

Mitteilung des Instituts für Mechanik

2/2017

**Implementierung und Verifikation eines
Thermoviskoplastizitätsmodells für die implizite
Zeitintegration in FEAP sowie Vergleichsrechnungen
mit bestehenden Materialmodellen in LS-DYNA**

Marvin Nahrman

Universität Kassel
Fachbereich Maschinenbau
Institut für Mechanik



Herausgeber

Der Geschäftsführende Direktor
Institut für Mechanik
Universität Kassel

Organisation und Verwaltung

Sekretariat
Institut für Mechanik
Universität Kassel
Mönchebergstr. 7
34125 Kassel
Deutschland

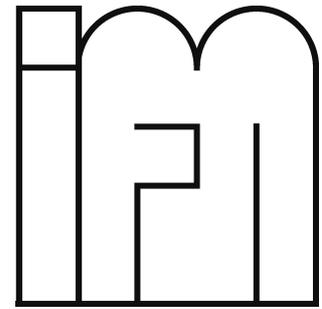
Der Inhalt dieser Arbeit muss nicht das eingereichte oder publizierte Original sein, sondern kann Änderungen beinhalten.

© 2017 Institut für Mechanik
Universität Kassel
Mönchebergstr. 7
34125 Kassel
Deutschland
www.ifm.maschinenbau.uni-kassel.de

Universität Kassel

Fachbereich Maschinenbau

Institut für Mechanik



Masterarbeit

**Implementierung und Verifikation eines
Thermoviskoplastizitätsmodells für die
implizite Zeitintegration in FEAP sowie
Vergleichsrechnungen mit bestehenden
Materialmodellen in LS-DYNA**

MARVIN NAHRMANN

Universität Kassel

Fachbereich Maschinenbau

Institut für Mechanik



**Implementierung und Verifikation eines
Thermoviskoplastizitätsmodells für die
implizite Zeitintegration in FEAP sowie
Vergleichsrechnungen mit bestehenden
Materialmodellen in LS-DYNA**

MARVIN NAHRMANN

Masterarbeit
im Studiengang Maschinenbau

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. A. Matzenmiller
Dipl.-Ing. M. Schmerbauch

Kassel, November 2016

Erklärung

Hiermit versichere ich die vorliegende Masterarbeit selbstständig und nur unter Verwendung der aufgeführten Quellen angefertigt zu haben. Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus anderen Schriften entnommen wurden, sind als solche gekennzeichnet.

Kassel, den 30. November 2016

.....

Marvin Nahrman

Inhaltsverzeichnis

Tabellenverzeichnis	ii
Abbildungsverzeichnis	v
Symbolverzeichnis	x
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Ziel der Arbeit	1
1.3 Gliederung der Arbeit	2
2 Materialmodelle der finiten Thermoviskoplastizität	3
2.1 BCJ-Modell	4
2.2 EMMI-Modell	5
2.3 IfM-Modell	8
2.4 Vergleich der verwendeten Modellansätze	11
3 Vergleich der Materialmodelle in Hinblick auf die Güte der berechneten Fließkurven mit LS-DYNA	15
3.1 Experimentelle Datenbasis	15
3.2 Parameteridentifikation	18
3.2.1 FE-Modell und Randbedingungen des Ein-Element-Tests	19
3.2.2 Identifizierte Parametersätze der Stahl- und Aluminiumsorten	21
3.3 Beurteilung der Güte der berechneten Fließkurven	27
3.3.1 Stahlsorte 16MnCr5	28
3.3.2 Stahlsorte C15	30
3.3.3 Stahlsorte 51CrV4	32
3.3.4 Aluminiumsorte AlMgSi1	34
3.3.5 Beurteilung und Einsatzbereiche der Materialmodelle	36
4 Vergleich der Materialmodelle zur Berechnung von komplexen Umformprozessen mit LS-DYNA	37
4.1 Voruntersuchungen am Ein-Element-Test	37
4.1.1 Temperaturentwicklung	38
4.1.2 Konvergenzverhalten	40
4.2 Zylinderstauchversuch	42
4.2.1 FE-Modell	42
4.2.2 Endgeometrie und Umformkraft	43
4.2.3 Temperaturentwicklung	45
4.2.4 Konvergenzverhalten und Rechenzeit	47

4.3	Mehrstufiger Zylinderstauchversuch mit Abkühlungsphase	50
4.3.1	Prozessführung	50
4.3.2	Endgeometrie und Umformkraft	51
4.3.3	Temperaturentwicklung	53
4.4	Simultane Kalt-/Warmumformung einer Flanschswelle	54
4.4.1	FE-Modellierung	54
4.4.2	Endgeometrie und Umformkraft	55
4.4.3	Temperaturentwicklung	57
4.4.4	Konvergenz und Rechenzeit	58
5	Implementierung des IfM-Modells in FEAP sowie Verifikation und Validierung	61
5.1	Implementierung für kleine und finite Deformationen	61
5.1.1	Verzerrungsinkrement	62
5.1.2	Spannung	63
5.1.3	Konsistenter Tangentenmodul	66
5.1.4	Temperaturerhöhung	66
5.2	Verifikation am Ein-Element-Test	67
5.2.1	FE-Modell und Randbedingungen	67
5.2.2	Verifikationsrechnungen	68
5.3	Validierung für finite Deformationen an der Zylinderstauchprobe	73
5.3.1	FE-Modell und Randbedingungen	73
5.3.2	Validierungsrechnungen	74
6	Numerische Untersuchung des IfM-Modells in Hinblick auf das Konvergenzverhalten mit FEAP	77
6.1	Ein-Element-Test	77
6.1.1	Korrektur der Implementierung des konsistenten Tangentenmoduls in VOIGT-Notation	77
6.1.2	Einfluss der Zeitschrittweite	79
6.1.3	Einfluss der Symmetrisierung des konsistenten Tangentenmoduls	83
6.1.4	Konvergenzverhalten bei Tangentenmodul ohne Schädigungsanteil	86
6.2	Zylinderstauchprobe	87
6.2.1	Korrektur der Implementierung des konsistenten Tangentenmoduls in VOIGT-Notation	87
6.2.2	Einfluss der Symmetrisierung des konsistenten Tangentenmoduls	88
7	Zusammenfassung und Ausblick	91
A	Materialkarten zur Berechnung mit LS-DYNA	I
A.1	BCJ-Modell	I
A.2	EMMI-Modell	II
A.3	IfM-Modell	III
	Schrifttum	VI

Tabellenverzeichnis

2.1-1	Parameter des BCJ-Modells	5
2.2-1	Parameter des EMMI-Modells zur Entdimensionierung	6
2.2-2	Parameter des EMMI-Modells	8
2.3-1	Parameter des IfM-Modells	11
2.4-1	Gegenüberstellung der verwendeten Modellansätze	13
3.2-1	Parameter der Elastizität für die Stahl- und Aluminiumsorten	21
3.2-2	Parameter zur Entdimensionierung beim EMMI-Modell für die Stahl- und Aluminiumsorten	21
3.2-3	Parameter der Temperaturerhöhung der Stahl- und Aluminiumsorten	22
3.2-4	Identifizierte Parameter der Stahlsorte 16MnCr5 für das BCJ-Modell	23
3.2-5	Identifizierte Parameter der Stahlsorte 16MnCr5 für das EMMI-Modell	23
3.2-6	Identifizierte Parameter der Stahlsorte 16MnCr5 für das IfM-Modell	23
3.2-7	Identifizierte Parameter der Stahlsorte C15 für das BCJ-Modell	24
3.2-8	Identifizierte Parameter der Stahlsorte C15 für das EMMI-Modell	24
3.2-9	Identifizierte Parameter der Stahlsorte C15 für das IfM-Modell	24
3.2-10	Identifizierte Parameter der Stahlsorte 51CrV4 für das BCJ-Modell	25
3.2-11	Identifizierte Parameter der Stahlsorte 51CrV4 für das EMMI-Modell	25
3.2-12	Identifizierte Parameter der Stahlsorte 51CrV4 für das IfM-Modell	25
3.2-13	Identifizierte Parameter der Aluminiumsorte AlMgSi1 für das BCJ-Modell	26
3.2-14	Identifizierte Parameter der Aluminiumsorte AlMgSi1 für das EMMI-Modell	26
3.2-15	Identifizierte Parameter der Aluminiumsorte AlMgSi1 für das IfM-Modell	26
3.3-1	Auswertung des gemittelten MSE für die Stahlsorte 16MnCr5	28
3.3-2	Auswertung des gemittelten MSE für die Stahlsorte C15	30
3.3-3	Auswertung des gemittelten MSE für die Stahlsorte 51CrV4	32
3.3-4	Auswertung des gemittelten MSE für die Aluminiumsorte AlMgSi1	34
3.3-5	Auswertung des gemittelten MSE für alle Metallsorten	36
4.1-1	Vergleich der Konvergenznormen zum Zeitpunkt $t = 0,22907$ s (200. Zeitschritt)	42
4.2-1	Vergleich des Radius in der Probenmitte am Ende der Berechnung	43
4.2-2	Vergleich der Konvergenznormen zum Zeitpunkt $t = 0,1$ s (100. Zeitschritt)	49
4.2-3	Vergleich der Rechenzeit (CPU-Zeit) bei Full-Newton Verfahren und modifiziertem Newton-Verfahren	49
4.4-1	Berechnete Endgeometrie der Flanschwellen mit unterschiedlichen Materialmodellen	56
4.4-2	Vergleich der CPU-Zeit zwischen expliziter und impliziter Berechnung der Flanschwellen	59

6.1-1	Verlauf der Konvergenznormen bei einer unterschiedlichen Anzahl an Zeitschritten bei Materialverhalten ohne und mit Schädigung	81
6.1-2	Verlauf der Konvergenznormen bei einer Anzahl von 50 Zeitschritten bei Materialverhalten ohne Schädigung sowie Verhältnisse zwei aufeinanderfolgender Konvergenznormen	82
6.1-3	Vergleich der Konvergenznormen zum Zeitpunkt $t = 0,5$ s (250. Zeitschritt) bei Materialverhalten ohne Schädigung	85
6.1-4	Vergleich der Konvergenznormen zum Zeitpunkt $t = 2,5$ s (1250. Zeitschritt) bei Materialverhalten mit Schädigung	85
6.2-1	Vergleich der Berechnung mit dem unsymmetrischen Gleichungslöser UTANGent sowie dem symmetrischen Gleichungslöser TANGent	89

Abbildungsverzeichnis

2.0-1	Schematische Darstellung des temperatur- und dehnratenabhängigen Materialverhaltens von Metallen (i. A. a. [Doege und Behrens, 2010, S. 92])	3
2.3-1	Tensorielle Darstellung des rheologischen Modells der Thermoviskoplastizität mit nichtlinearer Verfestigung, statischer Erholung und temperaturabhängigen Materialparametern [Bröcker und Matzenmiller, 2016]	8
3.1-1	Deformierter Zylinder beim konventionellen Zylinderstauchversuch (links) und beim RASTEGAEV-Zylinderstauchversuch (rechts) [Reiss und Pöhlandt, 1986]	15
3.1-2	Fließkurven der Stahlsorte 16MnCr5 [Doege und Behrens, 2010, S. 96]	16
3.1-3	Fließkurven der Stahlsorte C15 [Doege und Behrens, 2010, S. 95]	16
3.1-4	Fließkurven der Stahlsorte 51CrV4 ([Scholtes und Grüning, 2009])	17
3.1-5	Fließkurven der Stahlsorte 51CrV4 ([Hagen, 1990], Bilder 40, 39, 41)	17
3.1-6	Fließkurven der Aluminiumsorte AlMgSi1 ([Doege und Behrens, 2010, S. 95])	18
3.2-1	FE-Modell und Verschiebungsrandbedingungen unter Zug- und Druckbeanspruchung sowie Verschiebungs-Zeit-Verlauf bei konstanter nomineller und logarithmischer Dehnrate	19
3.3-1	Vergleich der experimentellen und berechneten Fließkurven des Werkstoffs 16MnCr5	29
3.3-2	Vergleich der experimentellen und berechneten Fließkurven des Werkstoffs C15	31
3.3-3	Vergleich der experimentellen und berechneten Fließkurven des Werkstoffs 51CrV4 (1)	32
3.3-4	Vergleich der experimentellen und berechneten Fließkurven des Werkstoffs 51CrV4 (2)	33
3.3-5	Vergleich der experimentellen und berechneten Fließkurven des Werkstoffs AlMg-Si1	35
4.1-1	Vergleich des Spannungsverlaufs (links) und der Temperaturentwicklung (rechts) unter Anfangstemperaturen von 293 K, 873 K und 1373 K	38
4.1-2	Verlauf des EUV über der spezifischen viskoplastischen Arbeit	40
4.1-3	Vergleich der Anzahl an Iterationen (linke Spalte) und Darstellung der relativen Konvergenznormen (rechte Spalte) zum Zeitpunkt $t = 0,22907$ s (200. Zeitschritt)	41
4.2-1	Zylinderstauchprobe in undeformierter Lage (links) und deformierter Lage (rechts)	42
4.2-2	FE-Modell des Zylinders mit Randbedingungen in der Seitenansicht (links) und Draufsicht (mittig) sowie Zeit-Verschiebungs-Verlauf (rechts)	43
4.2-3	Vergleich der Umformkraft bei einer Anfangstemperatur von 293 K, 873 K und 1373 K	44
4.2-4	Temperaturverteilung am Ende der Berechnungszeit bei einer Anfangstemperatur von 293 K	45

4.2-5	Vergleich der Temperaturentwicklung im Probenkern bei einer Anfangstemperatur von 293 K, 873 K und 1373 K	46
4.2-6	Anzahl an Iterationen (links) und Darstellung der relativen Konvergenznormen (rechts) zum letzten konvergenten Zeitpunkt beim EMMI-Modell	47
4.2-7	Vergleich der Anzahl an Iterationen (linke Spalte) und Darstellung der relativen Konvergenznormen (rechte Spalte) zum Zeitpunkt $t = 0,1$ s (100. Zeitschritt)	48
4.3-1	Deformierte Lage des Zylinder nach der ersten Umformstufe bei 0,2 s und nach der zweiten Umformstufe bei 1000,4 s sowie Zeit-Verschiebungs-Verlauf	51
4.3-2	Temperaturentwicklung während der Abkühlungsphase am Rand und Kern des Zylinders	51
4.3-3	Verlauf des Radius in der Probenmitte beim mehrstufigen Zylinderstauchversuch mit Abkühlungsphase	52
4.3-4	Verlauf der Umformkraft beim mehrstufigen Zylinderstauchversuch mit Abkühlungsphase	52
4.3-5	Verlauf der Temperatur im Probenkern beim mehrstufigen Zylinderstauchversuch mit Abkühlungsphase	53
4.4-1	Temperaturverteilung in der Flanschswelle am Ende der Aufheizphase ($t_1 = 23,8$ s), am Ende des Umformschritts ($t_2 = 27,0$ s) und am Ende der Abkühlphase ($t_3 = 55,0$ s)	55
4.4-2	Darstellung der Endgeometrie der Flanschswelle im Gesenk bei Verwendung des BCJ-, EMMI- und IfM-Modells	56
4.4-3	Endgeometrie der Flanschswelle (i. A. a. [Bröcker, 2014, S. 180])	56
4.4-4	Verlauf der Umformkraft während des Umformschritts	57
4.4-5	Verlauf der Temperatur im Kern der Flanschmitte	57
4.4-6	Vergleich des Konvergenzverhaltens bei der Berechnung mit dem NEWTON-RAPHSON-Verfahren	58
4.4-7	Vergleich des Konvergenzverhaltens bei der Berechnung mit dem modifizierten BFGS-Verfahren	58
5.1-1	Ablaufdiagramm der Materialroutine in FEAP	62
5.2-1	FE-Modell des Ein-Element-Tests mit aufgebrachtter Verschiebungsrandbedingung	68
5.2-2	Verifikationsrechnungen für die Implementierung bei kleinen Deformationen	69
5.2-3	Verifikationsrechnungen für die Implementierung bei finiten Deformationen und Verwendung der JAUMANN-Spannungsrate	70
5.2-4	Verifikationsrechnungen für die Implementierung bei finiten Deformationen und Verwendung der TRUESDELL-Spannungsrate	71
5.2-5	Verifikationsrechnungen für die Implementierung bei finiten Deformationen und Verwendung des CAUCHY-elastischen Ansatzes	72
5.3-1	Verschiebungs-Zeit-Verläufe	73
5.3-2	Deformierte Endlage der Zylinderstauchprobe unter monotoner Zug- und Druckbelastung mit Darstellung der Auswerteelemente	74

5.3-3	Validierungsrechnungen an der Zylinderstauchprobe bei monotoner Zugbelastung (oben), monotoner Druckbelastung (mittig) und Druck-Zug-Druck-Belastung (unten)	75
6.1-1	Verformung des Ein-Element-Test bei Zugbeanspruchung (links) und Zug-Schub-Belastung (mittig) sowie Zeit-Verschiebungs-Verlauf (rechts)	78
6.1-2	Vergleich der Anzahl an Iterationen bei ursprünglicher und korrigierter Implementierung	78
6.1-3	Spannungs-Dehnungs-Verlauf bei einer unterschiedlichen Anzahl an Zeitschritten	79
6.1-4	Untersuchung der Konvergenzverhaltens bei einer unterschiedlichen Anzahl an Zeitschritten bei Materialverhalten ohne Schädigung (oben) und mit Schädigung (unten)	80
6.1-5	Vergleich des Konvergenzverhaltens zwischen User-Implementierung des IfM-Modells und dem Standard Plastizitätsmodell in FEAP bei linear isotroper Verfestigung	83
6.1-6	Vergleich des Konvergenzverhaltens zwischen isothermer und adiabater Berechnung	83
6.1-7	Verlauf der Konvergenznormen bei Berechnung mit dem vollständigem (unsymmetrischem) und symmetrischen Tangentenmodul	84
6.1-8	Verlauf des Abweichungsverhältnis über der Zeit	85
6.1-9	Vergleich des Konvergenzverhaltens bei vollständigem Tangentenmodul, symmetrisiertem Tangentenmodul und Tangentenmodul ohne Schädigungsanteil	87
6.2-1	Vergleich zwischen ursprünglicher und korrigierter Implementierung	88
6.2-2	Vergleich zwischen vollständigem und symmetrisiertem Tangentenmodul	89

Symbolverzeichnis

Abkürzungen

Abb.	Abbildung
Anh.	Anhang
EUV	Energieumsetzungsverhältnis
FEM	Finite-Elemente-Methode
Gl.	Gleichung
Kap.	Kapitel
Tab.	Tabelle
vgl.	vergleiche

Indizes

$()_{el}$	elastischer Anteil einer Größe
$()_{th}$	thermischer Anteil einer Größe
$()_{vp}$	viskoplastischer Anteil einer Größe
$\hat{()}$	temperaturabhängige Größe
$^a()$	Größe im geschädigten Modellzustand
$^n()$	Größe zum vorherigen Zeitpunkt
$^{n+1}()$	Größe zum aktuellen Zeitpunkt

Operatoren

$\ ()\ $	Frobeniusnorm eines Tensors
$\frac{d}{d()}$	totale Ableitung nach $()$
$\frac{\partial}{\partial()}$	partielle Ableitung nach $()$
$()^T$	Transponierte eines Tensors
\bar{a}	Bogenlänge eines Skalars
\bar{A}	Bogenlänge eines Tensors

$\dot{\mathbf{A}}$	Rate der Bogenlänge eines Tensors
$\dot{(\)}$	Ableitung nach der Zeit
$\langle a \rangle$	MACAULEY-Klammer
$H(\)$	HEAVISIDE-Funktion von $(\)$
$ a $	Betrag von a
\mathbf{A}^D	Deviatoranteil eines Tensors
\mathbf{A}^K	Kugelanteil eines Tensors
$\dot{(\)}_J$	JAUMANN-Spannungsrate
$\dot{(\)}_T$	TRUESDELL-Spannungsrate
$\overset{\circ}{(\)}$	objektive Rate eines Tensors
$\text{sp}(\mathbf{A})$	Spur eines Tensors

Skalare

α	thermischer Ausdehnungskoeffizient
$\bar{\epsilon}_{vp}$	viskoplastische Bogenlänge
Δt	Zeitschrittweite
δ_M	mechanische Dissipation
$\dot{\varphi}$	Umformgeschwindigkeit
$\dot{\bar{\epsilon}}_{vp}$	Rate der viskoplastischen Bogenlänge $\bar{\epsilon}_{vp}$
η	Viskosität
γ_{TQ}	TAYLOR-QUINNEY-Koeffizient
κ	isotrope Verfestigung
κ_0	Anfangsfließspannung
λ	plastischer Multiplikator
ν	Querdehnzahl
ρ	Massendichte
σ	CAUCHY-Spannung
σ_{ov}	viskoser Überspannungssanteil
σ_{vM}	VON MISES Vergleichsspannung
θ	absolute Temperatur
θ_0	Referenztemperatur
θ_M	Schmelztemperatur

ε_{vp}	viskoplastische Dehnung
ε_{\log}	logarithmische Dehnung
ε_{nom}	nominelle Dehnung
φ	Umformgrad
φ_{EUV}	Energieumsetzungsverhältnis (EUV)
ξ	kinematische Verfestigung
c_v	Wärmekapazität
D	Schädigungsvariable
E	Elastizitätsmodul
F	Fließfunktion
K	Kompressionsmodul
k	Wärmeleitzahl
p_d	Dissipationsleistung
p_Q	Wärmeleitungs- und Wärmequellterm
p_{te}	thermoelastischer Kopplungsterm
p_{ti}	thermoinelastischer Kopplungsterm
p_{vp}	viskoplastische Spannungsleistung
R	universelle Gaskonstante
s	Entropie
w_{vp}	viskoplastische Arbeit
w_d	Dissipationsarbeit

Tensoren zweiter Stufe

$\mathbf{1}$	Einheitstensor zweiter Stufe
\mathbf{A}	ALMANZI-Verzerrungstensor
\mathbf{D}	räumlicher Verzerrungsgeschwindigkeitstensor
\mathbf{F}	Deformationsgradient
\mathbf{L}	räumlicher Geschwindigkeitsgradient
\mathbf{T}	CAUCHY-Spannungstensor
\mathbf{W}	Wirbeltensor
$\dot{\mathbf{T}}_J$	JAUMANN-Spannungsrate von \mathbf{T}
$\dot{\mathbf{T}}_T$	TRUESDELL-Spannungsrate von \mathbf{T}

$\dot{\mathbf{T}}$ objektive Rate der CAUCHY-Spannung

Tensoren vierter Stufe

\mathcal{D} Schädigungstensor

$\mathcal{I}^{\mathcal{D}}$ Deviatoranteil des Einheitstensors vierter Stufe

\mathcal{I} Einheitstensor vierter Stufe

$\mathcal{I}^{\mathcal{K}}$ Kugelanteil des Einheitstensors vierter Stufe

$\hat{\mathcal{C}}_k$ konsistenter Tangentenmodul im effektiven Modellzustand

${}^a\hat{\mathcal{C}}_k$ konsistenter Tangentenmodul im geschädigten Modellzustand

1 Einleitung

1.1 Motivation

Mit steigendem Anspruch an Strukturbauteile aus Stahl und Aluminium in Bezug auf mechanische Eigenschaften, Gewicht und Ressourcenschonung werden neue Produktionsverfahren der Umformtechnik entwickelt. Ein innovativer Umformprozess der Massivumformung ist die simultane Kalt-/Warmumformung. Dabei wird der Vorteil der geringen Umformkräfte bei der Warmumformung mit dem Vorteil der hohen Maßhaltigkeit bei der Kaltumformung kombiniert. Um Kosten zu senken und die Entwicklungszeit zu verringern werden computergestützte Simulationen zur Auslegung des Umformprozesses in die Produktentwicklung integriert. Dabei soll eine möglichst präzise Prognose der Endgeometrie des umgeformten Bauteils sowie der benötigten Umformkraft erreicht werden. Weiteres Interesse besteht in der Prognose der Gefügeumwandlung, Rißbildung im Werkstück während des Umformvorgangs sowie Werkzeugverschleiß.

Zur Auslegung von simultanen Kalt-/Warmumformprozessen müssen temperaturabhängige Materialmodelle bereitgestellt werden, die den relevanten Temperaturbereich berücksichtigen. Neben der Auswirkung der Temperatur auf das mechanische Verhalten, beeinflusst aufgrund von Dissipationsvorgängen im Material und der damit verbundenen Wärmeentwicklung das mechanische Verhalten die Temperatur. Somit entsteht eine thermomechanische Kopplung, die in der Simulationen berücksichtigt werden muss.

Materialmodelle, die neben dem viskoplastischen Materialverhalten von Metallen eine Temperaturabhängigkeit berücksichtigen, werden als Thermoviskoplastizitätsmodelle bezeichnet. Ein Thermoviskoplastizitätsmodell für die Berechnung von thermomechanisch gekoppelten Metallumformprozessen wird in [Bröcker, 2014] vorgestellt und in dieser Arbeit unter der Bezeichnung IfM-Modell verwendet. Weitere Thermoviskoplastizitätsmodelle sind das BCJ-Modell nach [Bammann, 1990] und das EMMI-Modell nach [Marin et al., 2006], die beide in der Berechnungssoftware LS-DYNA standardmäßig implementiert sind.

1.2 Ziel der Arbeit

Ein Ziel der Arbeit ist der Vergleich des IfM-, BCJ-, und EMMI-Modells auf Anwendbarkeit bei thermomechanisch gekoppelten Metallumformprozessen. Um eine breite Abdeckung an unterschiedlichen metallischen Werkstoffen zu gewährleisten, sollen zur Charakterisierung des Materialverhaltens die Stahlsorten 51CrV4, 16MnCr5, C15 sowie die Aluminiumlegierung AlMg-Si1 verwendet werden. Dabei soll durch Vergleich mit den experimentell ermittelten Fließkurven die Güte der berechneten Fließkurven bei Verwendung der drei genannten Materialmodelle bestimmt werden und eine Beurteilung von deren Einsatzbereichen folgen.

Zum Modellvergleich sollen weiterhin Vergleichsrechnungen mit der FE-Berechnungssoftware

re LS-DYNA an FE-Modellen mit unterschiedlicher Komplexität durchgeführt werden. Neben dem Ein-Element-Test soll der Zylinderstauchversuch bei unterschiedlichen Temperaturen sowie die simultane Kalt-/Warmumformung einer Flanschswelle betrachtet werden. Als Vergleichsgrößen sollen dabei die Endgeometrie der Probe sowie die benötigte Umformkraft herangezogen werden.

Ein weiteres Ziel der Arbeit besteht in der Untersuchung des Konvergenzverhaltens des globalen NEWTON-RAPHSON-Verfahrens bei quasistatischer FE-Berechnung unter Verwendung der drei genannten Materialmodelle. Dabei sollen Konvergenzstudien mit LS-DYNA bei der Berechnung des Ein-Element-Tests, der Zylinderstauchprobe und der simultanen Kalt-/Warmumformung der Flanschswelle durchgeführt werden. Aufgrund des in der FE-Berechnungssoftware FEAP vorhandenen Gleichungslösers für unsymmetrische Steifigkeitsmatrizen ist die Implementierung des IfM-Modells als User-Materialmodell in FEAP ein weiteres Ziel der Arbeit. Nach erfolgter Verifikation und Validierung soll eine Bewertung des Konvergenzverhaltens bei Verwendung des unsymmetrischen Gleichungslösers erfolgen. Hierbei sollen FE-Rechnungen am Ein-Element-Test sowie der Zylinderstauchprobe durchgeführt werden.

1.3 Gliederung der Arbeit

Die konstitutiven Gleichungen des IfM-, BCJ- und EMMI-Modells werden in *Kap. 2* erläutert, wobei außerdem die in dieser Arbeit verwendeten Modellansätze verglichen werden. In *Kap. 3* erfolgt der Vergleich der drei genannten Materialmodelle in Hinblick auf die Güte der berechneten Fließkurven sowie die Beurteilung der jeweiligen Einsatzbereiche. *Kap. 4* befasst sich mit dem Modellvergleich bei komplexen Umformprozessen, wie dem Zylinderstauchversuch und der simultanen Kalt-/Warmumformung der Flanschswelle. In *Kap. 5* wird die Implementierung des IfM-Modells in die FE-Berechnungssoftware FEAP erläutert sowie die Verifikation und Validierung vorgestellt. Abschließend folgt in *Kap. 6* der Vergleich des Konvergenzverhaltens bei Verwendung des unsymmetrischen Gleichungslösers.

2 Materialmodelle der finiten Thermoviskoplastizität

Das reale Materialverhalten von Metallen bei einem Umformprozesses ist stark von der Temperatur und Umformgeschwindigkeit abhängig. Metalle zeigen bei Raumtemperatur ein ausgeprägtes Verfestigungsverhalten, während dieses bei hohen Temperaturen kaum noch vorhanden ist. Dabei finden thermisch aktivierte Erholungsvorgänge statt, die der Verfestigung entgegenwirken. Des Weiteren zeigt sich vor allem bei hohen Temperaturen eine Abhängigkeit von der Umformgeschwindigkeit. Die temperatur- und dehnratenabhängigen Effekte sind in *Abb. 2.0-1* skizziert. Anstelle der technischen Dehnung ε wird in der Umformtechnik aufgrund der großen Deformationen der Umformgrad φ verwendet. Der Zusammenhang ist dabei mit $\varphi = \ln(1 + \varepsilon)$ gegeben.

Die Komplexität des Umformprozesses zeigt sich in der gegenseitigen Beeinflussung von mechanischen und thermischen Größen. Dabei kommt es während des Umformprozesses aufgrund von Dissipation zur Erwärmung des Werkstücks, wodurch sich das mechanische Verhalten ändert. Es handelt sich somit um ein thermomechanisch gekoppeltes Problem.

Zur Berechnung und Auslegung von Kalt- und Warmumformprozessen mithilfe von FEM-Berechnungsprogrammen muss für die Materialdefinition ein temperatur- und dehnratenabhängiges Plastizitätsmodell verwendet werden. Aufgrund der großen Umformgrade müssen dabei Materialmodelle für finite Deformationen verwendet werden. Im Folgenden werden diese Materialmodelle als finite Thermoviskoplastizitätsmodelle bezeichnet.

