

Tabelle 6: Verlaufsplan 4

Zeit	Phase	Unterrichtsgeschehen	Sozialform/Methode	Material/Medien	Bemerkungen/ Kommentar
8.30-8.32h	Begrüßung	• L. [7] begrüßt SuS [8] und erinnert sie daran, dass nun die Besprechung der Präsentationen stattfindet.	• Frontalunterricht	• Klangschale	
8.32-8.39h	Reflexion 1	• Ergebnisse werden an der Tafel gesammelt und besprochen.	• Frontalunterricht	• Tafel, Kreide	U.a. sind die Ergebnisse realistisch?
8.39-8.41h	Hinführung zum Thema	• L. erklärt, dass die SuS einen Fragebogen erhalten, der noch einmal Fragen zum Thema „Mathematik“ enthält. • L. bespricht die Fragen mit den SuS. • L. teilt Fragebogen aus.	• Frontalunterricht	• Fragebögen	
8.41-9.04h	Arbeitsphase	• SuS bearbeiten die Fragebögen. • L. steht als Ansprechperson zur Verfügung.	• Einzelarbeit	• Fragebögen	Didaktische Reserve: Die fertigen Kinder können die selbstausgedachten Aufgaben lösen, die auf dem Computer getippt wurden.
9.04-9.06h	Organisation	• L. bittet SuS das Ausfüllen zu beenden und sammelt die Fragebögen ein. • SuS kommen in den Kreis.	• Frontalunterricht	• Klangschale • Fragebögen	

[7] L. steht als Abkürzung für „Lehrer/in“
[8] SuS steht als Abkürzung für „Schülerinnen und Schüler“

9.06-9.13h	Reflexion 2	• L. fragt SuS nach ihrem Eindruck über die Aufgaben, wie das Arbeiten geklappt hat etc. • SuS reflektieren.	• Kreisgespräch		
9.13-9.15h	Erarbeitung	• L. bedankt sich für die Mitarbeit der SuS und beendet die Stunde.	• Frontalunterricht		

Ich versichere hiermit, dass ich die Arbeit selbstständig verfasst, keine anderen, als die angegebenen Hilfsmittel verwandt und die Stellen, die anderen benutzten Druck- und digitalisierten Werken im Wortlaut oder dem Sinn nach entnommen sind, mit Quellenangaben kenntlich gemacht habe. Dies gilt auch für bildliche Darstellungen.

(Anna Christina Nadler)

Kassel, November 2011