Ein in dem Berechnungsprogramm LS-DYNA standardmäßig verfügbares finites Thermoviskoplastizitätsmodell ist das BAMMANN-CHIESA-JOHNSON-Modell (BCJ-Modell) nach [Bammann, 1990]. In LS-DYNA wird das Modell durch das Keyword (*MAT_BAMMAN bzw. *MAT_051, siehe [Livermore Software Technology Corporation (LSTC), 2015, S. 2-270 ff.]) verwendet. Ein weiteres in LS-DYNA standardmäßig verfügbares finites Thermoviskoplastizitätsmodell ist das EMMI-Modell (*Evolving Microstructural Model of Inelasticity*) nach [Marin et al., 2006]. Das

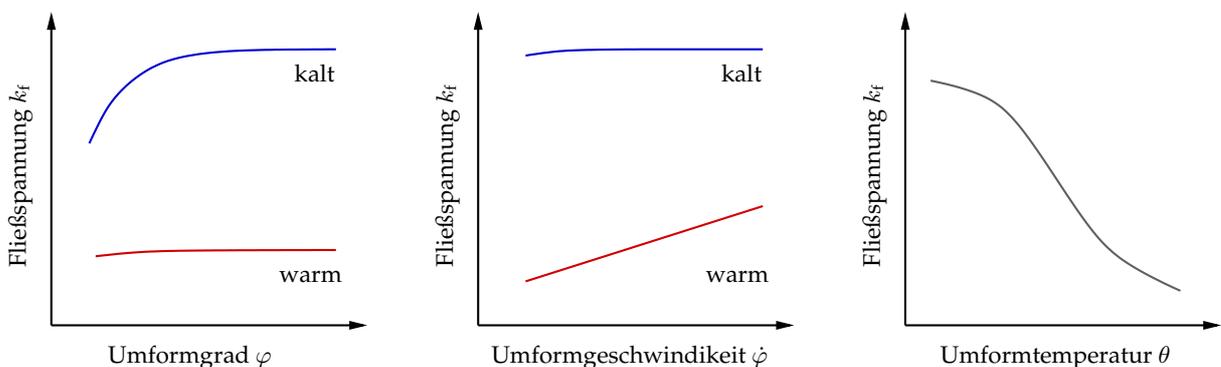


Abb. 2.0-1: Schematische Darstellung des temperatur- und dehnratenabhängigen Materialverhaltens von Metallen (i. A. a. [Doerge und Behrens, 2010, S. 92])

Modell wird durch das Keyword (*MAT_EMMI bzw. *MAT_151, siehe [Livermore Software Technology Corporation (LSTC), 2015, S. 2-743 ff.]) verwendet. Ein am Institut für Mechanik der Universität Kassel entwickeltes finites Thermoviskoplastizität auf Basis erweiterter rheologischer Modelle wird in [Bröcker, 2014] vorgestellt. Dabei werden teilweise ähnliche Ansätze wie beim EMMI-Modell verwendet.

Im Folgenden werden die drei Materialmodelle der finiten Thermoviskoplastizität vorgestellt und abschließend verglichen. Dabei wird bei jedem Modell auf die wichtigsten Ansätze eingegangen. Für eine ausführliche Dokumentation der konstitutiven Gleichungen sei auf die genannte Literatur verwiesen.

2.1 BCJ-Modell

Im Folgenden werden die konstitutiven Gleichungen des BCJ-Modells zusammengefasst. Eine ausführliche Darstellung findet sich in [Bammann, 1990].

Kinematik:

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}_{el} + \mathbf{D}_{pl} + \mathbf{D}_{th} \quad , \quad \mathbf{D}_{th} = A \dot{\theta} \mathbf{1} \quad (2.1-1)$$

$$\mathbf{W} = \mathbf{D}_{el} + \mathbf{D}_{pl} \quad (2.1-2)$$

Hypo-Elastizitätsbeziehung mit JAUMANN-Spannungsrate:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \lambda \operatorname{sp}(\mathbf{D}_{el}) \mathbf{1} + 2\mu \mathbf{D}_{el} \quad (2.1-3)$$

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \dot{\boldsymbol{\sigma}} - \mathbf{W}_{el} \cdot \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{W}_{el} \quad (2.1-4)$$

Fließregel:

$$\mathbf{D}_{pl} = f(\theta) \sinh \left[\frac{\|\boldsymbol{\xi}^D\| - \kappa - Y(\theta)}{V(\theta)} \right] \frac{\boldsymbol{\xi}^D}{\|\boldsymbol{\xi}^D\|} \quad , \quad \boldsymbol{\xi}^D = \boldsymbol{\sigma}^D - \boldsymbol{\alpha}^D \quad (2.1-5)$$

Isotrope Verfestigung mit dynamischer und statischer Erholung:

$$\dot{\kappa} = H(\theta) \|\mathbf{D}_{pl}\| - \left[R_d(\theta) \|\mathbf{D}_{pl}\| + R_s(\theta) \right] \kappa^2 \quad (2.1-6)$$

Kinematische Verfestigung mit dynamischer und statischer Erholung:

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}} = h(\theta) \mathbf{D}_{pl} - \left[r_d(\theta) \|\mathbf{D}_{pl}\| + r_s(\theta) \right] \|\boldsymbol{\alpha}\| \boldsymbol{\alpha} \quad (2.1-7)$$

Wärmeleitungsgleichung und Temperaturentwicklung

Abschätzung über TAYLOR-QUINNEY-Koeffizient (standardmäßig $\gamma_{TQ} = 0,90$):

$$\dot{\theta} = HC \left(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{D}_{pl} \right) \quad , \quad HC := \frac{\gamma_{TQ}}{\rho c_v} \quad (2.1-8)$$

Temperaturabhängige Modellparameter

Anfangsfließspannung:

$$Y(\theta) = C_3 \exp(C_4/\theta) \quad (2.1-9)$$

Dehnratensensitivität:

$$f(\theta) = C_5 \exp(-C_6/\theta) \quad (2.1-10)$$

$$V(\theta) = C_1 \exp(-C_2/\theta) \quad (2.1-11)$$

Kinematische Verfestigung mit dynamischer und statischer Erholung:

$$h(\theta) = C_9 \exp(C_{10}/\theta) \quad (2.1-12)$$

$$r_d(\theta) = C_7 \exp(-C_8/\theta) \quad (2.1-13)$$

$$r_s(\theta) = C_{11} \exp(-C_{12}/\theta) \quad (2.1-14)$$

Isotrope Verfestigung mit dynamischer und statischer Erholung:

$$H(\theta) = C_{15} \exp(C_{16}/\theta) \quad (2.1-15)$$

$$R_d(\theta) = C_{13} \exp(-C_{14}/\theta) \quad (2.1-16)$$

$$R_s(\theta) = C_{17} \exp(-C_{18}/\theta) \quad (2.1-17)$$

Tab. 2.1-1: Parameter des BCJ-Modells

Konstitutive Beziehung	Parameter
Elastizitätsbeziehung (2) :	E, ν
Anfangsfließspannung (2) :	C_3, C_4
Dehnratensensitivität (4) :	C_1, C_2, C_5, C_6
Kinematische Verfestigung (6) :	$C_7, C_8, C_9, C_{10}, C_{11}, C_{12}$
Isotrope Verfestigung (6) :	$C_{13}, C_{14}, C_{15}, C_{16}, C_{17}, C_{18}$
Wärmeleitungsgleichung (1) :	HC

2.2 EMMI-Modell

Im Folgenden werden die konstitutiven Gleichungen des EMMI-Modells zusammengefasst. Eine ausführliche Darstellung findet sich in [Marin et al., 2006].

Entdimensionierung der konstitutiven Gleichungen

Dimensionslose Zeit:

$$t_c = \frac{b^2}{D_\nu} \quad , \quad D_\nu = D_{0\nu} \exp\left(\frac{-Q_\nu}{R \theta_M}\right) \quad (2.2-1)$$

$$\check{t} = \frac{t}{t_c} \quad , \quad (\check{\bullet}) = \frac{d(\check{\bullet})}{d\check{t}} = t_c \frac{d(\bullet)}{dt} \quad (2.2-2)$$

Dimensionslose Temperatur:

$$\check{\theta} = \frac{\theta}{\theta_M} \quad , \quad \check{\dot{\theta}} = \frac{t_c}{\theta_M} \dot{\theta} \quad (2.2-3)$$

Tab. 2.2-1: Parameter des EMMI-Modells zur Entdimensionierung

Parameter	Notation	Einheit
Burgers Vektor	b	m
Schmelztemperatur	θ_M	K
Referenztemperatur	θ_0	K
Gitterdiffusion (Vorfaktor)	$D_{0\nu}$	m ² /s
Gitterdiffusion (Aktivierungsenergie)	Q_ν	J/mol
Universelle Gaskonstante	R	J/(mol K)

Dimensionslose Form der konstitutive Gleichungen im Falle kleiner elastischer Deformationen in der Momentankonfiguration

Kinematik:

$$\check{D}^D = \check{D}_{el}^D + \check{D}_{pl}^D \quad , \quad \check{D}_{el}^D = t_c D_{el}^D \quad , \quad \check{D}_{pl}^D = t_c D_{pl}^D \quad (2.2-4)$$

Hypo-Elastizitätsbeziehung:

$$\check{L}_v^e(\check{\tau}^D)^\# = \check{D}_{el}^D \quad , \quad \check{p}_\tau^* = \text{sp}(\check{D}_{el}^D) \quad (2.2-5)$$

$$\tau = 2\mu(\check{\tau}^D)^\# + K\check{p}_\tau^* \mathbf{b}_{el} \quad , \quad \sigma = \frac{1}{J_{el}} \tau \quad , \quad J_{el} = \det(\mathbf{F}_{el}) \quad (2.2-6)$$

Fließregel:

$$\check{D}_{pl} = \sqrt{\frac{3}{2}} \check{\varepsilon}_{pl}^* \check{\mathbf{n}} \quad , \quad \check{\varepsilon}_{pl}^* = \check{f} \left[\sinh \left(\left\langle \frac{\check{\sigma}_{eq}}{\check{\kappa}_s + \check{Y}} - 1 \right\rangle \right) \right]^\check{n} \quad (2.2-7)$$

Isotrope Verfestigung mit statischer Erholung:

$$\check{\kappa}_s^* = \left(c_\kappa \check{H} - \check{R}_D \check{\kappa}_s \right) \check{\varepsilon}_{pl}^* - \check{R}_S \check{\kappa}_s \sinh \left(\frac{\check{Q}_S}{c_\kappa} \check{\kappa}_s \right) \quad (2.2-8)$$

Kinematische Verfestigung:

$$\check{L}_v^e(\check{\alpha})^\# = c_\alpha \check{h} \check{D}_{pl} - \frac{\check{r}_d}{c_\alpha} \check{\varepsilon}_{pl}^* \sqrt{\frac{2}{3}} \|\check{\alpha}\| \check{\alpha} \quad (2.2-9)$$

Elastische LIE-Zeitableitung für kontravariante Tensoren:

$$\check{L}_v^e(\bullet)^\# = \frac{2\mu}{t_c} \left[\underbrace{\left(\overset{*}{\bullet} \right) - \check{L}_{el}(\overset{\circ}{\bullet}) - (\overset{\circ}{\bullet}) \check{L}_{el}^T}_{\check{L}_v^e(\bullet)^\#} + \frac{(\overset{\circ}{\bullet})}{\mu} \frac{d\mu}{d\check{\theta}} \right] \quad (2.2-10)$$

Wärmeleitungsgleichung und Temperaturentwicklung

Abschätzung über wählbaren TAYLOR-QUINNEY-Koeffizient:

$$\check{\theta}^* = \frac{\gamma_{\text{TQ}}}{J^{\text{el}} \check{c}_v} \left((\check{\tau}^{\text{D}})^{\#} \cdot \check{\mathbf{D}}_{\text{pl}} \right) , \quad \check{c}_v = c_v \frac{\theta_{\text{M}}}{2\mu} , \quad \gamma_{\text{TQ}} \approx 0,85 \dots 0,95 \quad (2.2-11)$$

Temperaturabhängige Modellparameter

Elastizitätsbeziehung:

$$\mu = \mu_0 \hat{\mu}(\check{\theta}) , \quad K = K_0 \widehat{K}(\check{\theta}) \quad (2.2-12)$$

$$\hat{\mu}(\check{\theta}) = 1 + c_{\theta\mu} (\check{\theta} - \check{\theta}_0) , \quad \widehat{K}(\check{\theta}) = 1 + c_{\theta K} (\check{\theta} - \check{\theta}_0) , \quad \check{\theta}_0 = \frac{\theta_0}{\theta_{\text{M}}} \quad (2.2-13)$$

Anfangsfließspannung:

$$\check{Y} = \check{c}_8 \frac{\widehat{Y}(\check{\theta})}{\hat{\mu}(\check{\theta})} , \quad \check{c}_8 = c_8 \quad (2.2-14)$$

$$\widehat{Y}(\check{\theta}) = \frac{\check{m}_1}{1 + \check{m}_2 \exp\left(\frac{-\check{m}_3}{\check{\theta}}\right)} \frac{1}{2} \left[1 + \tanh\left(\check{m}_4(\check{m}_5 - \check{\theta})\right) \right] \quad (2.2-15)$$

$$\check{m}_1 = m_1 , \quad \check{m}_2 = m_2 , \quad \check{m}_3 = m_3/\theta_{\text{M}} , \quad \check{m}_4 = m_4 \theta_{\text{M}} , \quad \check{m}_5 = m_5/\theta_{\text{M}} \quad (2.2-16)$$

Dehnratensensitivität:

$$\check{f} = \check{c}_2 \exp\left(\frac{-\check{Q}_1}{\check{\theta}}\right) , \quad \check{n} = \frac{\check{c}_9}{\check{\theta}} + \check{c}_1 \quad (2.2-17)$$

$$\check{c}_2 = t_c c_2 , \quad \check{Q}_1 = Q_1/\theta_{\text{M}} , \quad \check{c}_1 = c_1 , \quad \check{c}_9 = c_9/\theta_{\text{M}} \quad (2.2-18)$$

Kinematische Verfestigung:

$$\check{r}_{\text{d}} = \check{c}_3 \exp\left(\frac{-\check{Q}_2}{\check{\theta}}\right) , \quad \check{h} = \check{c}_4 \quad (2.2-19)$$

$$\check{c}_3 = c_3 , \quad \check{Q}_2 = Q_2/\theta_{\text{M}} , \quad \check{c}_4 = c_4 \quad (2.2-20)$$

Isotrope Verfestigung mit statischer Erholung:

$$\check{R}_{\text{D}} = \check{c}_5 \exp\left(\frac{-\check{Q}_3}{\check{\theta}}\right) , \quad \check{H} = \check{c}_6 \quad (2.2-21)$$

$$\check{c}_5 = c_5 , \quad \check{Q}_3 = Q_3/\theta_{\text{M}} , \quad \check{c}_6 = c_6 \quad (2.2-22)$$

$$\check{R}_{\text{S}} = \check{c}_7 \exp\left(\frac{-\check{Q}_4}{\check{\theta}}\right) , \quad \check{Q}_{\text{S}} = \check{c}_{10} \exp\left(\frac{-\check{Q}_5}{\check{\theta}}\right) \quad (2.2-23)$$

$$\check{c}_7 = t_c c_7 , \quad \check{Q}_4 = Q_4/\theta_{\text{M}} , \quad \check{c}_{10} = c_{10} , \quad \check{Q}_5 = Q_5/\theta_{\text{M}} \quad (2.2-24)$$

Tab. 2.2-2: Parameter des EMMI-Modells

Konstitutive Beziehung	Parameter
Entdimensionierung (6) :	$b, \theta_M, \theta_0, D_{0\nu}, Q_\nu, R$
Elastizitätsbeziehung (4) :	$\mu_0, K_0, c_{\theta\mu}, c_{\theta K}$
Anfangsfließspannung (5) :	$\check{c}_8, \check{m}_1, \check{m}_2, \check{m}_3, \check{m}_4, \check{m}_5$
Dehnratensensitivität (4) :	$\check{c}_1, \check{c}_2, \check{c}_9, \check{Q}_1$
Kinematische Verfestigung (4) :	$\check{c}_\kappa, \check{c}_3, \check{c}_4, \check{Q}_2$
Isotrope Verfestigung (8) :	$\check{c}_\alpha, \check{c}_5, \check{c}_6, \check{Q}_3, \check{c}_7, \check{c}_{10}, \check{Q}_4, \check{Q}_5$
Wärmeleitungsgleichung (1) :	γ_{TQ}

2.3 IfM-Modell

Im Folgenden werden die konstitutiven Gleichungen des IfM-Modells zusammengefasst. Eine ausführliche Darstellung findet sich in [Bröcker, 2014].

Darstellung des rheologischen Netzwerks:

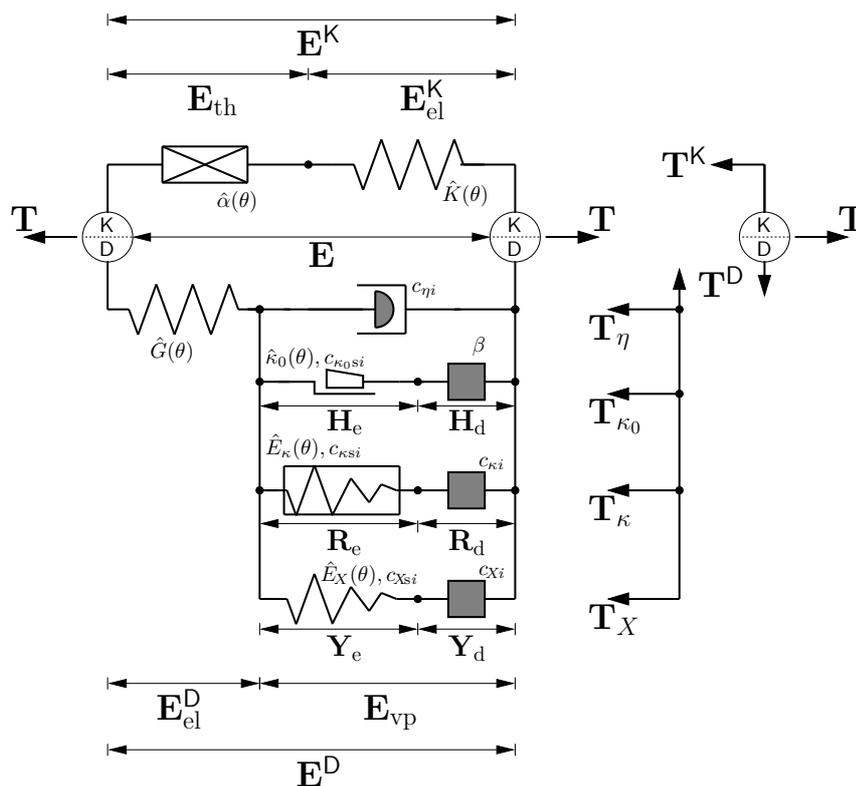


Abb. 2.3-1: Tensorielle Darstellung des rheologischen Modells der Thermoviskoplastizität mit nichtlinearer Verfestigung, statischer Erholung und temperaturabhängigen Materialparametern [Bröcker und Matzenmiller, 2016]

Kinematik:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_{th} + \mathbf{E}_{el} + \mathbf{E}_{vp} \quad , \quad \dot{\mathbf{E}}_{th} = \hat{\alpha}(\theta) \dot{\theta} \mathbf{1} \quad (2.3-1)$$

$$\mathbf{E}_{vp} = \mathbf{H}_e + \mathbf{H}_d = \mathbf{R}_e + \mathbf{R}_d = \mathbf{Y}_e + \mathbf{Y}_d \quad (2.3-2)$$

Freie Energie:

$$\psi = \psi_{\text{th}} + \psi_{\text{M}} \quad , \quad \psi_{\text{th}} = \hat{Q}(\theta) \quad (2.3-3)$$

$$\psi_{\text{M}} = \frac{1}{2\rho} \left(2\hat{G}(\theta) \mathbf{E}_{\text{el}}^{\text{D}} \cdot \mathbf{E}_{\text{el}}^{\text{D}} + \hat{K}(\theta) \text{sp}(\mathbf{E}_{\text{el}})^2 + 2\hat{\kappa}_0(\theta) \varepsilon_{\kappa_0} + \hat{E}_{\kappa}(\theta) \varepsilon_{\kappa}^2 + \hat{E}_X(\theta) \mathbf{E}_X \cdot \mathbf{E}_X \right) \quad (2.3-4)$$

Elastizitätsbeziehung:

$$\mathbf{T} = 2\hat{G}(\theta) \mathbf{E}_{\text{el}}^{\text{D}} + \hat{K}(\theta) \text{sp}(\mathbf{E}_{\text{el}}) \mathbf{1} \quad (2.3-5)$$

$$\psi_{\text{el}} = \psi_{\text{el}}^{\text{D}} + \psi_{\text{el}}^{\text{K}} \quad , \quad \psi_{\text{el}}^{\text{D}} = \frac{1}{2\rho} \left(2\hat{G}(\theta) \mathbf{E}_{\text{el}}^{\text{D}} \cdot \mathbf{E}_{\text{el}}^{\text{D}} \right) \quad , \quad \psi_{\text{el}}^{\text{K}} = \frac{1}{2\rho} \left(\hat{K}(\theta) \text{sp}(\mathbf{E}_{\text{el}})^2 \right) \quad (2.3-6)$$

Fließfunktion:

$$F = \sqrt{\frac{3}{2}} \left\| \mathbf{T}^{\text{D}} - \mathbf{X} \right\| - (\hat{\kappa}_0(\theta) + \kappa) \quad (2.3-7)$$

Fließregel:

$$\dot{\mathbf{E}}_{\text{vp}} = \lambda \mathbf{N}(\mathbf{T}^{\text{D}} - \mathbf{X}) \quad , \quad \mathbf{N}(\mathbf{T}^{\text{D}} - \mathbf{X}) = \frac{\mathbf{T}^{\text{D}} - \mathbf{X}}{\left\| \mathbf{T}^{\text{D}} - \mathbf{X} \right\|} \quad (2.3-8)$$

$$\lambda = \frac{1}{\hat{\eta}(\theta)} \left\langle \frac{F}{\hat{D}(\kappa, \theta)} \right\rangle^{\hat{m}(\theta)} \quad (2.3-9)$$

Isotrope Verfestigung mit statischer Erholung:

$$\kappa = \hat{E}_{\kappa}(\theta) \varepsilon_{\kappa} \quad , \quad \dot{\varepsilon}_{\kappa} = \left(1 - \left(\frac{\varepsilon_{\kappa}}{\varepsilon_{\kappa}^{\infty}} \right)^{n_{\kappa}} \right) \dot{\mathbf{E}}_{\text{vp}} - \hat{\varepsilon}_{\kappa\text{S}}^*(\theta) \left(\frac{\varepsilon_{\kappa}}{\varepsilon_{\kappa}^{\infty}} \right)^{n_{\kappa\text{S}}} \quad (2.3-10)$$

$$\dot{\kappa} = \hat{E}_{\kappa}(\theta) \left[\left(1 - \left(\frac{\kappa}{\hat{\kappa}^{\infty}(\theta)} \right)^{n_{\kappa}} \right) \dot{\mathbf{E}}_{\text{vp}} - \hat{\varepsilon}_{\kappa\text{S}}^*(\theta) \left(\frac{\kappa}{\hat{\kappa}^{\infty}(\theta)} \right)^{n_{\kappa\text{S}}} \right] + \frac{\partial_{\theta} \hat{E}_{\kappa}(\theta)}{\hat{E}_{\kappa}(\theta)} \kappa \dot{\theta} \quad (2.3-11)$$

$$\psi_{\kappa} = \frac{1}{2\rho} \left(\hat{E}_{\kappa}(\theta) \varepsilon_{\kappa}^2 \right) \quad (2.3-12)$$

Kinematische Verfestigung mit statischer Erholung:

$$\mathbf{X} = \hat{E}_X(\theta) \mathbf{E}_X \quad , \quad \dot{\mathbf{E}}_X = \dot{\mathbf{E}}_{\text{vp}} - \left(\frac{\|\mathbf{E}_X\|}{\varepsilon_X^{\infty}} \right)^{n_X} \mathbf{N}(\mathbf{X}) \dot{\mathbf{E}}_{\text{vp}} - \hat{\varepsilon}_{X\text{S}}^*(\theta) \left(\frac{\|\mathbf{E}_X\|}{\varepsilon_X^{\infty}} \right)^{n_{X\text{S}}} \mathbf{N}(\mathbf{E}_X) \quad (2.3-13)$$

$$\dot{\mathbf{X}} = \hat{E}_X(\theta) \left[\dot{\mathbf{E}}_{\text{vp}} - \left(\frac{\|\mathbf{X}\|}{\hat{X}^{\infty}(\theta)} \right)^{n_X} \mathbf{N}(\mathbf{X}) \dot{\mathbf{E}}_{\text{vp}} - \hat{\varepsilon}_{X\text{S}}^*(\theta) \left(\frac{\|\mathbf{X}\|}{\hat{X}^{\infty}(\theta)} \right)^{n_{X\text{S}}} \mathbf{N}(\mathbf{X}) \right] + \frac{\partial_{\theta} \hat{E}_X(\theta)}{\hat{E}_X(\theta)} \mathbf{X} \dot{\theta} \quad (2.3-14)$$

$$\psi_X = \frac{1}{2\rho} \left(\hat{E}_X(\theta) \mathbf{E}_X \cdot \mathbf{E}_X \right) \quad (2.3-15)$$

Energiespeicherung Reibelement:

$$\dot{\varepsilon}_{\kappa_0} = \hat{\beta}(\theta) \left(1 - \left(\frac{\varepsilon_{\kappa}}{\varepsilon_{\kappa}^{\infty}} \right)^{n_{\kappa}} \right) \dot{\mathbf{E}}_{\text{vp}} - \hat{\varepsilon}_{\kappa\text{S}}^*(\theta) \left(\frac{\varepsilon_{\kappa_0}}{\varepsilon_{\kappa}^{\infty}} \right)^{n_{\kappa\text{S}}} \quad (2.3-16)$$

$$\psi_{\kappa_0} = \frac{1}{2\rho} \left(2\hat{\kappa}_0(\theta) \varepsilon_{\kappa_0} \right) \quad (2.3-17)$$

Mechanische Dissipation und Wärmeleitungsgleichung

Entropie:

$$s = \frac{1}{\rho} \left(3\hat{K}(\theta) \hat{\alpha}(\theta) \text{sp}(\mathbf{E}_{\text{el}}) - \partial_{\theta} \hat{G}(\theta) \mathbf{E}_{\text{el}}^{\text{D}} \cdot \mathbf{E}_{\text{el}}^{\text{D}} - \frac{1}{2} \partial_{\theta} \hat{K}(\theta) \text{sp}(\mathbf{E}_{\text{el}})^2 \right) - \partial_{\theta} \hat{Q}(\theta) - \frac{1}{\rho} \left(\partial_{\theta} \hat{\kappa}_0(\theta) \varepsilon_{\kappa_0} + \frac{1}{2} \partial_{\theta} \hat{E}_{\kappa}(\theta) \varepsilon_{\kappa}^2 + \frac{1}{2} \partial_{\theta} \hat{E}_X(\theta) \mathbf{E}_X \cdot \mathbf{E}_X \right) \quad (2.3-18)$$

Wärmeleitungsgleichung:

$$\hat{c}_{\text{def}} \dot{\theta} = \underbrace{\frac{1}{\rho} \left(\partial_{\theta} \hat{K}(\theta) \text{sp}(\mathbf{E}_{\text{el}}) \mathbf{1} - 3\hat{K}(\theta) \hat{\alpha}(\theta) \mathbf{1} + 2 \partial_{\theta} \hat{G}(\theta) \mathbf{E}_{\text{el}}^{\text{D}} \right) \cdot \dot{\mathbf{E}}_{\text{el}}}_{p_{\text{te}}} + \underbrace{\frac{1}{\rho} \hat{k}(\theta) \text{div} \vec{g} + b + \delta_{\text{M}}}_{p_{\text{Q}}} + \underbrace{\frac{1}{\rho} \left(\partial_{\theta} \hat{\kappa}_0(\theta) \dot{\varepsilon}_{\kappa_0} + \partial_{\theta} \hat{E}_{\kappa}(\theta) \varepsilon_{\kappa} \dot{\varepsilon}_{\kappa} + \partial_{\theta} \hat{E}_X(\theta) \mathbf{E}_X \cdot \dot{\mathbf{E}}_X \right)}_{p_{\text{ti}}} \quad (2.3-19)$$

Annahme thermoelastischer/thermoinelastischer Kopplungsterm:

$$p_{\text{te}} \approx 0 \quad , \quad p_{\text{ti}} \approx 0 \quad (2.3-20)$$

Mechanische Dissipation:

$$\delta_{\text{M}} = \frac{1}{\rho} \left[F + (1 - \hat{\beta}(\theta)) \hat{\kappa}_0(\theta) + (\beta(\theta) \hat{\kappa}_0(\theta) + \kappa) \left(\frac{\kappa}{\hat{\kappa}_{\infty}(\theta)} \right)^{n_{\kappa}} + \|\mathbf{X}\| \left(\frac{\|\mathbf{X}\|}{\hat{X}_{\infty}(\theta)} \right)^{n_X} \right] \dot{\mathbf{E}}_{\text{VP}} + \frac{1}{\rho} \left[\left(\hat{\kappa}_0(\theta) \left(\frac{\varepsilon_{\kappa_0}}{\varepsilon_{\infty}} \right)^{n_{\kappa_S}} + \kappa \left(\frac{\kappa}{\hat{\kappa}_{\infty}(\theta)} \right)^{n_{\kappa_S}} \right) \hat{\varepsilon}_{\kappa_S}^*(\theta) + \|\mathbf{X}\| \left(\frac{\|\mathbf{X}\|}{\hat{X}_{\infty}(\theta)} \right)^{n_{X_S}} \hat{\varepsilon}_{X_S}^*(\theta) \right] \geq 0 \quad (2.3-21)$$

Temperaturabhängige Modellparameter

Elastizitätsbeziehung:

$$\hat{E}(\theta) = \frac{1}{2} E (1 + \tanh(Q_E(\theta_E - \theta))) \quad (2.3-22)$$

$$\hat{G}(\theta) = \frac{\hat{E}(\theta)}{2(1 + \nu)} \quad , \quad \hat{K}(\theta) = \frac{\hat{E}(\theta)}{3(1 - 2\nu)} \quad (2.3-23)$$

Anfangsfließspannung und Energiespeicherung im Reibelement:

$$\hat{\kappa}_0(\theta) = \kappa_0 \frac{1}{2} \left(1 + \tanh(Q_{\kappa_0}(\theta_{\kappa_0}^{n_{\kappa_0}} - \theta^{n_{\kappa_0}})) \right) \quad , \quad \hat{\beta}(\theta) = \frac{\hat{\kappa}_0(\theta)}{\kappa_0} \beta$$

Dehnratensensitivität:

$$\hat{\eta}(\theta) = \eta \exp(Q_{\eta}/\theta) \quad , \quad \hat{m}(\theta) = m_0 + \frac{m_1}{\theta} \quad (2.3-24)$$

$$\hat{D}(\kappa, \theta) = D_0 + D_1(\hat{\kappa}_0(\theta) + \kappa) \quad (2.3-25)$$

Isotrope Verfestigung:

$$\hat{E}_\kappa(\theta) = \frac{1}{2} E_\kappa (1 + \tanh(Q_\kappa(\theta_\kappa - \theta))) \quad , \quad \hat{\kappa}^\infty(\theta) = \hat{E}_\kappa(\theta) \varepsilon_\kappa^\infty \quad (2.3-26)$$

$$\hat{\varepsilon}_{\kappa S}^*(\theta) = \dot{\varepsilon}_{\kappa S}^* \exp(-Q_{\kappa S}/\theta) \quad (2.3-27)$$

Kinematische Verfestigung:

$$\hat{E}_X(\theta) = \frac{1}{2} E_X (1 + \tanh(Q_X(\theta_X - \theta))) \quad , \quad \hat{X}^\infty(\theta) = \hat{E}_X(\theta) \varepsilon_X^\infty \quad (2.3-28)$$

$$\hat{\varepsilon}_{X S}^*(\theta) = \dot{\varepsilon}_{X S}^* \exp(-Q_{X S}/\theta) \quad (2.3-29)$$

Tab. 2.3-1: Parameter des IfM-Modells

Elastizitätsbeziehung (4):	E, ν, Q_E, θ_E
Anfangsfließspannung + Energiespeicherung (5):	$\kappa_0, Q_{\kappa_0}, \theta_{\kappa_0}, n_{\kappa_0}, \beta$
Dehnratensensitivität ^a (4):	$\eta, Q_\eta, m_0, m_1, d_0, d_1$
Isotrope Verfestigung (8):	$E_\kappa, Q_\kappa, \theta_\kappa, \varepsilon_\kappa^\infty, n_\kappa, \dot{\varepsilon}_{\kappa S}^*, Q_{\kappa S}, n_{\kappa S}$
Kinematische Verfestigung (8):	$E_X, Q_X, \theta_X, \varepsilon_X^\infty, n_X, \dot{\varepsilon}_{X S}^*, Q_{X S}, n_{X S}$
Thermische Ausdehnung/WLG:	$\hat{\alpha}(\theta), \rho, \hat{c}_{\text{def}}(\theta), \hat{k}(\theta), b$

^aDie Werte d_0 und d_1 dienen als Schalterfunktion zur Auswahl des Verhaltens der viskosen Überspannung und werden deshalb nicht als Parameter gezählt.

2.4 Vergleich der verwendeten Modellansätze

Im Folgenden werden die Modellansätze der drei vorgestellten finiten Thermoviskoplastizitätsmodelle miteinander verglichen. Dabei werden zunächst Einschränkungen der Modellansätze getroffen und diskutiert. Abschließend folgt eine Gegenüberstellung der verwendeten Modellansätze sowie der zugehörigen Modellparameter.

Einschränkungen der Modellansätze

Die drei vorgestellten finiten Thermoviskoplastizitätsmodelle beinhalten Ansätze zur isotropen und kinematischen Verfestigung, Anfangsfließspannung, Dehnratensensitivität sowie statischer Erholung. Aufgrund nicht vorhandener Versuchsdaten wird in dieser Arbeit bei allen Modellen nicht der vollständige Ansatz verwendet. Die erste Einschränkung betrifft die Temperaturabhängigkeit des E-Moduls, da keine Versuchsdaten für den elastischen Bereich vorliegen. Das BCJ-Modell beinhaltet von vornherein keine Möglichkeit zur Abbildung eines temperaturabhängigen E-Moduls. Da keine zyklischen Versuche vorliegen wird auf die kinematische Verfestigung vollständig verzichtet und somit das Verfestigungsverhalten vollständig mit der isotropen Verfestigung abgebildet. Eine weitere Einschränkung betrifft die statische Erholung, die aufgrund nicht vorhandener Versuchsdaten ausgeschaltet wird.

In dieser Arbeit werden daher für die drei Modelle lediglich die Ansätze zur isotropen Verfestigung, Anfangsfließspannung und Dehnratensensitivität verwendet. Dabei beinhalten die Ansätze Funktionen zur Beschreibung des temperaturabhängigen Materialverhaltens, für die eine bestimmte Anzahl an Parametern zu bestimmen ist. Eine komplizierte Funktion benötigt

dabei eine höhere Anzahl an Parametern als eine einfache Funktion, kann jedoch möglicherweise das temperaturabhängige Materialverhalten besser beschreiben.

Gegenüberstellung der verwendeten Modellansätze

Die in dieser Arbeit verwendeten Ansätze zur Anfangsfließspannung, isotroper Verfestigung und Dehnratensensitivität mit deren temperaturabhängigen Koeffizienten sind in *Tab. 2.4-1* zusammengefasst. Dabei werden die verwendeten Ansätze teilweise vereinfacht. Beim EMMI-Modell wird der Parameter \check{c}_8 mit dem Parameter \check{m}_1 multipliziert und der Parameter \check{c}_κ mit dem Parameter \check{c}_6 . Daher werden die Parameter durch $\check{c}_8 = 1$ sowie $c_\kappa = 1$ ausgeschaltet, da diese Parameter keinen zusätzlichen Mehrwert bringen. Beim IfM-Modell werden die Parameter $n_{\kappa_0} = 1$ sowie $n_\kappa = 1$ vorgegeben, um den Ansatz zu vereinfachen und die Anzahl an Parametern zu reduzieren. Ein Vergleich der Modellansätze zeigt Gemeinsamkeiten und Unterschiede.

Für den Ansatz der Anfangsfließspannung verwendet das BCJ-Modell lediglich zwei Parameter, wohingegen das IfM-Modell drei und das EMMI-Modell sogar fünf Parameter verwendet. Damit wird als temperaturabhängige Funktion beim BCJ-Modell eine Exponentialfunktion, beim IfM-Modell eine Tangens-Hyperbolicus-Funktion und beim EMMI-Modell eine Überlagerung von einer Tangens-Hyperbolicus-Funktion mit einer inversen Exponentialfunktion definiert.

Die isotrope Verfestigung unterscheidet sich bei allen drei Modellen, besteht aber grundsätzlich aus einem linearen Verfestigungsterm und einem Sättigungsterm, der der Verfestigung entgegenwirkt. Beim BCJ-Modell wird der Verfestigungsterm durch eine Exponentialfunktion und der Sättigungsterm durch eine inverse Exponentialfunktion beschrieben, wobei insgesamt vier Parameter notwendig sind. Die isotrope Verfestigung des EMMI-Modells beinhaltet lediglich einen temperaturabhängigen Sättigungsterm, wobei analog zum BCJ-Modell eine inverse Exponentialfunktion verwendet wird. Insgesamt reduziert sich damit im Vergleich zum BCJ-Modell die Anzahl notwendiger Parameter auf drei. Das IfM-Modell bietet im Gegensatz zum EMMI-Modell einen temperaturabhängigen Verfestigungsterm und einen konstanten Sättigungsterm, wobei als temperaturabhängige Funktion des Verfestigungsterms eine Tangens-Hyperbolicus-Funktion gewählt wird. Damit sind insgesamt vier Parameter notwendig.

Für die Dehnratensensitivität wird bei allen drei Modellen ein Ansatz nach PERZYNA verwendet. Während beim BCJ-Modell eine reine Sinus-Hyperbolicus-Funktion verwendet wird, wird beim EMMI-Modell zusätzlich ein temperaturabhängiger Exponent eingeführt. Das IfM-Modell beinhaltet den temperaturabhängigen Exponenten ebenfalls, verzichtet jedoch auf die Sinus-Hyperbolicus-Funktion. Allen Modellen ist ein temperaturabhängiger Vorfaktor gemeinsam, der beim IfM-Modell als Pseudo-Viskosität, beim BCJ- und EMMI-Modell als Pseudo-Fluidität interpretiert werden kann. Der Nenner innerhalb der Sinus-Hyperbolicus-Funktion bzw. innerhalb des Exponenten wird bei BCJ-Modell durch eine temperaturabhängige Exponentialfunktion als sogenannte *Dragstress* abgebildet. Beim EMMI-Modell besteht die *Dragstress* im Nenner aus der isotropen Verfestigung sowie der Anfangsfließspannung. Dieser Ansatz kann im IfM-Modell durch die Kombination der Parameter $d_0 = 0$ und $d_1 = 1$ erzielt werden. In dieser Arbeit wird die Kombination $d_0 = 1$ und $d_1 = 0$ verwendet, wobei lediglich die Spannungseinheit des Zählers verschwindet und somit keine *Dragstress* aktiv ist.

Tab. 2.4-1: Gegenüberstellung der verwendeten Modellansätze

Anfangsfließspannung		Parameter
BCJ	$Y(\theta) = C_3 \exp(C_4/\theta)$	C_3, C_4
EMMI	$\hat{Y}(\check{\theta}) = \frac{\check{m}_1}{1 + \check{m}_2 \exp(-\check{m}_3/\check{\theta})} \frac{1}{2} \left[1 + \tanh(\check{m}_4(\check{m}_5 - \check{\theta})) \right]$	$\check{m}_1, \check{m}_2, \check{m}_3, \check{m}_4, \check{m}_5$
IfM	$\hat{\kappa}_0(\theta) = \kappa_0 \frac{1}{2} \left(1 + \tanh(Q_{\kappa_0}(\theta_{\kappa_0} - \theta)) \right)$	$\kappa_0, Q_{\kappa_0}, \theta_{\kappa_0}$
Isotrope Verfestigung		Parameter
BCJ	$\dot{\kappa} = (H(\theta) - R_d(\theta)\kappa^2) \ \mathbf{D}_{pl}\ $ $H(\theta) = C_{15} \exp(C_{16}/\theta) \quad , \quad R_d(\theta) = C_{13} \exp(-C_{14}/\theta)$	$C_{13}, C_{14}, C_{15}, C_{16}$
EMMI	$\check{\kappa}_s^* = (\check{H} - \check{R}_D(\check{\theta}) \check{\kappa}_s) \check{\epsilon}_{pl}^*$ $\check{H} = \check{c}_6 \quad , \quad \check{R}_D(\check{\theta}) = \check{c}_5 \exp(-\check{Q}_3/\check{\theta})$	$\check{c}_5, \check{c}_6, \check{Q}_3$
IfM	$\dot{\kappa} = \left(\hat{E}_\kappa(\theta) - \frac{\kappa}{\epsilon_\kappa^\infty} \right) \dot{E}_{vp} + \frac{\partial_\theta \hat{E}_\kappa(\theta)}{\hat{E}_\kappa(\theta)} \kappa \dot{\theta}$ $\hat{E}_\kappa(\theta) = \frac{1}{2} E_\kappa (1 + \tanh(Q_\kappa(\theta_\kappa - \theta)))$	$E_\kappa, Q_\kappa, \theta_\kappa, \epsilon_\kappa^\infty$
Dehnratensensitivität		Parameter
BCJ	$\lambda = f(\theta) \sinh \left[\frac{\ \boldsymbol{\sigma}^D - \boldsymbol{\alpha}^D\ - \kappa - Y(\theta)}{V(\theta)} \right]$ $f(\theta) = C_5 \exp(-C_6/\theta) \quad , \quad V(\theta) = C_1 \exp(-C_2/\theta)$	C_1, C_2, C_5, C_6
EMMI	$\lambda = \check{f}(\check{\theta}) \left[\sinh \left(\left\langle \frac{\check{\sigma}_{eq}}{\check{\kappa}_s + \check{Y}(\check{\theta})} - 1 \right\rangle \right) \right]^{\check{n}(\check{\theta})}$ $\check{f} = \check{c}_2 \exp\left(\frac{-\check{Q}_1}{\check{\theta}}\right) \quad , \quad \check{n} = \frac{\check{c}_9}{\check{\theta}} + \check{c}_1$	$\check{c}_1, \check{c}_2, \check{c}_9, \check{Q}_1$
IfM	$\lambda = \frac{1}{\hat{\eta}(\theta)} \left\langle \frac{F}{\hat{D}(\kappa, \theta)} \right\rangle^{\hat{m}(\theta)} \quad , \quad \hat{D}(\kappa, \theta) := D_0 = 1.0E+6 \text{ Pa}$ $\hat{\eta}(\theta) = \eta \exp(Q_\eta/\theta) \quad , \quad \hat{m}(\theta) = m_0 + \frac{m_1}{\theta}$	η, Q_η, m_0, m_1

3 Vergleich der Materialmodelle in Hinblick auf die Güte der berechneten Fließkurven mit LS-DYNA

Ein entscheidendes Beurteilungskriterium für die Verwendung eines Materialmodells ist die Güte der berechneten Ergebnisse. Dazu werden diese mithilfe geeigneter Versuchsdaten verifiziert und validiert. Die Verifikation des in *Kap. 2* erläuterten BCJ-, EMMI- und IfM-Modells erfolgt an experimentell ermittelten Fließkurven der Stahlsorten 16MnCr5, 51CrV4 und C15 sowie der Aluminiumsorte AlMgSi1. Für jedes Materialmodell und jeden Werkstoff wird ein Parametersatz mit dem Optimierungsprogramm LS-OPT identifiziert, womit insgesamt 12 Parametersätze bestimmt werden. Anschließend folgt für jeden der 12 Fälle ein Vergleich der berechneten Fließkurven mit den gemessenen Fließkurven, wobei zur Bewertung der Güte der mittlere quadratische Fehler (engl. *Mean squared error* (MSE)) zwischen Berechnungsergebnissen und Versuchsdaten ausgewertet wird. Abschließend werden die drei verwendeten Materialmodelle mittels des ausgewerteten MSE miteinander verglichen und deren Einsatzbereiche beurteilt.

3.1 Experimentelle Datenbasis

Für Massivumformprozesse ist vor allem der Zylinderstauchversuch (siehe [Doege und Behrens, 2010, S. 90f.]) für die Ermittlung von Fließkurven geeignet, da dieser im Gegensatz zum Zugversuch hohe Umformgrade ermöglicht. Aufgrund der vorhandenen Reibung zwischen Werkzeug und Werkstück kommt es beim herkömmlichen Zylinderstauchversuch zur Ausbauchung in der Probenmitte, wodurch sich ein inhomogener Spannungszustand einstellt. Der sogenannte RASTEGAEV-Zylinderstauchversuch verhindert diese Ausbauchung durch eine Schmierung im Kontaktbereich zwischen Zylinderstauchprobe und Umformwerkzeug und wird in [Oberländer, 1990, S. 28ff.], [Pöhlandt, 1986, S. 28ff.] und [Reiss und Pöhlandt, 1986] beschrieben. Der Vergleich des konventionellen Zylinderstauchversuchs mit dem RASTEGAEV-Zylinderstauchversuch in *Abb. 3.1-1* veranschaulicht dieses Verhalten.

Aufgrund der hohen Umformgrade bei Massivumformprozessen sind nur Werkstoffe geeignet, die große plastische Verformungen erfahren können. Typische Massivumformstähle sind



Abb. 3.1-1: Deformierter Zylinder beim konventionellen Zylinderstauchversuch (links) und beim RASTEGAEV-Zylinderstauchversuch (rechts) [Reiss und Pöhlandt, 1986]

Einsatzstähle und Vergütungsstähle, die nach der Umformung häufig einer Wärmebehandlung unterzogen werden (vgl. [Doege und Behrens, 2010, S. 619]). Einsatzstähle sind niedrig legierte Stähle mit einem Kohlenstoffgehalt von 0,1 % - 0,2 % und kommen bei Zahnrädern, Wellen und Bolzen zum Einsatz. Vergütungsstähle sind legierte Stähle mit einem Kohlenstoffgehalt von ca. 0,2 % - 0,65 %, wobei je nach Anwendungszweck Legierungselemente wie z. B. Chrom (Cr), Mangan (Mn), Molybdän (Mo), Nickel (Ni), Silizium (Si) und Vanadium (V) verwendet werden. Die Vergütung nach dem Umformprozess wird durch Härtung und anschließendem Anlassen erzielt und bewirkt eine Festigkeitssteigerung bei gleichzeitig hoher Bruchdehnung.

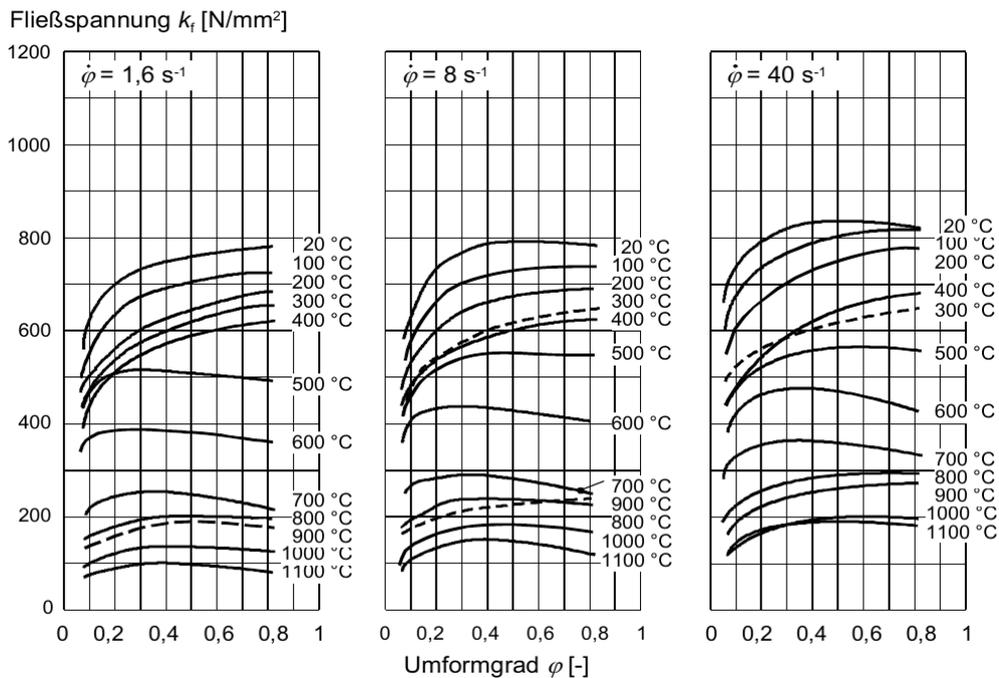


Abb. 3.1-2: Fließkurven der Stahlsorte 16MnCr5 [Doege und Behrens, 2010, S. 96]

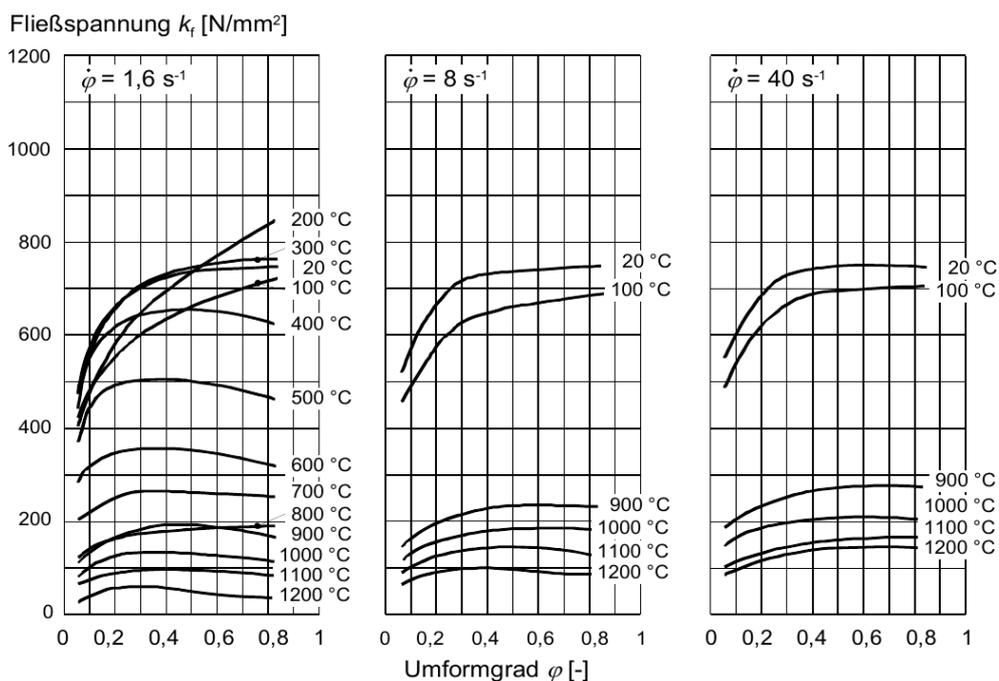


Abb. 3.1-3: Fließkurven der Stahlsorte C15 [Doege und Behrens, 2010, S. 95]

Typische Einsatzbereiche von Vergütungsstählen sind hoch beanspruchte Bauteile wie Kurbelwellen und Pleuelstangen.

Die aus Zylinderstauchversuchen experimentell ermittelten Fließkurven der Einsatzstähle C15 und 16MnCr5 sind in *Abb. 3.1-2* und *Abb. 3.1-3* dargestellt. Dabei zeigt sich bei beiden Werkstoffen das in *Abb. 2.0-1* schematisch dargestellte temperatur- und dehnratenabhängige Werkstoffverhalten. Bei der Stahlsorte C15 zeigt sich bei der Umformgeschwindigkeit $1,6 \text{ s}^{-1}$ eine Erhöhung der Fließspannung bei 200 °C und 300 °C . Dieses zunächst untypisch erscheinende Verhalten ist auf die bei dieser Stahlsorte vorkommende Blauverspödung zurückzuführen, bei der Stickstoffatome in Versetzungsbereiche diffundieren und dadurch die Versetzungen blockieren (vgl. [Doege und Behrens, 2010, S. 23]).

Die gemessenen Fließkurven des Vergütungsstahls 51CrV4 sind in *Abb. 3.1-4* und *Abb. 3.1-5* dargestellt. Dabei sind die Fließkurven in *Abb. 3.1-4* nach [Scholtes und Grüning, 2009] aus Zugversuchen ermittelt worden. Die nominelle Dehnrate $\dot{\varepsilon} = \frac{v}{L_0}$ beträgt dabei $0,025 \text{ 1/s}$. Zur weiteren Verwendung wird die Kraft in die Fließspannung sowie die Verschiebung in den Umformgrad umgerechnet. Des Weiteren wird der Verlauf am Spannungsmaximum abgeschnitten, da der durch die Einschnürung beeinflusste Bereich nicht zur Identifikation verwendet werden kann. Der Nachteil der Zugversuche besteht darin, dass die Fließkurve nur bis zu geringen Umformgraden ermittelt werden kann, da es zu einer Einschnürung in der Probenmitte

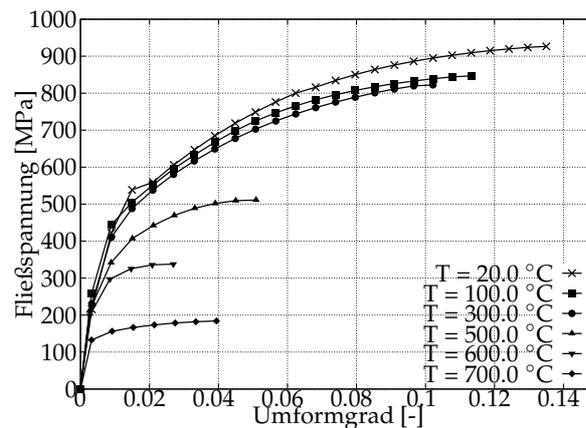


Abb. 3.1-4: Fließkurven der Stahlsorte 51CrV4 ([Scholtes und Grüning, 2009])

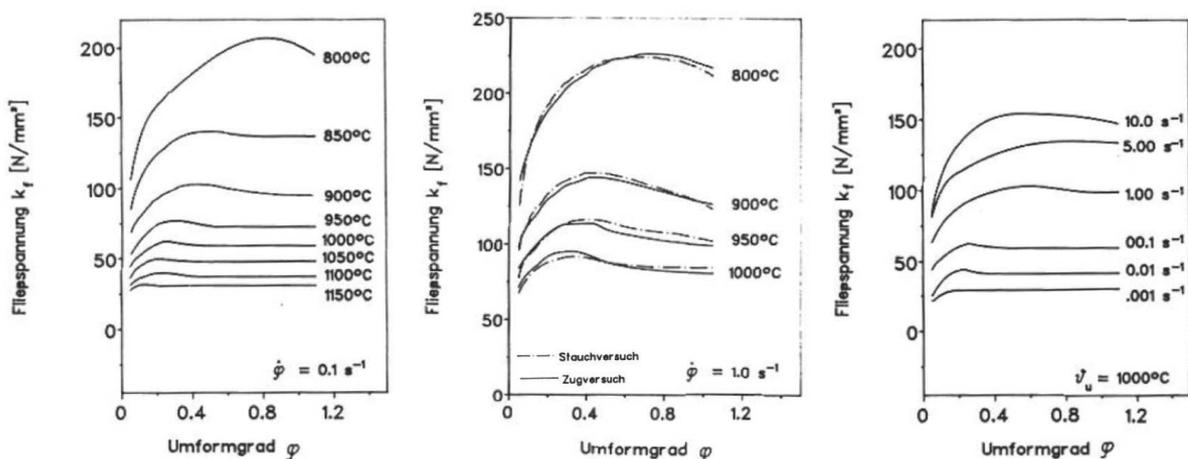


Abb. 3.1-5: Fließkurven der Stahlsorte 51CrV4 ([Hagen, 1990], Bilder 40, 39, 41)

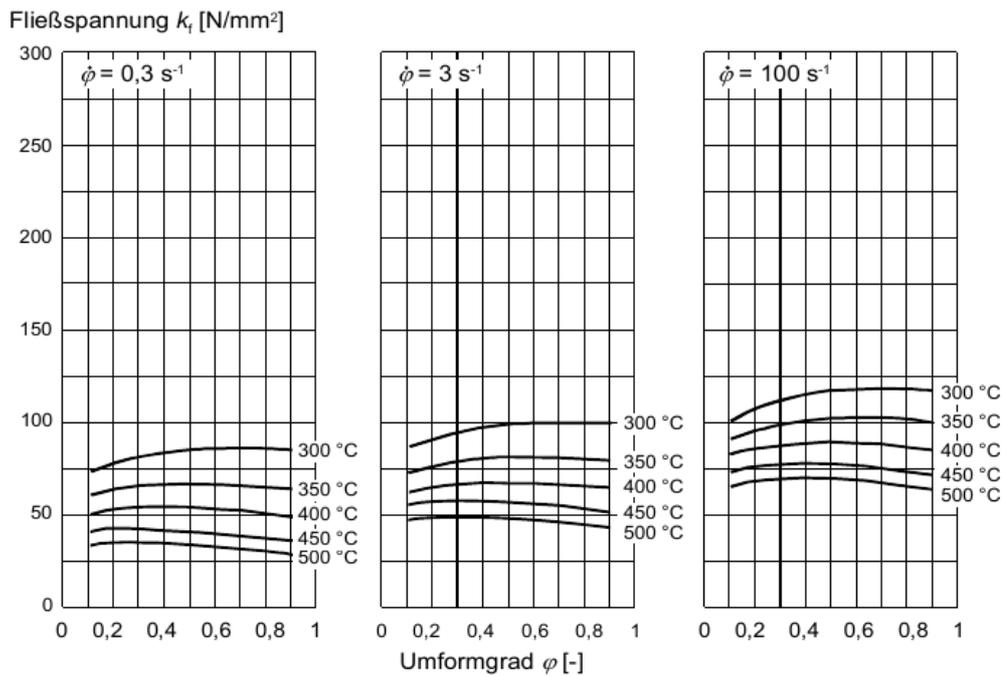


Abb. 3.1-6: Fließkurven der Aluminiumsorte AlMgSi1 ([Doege und Behrens, 2010, S. 95])

und letztendlich zum Bruch der Probe kommt. Somit liegen im Temperaturbereich von 20 °C bis 700 °C nur experimentellen Daten für sehr kleine Umformgrade vor.

Die Fließkurven in Abb. 3.1-5 sind aus Zylinderstauchversuchen ermittelt worden. Dabei werden Temperaturen von 800 °C bis 1150 °C und Umformgeschwindigkeiten von 0,001 1/s bis 10,0 1/s vorgegeben. Die Versuchsdaten der Stahlsorten 51CrV4 zeigen ebenfalls das in Abb. 2.0-1 dargestellte temperatur- und dehnratenabhängige Werkstoffverhalten.

Die aus Zylinderstauchversuchen experimentell ermittelten Fließkurven der Aluminiumlegierung AlMgSi1 sind in Abb. 3.1-6 dargestellt. Dabei wird lediglich der Temperaturbereich von 300 °C bis 500 °C abgedeckt. Aufgrund der niedrigen Schmelztemperatur von Aluminium bei ca. 660 °C entspricht dies dem Bereich der Warmumformung, bei dem die Umformtemperatur überhalb der Rekristallisationstemperatur liegt.¹ Die Versuchsdaten der Aluminiumsorte AlMgSi1 zeigen das in Abb. 2.0-1 dargestellte temperatur- und dehnratenabhängige Werkstoffverhalten.

Zusammenfassend stehen nun Fließkurven der vier Metallsorten 16MnCr5, C15, 51CrV4 und AlMgSi1 über große Bereiche der Temperatur und Umformgeschwindigkeit zur Verfügung. Im Folgenden werden diese Daten zur Identifikation der Materialmodellparameter des BCJ-, EMMI- und IfM-Modells genutzt.

3.2 Parameteridentifikation

Für die Parameteridentifikation anhand der experimentellen Datenbasis aus Kap. 3.1 wird das Optimierungsprogramm LS-OPT (siehe [Stander et al., 2014]) verwendet. Als Optimierungsalgorithmus wird die *Response Surface Method* (RSM) verwendet. Die Abweichung zwischen

¹Als Richtwert für die Rekristallisationstemperatur reiner Metalle gilt $\theta_{\text{Rekristallisation}} [K] \approx 0,42 \cdot \theta_{\text{Schmelz}} [K]$ (siehe [Doege und Behrens, 2010, S. 55]).

den gemessenen und berechneten Fließkurven wird durch den mittleren quadratischen Fehler (engl. *Mean squared error* (MSE))

$$\text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\hat{Y}_i - Y_i}{S_i} \right)^2 \quad (3.2-1)$$

berechnet und im Zuge des Optimierungsprozesses minimiert. Dabei entspricht \hat{Y}_i dem berechneten Wert, Y_i dem experimentellen Wert und S_i einem Skalierungsfaktor, der hier aus dem maximalen experimentellen Wert ermittelt wird.

Eine Parameteridentifikation für die Stahlsorte 51CrV4 wird in [Bröcker, 2014, S. 166ff] bzw. in [Szczepaniak, 2013] mit LS-OPT durchgeführt. Die dafür notwendigen Berechnungen werden mit einer MATLAB-Implementierung der einaxialen Formulierung des Thermoviskoplastizitätsmodells durchgeführt. Abweichend davon wird in dieser Arbeit zur Berechnung das FE-Programm LS-DYNA verwendet. Dabei wird als FE-Modell der Ein-Element-Test unter einaxialem Spannungszustand verwendet. Für eine qualitativ gute Abbildung der Versuchsdaten durch den Ein-Element-Test muss im Versuch ein nahezu homogener Spannungszustand vorliegen. Dies ist bei der RASTEGAEV-Zylinderstauchprobe und bei der Zugprobe im Messbereich bis zum Eintreten der Einschnürung der Fall. Es wird angenommen, dass für die Aufnahme der Fließkurven die RASTEGAEV-Zylinderstauchprobe verwendet wurde.

3.2.1 FE-Modell und Randbedingungen des Ein-Element-Tests

Für den Ein-Element-Test wird ein 8-knotiges Hexaederelement mit der Kantenlänge 10 mm verwendet. Zur Lasteinleitung wird an allen Knoten der oberen Elementseite eine Verschiebung vorgegeben. Die Randbedingungen an den oberen Knoten des Ein-Element-Tests werden so vorgegeben, dass sich die oberen Knoten des Elements in der Ebene frei bewegen können. Die Freiheitsgrade der unteren Knoten werden in z-Richtung und zusätzlich in x-, y- oder x- und y-Richtung (siehe Abb. 3.2-1 (a) und (b)) gesperrt. Somit wird die Querkontraktion zugelassen und es stellt sich ein einaxialer Spannungszustand ein.

Die Vorgabe der Verschiebungen folgt in Analogie zum Zug- oder Zylinderstauchversuch.

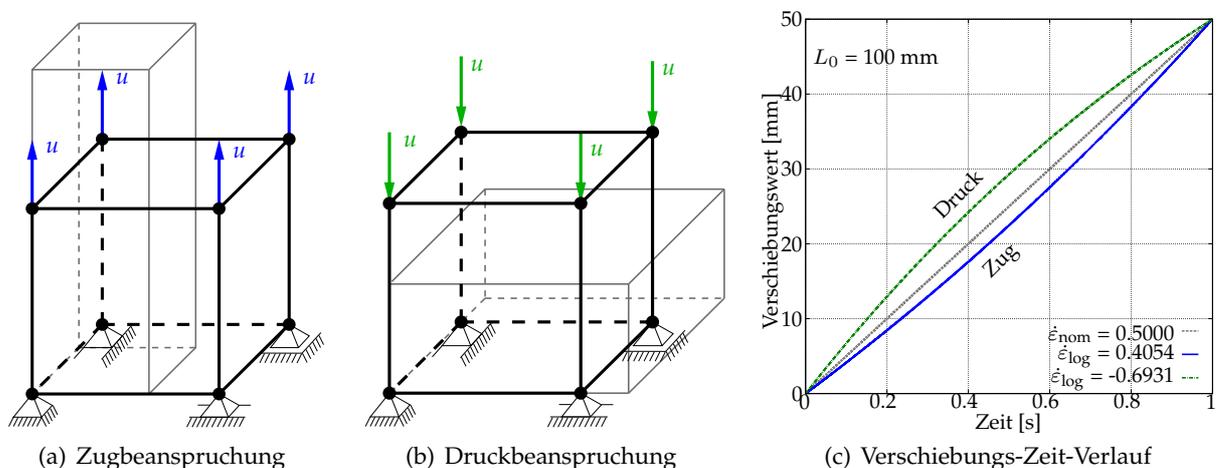


Abb. 3.2-1: FE-Modell und Verschiebungsrandbedingungen unter Zug- und Druckbeanspruchung sowie Verschiebungs-Zeit-Verlauf bei konstanter nomineller und logarithmischer Dehnrates

Während im Zugversuch die nominelle Dehnrade

$$\dot{\epsilon}_{\text{nom}} = \left(\frac{\Delta L(t)}{L_0} \right)' = \frac{\dot{u}(t)}{L_0} = \frac{v(t)}{L_0} \quad (3.2-2)$$

konstant gehalten wird, wird im Zylinderstauchversuch die logarithmische Dehnrade

$$\dot{\epsilon}_{\text{log}} = \left(\ln \left(\frac{L(t)}{L_0} \right) \right)' = \frac{\dot{u}(t)}{L(t)} = \frac{v(t)}{L(t)} \quad (3.2-3)$$

konstant gehalten. Dabei entspricht die Längenänderung $\Delta L(t)$ der Verschiebung $u(t)$. Die logarithmische Dehnrade wird auch als HENCKY-Dehnrade oder in der Umformtechnik als Umformgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ bezeichnet. Der Zusammenhang zwischen nomineller und logarithmischer Dehnung ist mit

$$\epsilon_{\text{log}} = \ln(1 + \epsilon_{\text{nom}}) \quad (3.2-4)$$

gegeben. Damit folgt für den Zusammenhang zwischen nomineller und logarithmischer Dehnrade

$$\dot{\epsilon}_{\text{log}} = \frac{\dot{\epsilon}_{\text{nom}}}{1 + \epsilon_{\text{nom}}} \quad (3.2-5)$$

Für die zeitabhängige Verschiebungsfunktion ergibt sich bei konstanter nomineller Dehnrade durch Umstellen von Gl. (3.2-2) und Integration die Verschiebungsfunktion

$$u(t) = \dot{\epsilon}_{\text{nom}} \cdot L_0 \cdot t \quad (3.2-6)$$

Somit folgt bei konstanter nomineller Dehnrade ein linearer Zeit-Verschiebungs-Verlauf (siehe Abb. 3.2-1 (c)).

Durch Einsetzen von Gl. (3.2-2) in Gl. (3.2-5) folgt

$$\dot{\epsilon}_{\text{log}} = \frac{\dot{u}(t)}{L_0 + u(t)} \quad (3.2-7)$$

und durch Umstellen somit die Differentialgleichung

$$\dot{u}(t) - \dot{\epsilon}_{\text{log}} \cdot u(t) = \dot{\epsilon}_{\text{log}} \cdot L_0 \quad (3.2-8)$$

Die Verschiebungsfunktion

$$u(t) = C \cdot \exp(\dot{\epsilon}_{\text{log}} \cdot t) - L_0 \quad (3.2-9)$$

erfüllt die Differentialgleichung, wobei die Konstante C durch die Anfangsbedingung

$$u(0) = 0 \quad \Rightarrow \quad C = L_0 \quad (3.2-10)$$

bestimmt wird. Daraus folgt letztendlich die Verschiebungsfunktion

$$u(t) = L_0 \left(\exp(\dot{\epsilon}_{\text{log}} \cdot t) - 1 \right) \quad (3.2-11)$$

Somit ergibt sich bei konstanter logarithmischer Dehnrade ein nichtlinearer Zeit-Verschiebungs-Verlauf (siehe Abb. 3.2-1 (c)). Des Weiteren ergibt sich im Gegensatz zur nominellen Dehnrade

ein Unterschied zwischen Zug- und Druckbeanspruchung.

3.2.2 Identifizierte Parametersätze der Stahl- und Aluminiumsorten

Damit die in *Kap. 2.4* dargestellten konstitutiven Gleichungen der Materialmodelle das reale Verhalten eines Werkstoffs wiedergeben können, müssen die in den Gleichungen auftretenden Parameter bestimmt werden. Für die Parameter des elastischen Verhaltens von Stahl und Aluminium werden die Werte in *Tab. 3.2-1* für den Elastizitätsmodul, die Querkontraktionszahl und die Dichte verwendet. Dabei werden für alle Stahlsorten die gleichen Werte verwendet.

Tab. 3.2-1: Parameter der Elastizität für die Stahl- und Aluminiumsorten

Elastische Materialparameter für die Stahlsorten					
E	$210.0\text{e}+9$	$\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$	ν	0.30	ρ 7890.0 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
Elastische Materialparameter für die Aluminiumsorte					
E	$70.0\text{E}+9$	$\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$	ν	0.34	ρ 2700.0 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Zur Entdimensionierung der Parameter in den konstitutiven Gleichungen des EMMI-Modells werden für die Stahl- und Aluminiumsorten die Parameter in *Tab. 3.2-2* verwendet. Dabei sind diese aus [Marin et al., 2006, S. 43] entnommen, wobei für alle Stähle die Parameter des Stahls SS304L verwendet werden.

Tab. 3.2-2: Parameter zur Entdimensionierung beim EMMI-Modell für die Stahl- und Aluminiumsorten

Parameter zur Entdimensionierung für die Stahlsorten								
b	$2.580\text{e}-10$	m	θ_M	1800.000	K	θ_0	293.000	K
$D_{0\nu}$	$3.700\text{e}-5$	$\frac{\text{m}^2}{\text{s}}$	Q_ν	$280.000\text{e}+3$	$\frac{\text{J}}{\text{mol}}$	R	8.314	$\frac{\text{J}}{\text{mol K}}$
Parameter zur Entdimensionierung für die Aluminiumsorte								
b	$2.860\text{e}-10$	m	θ_M	933.000	K	θ_0	293.000	K
$D_{0\nu}$	$1.700\text{e}-4$	$\frac{\text{m}^2}{\text{s}}$	Q_ν	$142.000\text{e}+3$	$\frac{\text{J}}{\text{mol}}$	R	8.314	$\frac{\text{J}}{\text{mol K}}$

Für die Berechnung der Temperaturerhöhung aufgrund plastischer Deformationen wird beim BCJ- und EMMI-Modell die Abschätzung getroffen, dass 90 % der plastischen Arbeit in Wärme umgewandelt wird. Der TAYLOR-QUINNEY-Koeffizient γ_{TQ} oder TAYLOR-QUINNEY-Faktor (siehe [Taylor und Quinney, 1934]) beträgt somit 0,90. Die Änderung der Temperatur kann durch

$$\dot{\theta} = \frac{\gamma_{\text{TQ}}}{\rho c_v} \left(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{D}_{\text{pl}} \right) \quad , \quad \gamma_{\text{TQ}} = 0,90 \quad (3.2-12)$$

berechnet werden, wobei c_v der spezifischen Wärmekapazität entspricht. Bei Verwendung des BCJ-Modells wird anstelle des TAYLOR-QUINNEY-Koeffizienten der Faktor HC als Eingabeparameter verwendet. Die Änderung der Temperatur wird somit durch

$$\dot{\theta} = HC \left(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{D}_{\text{pl}} \right) \quad , \quad HC = \frac{\gamma_{\text{TQ}}}{\rho c_v} \quad , \quad \gamma_{\text{TQ}} = 0,90 \quad (3.2-13)$$

berechnet. Neben der Abschätzung der Temperaturerhöhung über den TAYLOR-QUINNEY-Koeffizienten besteht beim IfM-Modell die Möglichkeit, die Temperatur über die dissipierte Arbeit zu berechnen. Dabei wird in jedem rheologischen Element eine gespeicherte und eine dissipierte Arbeit berechnet, wobei nur die dissipierte Arbeit zu einer Temperaturerhöhung führt. Die verwendeten Parameter zu Berechnung der Temperaturerhöhung sind in Tab. 3.2-3 zusammengefasst.

Tab. 3.2-3: Parameter der Temperaturerhöhung der Stahl- und Aluminiumsorten

Parameter der Temperaturerhöhung für die Stahlsorten		
BCJ-Modell	HC	$2.53e-7 \frac{m^3K}{J}$
EMMI-Modell	γ_{TQ}	0.90
	c_v	$450.0 \frac{J}{kg K}$
IfM-Modell	c_v	$450.0 \frac{J}{kg K}$
Parameter der Temperaturerhöhung für die Aluminiumsorte		
BCJ-Modell	HC	$3.72e-7 \frac{m^3K}{J}$
EMMI-Modell	γ_{TQ}	0.90
	c_v	$896.0 \frac{J}{kg K}$
IfM-Modell	c_v	$896.0 \frac{J}{kg K}$

Neben den bereits bestimmten Parametern sind weitere Parameter erforderlich, um das Materialverhalten zu beschreiben. Dabei werden die Parameter zur Bestimmung der Anfangsfließspannung, Dehnratensensitivität und isotropen Verfestigung benötigt. Diese können jedoch nicht aus der Literatur entnommen werden und werden daher mit dem nichtlinearen Optimierungsprogramm LS-OPT bestimmt. Für das BCJ-Modell sind somit noch 10 Parameter, für das EMMI-Modell 12 Parameter und für das IfM-Modell ebenfalls 12 Parameter zu bestimmen. Im Folgenden werden die identifizierten Parametersätze der Metallsorten 16MnCr5, C15, 51CrV4 und AlMgSi1 für das BCJ-, EMMI- und IfM-Modell aufgeführt. Die vollständigen Materialkarten zur Berechnung mit LS-DYNA finden sich im Anhang Kap. A.

Parametersätze für die Stahlsorte 16MnCr5

BCJ-Modell

Tab. 3.2-4: Identifizierte Parameter der Stahlsorte 16MnCr5 für das BCJ-Modell

Anfangsfließspannung:					
C_3	$1.70039e+7 \frac{N}{m^2}$	C_4	$1.02049e+3 K$		
Dehnratensensitivität:					
C_1	$2.34454e+7 \frac{N}{m^2}$	C_2	$1.17697e-3 K$	C_5	$7.72188e-1 \frac{1}{s}$
				C_6	$1.94394e+1 K$
Isotrope Verfestigung:					
C_{13}	$1.54675e-6 \frac{m^2}{N}$	C_{14}	$3.14001e+3 K$	C_{15}	$5.48535e+7 \frac{N}{m^2}$
				C_{16}	$9.56388e+2 K$

EMMI-Modell

Tab. 3.2-5: Identifizierte Parameter der Stahlsorte 16MnCr5 für das EMMI-Modell

Anfangsfließspannung:					
\check{m}_1	$2.20387e-3$	\check{m}_2	1.54742	\check{m}_3	$1.06573e-4$
\check{m}_5	$4.82917e-1$			\check{m}_4	3.36095
Dehnratensensitivität:					
\check{c}_1	$1.44471e-2$	\check{c}_2	$1.00039e-5$	\check{c}_9	1.14181
				\check{Q}_1	4.19906
Isotrope Verfestigung:					
\check{c}_5	$2.58532e+1$	\check{c}_6	$4.70024e-4$	\check{Q}_3	1.28264

IfM-Modell

Tab. 3.2-6: Identifizierte Parameter der Stahlsorte 16MnCr5 für das IfM-Modell

Anfangsfließspannung und Energiespeicherung:					
κ_0	$2.70621e+8 \frac{N}{m^2}$	Q_{κ_0}	$7.9930e-3$	θ_{κ_0}	$9.4798e+2 K$
				β	$5.5903e-1$
Dehnratensensitivität:					
η	$3.6961e+2 s$	Q_η	$7.2394e+3 K$	m_0	2.1947987
				m_1	$1.1852e+3 K$
Isotrope Verfestigung:					
E_κ	$3.10171e+9 \frac{N}{m^2}$	Q_κ	$1.8797e-3$	θ_κ	$8.6949e+2 K$
				$\varepsilon_\kappa^\infty$	$1.3488e-1$

Parametersätze für die Stahlsorte C15

BCJ-Modell

Tab. 3.2-7: Identifizierte Parameter der Stahlsorte C15 für das BCJ-Modell

Anfangsfließspannung:					
C_3	$4.70328e+6 \frac{N}{m^2}$	C_4	$1.36295e+3 K$		
Dehnratensensitivität:					
C_1	$5.42410e+6 \frac{N}{m^2}$	C_2	$4.97203e-3 K$	C_5	$2.32601e-3 \frac{1}{s}$
				C_6	$5.00000e+2 K$
Isotrope Verfestigung:					
C_{13}	$3.78545e-5 \frac{m^2}{N}$	C_{14}	$6.89954e+3 K$	C_{15}	$2.36586e+7 \frac{N}{m^2}$
				C_{16}	$1.20715e+3 K$

EMMI-Modell

Tab. 3.2-8: Identifizierte Parameter der Stahlsorte C15 für das EMMI-Modell

Anfangsfließspannung:					
\check{m}_1	$2.06141e-4$	\check{m}_2	$1.87285e+1$	\check{m}_3	2.42784
\check{m}_5	$9.56866e-1$			\check{m}_4	8.09031
Dehnratensensitivität:					
\check{c}_1	$2.02964e-1$	\check{c}_2	$1.33334e-1$	\check{c}_9	$3.97657e-1$
				\check{Q}_1	$1.11087e+1$
Isotrope Verfestigung:					
\check{c}_5	$1.53489e+2$	\check{c}_6	$1.03113e-3$	\check{Q}_3	$6.21110e-1$

IfM-Modell

Tab. 3.2-9: Identifizierte Parameter der Stahlsorte C15 für das IfM-Modell

Anfangsfließspannung und Energiespeicherung:					
κ_0	$3.80563e+8 \frac{N}{m^2}$	Q_{κ_0}	$6.8182e-3$	θ_{κ_0}	$8.1849e+2 K$
				β	$5.7180e-1$
Dehnratensensitivität:					
η	$2.5912e+2 s$	Q_η	$3.7554e+3 K$	m_0	1.8213522
				m_1	$1.0149e+3 K$
Isotrope Verfestigung:					
E_κ	$2.33341e+9 \frac{N}{m^2}$	Q_κ	$4.9547e-3$	θ_κ	$1.2060e+3 K$
				$\varepsilon_\kappa^\infty$	$1.3370e-1$

Parametersätze für die Stahlsorte 51CrV4

BCJ-Modell

Tab. 3.2-10: Identifizierte Parameter der Stahlsorte 51CrV4 für das BCJ-Modell

Anfangsfließspannung:					
C_3	$2.47378e+7$	$\frac{N}{m^2}$	C_4	$1.21512e+2$	K
Dehnratensensitivität:					
C_1	$3.62723e+7$	$\frac{N}{m^2}$	C_2	2.15491	K
			C_5	$9.69191e+1$	$\frac{1}{s}$
			C_6	$6.16802e+3$	K
Isotrope Verfestigung:					
C_{13}	$7.06093e-5$	$\frac{m^2}{N}$	C_{14}	$5.74022e+3$	K
			C_{15}	$1.24673e+6$	$\frac{N}{m^2}$
			C_{16}	$2.44400e+3$	K

EMMI-Modell

Tab. 3.2-11: Identifizierte Parameter der Stahlsorte 51CrV4 für das EMMI-Modell

Anfangsfließspannung:							
\check{m}_1	$4.73594e-4$	\check{m}_2	$5.56386e-2$	\check{m}_3	$3.50369e-2$	\check{m}_4	3.13551
\check{m}_5	$4.52318e-1$						
Dehnratensensitivität:							
\check{c}_1	1.28025	\check{c}_2	$9.13689e+1$	\check{c}_9	$1.00014e-1$	\check{Q}_1	$1.59949e+1$
Isotrope Verfestigung:							
\check{c}_5	$1.73348e+1$	\check{c}_6	$7.02189e-4$	\check{Q}_3	$7.52126e-1$		

IfM-Modell

Tab. 3.2-12: Identifizierte Parameter der Stahlsorte 51CrV4 für das IfM-Modell

Anfangsfließspannung und Energiespeicherung:									
κ_0	$4.42133e+8$	$\frac{N}{m^2}$	Q_{κ_0}	$5.1701e-3$	θ_{κ_0}	872.80140	K	β	0.4136775
Dehnratensensitivität:									
η	$9.5135e+1$	s	Q_η	$1.0798e+4$	K	m_0	1.6842447	m_1	$1.8859e+3$
Isotrope Verfestigung:									
E_κ	$4.42102e+9$	$\frac{N}{m^2}$	Q_κ	$5.4023e-3$	θ_κ	$9.0657e+2$	K	$\varepsilon_\kappa^\infty$	$2.8388e-1$

Parametersätze für die Aluminiumsorte AlMgSi1

BCJ-Modell

Tab. 3.2-13: Identifizierte Parameter der Aluminiumsorte AlMgSi1 für das BCJ-Modell

Anfangsfließspannung:					
C_3	$3.80776e+4 \frac{N}{m^2}$	C_4	$2.56612e-5 K$		
Dehnratensensitivität:					
C_1	$6.12351e+6 \frac{N}{m^2}$	C_2	$9.50036e-2 K$	C_5	$4.84689e+3 \frac{1}{s}$
				C_6	$8.83506e+3 K$
Isotrope Verfestigung:					
C_{13}	$1.99858e-4 \frac{m^2}{N}$	C_{14}	$4.46288e+3 K$	C_{15}	$2.26653e+8 \frac{N}{m^2}$
				C_{16}	$4.58342e+1 K$

EMMI-Modell

Tab. 3.2-14: Identifizierte Parameter der Aluminiumsorte AlMgSi1 für das EMMI-Modell

Anfangsfließspannung:					
\check{m}_1	$5.07533e-3$	\check{m}_2	$4.88188e-2$	\check{m}_3	4.00100
\check{m}_5	$2.71533e-3$			\check{m}_4	1.89989
Dehnratensensitivität:					
\check{c}_1	$1.38576e-2$	\check{c}_2	$5.14491e-7$	\check{c}_9	2.35681
				\check{Q}_1	4.35423
Isotrope Verfestigung:					
\check{c}_5	$6.84259e+1$	\check{c}_6	$8.77475e-4$	\check{Q}_3	1.64369

IfM-Modell

Tab. 3.2-15: Identifizierte Parameter der Aluminiumsorte AlMgSi1 für das IfM-Modell

Anfangsfließspannung und Energiespeicherung:					
κ_0	$1.72110e+7 \frac{N}{m^2}$	Q_{κ_0}	$9.3016e-3$	θ_{κ_0}	$6.5469e+2 K$
				β	0.1234425
Dehnratensensitivität:					
η	$2.0493e+1 s$	Q_η	$1.9705e+4 K$	m_0	2.5436539
				m_1	$4.1466e+3 K$
Isotrope Verfestigung:					
E_κ	$2.04553e+8 \frac{N}{m^2}$	Q_κ	$2.0780e-2$	θ_κ	$6.6815e+2 K$
				$\varepsilon_\kappa^\infty$	$1.6854e-1$

3.3 Beurteilung der Güte der berechneten Fließkurven

Die Güte der berechneten Fließkurven ist ein wesentliches Entscheidungskriterium für die Verwendung eines Materialmodells. Dabei wird die Güte durch einen Vergleich der berechneten Fließkurven mit den Versuchsdaten bestimmt. Als Maß für die Differenz von Berechnung und Experiment wird der MSE nach Gl. (3.2-1) verwendet. Die Auswertung des MSE erfolgt zunächst für jeden Lastfall getrennt. Anschließend wird der MSE für die Fließkurvenschar bei identischer Umformgeschwindigkeit gemittelt und letztendlich für den gesamten Bereich eines Werkstoffs gemittelt. Nachdem der MSE für jeden Fall ausgewertet wird folgt abschließend eine Beurteilung der Materialmodelle in Hinblick auf die Güte der berechneten Fließkurven. Des Weiteren werden mögliche Einsatzbereich innerhalb der Metallumformung diskutiert.

Die Darstellung der berechneten Fließkurven erfolgt analog zur experimentellen Datenbasis bei positiven Spannungs- und Dehnungsmaßen. Daher sind sowohl die Fließspannung als auch der Umformgrad positiv angegeben, obwohl es sich um eine Druckbeanspruchung handelt.

3.3.1 Stahlsorte 16MnCr5

In Abb. 3.3-1 werden die berechneten Fließkurven des BCJ-, EMMI- und IfM-Modells mit den experimentell ermittelten Fließkurven der Stahlsorte 16MnCr5 gegenübergestellt. Die Auswertung des MSE ist in Tab. 3.3-1 zusammengefasst.

Tab. 3.3-1: Auswertung des gemittelten MSE für die Stahlsorte 16MnCr5

Lastfall	BCJ-Modell	EMMI-Modell	IfM-Modell
$\dot{\varphi} = 1,6 \text{ 1/s}$	1,2129E+00	9,9480E-03	6,7950E-03
$\dot{\varphi} = 8,0 \text{ 1/s}$	8,1637E-01	8,7091E-03	7,8401E-03
$\dot{\varphi} = 40,0 \text{ 1/s}$	5,9970E-01	5,4781E-03	7,2643E-03
Gesamt	8,7633E-01	8,0451E-03	7,2998E-03

Das BCJ-Modell kann die Versuchsdaten bei 293 K sowie 1373 K gut wiedergeben. Der dazwischen liegende Bereich kann jedoch nur mangelhaft wiedergegeben werden, sodass das BCJ-Modell nicht für den gesamten Temperaturbereich verwendet werden kann. Die schlechte Näherung der Experimente äußert sich in dem ausgewerteten MSE, der für das BCJ-Modell im Vergleich zu den beiden anderen Modellen um zwei Größenordnungen höher ist.

Das EMMI-Modell kann die experimentell ermittelten Fließkurven im gesamten Bereich der Temperatur und Umformgeschwindigkeit sehr gut wiedergeben. Bei der Temperatur von 293 K kann jedoch die Verfestigung nicht sehr gut abgebildet werden, da keine Sättigung erreicht wird. Der ausgewertete MSE zeigt für das EMMI-Modell einen geringeren Wert als für das BCJ-Modell, womit das EMMI-Modell im Vergleich zum BCJ-Modell bessere Ergebnisse liefert.

Das IfM-Modell kann die Versuchsdaten im gesamten Bereich der Temperatur und Umformgeschwindigkeit ebenfalls sehr gut wiedergeben. Im Gegensatz zum EMMI-Modell kann die Verfestigung bei geringen Temperaturen von 293 K sehr gut abgebildet werden. Lediglich bei der Umformgeschwindigkeit von 1,6 existieren Abweichungen ab einem Umformgrad von 0,5. Der ausgewertete MSE ist für das IfM-Modell im Vergleich zu EMMI-Modell geringfügig kleiner, womit das IfM-Modell bessere Ergebnisse liefert als das EMMI-Modell.

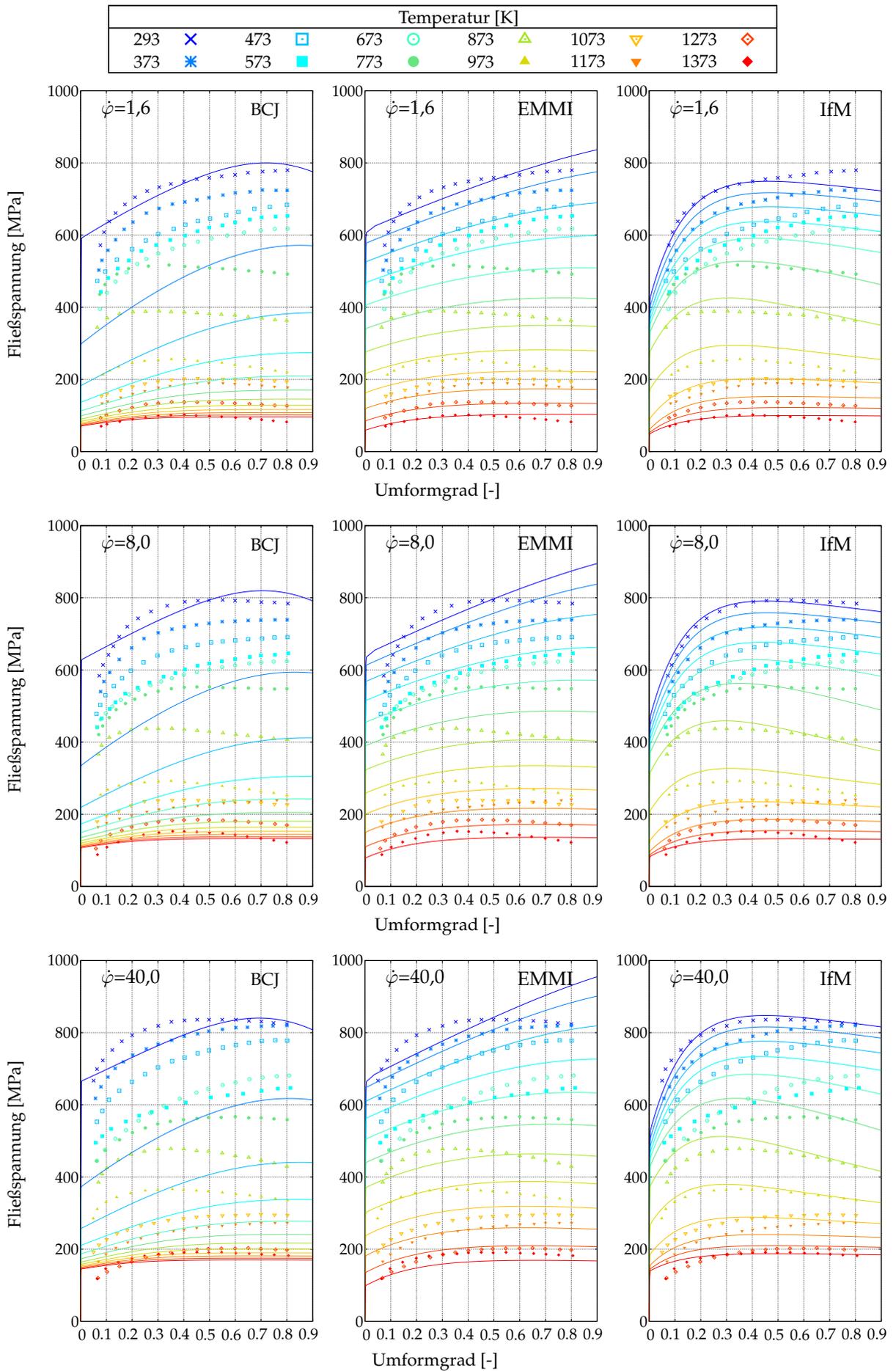


Abb. 3.3-1: Vergleich der experimentellen und berechneten Fließkurven des Werkstoffs 16MnCr5

3.3.2 Stahlsorte C15

In Abb. 3.3-2 werden die berechneten Fließkurven des BCJ-, EMMI- und IfM-Modells mit den experimentell ermittelten Fließkurven der Stahlsorte C15 gegenübergestellt. Die Auswertung des MSE ist in Tab. 3.3-2 zusammengefasst.

Tab. 3.3-2: Auswertung des gemittelten MSE für die Stahlsorte C15

Lastfall	BCJ-Modell	EMMI-Modell	IfM-Modell
$\dot{\varphi} = 1,6 \text{ 1/s}$	2,7614E-01	2,3677E-02	2,2226E-02
$\dot{\varphi} = 8,0 \text{ 1/s}$	1,4578E-01	1,2517E-02	1,6529E-02
$\dot{\varphi} = 40,0 \text{ 1/s}$	1,7201E-01	1,7763E-02	6,0677E-03
Gesamt	1,9797E-01	1,7986E-02	1,4941E-02

Das BCJ-Modell kann die Versuchsdaten bei 293 K sowie 1473 K mittelmäßig gut wiedergeben. Der dazwischen liegende Bereich kann jedoch nur mangelhaft wiedergeben werden, sodass das BCJ-Modell für diesen großen Temperaturbereich nicht verwendet werden kann. Die schlechte Näherung der Experimente äußert sich in dem ausgewerteten MSE, der für das BCJ-Modell im Vergleich zu den beiden anderen Modellen um eine Größenordnung höher ist.

Das EMMI-Modell kann die experimentell ermittelten Fließkurven im gesamten Bereich der Temperatur und Umformgeschwindigkeit gut wiedergeben. Jedoch gibt es besonders im Bereich der Blauverspödung bei 473 K - 673 K eine starke Abweichung zum Experiment. Der ausgewertete MSE zeigt für das EMMI-Modell im Vergleich zum BCJ-Modell einen um ca. eine Größenordnung geringeren Wert, womit das EMMI-Modell im Vergleich zum BCJ-Modell bessere Ergebnisse liefert.

Das IfM-Modell kann die Versuchsdaten im gesamten Bereich der Temperatur und Umformgeschwindigkeit ebenfalls gut wiedergeben. Ausnahme ist jedoch auch hier der Bereich der Blauverspödung bei 473 K - 673 K. Der ausgewertete MSE ist für das IfM-Modell im Vergleich zu EMMI-Modell geringfügig kleiner, womit das IfM-Modell bessere Ergebnisse liefert als das EMMI-Modell.

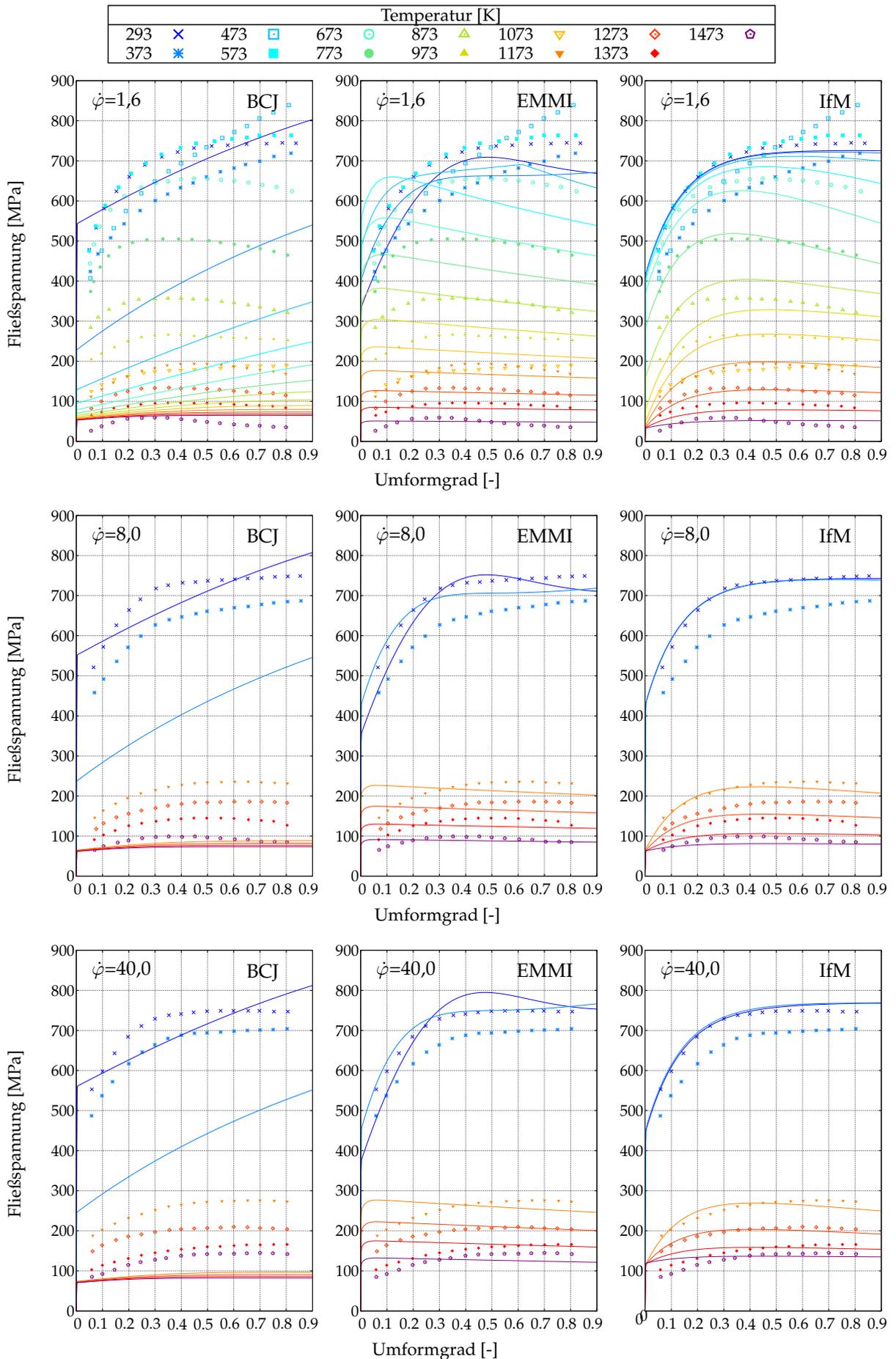


Abb. 3.3-2: Vergleich der experimentellen und berechneten Fließkurven des Werkstoffs C15

3.3.3 Stahlsorte 51CrV4

In Abb. 3.3-3 sowie Abb. 3.3-4 werden die berechneten Fließkurven des BCJ-, EMMI- und IfM-Modells mit den experimentell ermittelten Fließkurven der Stahlsorte 51CrV4 gegenübergestellt. Die Auswertung des MSE ist in Tab. 3.3-3 zusammengefasst.

Tab. 3.3-3: Auswertung des gemittelten MSE für die Stahlsorte 51CrV4

Lastfall	BCJ-Modell	EMMI-Modell	IfM-Modell
$\dot{\epsilon} = 0,025 \text{ 1/s}$	4,2515E-01	1,0981E-02	2,8433E-03
$\dot{\varphi} = 0,1 \text{ 1/s}$	2,2662E-01	8,6158E-03	4,3564E-03
$\dot{\varphi} = 1,0 \text{ 1/s}$	1,3372E-01	2,7206E-02	3,3681E-03
$\theta = 1273 \text{ K}$	5,8155E-02	4,8266E-03	8,5119E-03
Gesamt	2,1091E-01	1,2907E-02	4,7699E-03

Das BCJ-Modell kann den experimentellen Verlauf der Fließkurven bei 293 K und 1373 K in guter Näherung wiedergeben. Der dazwischen liegende Bereich kann jedoch nur mangelhaft abgebildet werden, sodass das BCJ-Modell nicht für den großen Temperaturbereich geeignet ist. Die schlechte Näherung der Experimente äußert sich in dem ausgewerteten MSE, der für das BCJ-Modell im Vergleich zu den beiden anderen Modellen um eine Größenordnung höher ist. Das EMMI- und IfM-Modell liefern bei Temperaturen über 1073 K ähnlich gute Ergebnisse, wobei beim EMMI-Modell die Verfestigung stärker zunimmt und beim IfM-Modell die Anfangsfließspannung höher liegt. Dieses Verhalten kommt durch den unterschiedlichen Ansatz des viskoplastischen Multiplikators zustande. Durch den Ansatz beim EMMI-Modell mit der Anfangsfließspannung und der isotropen Verfestigung als sogenannte *Dragstresses* entsteht eine viskose Verfestigung während durch den Ansatz beim IfM-Modell die Fließkurve gleichmäßig nach oben verschoben wird. Insgesamt ist der MSE des IfM-Modells am geringsten, womit das IfM-Modell die besten Ergebnisse liefert.

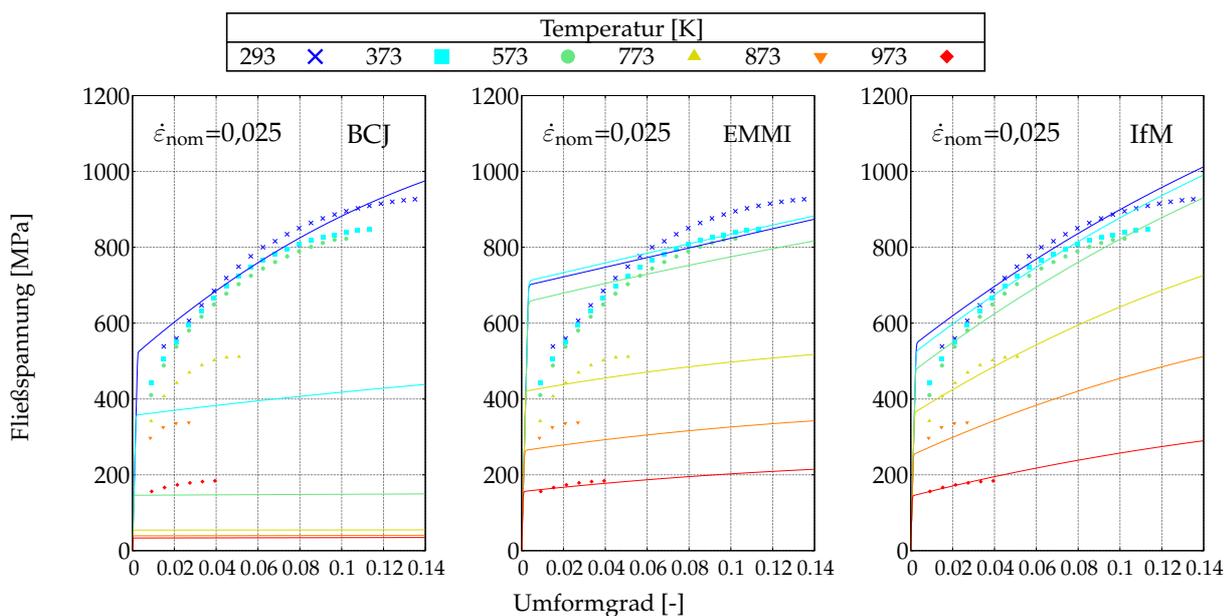


Abb. 3.3-3: Vergleich der experimentellen und berechneten Fließkurven des Werkstoffs 51CrV4 (1)

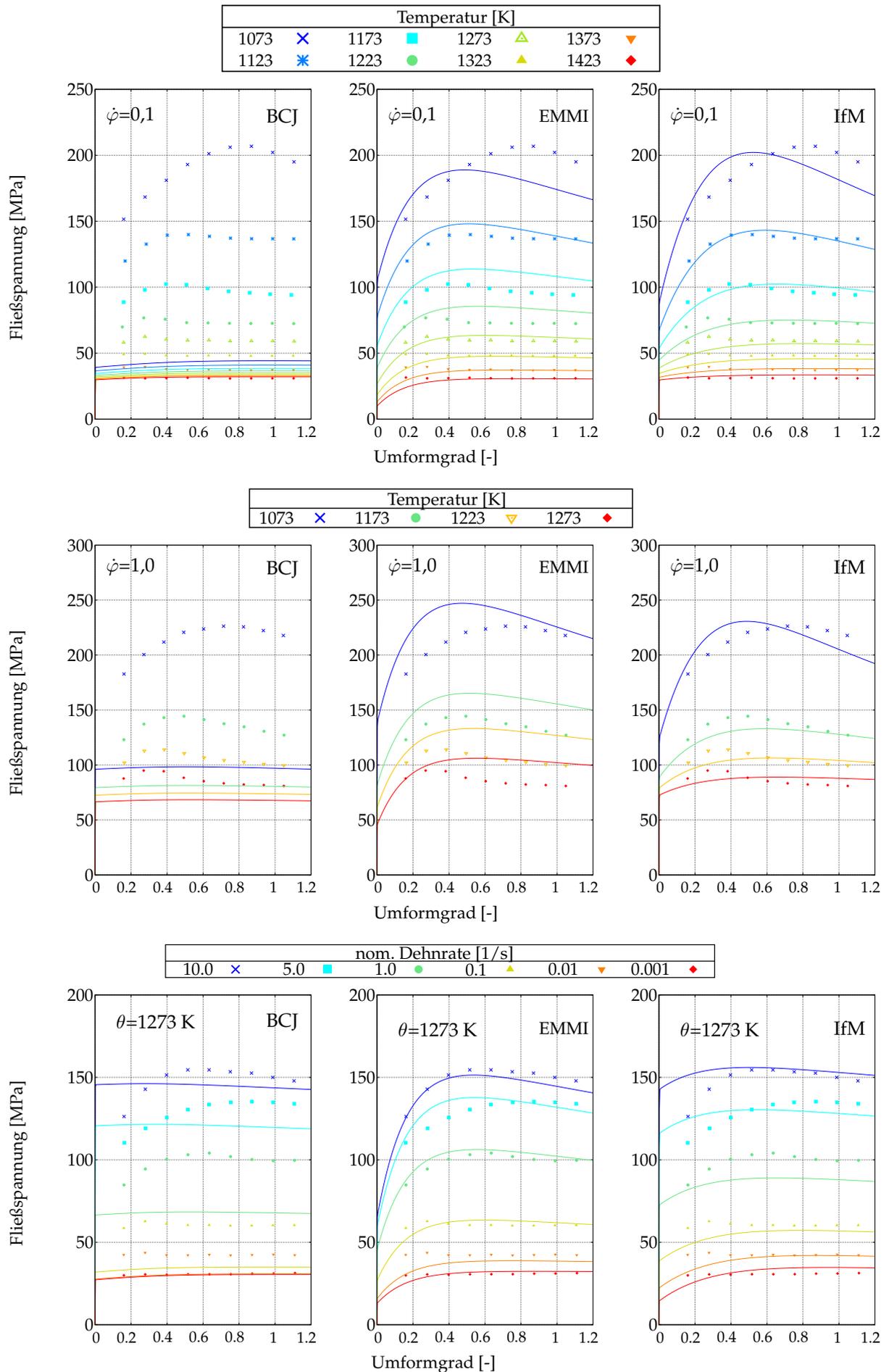


Abb. 3.3-4: Vergleich der experimentellen und berechneten Fließkurven des Werkstoffs 51CrV4 (2)

3.3.4 Aluminiumsorte AlMgSi1

In Abb. 3.3-5 werden die berechneten Fließkurven des BCJ-, EMMI- und IfM-Modells mit den experimentell ermittelten Fließkurven der Aluminiumsorte AlMgSi1 gegenübergestellt. Die Auswertung des MSE ist in Tab. 3.3-4 zusammengefasst.

Tab. 3.3-4: Auswertung des gemittelten MSE für die Aluminiumsorte AlMgSi1

Lastfall	BCJ-Modell	EMMI-Modell	IfM-Modell
$\dot{\varphi} = 0,3 \text{ 1/s}$	1,6517E-03	3,7302E-03	2,8983E-03
$\dot{\varphi} = 3,0 \text{ 1/s}$	8,0881E-02	3,7302E-03	3,6957E-03
$\dot{\varphi} = 100,0 \text{ 1/s}$	6,2482E-04	1,7296E-03	1,2478E-03
Gesamt	2,7719E-02	3,0634E-03	2,6139E-03

Das BCJ-Modell kann die Versuchsdaten im gesamten Bereich der Temperatur und Umformgeschwindigkeit gut wiedergeben. Der Verfestigungsbereich erscheint jedoch im Vergleich zu den Experimenten zu stark und die Anfangsfließspannung zu niedrig. Insbesondere bei der hohen Temperatur von 773 K erscheint dieser Effekt zu stark ausgeprägt. Der ausgewertete MSE für das BCJ-Modell zeigt relativ zu den anderen Modellen den größten Wert. Insgesamt liefert das BCJ-Modell gute Berechnungsergebnisse.

Das EMMI-Modell kann die experimentell ermittelten Fließkurven im gesamten Bereich der Temperatur und Umformgeschwindigkeit sehr gut wiedergeben. Der Verfestigungsbereich erscheint zu stark ausgeprägt, insbesondere bei der hohen Temperatur von 773 K, jedoch nicht so stark wie beim BCJ-Modell. Der ausgewertete MSE zeigt für das EMMI-Modell im Vergleich zum BCJ-Modell einen um ca. eine Größenordnung geringeren Wert, womit das EMMI-Modell im Vergleich zum BCJ-Modell bessere Ergebnisse liefert.

Das IfM-Modell kann die Versuchsdaten im gesamten Bereich der Temperatur und Umformgeschwindigkeit sehr gut wiedergeben. Der Verfestigungsbereich ist hier nur bei mittleren Temperaturen (573 K - 673 K) ausgeprägt, wohingegen bei hohen Temperaturen von 773 K die Verfestigung nicht mehr vorhanden ist. Der ausgewertete MSE zeigt für das IfM-Modell im Vergleich zu den beiden anderen Modellen den geringsten Wert, womit das IfM-Modell die besten Ergebnisse liefert.

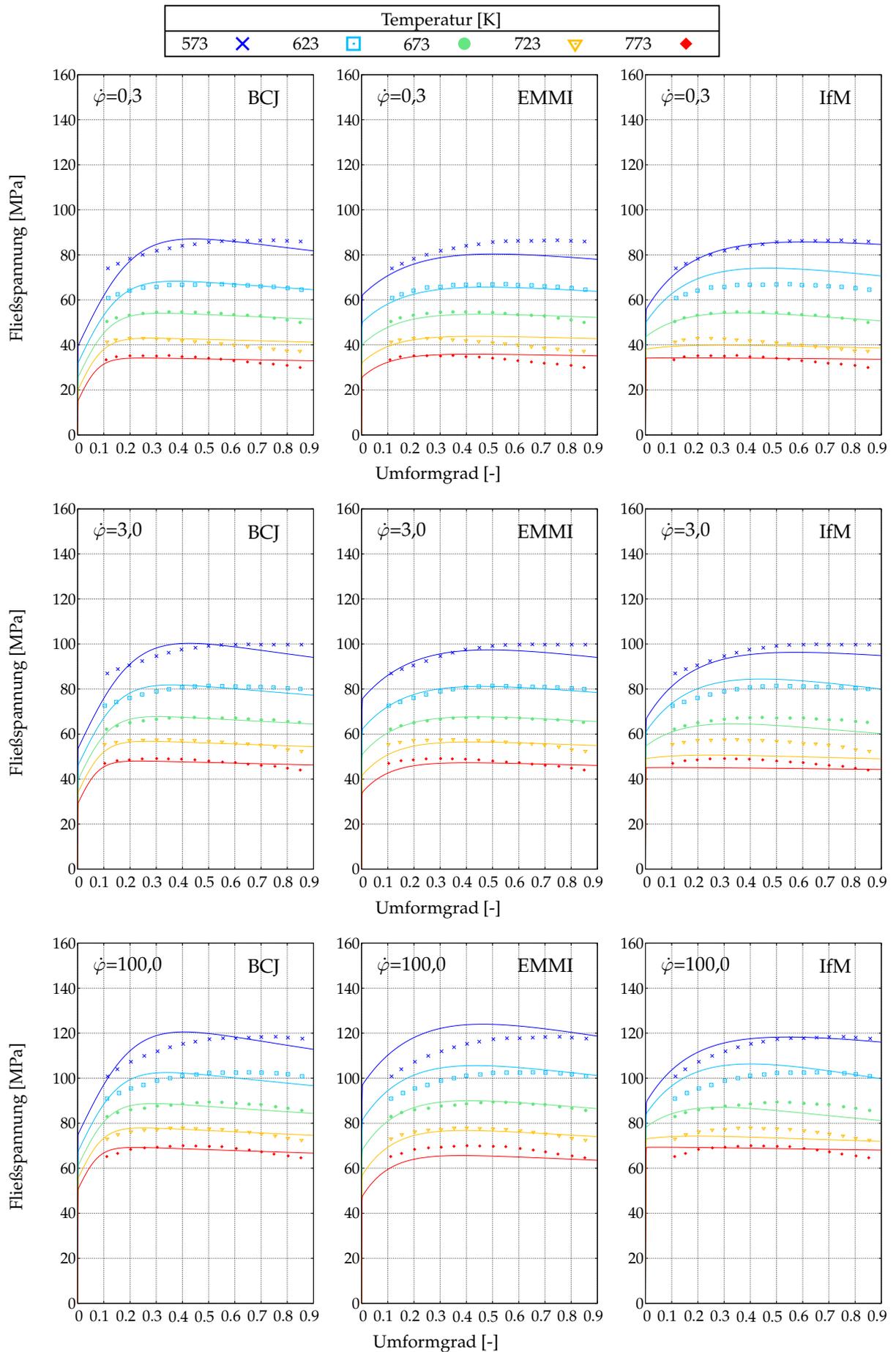


Abb. 3.3-5: Vergleich der experimentellen und berechneten Fließkurven des Werkstoffs AlMgSi1

3.3.5 Beurteilung und Einsatzbereiche der Materialmodelle

Die zuvor ausgewerteten MSE der Stahlsorten 16MnCr5, C15, 51CrV4 und der Aluminiumsorte AlMgSi1 sind für die drei verwendeten Materialmodelle in Tab. 3.3-5 gegenübergestellt.

Tab. 3.3-5: Auswertung des gemittelten MSE für alle Metallsorten

Metallsorte	BCJ-Modell	EMMI-Modell	IfM-Modell
16MnCr5	8,7633E-01	8,0451E-03	7,2998E-03
C15	1,9797E-01	1,7986E-02	1,4941E-02
51CrV4	2,1091E-01	1,2907E-02	4,7699E-03
AlMgSi1	2,7719E-02	3,0634E-03	2,6139E-03

Dabei zeigt sich für das BCJ-Modell bei allen Fällen der größte MSE, womit das BCJ-Modell am wenigsten geeignet ist, um das temperatur und dehnratenabhängige Werkstoffverhalten im relevanten Bereich der Temperatur und Dehnrate wiederzugeben. Eine Ausnahme zeigt sich allerdings bei der Aluminiumlegierung AlMgSi1, wo das BCJ-Modell die Fließkurven gut wiedergeben kann. Somit ist das BCJ-Modell für einen kleinen Bereich bei hohen Temperaturen einsetzbar, z. B. bei der Warmumformung.

Das EMMI-Modell liefert insgesamt deutlich bessere Ergebnisse als das BCJ-Modell, was durch einen geringeren MSE von ca. einer Größenordnung gezeigt wird. Dabei benötigt das EMMI-Modell lediglich zwei Parameter mehr zur Identifikation. Ein möglicher Nachteil ergibt sich jedoch aus der Entdimensionierung, bei der weitere Parameter notwendig sind, die nicht immer aus der Literatur entnommen werden können. Das EMMI-Modell ist durch die gute Wiedergabe in allen Temperaturbereichen sowohl für die Kaltumformung als auch für die Warmumformung geeignet.

Die berechneten Fließkurven des IfM-Modells stimmen im Vergleich mit den anderen beiden Modellen am besten mit den experimentell ermittelten Fließkurven überein. Dabei ist der MSE des IfM-Modells im Vergleich zum EMMI-Modell bei dem Einsatzstahl 16MnCr5 um 9 % geringer und bei C15 um 17 % geringer. Für den Vergütungsstahl 51CrV4 ergibt sich ein 63 % bzw. bei der Aluminiumlegierung AlMgSi1 ein 15 % geringerer MSE. Insgesamt lässt sich das reale Werkstoffverhalten mit dem IfM-Modell besser abbilden als mit dem EMMI-Modell. Das IfM-Modell ist durch die gute Wiedergabe in allen Temperaturbereichen sowohl für die Kaltumformung als auch für die Warmumformung geeignet.

4 Vergleich der Materialmodelle zur Berechnung von komplexen Umformprozessen mit LS-DYNA

Nachdem die Verifikation des BCJ-, EMMI- und IfM-Modells anhand eines Vergleichs mit experimentell ermittelten Fließkurven in *Kap. 3* erfolgt und die Einsatzbereiche der Materialmodelle bei verschiedenen Metallsorten diskutiert wird, werden die drei Materialmodelle detailliert in Hinblick auf die Berechnung komplexer Umformprozesse untersucht. Dabei wird zunächst der Zylinderstauchversuch bei unterschiedlichen Temperaturen als einfacher Umformprozess betrachtet. Des Weiteren folgt bei steigender Komplexität die Berechnung des mehrstufigen Zylinderstauchprobe mit Abkühlphase zwischen den beiden Umformschritten. Abschließend wird der sehr komplexe simultane Kalt-/Warmumformprozess einer Flanschswelle betrachtet. Zum besseren Verständnis des Materialverhaltens wird zu Beginn ein Vergleich am Ein-Element-Test durchgeführt. Anschließend können diese Erkenntnisse auf die Umformprozesse übertragen werden.

Aufgrund fehlender experimenteller Daten erfolgt ausschließlich ein Vergleich zwischen den Berechnungsergebnissen der drei Materialmodelle. Für die Berechnungen werden die in *Kap. 3.2.2* aufgeführten Parameter des Einsatzstahls 16MnCr5 verwendet, da die experimentellen Daten in einem großen Bereich der Temperatur und Umformgeschwindigkeit vorliegen und gut durch das EMMI- und IfM-Modell abgebildet werden. Zum Vergleich der Materialmodelle werden als Vergleichsgrößen die Endgeometrie der Werkstücke sowie die Umformkraft betrachtet. Des Weiteren wird die bei der Umformung durch plastische Deformationen erzeugte Temperaturerhöhung verglichen. Ein weiterer Fokus liegt auf dem Konvergenzverhalten des globalen NEWTON-RAPHSON-Verfahrens innerhalb der quasistatischen FE-Berechnung. Dabei wird neben der benötigten Anzahl an Iterationen und dem Verlauf der Konvergenznormen auch auf die Rechenzeit eingegangen.

4.1 Voruntersuchungen am Ein-Element-Test

Zum besseren Verständnis des Materialverhaltens des BCJ-, EMMI- und IfM-Modell wird zunächst der Ein-Element-Test nach *Kap. 3.2.1* verwendet. Dabei wird das nichtlineare Problem mit dem NEWTON-RAPHSON-Verfahren gelöst, wobei die tangentielle Steifigkeitsmatrix in jedem Iterationsschritt neu gebildet wird. Beim IfM-Modell wird neben der thermomechanisch konsistenten Berechnung der Wärme außerdem die Abschätzung mittels TAYLOR-QUINNEY-Koeffizienten verwendet. Das BCJ- und das EMMI-Modell verwenden beide zur Berechnung der Temperatur ausschließlich den Ansatz über den TAYLOR-QUINNEY-Koeffizienten.

4.1.1 Temperaturentwicklung

Zum Vergleich der Temperaturentwicklung werden drei unterschiedliche Anfangstemperaturen im Temperaturbereich von 293 K bis 1373 K vorgegeben. Neben der geringsten Anfangstemperatur von $\theta_0 = 293$ K und der höchsten von $\theta_0 = 1373$ K wird eine mittlere Anfangstemperatur von $\theta_0 = 873$ K ausgewählt. Der Verlauf der Fließspannung über den Umformgrad für die vorgegebenen Anfangstemperaturen von 293 K, 873 K und 1373 K sind in *Abb. 4.1-1* (links) zusammen mit den dazugehörigen Versuchsdaten dargestellt. Die Entwicklung der Temperatur ist in *Abb. 4.1-1* (rechts) dargestellt.

Es zeigt sich für die drei Modelle bei den Anfangstemperaturen $\theta_0 = 293$ K und $\theta_0 = 1373$ K

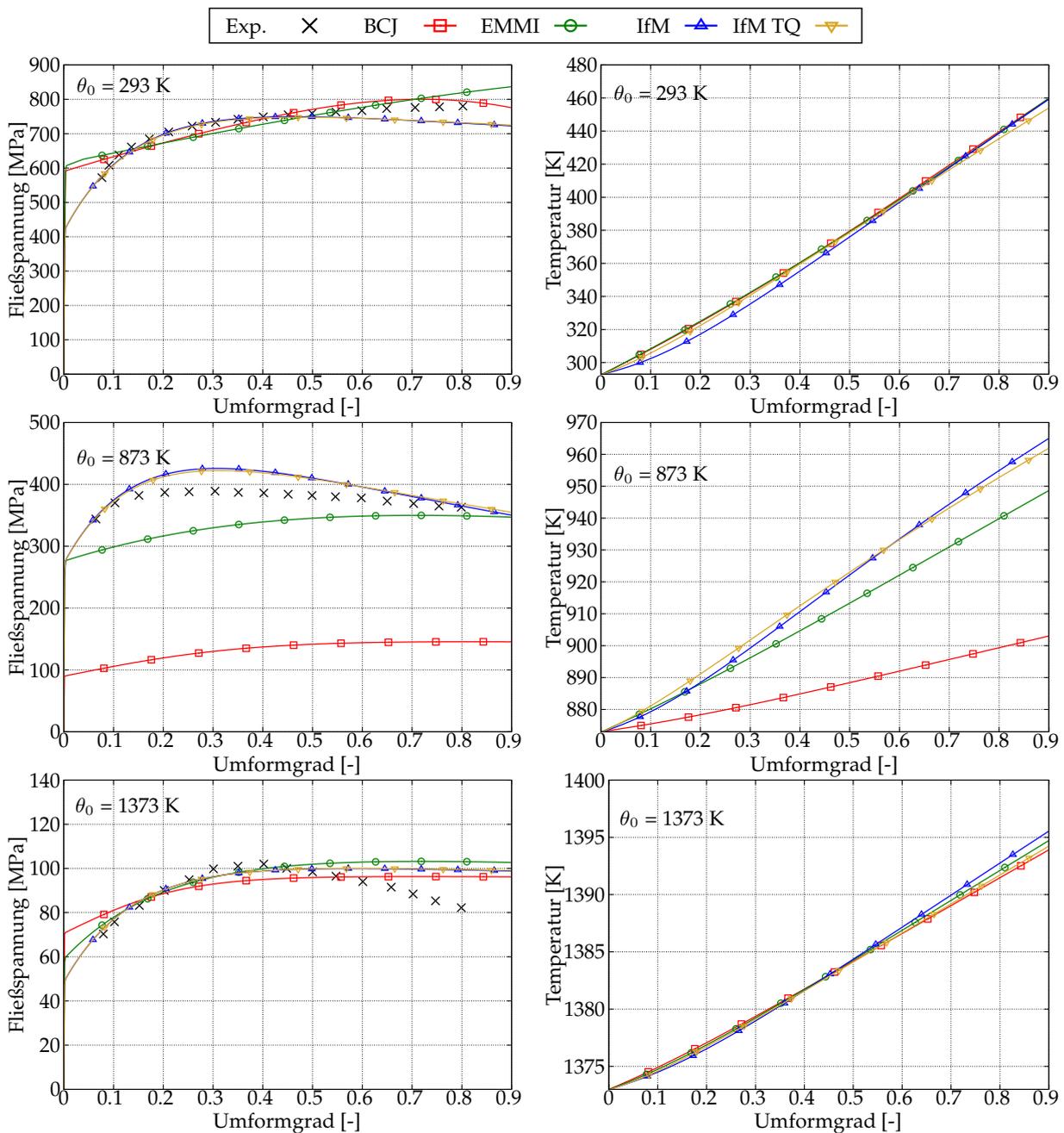


Abb. 4.1-1: Vergleich des Spannungsverlaufs (links) und der Temperaturentwicklung (rechts) unter Anfangstemperaturen von 293 K, 873 K und 1373 K

eine fast identische Temperaturentwicklung, bei $\theta_0 = 873$ K jedoch eine starke Abweichungen in den Temperaturverläufen. Die viskoplastische Arbeit bei $\theta_0 = 293$ K ist bei allen Modellen sehr ähnlich und bei $\theta_0 = 1373$ K fast identisch. Bei $\theta_0 = 873$ K existieren starke Abweichungen in der viskoplastischen Arbeit was dazu führt, dass beim BCJ-Modell aufgrund der geringeren viskoplastischen Arbeit eine niedrigere Temperatur als beim EMMI- oder IfM-Modell berechnet wird. Sowohl der Verlauf der Fließspannung als auch die Temperaturentwicklung sind bei der Anfangstemperatur $\theta_0 = 1373$ K nahezu identisch.

Ein Vergleich des IfM-Modells bei Verwendung des TAYLOR-QUINNEY-Koeffizienten zur Temperaturberechnung und bei thermomechanisch konsistenter Wärmeberechnung zeigt einen fast identischen Verlauf der Fließspannungen, wobei nur sehr geringe Abweichungen bei der Anfangstemperatur $\theta_0 = 873$ K auftreten. Der Verlauf der Temperatur zeigt jedoch Unterschiede bei allen drei Anfangstemperaturen. Dabei ergibt sich bei der Anfangstemperatur $\theta_0 = 293$ K am Ende der Berechnung eine Differenz von 5,6 K, bei der Anfangstemperatur $\theta_0 = 873$ K eine Differenz von 3,3 K und bei der Anfangstemperatur $\theta_0 = 1373$ K eine Differenz von 1,35 K. Die größte Abweichung tritt somit bei der geringsten Temperatur auf, wobei insgesamt jedoch die Unterschiede für den berechneten Temperaturverlauf mit maximal 1,2 % äußerst gering sind.

Untersuchung zur Energiespeicherung beim IfM-Modell

Zur näheren Untersuchung der Temperaturabweichungen bei thermomechanisch konsistenter Berechnung und Berechnung über den TAYLOR-QUINNEY-Ansatz werden die Verläufe des Energieumsetzungsverhältnis (EUV)

$$\varphi_{\text{EUV}} = \frac{\psi_{\text{tp}}}{w_{\text{vp}}} \quad (4.1-1)$$

betrachtet, wobei ψ_{tp} der thermoplastische Anteil der spezifischen freien Energie und w_{vp} die spezifische viskoplastische Arbeit ist. Die Verläufe des EUV für das IfM-Modell bei den Anfangstemperaturen von $\theta_0 = 293$ K, $\theta_0 = 873$ K und $\theta_0 = 1373$ K sind in *Abb. 4.1-2* dargestellt.

Bei Verwendung des TAYLOR-QUINNEY-Koeffizienten von 0,9 zur Berechnung der Temperatur liegt das EUV bei allen drei Temperaturen konstant bei 0,1. Somit wird 10 % der viskoplastischen Arbeit gespeichert und 90 % als Wärme dissipiert. Bei Verwendung der thermomechanisch konsistenten Wärmeberechnung wird im Vergleich zum Ansatz nach TAYLOR-QUINNEY zunächst mehr Energie gespeichert, was zu Beginn zu einer geringeren Temperaturentwicklung führt. Mit zunehmender viskoplastischer Arbeit fällt das EUV monoton bis das Niveau von 0,1 unterschritten wird und das EUV im Vergleich zum Ansatz nach TAYLOR-QUINNEY geringer ist. Der nicht konstante Verlauf des EUV spiegelt sich auch in den Auswirkungen auf die Temperaturentwicklung in *Abb. 4.1-1* wieder. So wird bei thermomechanisch konsistenter Berechnung der Wärme im Vergleich zum Ansatz mit TAYLOR-QUINNEY-Koeffizienten zunächst ein geringerer Temperaturanstieg prognostiziert. Mit zunehmendem Umformgrad nähern sich beide Kurven, wobei zum Ende der Berechnung die Temperatur bei thermomechanisch konsistenter Berechnung über der Temperatur des TAYLOR-QUINNEY-Ansatz liegt. Dabei wird bei thermomechanisch konsistenter Berechnung der Wärme am Ende mehr Energie dissipiert als durch die Abschätzung mittels TAYLOR-QUINNEY-Ansatz.

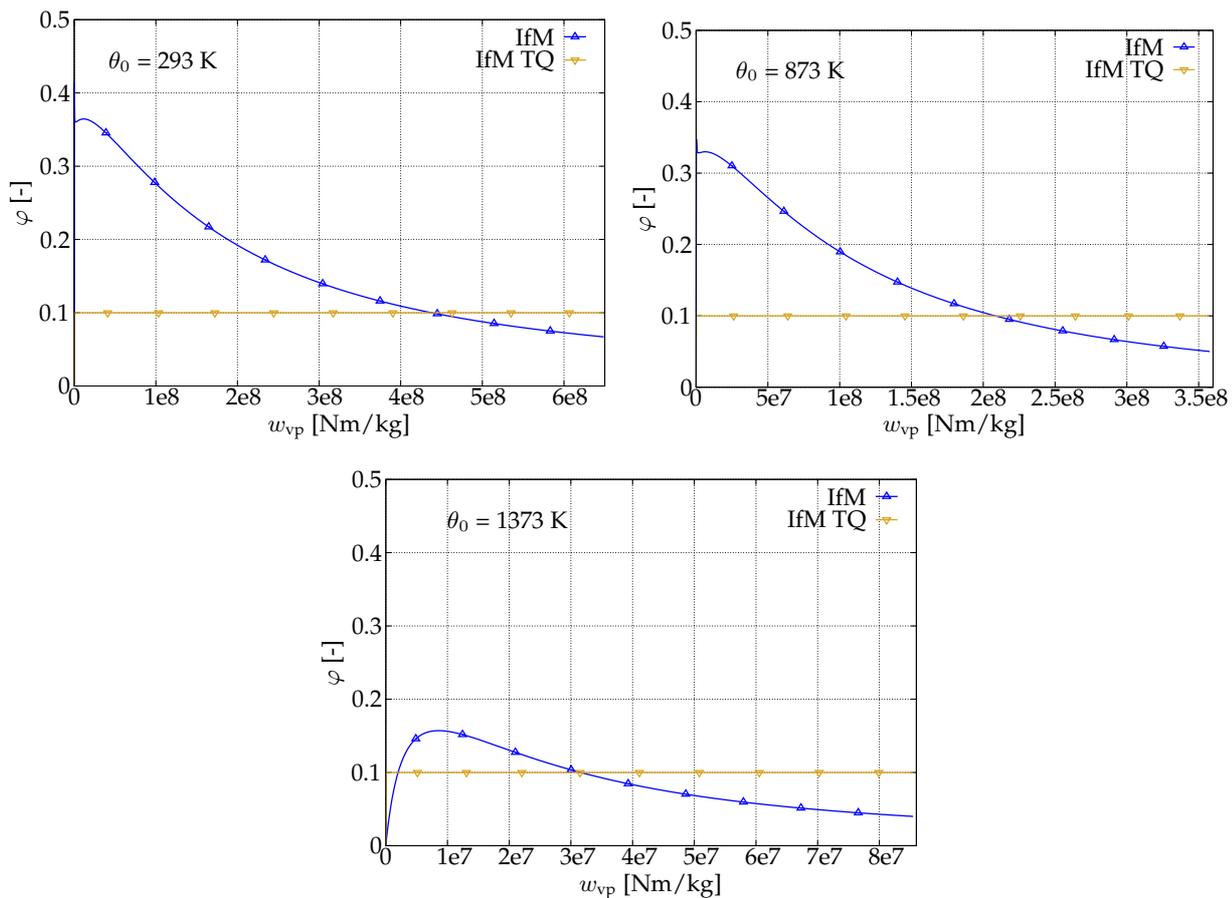


Abb. 4.1-2: Verlauf des EUV über der spezifischen viskoplastischen Arbeit

4.1.2 Konvergenzverhalten

Das Konvergenzverhalten des BCJ-, EMMI- und IfM-Modells über der gesamten Berechnungszeit ist in Abb. 4.1-3 (linke Spalte) dargestellt. Für die Berechnung werden insgesamt 500 Schritte verwendet. Zunächst wird die Anzahl an Iterationen über der gesamten Berechnungszeit verglichen. Dabei zeigt sich für das BCJ-Modell zu Beginn eine Anzahl von 10 Iterationen, wobei im weiteren Verlauf nur noch 8 Iteration benötigt werden. Beim EMMI-Modell sind zu Beginn 4 Iterationen und im weiteren Verlauf 3 Iteration notwendig, beim IfM-Modell sind es zu Beginn und im weiteren Verlauf 4 Iterationen, wobei für einen kurzen Bereich nur 3 Iterationen benötigt werden.

Zum Vergleich des Konvergenzverhaltens werden die relative Verschiebungs- und Energienorm zum Zeitpunkt $t = 0,22907$ s (200. Zeitschritt) ausgewertet. Die Konvergenzwerte sowie die jeweilige Konvergenztoleranz sind in Tab. 4.1-1 aufgeführt und in Abb. 4.1-3 (rechte Spalte) veranschaulicht. Für das BCJ-Modell zeigt sich insgesamt eine lineare Konvergenz, da sich die Konvergenznormen pro Iterationsschritt um eine bzw. zwei Größenordnungen verringern. Das EMMI-Modell konvergiert überquadratisch, da sich die Konvergenznormen vom zweiten zum dritten Iterationsschritt um mehr als zwei Größenordnungen verringern. Beim IfM-Modell ist vom zweiten zum dritten Iterationsschritt ein quadratisches Konvergenzverhalten zu beobachten, jedoch vom dritten zum vierten Iterationsschritt nur ein unterquadratisches Konvergenzverhalten.

Insgesamt ist das Konvergenzverhalten des BCJ-Modells deutlich schlechter als das Konver-

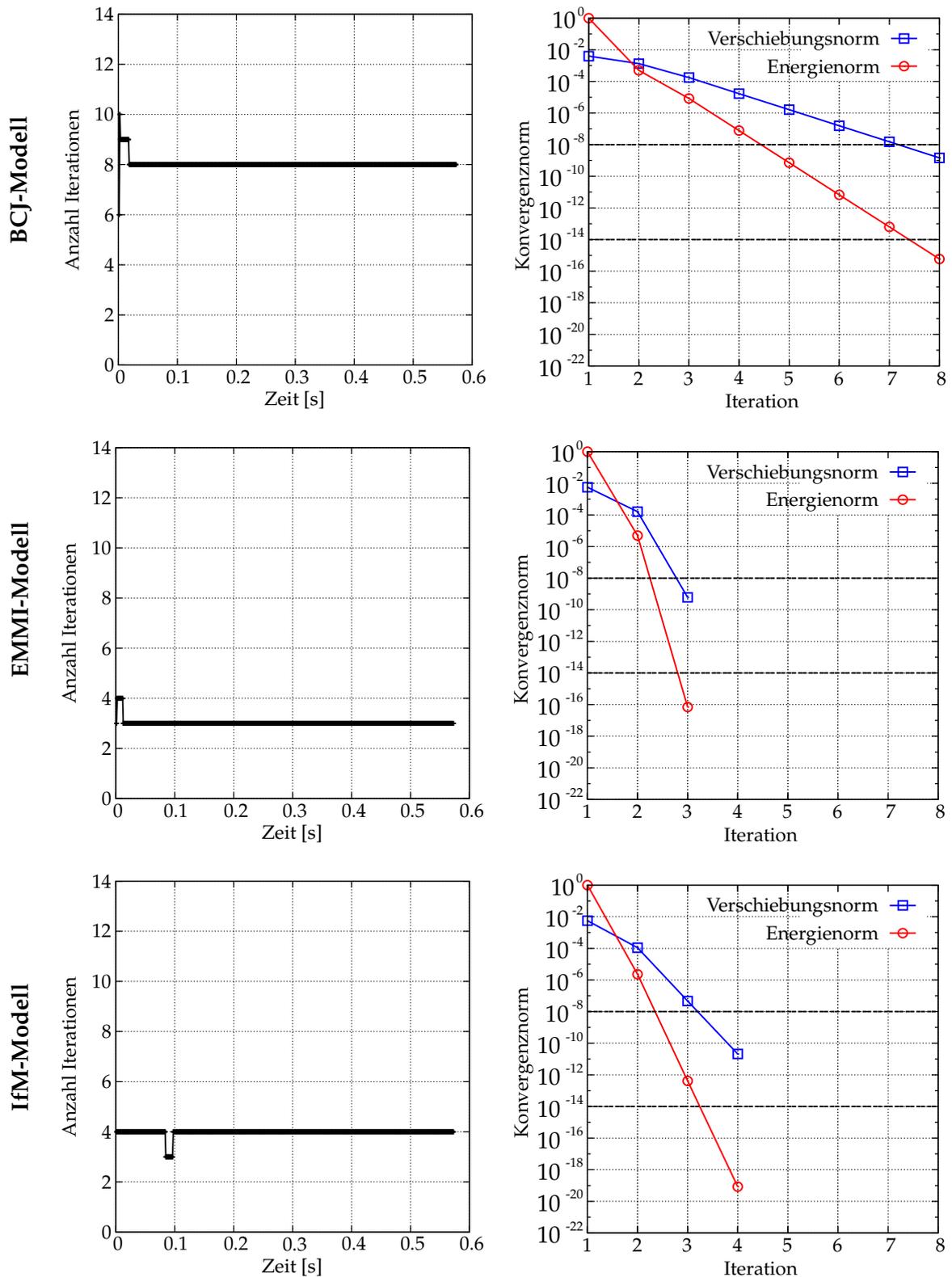


Abb. 4.1-3: Vergleich der Anzahl an Iterationen (linke Spalte) und Darstellung der relativen Konvergenznormen (rechte Spalte) zum Zeitpunkt $t = 0,22907$ s (200. Zeitschritt)

genzverhalten des EMMI- und IfM-Modells. Das EMMI-Modell zeigt ein minimal besseres Konvergenzverhalten als das IfM-Modell, sodass beim EMMI-Modell im dritten Iterationsschritt die Konvergenztoleranzen erfüllt sind, während beim IfM-Modell diese im dritten Iterationsschritt minimal verfehlt werden. Dadurch benötigt das IfM-Modell einen Iterationsschritt

Tab. 4.1-1: Vergleich der Konvergenznormen zum Zeitpunkt $t = 0,22907$ s (200. Zeitschritt)

Iteration	relative Verschiebungsnorm			relative Energienorm		
	BCJ-Modell	EMMI-Modell	IfM-Modell	BCJ-Modell	EMMI-Modell	IfM-Modell
1	3.970E-03	5.645E-03	5.597E-03	1.000E+00	1.000E+00	1.000E+00
2	1.328E-03	1.604E-04	1.097E-04	4.980E-04	4.925E-06	2.302E-06
3	1.747E-04	6.035E-10	4.635E-08	8.327E-06	6.973E-17	4.112E-13
4	1.687E-05		2.105E-11	7.764E-08		8.477E-20
5	1.629E-06			7.240E-10		
6	1.573E-07			6.752E-12		
7	1.519E-08			6.296E-14		
8	1.467E-09			5.872E-16		
Konvergenz- toleranz	1.000E-08	1.000E-08	1.000E-08	1.000E-14	1.000E-14	1.000E-14

mehr als das EMMI-Modell, wobei eine Wahl der Konvergenztoleranzen von $1.0E-07$ bei der Verschiebungsnorm und $1.0E-12$ bei der Energienorm zu einer gleichen Anzahl an Iterationen beim EMMI- und IfM-Modell führen würde.

4.2 Zylinderstauchversuch

Ein relativ einfacher und häufig eingesetzter Umformprozess ist der Zylinderstauchversuch, bei dem ein Metallzylinder durch einen einstufigen Umformprozess um einen bestimmten Umformgrad gestaucht wird. Bei dem hier untersuchten Zylinderstauchversuch wird angenommen, dass eine hohe Reibung zwischen der Zylinderstauchprobe und dem Presswerkzeug eine Ausbauchung in der Probenmitte hervorruft. Daher sind die Freiheitsgrade der Knoten an der Zylinderoberseite unverschieblich in x- und y-Richtung.

Als Kriterien zur Bewertung der Materialmodelle werden zunächst die Umformkraft und die Endgeometrie ausgewertet und verglichen. Eine weitere Untersuchung vergleicht die durch die drei unterschiedlichen Materialmodelle berechnete Temperaturentwicklung. Abschließend folgt eine Untersuchung des Konvergenzverhaltens sowie ein Vergleich der Rechenzeiten.

4.2.1 FE-Modell

Als FE-Modell des Zylinderstauchprobe erfolgt in Anlehnung an [van der Lugt und Huetink, 1986]. Aufgrund der Axialsymmetrie des Zylinders wird als FE-Modell nur ein Achtel des Zy-

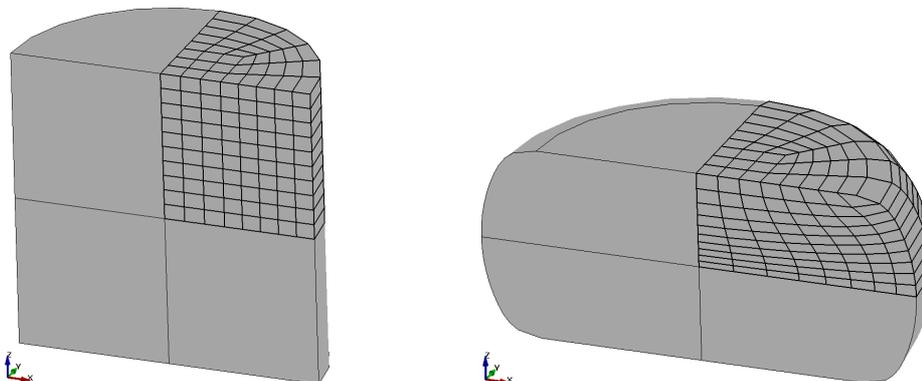


Abb. 4.2-1: Zylinderstauchprobe in undeformierter Lage (links) und deformierter Lage (rechts)

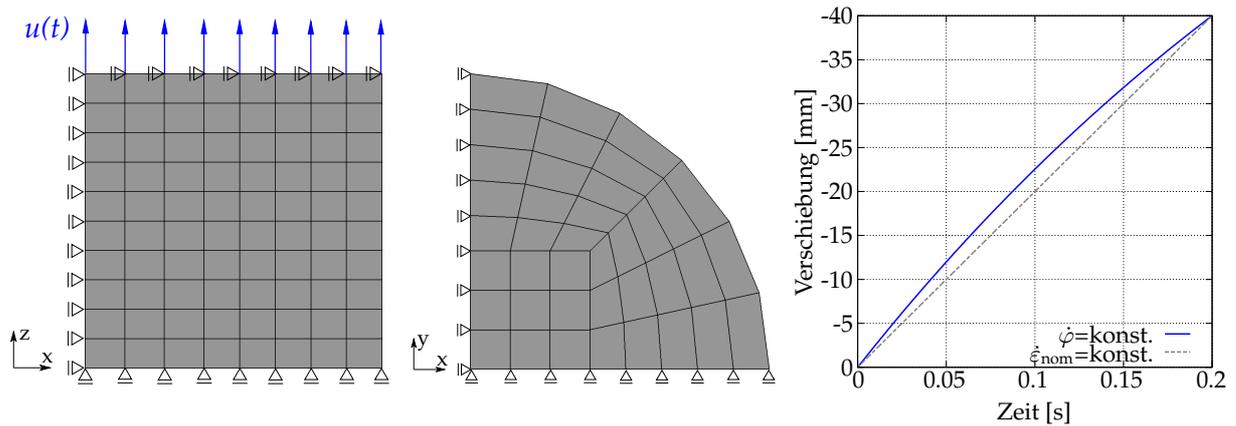


Abb. 4.2-2: FE-Modell des Zylinders mit Randbedingungen in der Seitenansicht (links) und Draufsicht (mittig) sowie Zeit-Verschiebungs-Verlauf (rechts)

linders modelliert, was im Vergleich zur Modellierung des gesamten Zylinders zu einer geringeren Rechenzeit führt. Die Zylinderstauchprobe ist in undeformierter und deformierter Lage in *Abb. 4.2-1* dargestellt, wobei die Berechnung ausschließlich mit dem Achtelmodell erfolgt. Die Höhe sowie der Radius des FE-Modells beträgt 0,1 m. Die Randbedingungen zur Lagerung sowie die Symmetrierandbedingungen sind in *Abb. 4.2-2* abgebildet. Aufgrund der kurzen Prozesszeit des Zylinderstauchversuchs wird der Zylinder als adiabat betrachtet, d. h. es findet kein Wärmefluss über die Oberfläche statt.

Die Berechnung des nichtlinearen Problems erfolgt quasistatisch bei einer Anzahl an von 200 Zeitschritten. Dabei wird das nichtlineare Problem mit dem NEWTON-RAPHSON-Verfahren gelöst, wobei die tangentielle Steifigkeitsmatrix in jedem Iterationsschritt neu gebildet wird. Zur räumlichen Diskretisierung der Zylinderstauchprobe werden unterintegrierte Volumenelemente verwendet (Elementform 1), wobei zusätzlich eine Hourglass-Stabilisierung notwendig ist. Die Lasteinleitung erfolgt durch Vorgabe einer Verschiebung an den oberen Knoten in einer Zeit von 0,2 s, wobei die Endverschiebung -40 mm beträgt. Aufgrund der konstanten Umformgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ ist die Zeit-Verschiebungs-Funktion $u(t)$ im Vergleich zur konstanten nominellen Dehnung $\dot{\epsilon}_{\text{nom}}$ nichtlinear (siehe *Abb. 4.2-2*). Die Umformgeschwindigkeit ergibt sich dabei zu $\dot{\varphi} = -2.554128$ 1/s.

4.2.2 Endgeometrie und Umformkraft

Zum Vergleich der Endgeometrie des Zylinders wird lediglich der Radius in der Probenmitte verwendet, da die Höhe des Zylinders durch die Vorgabe der Endverschiebung festgelegt ist. Die Werte des Radius in der Probenmitte für die Anfangstemperaturen 293 K, 873 K und 1373 K sind für das BCJ-, EMMI- und IfM-Modell in *Tab. 4.2-1* zusammengefasst. Allgemein stimmen

Tab. 4.2-1: Vergleich des Radius in der Probenmitte am Ende der Berechnung

Temperatur	BCJ-Modell	Abw. zu IfM	EMMI-Modell	Abw. zu IfM	IfM-Modell
293 K	0,13607 m	0,21 %	0,13615 m	0,27 %	0,13579 m
873 K	0,13791 m	0,83 %	0,13694 m	0,12 %	0,13678 m
1373 K	0,13876 m	0,09 %	0,13861 m	0,02 %	0,13864 m

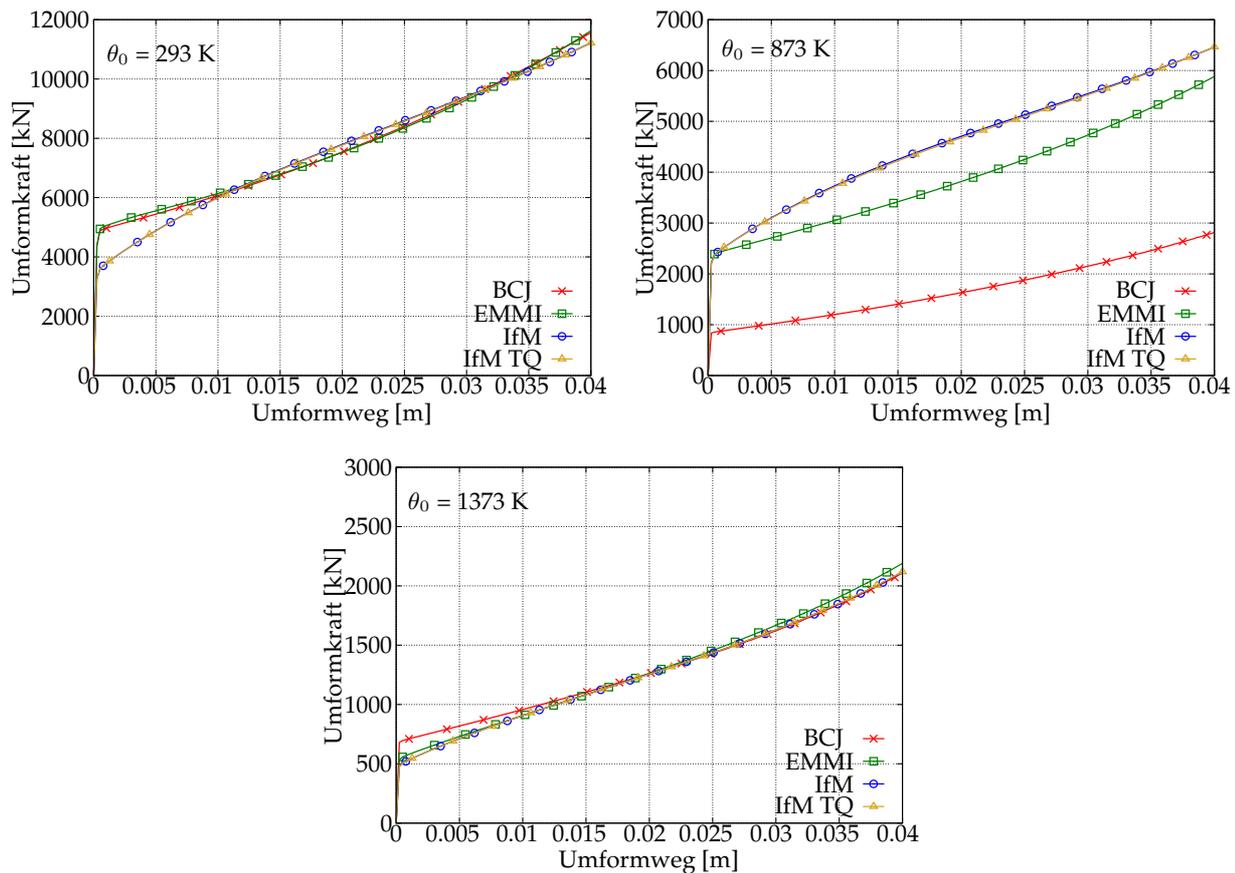


Abb. 4.2-3: Vergleich der Umformkraft bei einer Anfangstemperatur von 293 K, 873 K und 1373 K

alle prognostizierten Werte sehr gut überein, wobei die maximale Abweichung mit 0,82 % zwischen dem BCJ- und IfM-Modell bei 873 K existiert.

Die zum Erreichen des vorgegeben Umformgrads benötigte Umformkraft ist für die Anfangstemperaturen 273 K, 873 K und 1373 K für das BCJ-, EMMI- und IfM-Modell in Abb. 4.2-3 gegenübergestellt. Für die Anfangstemperaturen 293 K und 1373 K zeigt sich insgesamt eine gute Übereinstimmung von allen Modellen. Bei 293 K existiert beim BCJ- und EMMI-Modell eine Abweichung zum IfM-Modell zu Beginn der Umformung, welche im weiteren Verlauf jedoch verschwindet. Der Vergleich der Modelle bei 873 K zeigt große Unterschiede zwischen dem BCJ-Modell und dem EMMI- und IfM-Modell. Die Umformkraft wird beim BCJ-Modell wesentlich geringer als beim EMMI- und IfM-Modell prognostiziert. Zwischen dem EMMI- und IfM-Modell zeigt sich ebenfalls eine deutliche Abweichung, wobei die Umformkraft an der Fließgrenze identisch ist.

Insgesamt zeigt sich ein ähnliches Verhalten der Materialmodelle wie am Ein-Element-Test (siehe Abb. 4.1-1). Die Prognose des Werkstoffverhalten bei 293 K und 1373 K ist bei allen drei Modellen bis auf kleine Abweichungen fast identisch. Bei 873 K existieren jedoch deutlich Unterschiede der prognostizierten Umformkraft. Die Umformkraft beim BCJ-Modell wird zu niedrig vorhergesagt, was mit der mangelhaften Übereinstimmung mit den experimentell ermittelten Fließkurven in diesem Temperaturbereich zu erklären ist. Die Abweichungen zwischen EMMI- und IfM-Modell sind ebenfalls durch die unterschiedlichen Übereinstimmungen mit den Versuchsdaten zu erklären, wobei die Übereinstimmung beim IfM-Modell am größten ist. Somit liefert das IfM-Modell die plausibelsten Ergebnisse bei allen drei Anfangstemperaturen.

Ein Vergleich der Umformkraft zwischen dem IfM-Modell mit thermomechanisch konsistenter Wärmeberechnung und dem IfM-Modell mit TAYLOR-QUINNEY-Ansatz zur Temperaturberechnung zeigt identische Kurvenverläufe. Dies ist mit der Lokalisierung der plastischen Deformationen im Kern der Probe verbunden, wodurch hier ein großer Temperaturanstieg zu erwarten ist. Auf die gesamte Probe betrachtet ist dieser Bereich jedoch sehr klein, wodurch dieser das Verhalten der Probe scheinbar kaum beeinflusst.

4.2.3 Temperaturentwicklung

Zunächst wird die Temperaturverteilung bei einer Anfangstemperatur von 293 K über den gesamten Zylinderquerschnitt verglichen (siehe *Abb. 4.2-4*). Dabei zeigt sich insgesamt eine sehr ähnliche Temperaturverteilung zwischen den untersuchten Materialmodellen, wobei bei allen Modellen die größte Temperaturerhöhung im Probenkern auftritt. Der Grund für die starke Temperaturentwicklung im Probenkern sind die dort auftretenden hohen plastischen Deformationen, während am oberen Rand keine plastischen Deformationen auftreten und daher die Temperatur dort nicht ansteigt. Eine genauere Betrachtung des Bereichs der höchsten Temperatur (roter Bereich) am Ende des Umformvorgangs in *Abb. 4.2-4* zeigt einen geringen Unterschied zwischen den Materialmodellen. Dabei ist der Bereich beim EMMI-Modell am größten und beim IfM-Modell mit TAYLOR-QUINNEY-Ansatz am kleinsten. Die Unterschiede in der Temperaturentwicklung im Probenkern (Element links unten) sind in *Abb. 4.2-5* verdeutlicht. Bei einer Anfangstemperatur von 293 K liegt die größte Abweichung zwischen dem EMMI- und IfM-Modell mit TAYLOR-QUINNEY-Ansatz. Der absolute Wert der Abweichung am Ende der Umformung beträgt 15,44 K, jedoch ist die relative Abweichung mit 3,3 % sehr gering. Bei einer Anfangstemperatur von 873 K kommt es zu großen Abweichungen in der Temperaturentwicklung, welche auf die unterschiedlichen Werte der viskoplastischen Arbeit zurückzuführen ist. Für das IfM-Modell ergibt sich der größte Wert für die viskoplastische Arbeit, welche zur höchsten Temperatur am Ende der Berechnung von 972,8 K führt. Dabei liegt die berechnete Temperatur bei Verwendung des IfM-Modells mit TAYLOR-QUINNEY-Ansatz mit 968,8 K leicht darunter. Die Temperatur am Ende des Umformprozesses beim EMMI-Modell

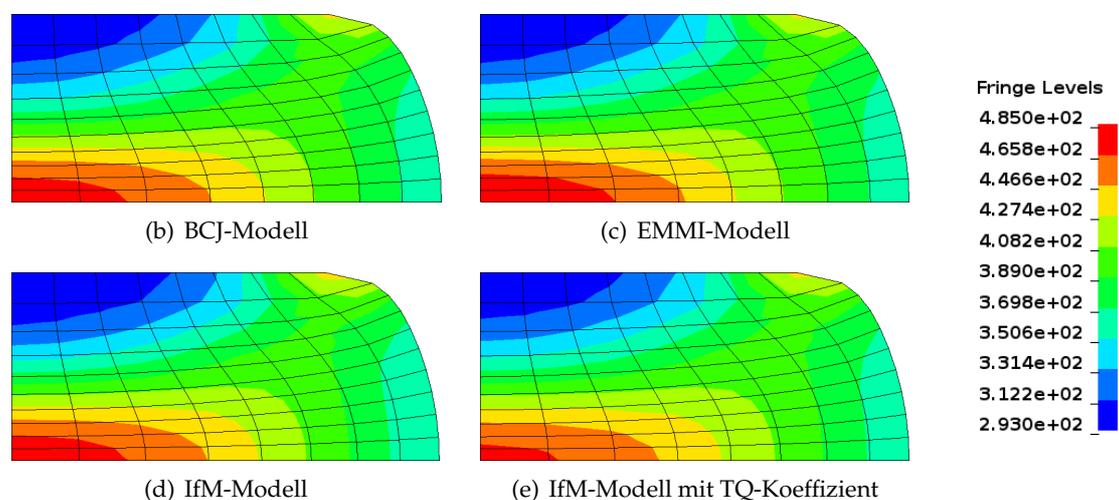


Abb. 4.2-4: Temperaturverteilung am Ende der Berechnungszeit bei einer Anfangstemperatur von 293 K

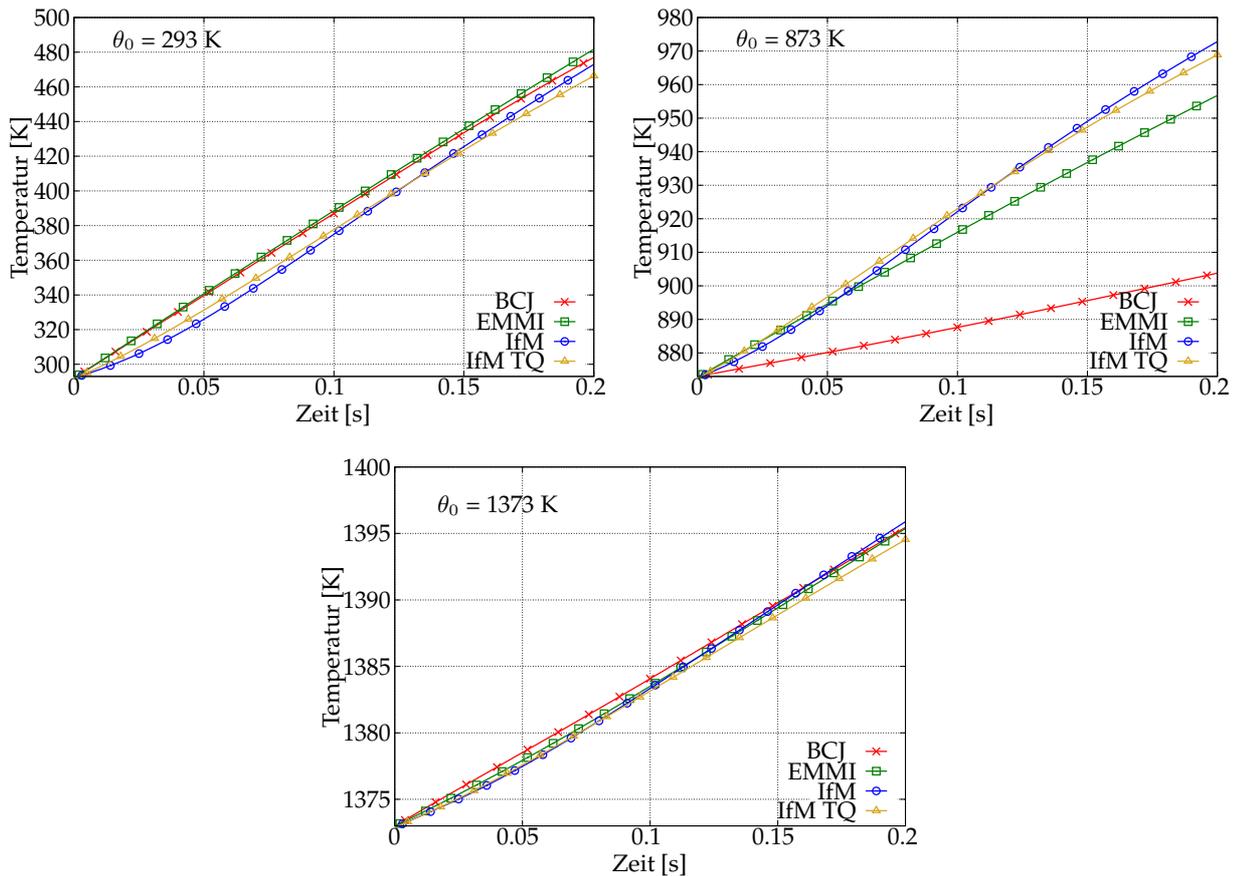


Abb. 4.2-5: Vergleich der Temperaturentwicklung im Probenkern bei einer Anfangstemperatur von 293 K, 873 K und 1373 K

liegt mit 956,7 K aufgrund der etwas geringeren viskoplastischen Arbeit unter der Temperatur des IfM-Modells. Beim BCJ-Modell wird die geringste viskoplastische Arbeit verrichtet, was zu einer deutlich geringeren Temperatur von 903,7 K führt. Bei einer Anfangstemperatur von 1373 K kommt es aufgrund der geringen viskoplastischen Arbeit nur zu einer geringen Temperaturerhöhung. Dabei stimmt die Endtemperatur bei allen Modellen sehr gut überein. Die größte Abweichung von 1,3 K existiert zwischen dem IfM-Modell und dem IfM-Modell mit TAYLOR-QUINNEY-Ansatz, wobei die relative Abweichung mit 0,1 % äußerst gering ist.

Abschließend lässt sich zusammenfassen, dass alle drei Materialmodelle bei 293 K und 1373 K sehr ähnliche Ergebnisse prognostizieren. Dabei existiert beim IfM-Modell nur ein geringer Unterschied in der Art der Temperaturberechnung, da die plastischen Deformationen hauptsächlich im Probenkern auftreten. In der Randzone treten nur geringe plastische Deformationen auf, sodass der Einfluss der Änderung des Temperaturfelds sich nicht stark auf das Verhalten der gesamten Probe auswirkt. Bei der Anfangstemperatur von 873 K weichen die berechneten Ergebnisse der Umformkraft und Temperatur deutlich voneinander ab. Dabei ist die berechnete Umformkraft des BCJ-Modells deutlich zu niedrig, wodurch der Temperaturanstieg ebenfalls zu gering ist. Das BCJ-Modell ist daher in dem Temperaturbereich von 293 K bis 1373 K nur für Raumtemperatur oder sehr hohe Temperaturen, jedoch nicht für dazwischenliegende Temperaturen, geeignet. Das EMMI-Modell liefert sehr ähnliche Ergebnisse wie das IfM-Modell. Es lässt sich aufgrund fehlender experimenteller Daten jedoch keine Aussage darüber machen, welches Materialmodell die Versuche besser wiedergibt.

4.2.4 Konvergenzverhalten und Rechenzeit

Konvergenzverhalten

Im Vergleich zum Ein-Element-Test, wo mit $1.0E-14$ für die Energienorm und $1.0E-8$ für die Verschiebungsnorm sehr strenge Konvergenztoleranzen gewählt werden, werden für den Zylinderstauchversuch schwächere Konvergenztoleranzen gewählt. Der Grund liegt in dem Abbruch der Berechnung infolge von Konvergenzproblemen bei Verwendung des EMMI-Modells (siehe Abb. 4.2-6). Des Weiteren führen die strengen Konvergenznormen zu sehr hohen Rechenzeiten beim BCJ-Modell, da hier das Konvergenzverhalten sehr schlecht ist. Als Konvergenztoleranz wird deshalb für die Energienorm der Wert $1.0E-8$ und für die Verschiebungsnorm der Wert $1.0E-4$ gewählt.

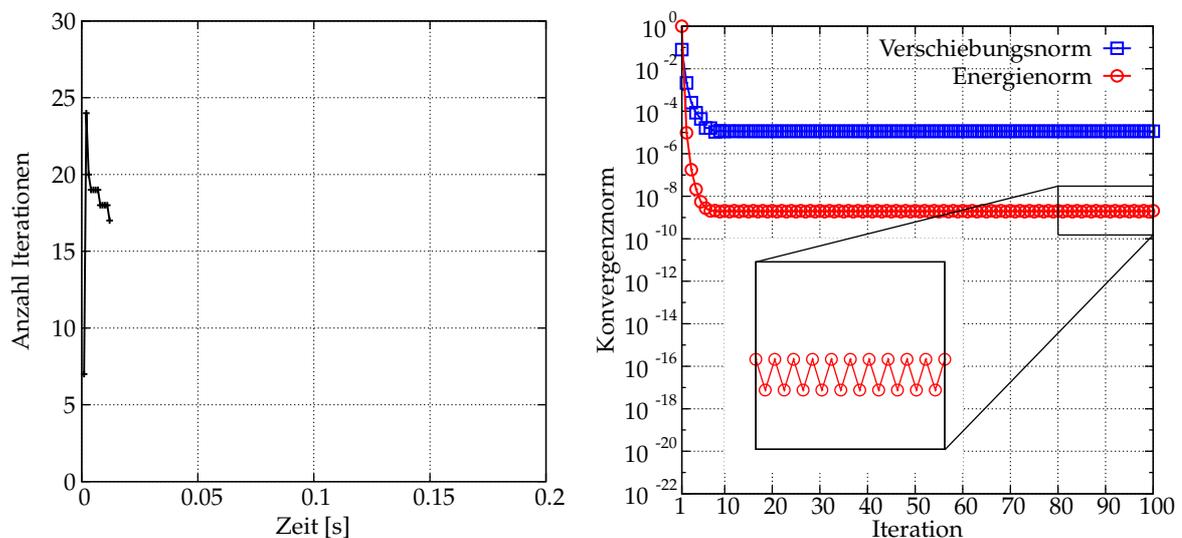


Abb. 4.2-6: Anzahl an Iterationen (links) und Darstellung der relativen Konvergenznormen (rechts) zum letzten konvergenten Zeitpunkt beim EMMI-Modell

Das Konvergenzverhalten des BCJ-, EMMI- und IfM-Modells bei einer Anfangstemperatur von 293 K ist in Abb. 4.2-7 (linke Spalte) dargestellt. Dabei wird zunächst die Anzahl an Iterationen über der gesamten Berechnungszeit verglichen. Für das BCJ-Modell zeigt sich zu Beginn ein sehr schlechtes Konvergenzverhalten von über 30 Iterationen, wobei sich die Anzahl an Iterationen zunächst auf 17 verringert und anschließend auf 18 erhöht. Ab einer Zeit von 0,1 s kommt es zu einem schwankenden Konvergenzverhalten bei einer Anzahl von 15 bis 22 Iterationen. Das EMMI-Modell und das IfM-Modell zeigen ein wesentlich besseres Konvergenzverhalten, wobei sich die Anzahl an Iterationen von 10 zu Beginn der Berechnung auf 4 beim EMMI-Modell und auf 5 beim IfM-Modell verringert.

Zum Vergleich des Konvergenzverhaltens werden die relative Verschiebungs- und Energienorm zum Zeitpunkt $t = 0,1$ s (100. Zeitschritt) ausgewertet. Die Konvergenzwerte sowie die jeweilige Konvergenztoleranz sind in Tab. 4.2-2 aufgeführt und in Abb. 4.2-7 (rechte Spalte) veranschaulicht. Insgesamt zeigt sich für kein Materialmodell die quadratische Konvergenz des NEWTON-RAPHSON-Verfahrens. Das Konvergenzverhalten beim BCJ-Modell ist dabei deutlich schlechter als das des EMMI- und IfM-Modells. Auffällig bei allen Konvergenzverläufen ist die geringer werdende Konvergenzgeschwindigkeit. Beim BCJ-Modell ist dieser Effekt am stärksten ausgeprägt, wobei ein asymptotisch linearer Verlauf resultiert. Daraus ergibt sich ei-

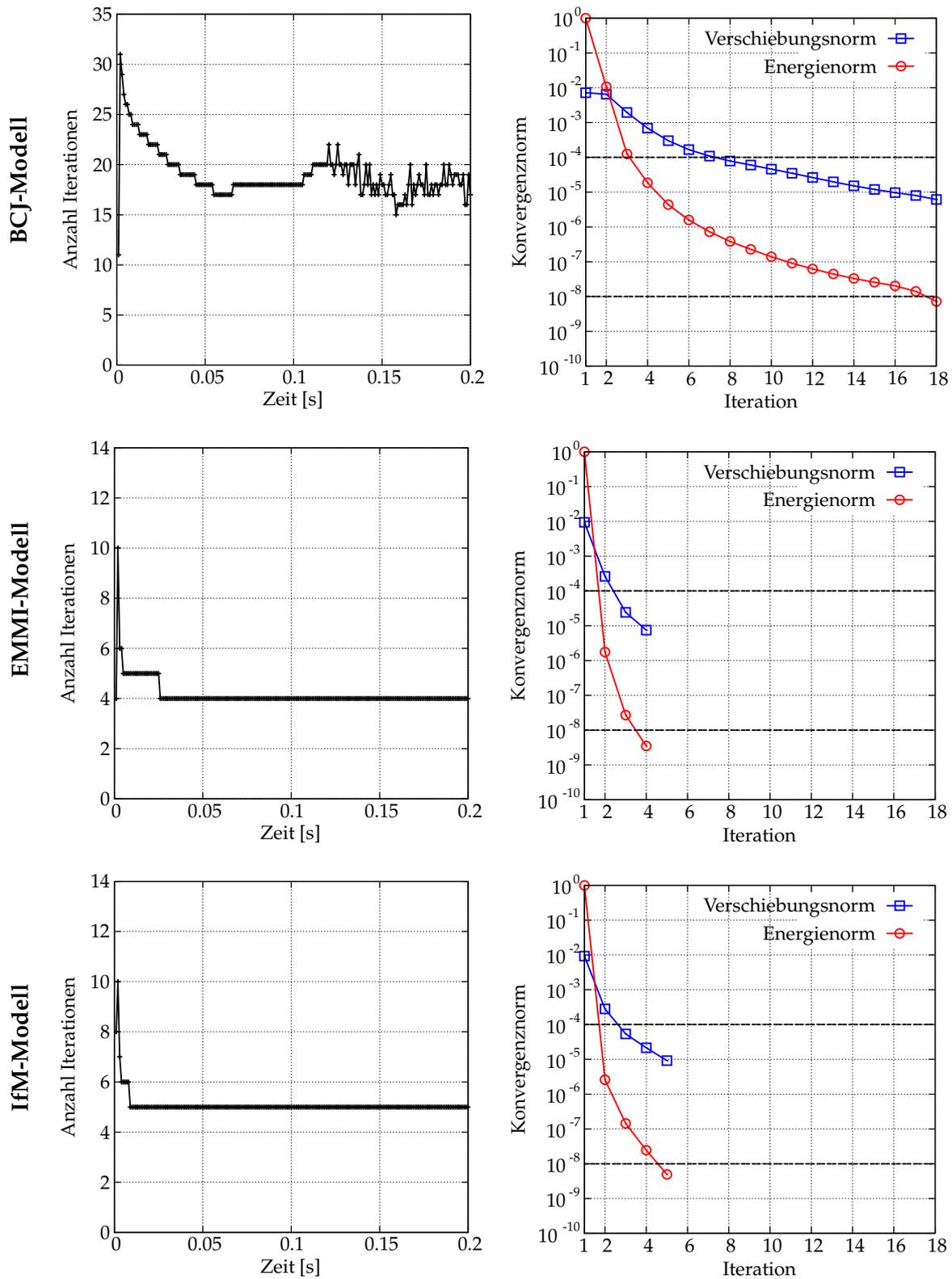


Abb. 4.2-7: Vergleich der Anzahl an Iterationen (linke Spalte) und Darstellung der relativen Konvergenznormen (rechte Spalte) zum Zeitpunkt $t = 0,1$ s (100. Zeitschritt)

ne Konvergenz bei einer Anzahl an 18 Iterationen. Das EMMI-Modell benötigt zum Erreichen der Konvergenztoleranzen 4 Iterationen und das IfM-Modell 5 Iterationen.

Tab. 4.2-2: Vergleich der Konvergenznormen zum Zeitpunkt $t = 0,1$ s (100. Zeitschritt)

Iteration	relative Verschiebungsnorm			relative Energienorm		
	BCJ-Modell	EMMI-Modell	IfM-Modell	BCJ-Modell	EMMI-Modell	IfM-Modell
1	7.173E-03	9.405E-03	9.288E-03	1.000E+00	1.000E+00	1.000E+00
2	6.540E-03	2.623E-04	2.813E-04	1.075E-02	1.747E-06	2.603E-06
3	1.949E-03	2.420E-05	5.365E-05	1.258E-04	2.710E-08	1.441E-07
4	6.878E-04	7.492E-06	2.147E-05	1.861E-05	3.477E-09	2.451E-08
5	3.003E-04		9.204E-06	4.396E-06		4.942E-09
6	1.663E-04			1.580E-06		
7	1.088E-04			7.243E-07		
8	7.848E-05			3.822E-07		
9	6.007E-05			2.276E-07		
10	4.590E-05			1.394E-07		
11	3.501E-05			9.075E-08		
12	2.626E-05			6.202E-08		
13	1.983E-05			4.439E-08		
14	1.519E-05			3.299E-08		
15	1.195E-05			2.572E-08		
16	9.726E-06			2.026E-08		
17	8.000E-06			1.401E-08		
18	6.147E-06			7.213E-09		
Konvergenz- toleranz	1.000E-04	1.000E-04	1.000E-04	1.000E-08	1.000E-08	1.000E-08

Rechenzeit

Die Rechenzeit einer quasistatischen FE-Berechnung mit dem NEWTON-RAPHSON-Verfahren hängt im hohen Maß vom Konvergenzverhalten ab. Dabei wird die tangentialsteifigkeitsmatrix zu jedem Iterationsschritt neu gebildet, was einen großen Teil der Berechnungszeit in Anspruch nimmt. Je niedriger die Anzahl an Iterationen zum Erreichen der Konvergenztoleranzen ist, desto geringer ist die Rechenzeit.

Zum Vergleich der Rechenzeit mit dem NEWTON-RAPHSON-Verfahren wird die CPU-Zeit aus dem LS-DYNA Message-File ausgewertet. Die Rechenzeiten bei Verwendung der drei Materialmodelle sind in Tab. 4.2-3 zusammengefasst. Dabei ergibt sich für das BCJ-Modell aufgrund des schlechten Konvergenzverhaltens die höchste Rechenzeit von 4 Minuten und 49 Sekunden. Für das EMMI-Modell ergibt sich eine Rechenzeit von 1 Minute und 7 Sekunden bzw. für das IfM-Modell eine Rechenzeit von 1 Minute und 37 Sekunden. Das EMMI-Modell ist somit gegenüber dem BCJ-Modell um den Faktor 4,31 schneller und das IfM-Modell um den Faktor 2,97. Somit benötigt das EMMI-Modell aufgrund des schnellsten Konvergenzverhaltens die geringste Rechenzeit.

Neben dem NEWTON-RAPHSON-Verfahren wird eine weitere Berechnung mit dem BFGS-Ver-

Tab. 4.2-3: Vergleich der Rechenzeit (CPU-Zeit) bei Full-Newton Verfahren und modifiziertem Newton-Verfahren

	BCJ-Modell	EMMI-Modell	Abw. BCJ	IfM-Modell	Abw. BCJ
NEWTON-RAPHSON	4 min 49 s	1 min 7 s	4,31	1 min 37 s	2,97
Mod. BFGS	50 s	24 s	2,08	36 s	1,39
Zeitersparnis = $\frac{t_{NR}}{t_{BFGS}}$	5,78	2,79		2,69	

fahren zur Lösung des nichtlinearen Gleichungssystems durchgeführt. Dabei handelt es sich um ein Quasi-NEWTON-Verfahren bei dem die Inverse der tangentialen Steifigkeitsmatrix über eine Sekantenmethode approximiert wird ([Wriggers, 2001, S. 151f]). Durch die Approximation kann das nichtlineare Gleichungssystem effizient gelöst werden. Wird die tangentiale Steifigkeitsmatrix nicht in jedem Iterationsschritt aktualisiert, sondern nur nach einer vorgegebenen Anzahl an Iterationsschritten, reduziert sich die Rechenzeit erheblich. Diese Variante wird in der Literatur (z. B. [Wriggers, 2001, S. 150f]) als modifiziertes NEWTON-Verfahren bezeichnet. Insbesondere eine Kombination des BFGS-Verfahren mit dem modifizierten NEWTON-Verfahren führt zu einer deutlichen Effizienzsteigerung und wird im Folgenden als modifiziertes BFGS-Verfahren bezeichnet. Dabei wird trotz geringerer Konvergenzgeschwindigkeit in der Regel eine niedrige Rechenzeit erzielt, da der Aufwand zur Berechnung der tangentialen Steifigkeitsmatrix reduziert wird.

Für die Berechnung der Zylinderstauchprobe mit dem modifizierten BFGS-Verfahren sind die Rechenzeiten in *Tab. 4.2-3* zusammengefasst, wobei diese mit den Rechenzeiten des NEWTON-RAPHSON-Verfahrens verglichen werden. Die Aktualisierung der tangentialen Steifigkeitsmatrix bei Verwendung des modifizierten BFGS-Verfahren wird dabei alle 10 Iterationsschritte durchgeführt. Es zeigt sich bei allen drei Materialmodellen eine deutlich geringere Rechenzeit bei Verwendung des modifizierten BFGS-Verfahrens. Die Zeitersparnis ist beim BCJ-Modell mit dem Faktor $\frac{t_{NR}}{t_{BFGS}} = 5,8$ am größten. Beim EMMI-Modell ergibt sich durch Verwendung des modifizierten NEWTON-Verfahrens eine Zeitersparnis von dem Faktor 2,79 bzw. beim IfM-Modell eine Zeitersparnis von dem Faktor 2,69. Insgesamt ist die Verwendung des modifizierten BFGS-Verfahrens durch die Rechenzeiterparnis empfehlenswert.

4.3 Mehrstufiger Zylinderstauchversuch mit Abkühlungsphase

Um den Grad der Komplexität zu erhöhen, wird der in *Kap. 4.2* untersuchte Zylinderstauchversuch auf einen zweistufigen Umformprozess mit Abkühlungsphase erweitert. Der erste Umformschritt entspricht dabei einem Warmumformprozess und der zweite Umformschritt einem Kaltumformprozess. Zum Vergleich der Materialmodelle werden die Endgeometrie, die Umformkraft und die Temperaturentwicklung im Probenkern herangezogen.

4.3.1 Prozessführung

Als erster Umformschritt wird die Zylinderstauchprobe in einer Zeit von 0,2 s um 20 % gestaucht, wobei die Umformtemperatur 1373 K beträgt. Das verformte FE-Netz am Ende des ersten Umformschritts sowie der Zeit-Verschiebungs-Verlauf sind in *Abb. 4.3-1* dargestellt. Nach dem ersten Umformschritt folgt eine Abkühlungsphase mit einer Dauer von 1000 s. Dabei wird die Temperatur mittels Konvektion über die Zylinderoberfläche abgegeben. Die Umsetzung in der FE-Software LS-DYNA erfolgt durch das Keyword *BOUNDARY_CONVECTION_SET, wobei als Umgebungstemperatur 293 K und als Wärmeübergangskoeffizient² 1000 W/(m² K) verwendet wird.

Die Temperaturentwicklung während der Abkühlungsphase am Rand und Kern des Zylinders

²Der verwendete Wärmeübergangskoeffizient ist angelehnt an den Wärmeübergangskoeffizienten von Stahl zu Wasser unter freier Konvektion.

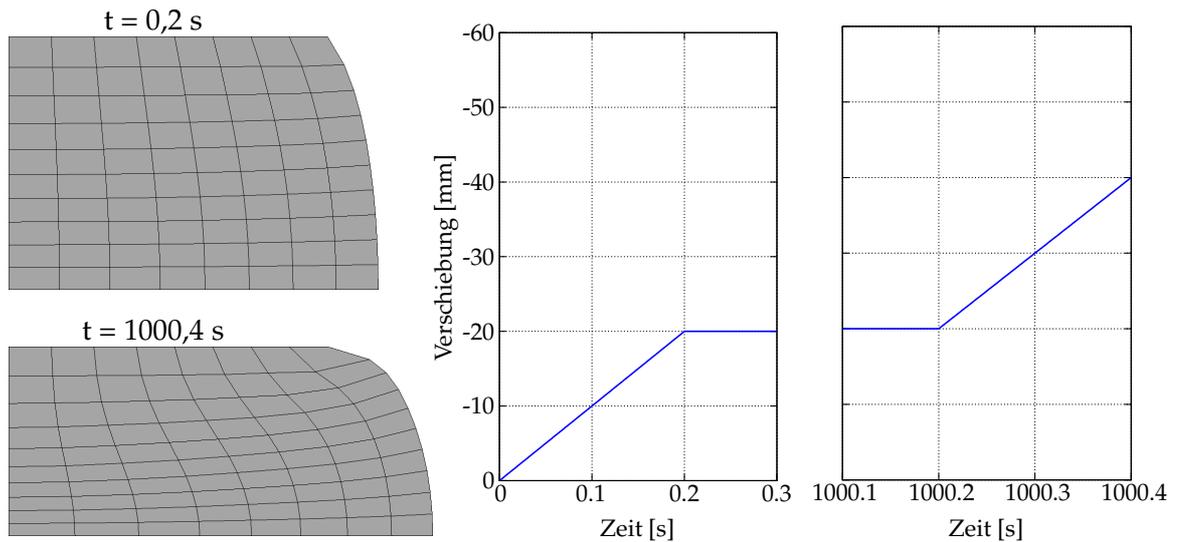


Abb. 4.3-1: Deformierte Lage des Zylinders nach der ersten Umformstufe bei 0,2 s und nach der zweiten Umformstufe bei 1000,4 s sowie Zeit-Verschiebungs-Verlauf

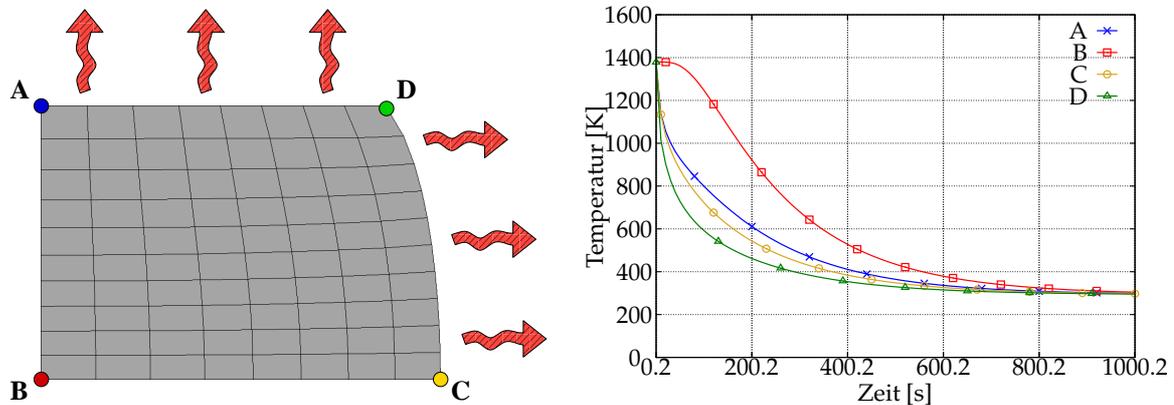


Abb. 4.3-2: Temperaturentwicklung während der Abkühlungsphase am Rand und Kern des Zylinders

ist in Abb. 4.3-2 dargestellt. Durch die Konvektion an der Zylinderoberfläche erfolgt eine schnelle Abkühlung am Rand. Der Kern der Zylinderstauchprobe kühlt nur langsam ab, was durch den geringen Wärmeleitkoeffizienten von Stahl (hier $45 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$) zu erklären ist. Am Ende der Abkühlungsphase beträgt die Temperatur im Zylinder durchgängig ca. 300 K. Durch die Abkühlung kommt es zur Schrumpfung des Materials, wobei die Schrumpfung an der Stirnseite durch die Verschiebungsrandbedingung verhindert wird. Die Umsetzung der thermischen Dehnung in LS-DYNA erfolgt durch das Keyword `*MAT_ADD_THERMAL_EXPANSION` mit einem Wärmeausdehnungskoeffizienten von $12,0\text{E-}6 \text{ 1/K}$.

Nach der Abkühlungsphase erfolgt ein weiterer Umformschritt bei ca. 300 K, der somit einer Kaltumformung entspricht. Der Zylinder wird dabei in einer Zeit von 0,2 s um 20 % gestaucht, wodurch sich eine Gesamtstauchung von 40 % ergibt. Das verformte FE-Netz am Ende des zweiten Umformschritts sowie der Zeit-Verschiebungs-Verlauf sind in Abb. 4.3-1 dargestellt.

4.3.2 Endgeometrie und Umformkraft

Analog zu den Auswertungen in Kap. 4.2 wird zunächst der Radius in der Probenmitte sowie die Umformkraft ausgewertet. Der Verlauf des Radius ist in Abb. 4.3-3 für das BCJ-, EMMI-

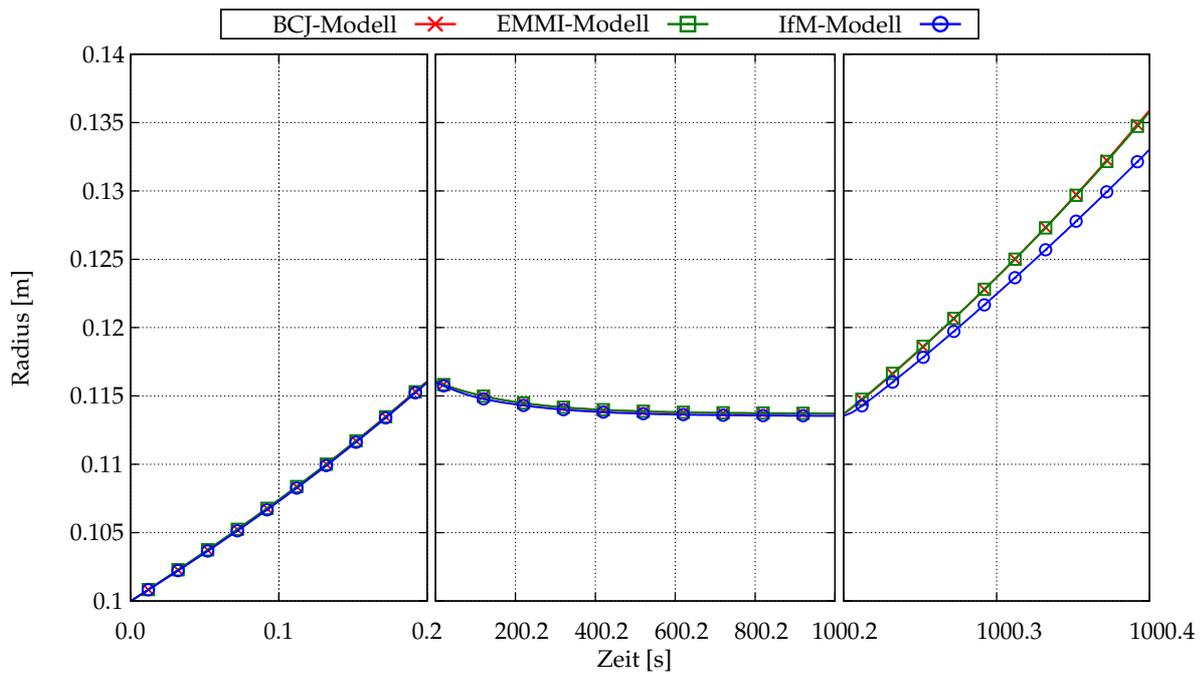


Abb. 4.3-3: Verlauf des Radius in der Probenmitte beim mehrstufigen Zylinderstauchversuch mit Abkühlungsphase

und IfM-Modell gegenübergestellt. Es zeigt sich ein fast identischer Verlauf für den ersten Umformschritt und für die Abkühlungsphase bei allen drei Modellen. Dabei nimmt der Radius zunächst aufgrund der Umformung zu und anschließend zu Beginn der Abkühlungsphase leicht ab, was auf die Schrumpfung des Materials zurückzuführen ist. Eine deutliche Abweichung zwischen dem IfM-Modell und den beiden anderen Modellen lässt sich während des zweiten Umformschritts feststellen. Dabei liegt der mit dem IfM-Modell berechnete Radius unter dem Radius des BCJ- bzw. EMMI-Modells.

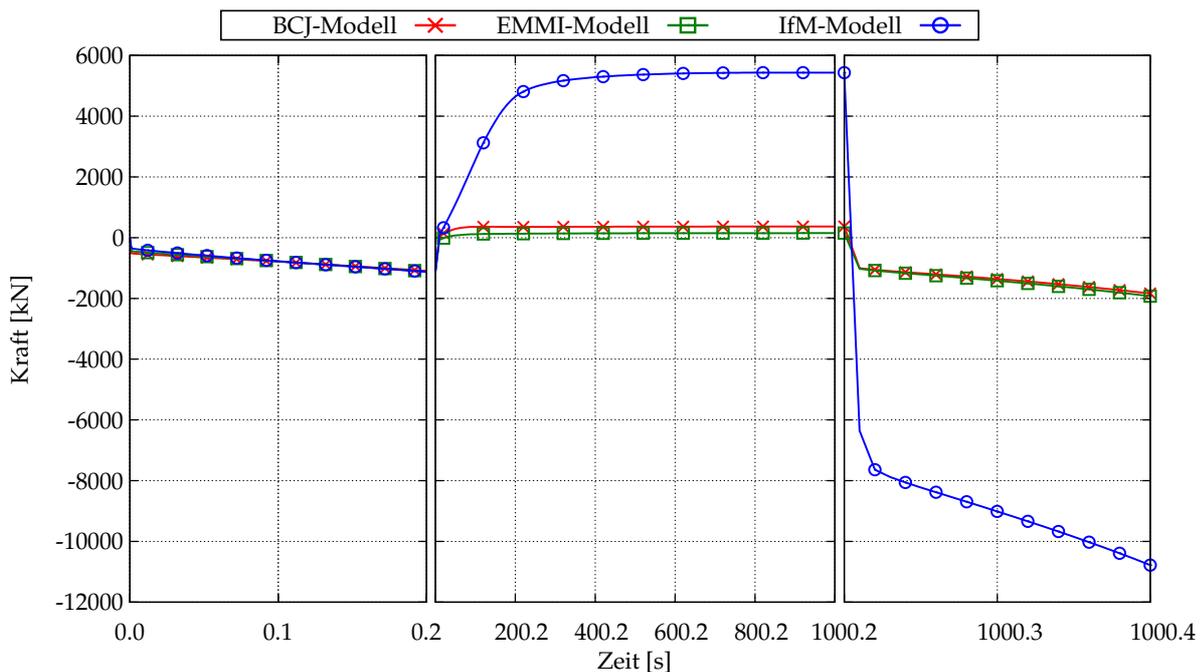


Abb. 4.3-4: Verlauf der Umformkraft beim mehrstufigen Zylinderstauchversuch mit Abkühlungsphase

Der Verlauf der Umformkraft in *Abb. 4.3-4* zeigt eine sehr gute Übereinstimmung der Materialmodelle während des ersten Umformschritts, wobei zu Beginn minimale Abweichungen existieren. Während der Abkühlungsphase treten bei allen drei Modellen Zugspannungen auf, wobei die Spannung beim BCJ- und EMMI-Modell nur sehr gering sind, während die Spannung beim IfM-Modell deutlich höher liegt. Der darauf folgende zweite Umformschritt zeigt ebenfalls sehr große Abweichungen zwischen dem IfM-Modell und den beiden anderen Modellen. Die großen Unterschiede in der Umformkraft während der Abkühlphase und dem zweiten Umformschritt können durch einen Vergleich der Temperaturentwicklung erläutert werden.

4.3.3 Temperaturentwicklung

Der Vergleich der Temperaturentwicklung im Probenkern ist in *Abb. 4.3-5* dargestellt. Dabei wird für das BCJ- und das EMMI-Modell zum einen die globale Temperatur und zum anderen die Temperatur in der Material-History (beim BCJ-Modell an der Stelle 7 und beim EMMI-Modell an der Stelle 10) ausgewertet. Mit globaler Temperatur ist die Temperatur gemeint, welche in PrePost auf dem Eintrag *Temperature* hinterlegt ist. Beim BCJ- und EMMI-Modell wird die Temperatur mittels TAYLOR-QUINNEY-Ansatz aus der viskoplastischen Arbeit berechnet. Beim IfM-Modell wird die dissipierte Arbeit in der Materialroutine berechnet und in der thermischen Subroutine als Wärmequelle dem übergeordneten Programm übergeben.

Ein Vergleich des Temperaturverlaufs zeigt eine Erhöhung der Temperatur während des ersten Umformschritts beim IfM-Modell sowie dem Temperaturwert der Material-History beim BCJ- und EMMI-Modell. Der Wert der globale Temperatur bleibt beim BCJ- und EMMI-Modell hingegen konstant. Daraus lässt sich vermuten, dass die Temperaturerhöhung aufgrund der verrichteten viskoplastischen Arbeit nur innerhalb der Material-History abgespeichert wird und nicht an das übergeordnete Programm weitergegeben wird.

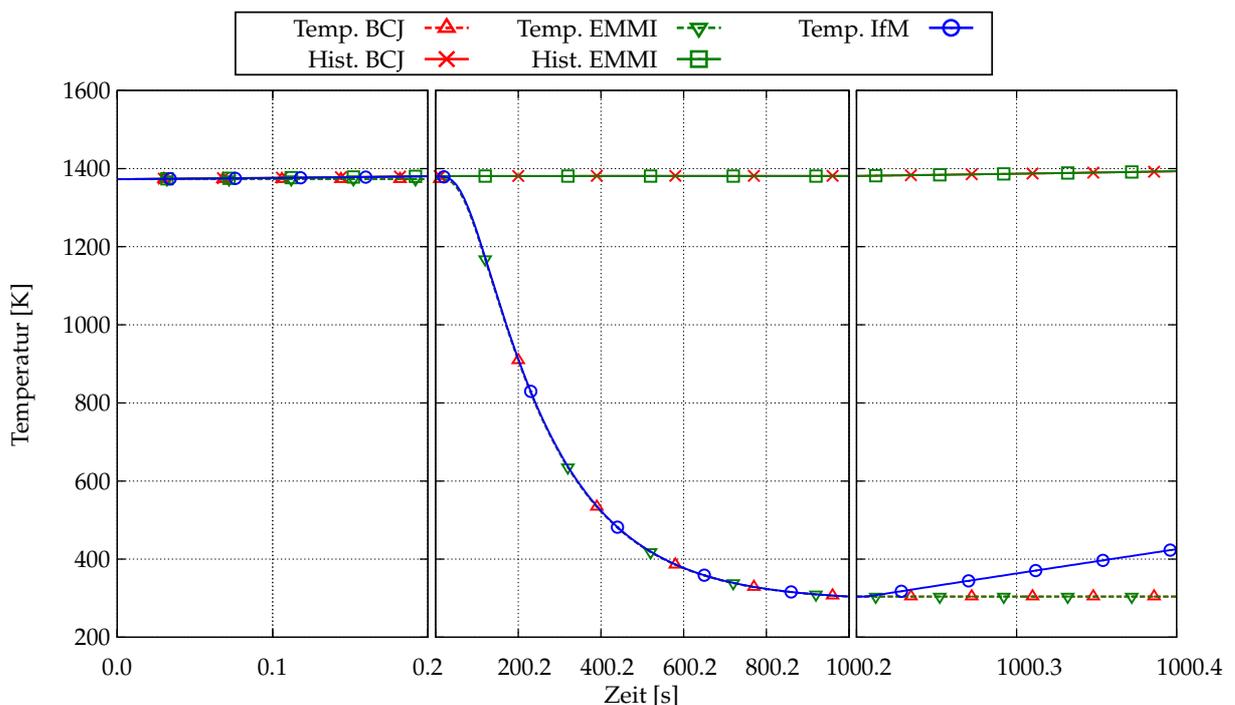


Abb. 4.3-5: Verlauf der Temperatur im Probenkern beim mehrstufigen Zylinderstauchversuch mit Abkühlungsphase

In der nachfolgenden Abkühlphase bleibt der Wert auf der Material-History beim BCJ- und EMMI-Modell konstant, während sich der Wert der globale Temperatur verringert. Während des zweiten Umformschritts erhöht sich die Temperatur des BCJ- und EMMI-Modells auf der Material-History, während der Wert der globale Temperatur konstant bleibt. Somit wirkt sich eine Änderung der Temperatur von Außen nicht auf den Temperaturwert der Material-History aus. Es scheint, dass der Temperaturwert der Material-History als Eingangsgröße für die temperaturabhängigen Gleichungen dient. Somit würde keine vollständige Kopplung zwischen Verschiebungs- und Temperaturfeld vorliegen. Beim IfM-Modell wird durch die Weitergabe der durch den Dissipationsprozess erzeugten Wärme an das übergeordnete Programm eine vollständige Kopplung zwischen Verschiebungs- und Temperaturfeld erreicht.

Mit der Annahme, dass beim BCJ- und EMMI-Modell die Temperatur auf der Material-History verwendet wird, sind die unterschiedlichen Endgeometrie in *Abb. 4.3-3* und die Umformkraft in *Abb. 4.3-4* erklärbar. Während der Abkühlphase stellen sich beim IfM-Modell starke Zugspannungen ein, da eine Schrumpfung an der Stirnseite verhindert wird. Diese Zugspannungen treten beim BCJ- und EMMI-Modell nur minimal auf, wobei hier allein die Elementverzerrung dafür verantwortlich ist. Da während des zweiten Umformschritts die Temperatur auf der Material-History des BCJ- bzw. EMMI-Modells nahezu identisch mit der Anfangstemperatur ist und es sich somit um einen Warmumformprozess handelt, ist die benötigte Umformkraft deutlich geringer als beim IfM-Modell. Die deutlich größere Temperatur beim BCJ- und EMMI-Modell während des zweiten Umformschritts führt zu einem größeren Radius in der Probenmitte, da das Material weicher ist und sich mehr verformt.

4.4 Simultane Kalt-/Warmumformung einer Flanschswelle

Als komplexer Umformprozess wird zum Vergleich der Materialmodelle die simultane Kalt-/Warmumformung einer Flanschswelle betrachtet. Der experimentelle Versuchsablauf sowie die FE-Modellierung werden in [Bröcker, 2014, S. 165ff.] ausführlich dargestellt und im Folgenden kurz zusammengefasst.

4.4.1 FE-Modellierung

Der Prozessablauf besteht aus drei Phasen:

- Aufheizphase ($t_0 = 0,0 \text{ s} - t_1 = 23,8 \text{ s}$)
- Umformschritt ($t_1 = 23,8 \text{ s} - t_2 = 27,0 \text{ s}$)
- Abkühlphase ($t_2 = 27,0 \text{ s} - t_3 = 55,0 \text{ s}$)

Während des Umformschritts wird der aufgeheizte Bereich in der Wellenmitte durch Warmumformung zu einem Flansch geformt. Die Wellenenden werden durch Kaltumformung zu einem Konus geformt. Nach dem Umformschritt verbleibt die Flanschswelle weitere 28 Sekunden unter einer Druckkraft von 1000 kN im Gesenk. Dadurch kann die Wärme von der Welle in das Gesenk fließen, wodurch sich die Welle abkühlt und sich das Gesenk leicht erwärmt. Die Temperaturverteilung während des Prozesses bei drei unterschiedlichen Zeiten ist in *Abb. 4.4-1* dargestellt. Zum Vergleich der Materialmodelle werden die Endgeometrie, die Umformkraft und

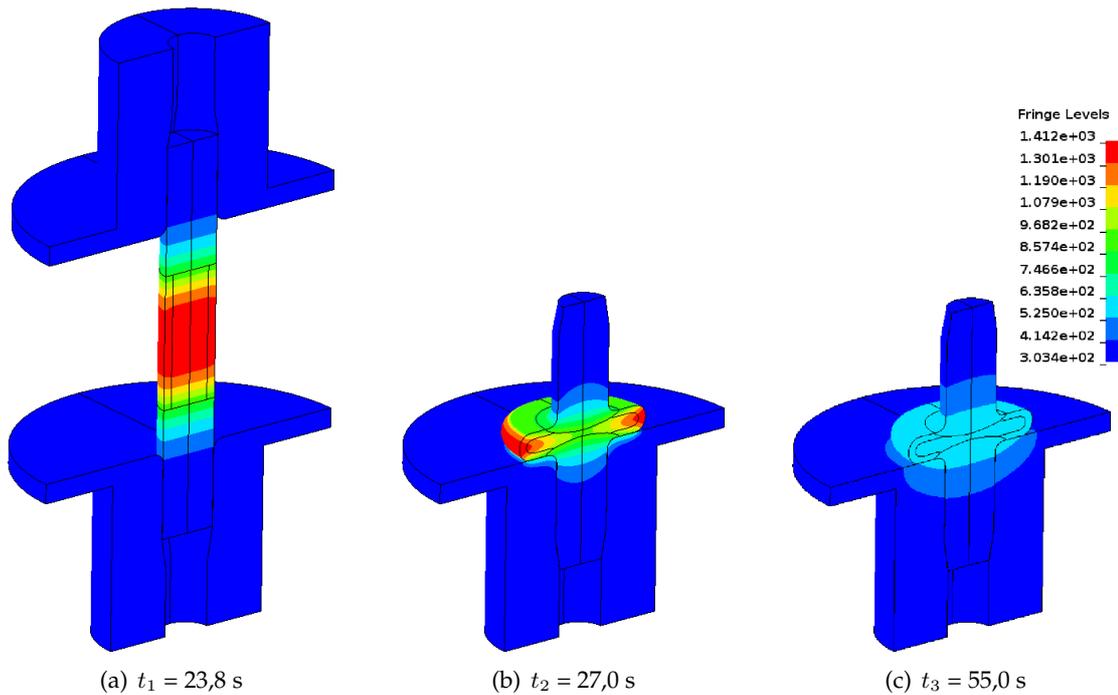


Abb. 4.4-1: Temperaturverteilung in der Flanschswelle am Ende der Aufheizphase ($t_1 = 23,8$ s), am Ende des Umformschritts ($t_2 = 27,0$ s) und am Ende der Abkühlphase ($t_3 = 55,0$ s)

die Temperaturentwicklung im Kern der Flanschnitte betrachtet. Dabei erfolgt die Berechnung bei expliziter und impliziter Zeitdiskretisierung, wobei die Berechnung mit dem BCJ-Modell jedoch nur explizit möglich ist. Die Verwendung der impliziten Zeitdiskretisierung beim BCJ-Modell führt direkt nach der Aufheizphase, also zu Beginn des Umformschritts, zum Abbruch der Berechnung. Somit kann der Vergleich des Konvergenzverhaltens und der Rechenzeit nicht für das BCJ-Modell durchgeführt werden.

4.4.2 Endgeometrie und Umformkraft

Die Endgeometrie der Flanschswelle im Gesenk ist für das BCJ-Modell bei expliziter FE-Berechnung, für das EMMI-Modell bei expliziter und impliziter FE-Berechnung mit dem modifizierten BFGS-Verfahren sowie für das IfM-Modell bei expliziter und impliziter FE-Berechnung mit dem modifizierten BFGS-Verfahren in Abb. 4.4-2 dargestellt. Ein Vergleich der Wellenlänge l , Flanschdicke h und des Flanshdurchmessers d in Tab. 4.4-1 bei expliziter und impliziter FE-Berechnung mit dem modifizierten BFGS-Verfahren (impl. BFGS) sowie impliziter FE-Berechnung mit dem NEWTON-RAPHSON-Verfahren (impl. NR) zeigt eine starke Abweichung zwischen den Modellen. Dabei ist der Flansch beim BCJ- und EMMI-Modell im Vergleich zum IfM-Modell weniger stark ausgeprägt und die Wellenlänge deutlich größer. Des Weiteren ist eine Abweichung zwischen expliziter und impliziter FE-Berechnung beim EMMI- und IfM-Modell feststellbar. Der Grund der Abweichung liegt in der Durchdringung im Kontaktbereich der Welle mit dem Gesenk, was vor allem beim EMMI-Modell deutlich sichtbar ist.

Ein Vergleich der Umformkraft während des Umformschritts in Abb. 4.4-4 zeigt ebenfalls eine große Abweichung zwischen den drei verwendeten Materialmodellen. Dabei liegt die maximale Umformkraft bei der Berechnung mit dem EMMI-Modell mit ca. 3000 kN deutlich über der maximalen Umformkraft bei der Berechnung mit dem IfM-Modell von ca. 1000 kN. Der Ver-

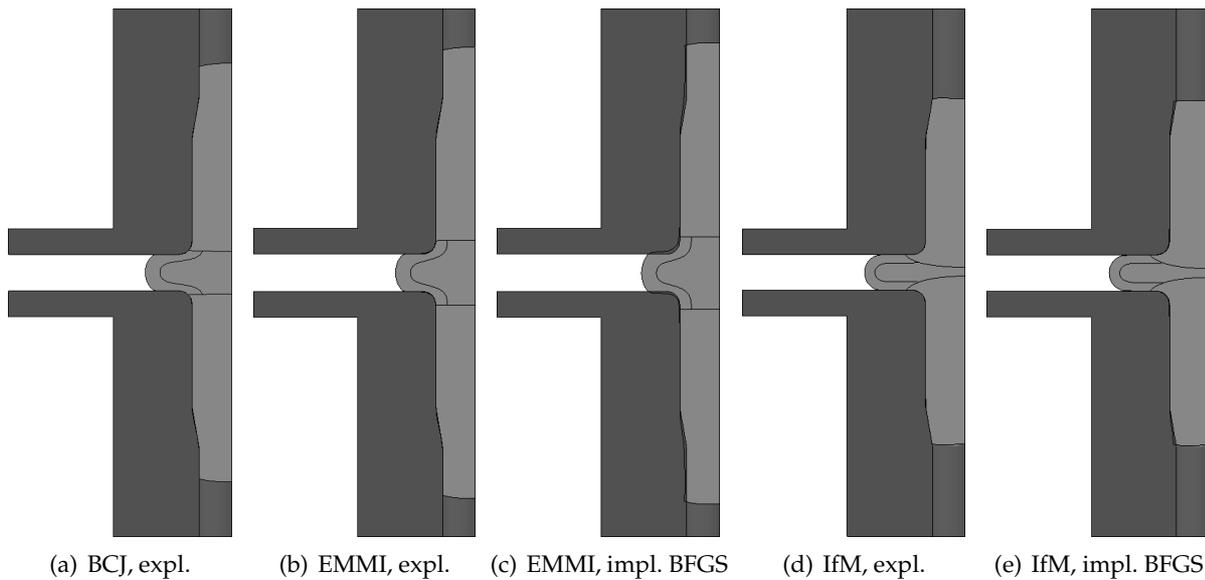
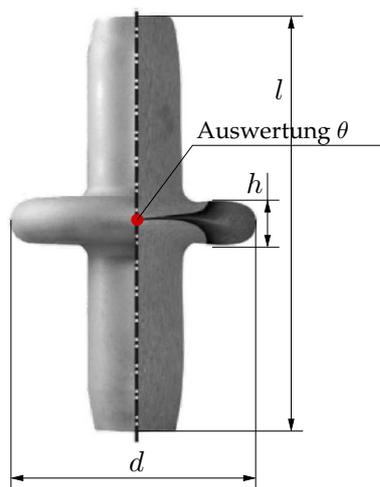


Abb. 4.4-2: Darstellung der Endgeometrie der Flanschelle im Gesenk bei Verwendung des BCJ-, EMMI- und IfM-Modells



Tab. 4.4-1: Berechnete Endgeometrie der Flanschelle mit unterschiedlichen Materialmodellen

	l [mm]	h [mm]	d [mm]
BCJ, expl.	161,77	14,03	65,94
EMMI, expl.	174,58	14,40	61,16
EMMI, impl. BFGS	178,55	15,99	59,40
EMMI, impl. NR	174,02	16,62	60,82
IfM, expl.	133,30	13,62	76,79
IfM, impl. BFGS	132,95	13,89	76,44
IfM, impl. NR	132,60	13,79	76,52

Abb. 4.4-3: Endgeometrie der Flanschelle (i. A. a. [Bröcker, 2014, S. 180])

lauf der Umformkraft bei der Berechnung mit dem BCJ-Modell ist zunächst identisch mit dem Verlauf bei Verwendung des EMMI-Modells, erreicht jedoch nur eine maximale Umformkraft von ca. 1800 kN. Die großen Unterschiede in der Umformkraft können durch einen Vergleich der Temperaturentwicklung erläutert werden.

Ein Vergleich des expliziten mit den beiden impliziten FE-Berechnungsergebnissen beim EMMI-Modell zeigt eine geringere Umformkraft gegen Ende des Umformschritts. Dabei ist die Abweichung bei Verwendung des modifizierten BFGS-Verfahrens größer als bei Verwendung des NEWTON-RAPHSON-Verfahrens. Dies ist auf eine Durchdringung im Kontaktbereich der Welle mit dem Gesenk zurückzuführen, wodurch weniger Kraft benötigt wird. Beim IfM-Modell stimmen der Verlauf der expliziten Berechnung und der beiden impliziten Berechnungen sehr gut überein, wobei nur geringe Durchdringungen im Kontaktbereich auftreten.

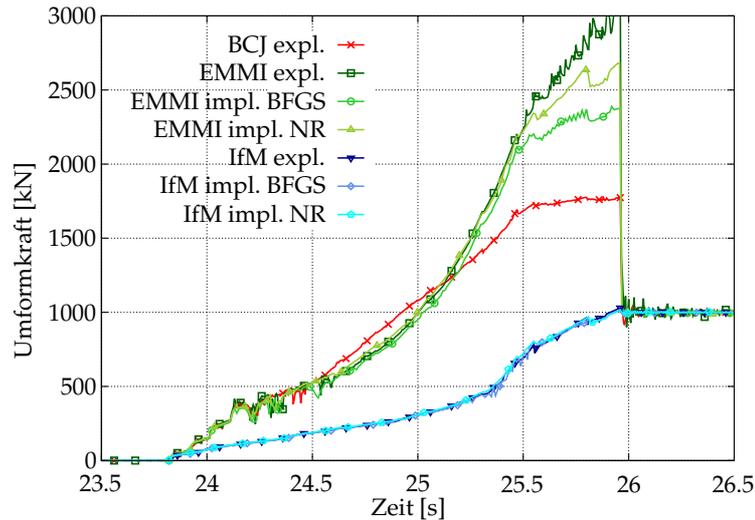


Abb. 4.4-4: Verlauf der Umformkraft während des Umformschritts

4.4.3 Temperaturentwicklung

Die oben erläuterten Abweichungen zwischen dem IfM-Modell und dem BCJ- und EMMI-Modell sind anhand der Temperaturverläufe in Abb. 4.4-5 zu erklären, wobei die Temperatur im Kern der Flanschmitte (siehe Abb. 4.4-3) ausgewertet wird. Beim BCJ- und EMMI-Modell wird neben der globale Temperatur auch die Temperatur in der Material-History ausgewertet.

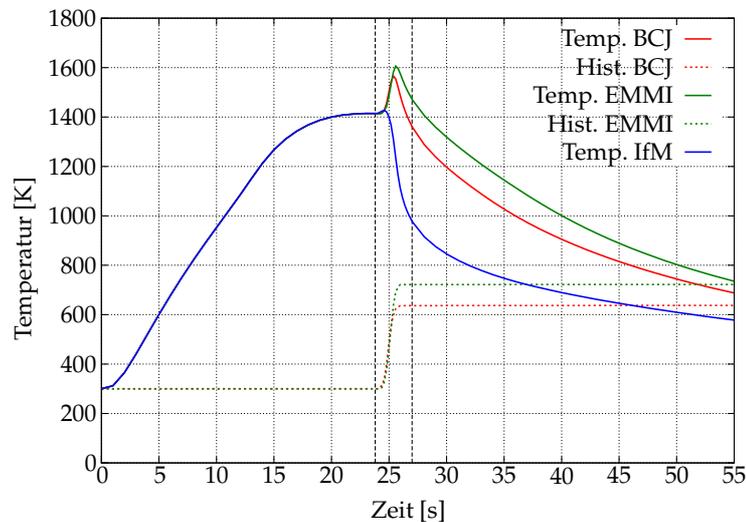


Abb. 4.4-5: Verlauf der Temperatur im Kern der Flanschmitte

Der Verlauf der Temperatur beim BCJ- und EMMI-Modell zeigt einen Anstieg aufgrund der Aufheizphase, während die Temperatur auf der Material-History konstant bleibt. Während des Umformprozesses erhöht sich die globale Temperatur stark, was auf die Berechnung der plastischen Arbeit durch das übergeordnete Programm zurückzuführen ist.³ Parallel dazu erhöht sich die Temperatur auf der Material-History. Wie schon in Kap. 4.3 erläutert, besteht vermut-

³Die Berechnung der Temperaturerhöhung durch das übergeordnete Programm wird durch den TAYLOR-QUINNEY-Koeffizienten $f_{work} = 0,95$ innerhalb des Keywords *CONTROL_THERMAL_SOLVER kontrolliert. Für die spezifische Wärmekapazität und den Wärmeleitkoeffizienten wird über das Keyword *MAT_THERMAL_ISOTROPIC_TD_LC eine Temperaturabhängigkeit vorgegeben.

lich beim BCJ- und EMMI-Modell keine vollständige Kopplung zwischen mechanischen und thermischen Feldgrößen. Der beim EMMI-Modell für ein von außen vorgegebenes Temperaturprofil vorgesehene Schalter *DELASO* zeigt für die Temperaturoption *externally driven* keinen Einfluss. Dadurch wird eine Änderung des Temperaturfelds von außen vermutlich nicht in den Materialeigenschaften berücksichtigt. Somit wird letztendlich beim BCJ- und EMMI-Modell ein Kaltumformprozess berechnet, was sich in einer deutlich höheren Umformkraft und einer veränderten Endgeometrie der Flanschswelle zeigt.

4.4.4 Konvergenz und Rechenzeit

Das Konvergenzverhalten bei der Berechnung mit dem vollständigen NEWTON-RAPHSON-Verfahren ist in *Abb. 4.4-6* dargestellt. Um die Rechenzeit zu verringern wird eine weitere Berechnung mit dem modifiziertem NEWTON-RAPHSON-Verfahren durchgeführt (siehe *Abb. 4.4-7*). Dabei wird die tangentielle Steifigkeitsmatrix jeden 5. Schritt neu gebildet. Vergleich der Konvergenz wird die die Anzahl an Iterationen ausgewertet.

Im durch gestrichelte Linien markierte Zeitbereich in *Abb. 4.4-6* (a) findet der Umformschritt

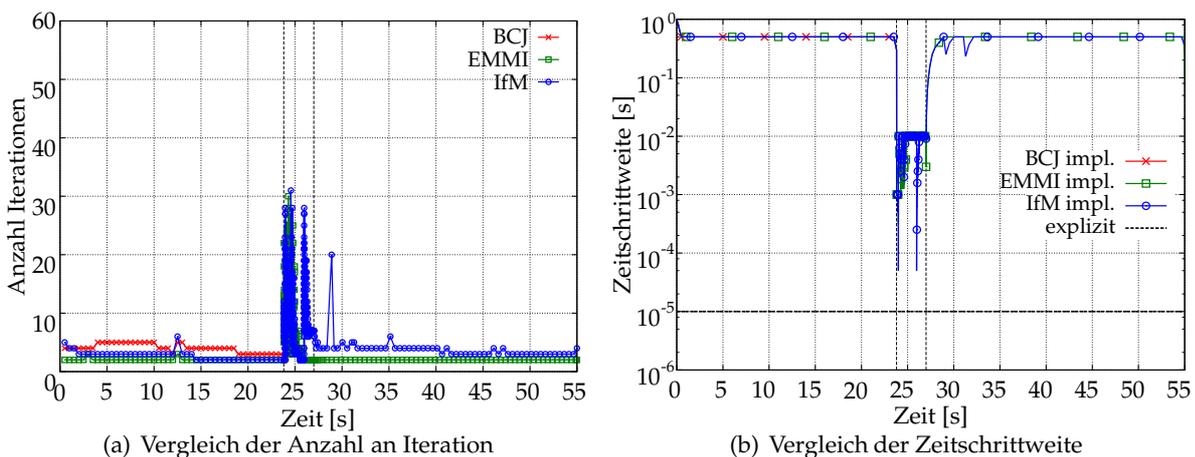


Abb. 4.4-6: Vergleich des Konvergenzverhaltens bei der Berechnung mit dem NEWTON-RAPHSON-Verfahren

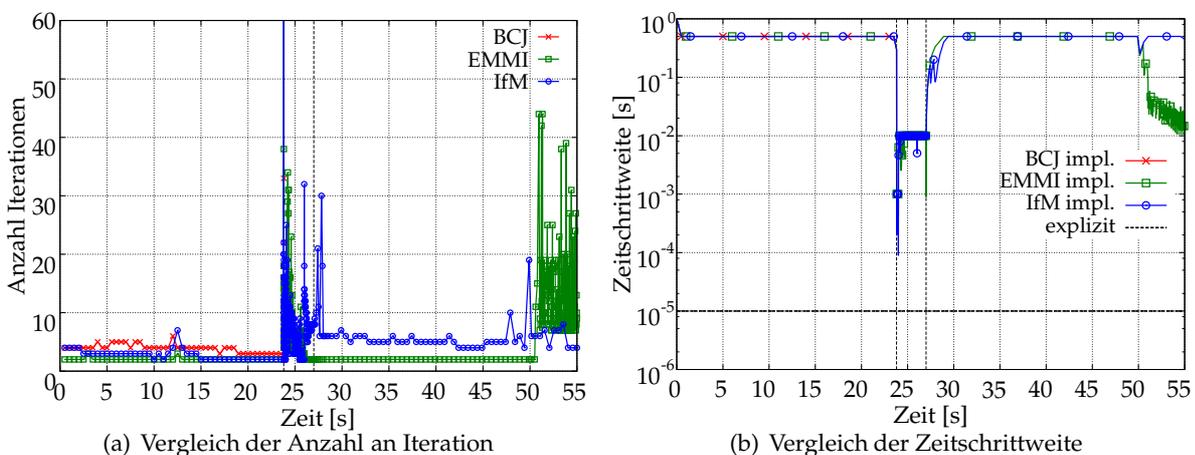


Abb. 4.4-7: Vergleich des Konvergenzverhaltens bei der Berechnung mit dem modifizierten BFGS-Verfahren

statt. Das Konvergenzverhalten des BCJ-Modells während der Umformung kann nicht beurteilt werden, da die Berechnung zu Beginn des Umformschritts abbricht. Während der Aufheizphase zeigen alle Modelle ein sehr gutes Konvergenzverhalten, wobei hier jedoch fast keine Verschiebungen stattfinden sondern lediglich das Wärmeleitproblem gelöst wird. Die vorgegebene maximale Zeitschrittweite von $\Delta t = 0,5$ s wird nicht unterschritten.

Für den Umformschritt ab einer Zeit von 23,8 s wird eine maximale Zeitschrittweite von $\Delta t = 0,001$ s vorgegeben. Dabei wird diese zu Beginn bei der Berechnung mit dem EMMI-Modell bis zu einem Wert von ca. 10^{-3} unterschritten und beim IfM-Modell bis einem Wert von ca. 10^{-4} . Die Anzahl der Iteration steigt im Umformschritt stark teilweise an. Dieses Verhalten ist mit der starken Nichtlinearität während des Umformschritts zu erklären, wobei es sich um geometrischer, materieller und struktureller Nichtlinearität handelt. Nachdem der Umformschritt abgeschlossen ist, verbessert sich das Konvergenzverhalten, wobei jedoch beim EMMI-Modell Konvergenzschwierigkeiten ab einer Zeit von 50 s auftreten.

Der Vergleich der Rechenzeiten zwischen expliziter und impliziter Berechnung mit dem vollständigen und dem modifizierten BFGS-Verfahren ist in *Tab. 4.4-2* zusammengefasst. Die Rechenzeit bei der expliziten Berechnung mit dem IfM-Modell ist dabei sehr hoch im Vergleich zum BCJ- und zum EMMI-Modell. Ein möglicher Grund könnte in der fehlenden Vektorisierung der umat-Routine des IfM-Modells liegen. Da das BCJ- und das EMMI-Modell standardmäßig in LS-DYNA verfügbar sind, wird eine dort Vektorisierung durchgeführt.

Tab. 4.4-2: Vergleich der CPU-Zeit zwischen expliziter und impliziter Berechnung der Flanschelle

	BCJ-Modell	EMMI-Modell	IfM-Modell
explizite Berechnung	22 h 38 min	29 h 40 min	49 h 47 min
NEWTON-RAPHSON	—	7 h 2 min	18 h 25 min
Faktor Zeitersparnis = $\frac{t_{\text{expl.}}}{t_{\text{impl.}}}$	—	4,21	1,61
mod. BFGS	—	2 h 28 min	1 h 50 min
Faktor Zeitersparnis = $\frac{t_{\text{expl.}}}{t_{\text{impl.}}}$	—	12,03	27,15

5 Implementierung des IfM-Modells in FEAP sowie Verifikation und Validierung

Da LS-DYNA keinen Gleichungslöser für unsymmetrische Steifigkeitsmatrizen zur Verfügung stellt, muss der konsistente Tangentenmodul symmetrisiert werden. Der dadurch entstehende Fehler kann eine negative Auswirkung auf die Konvergenzgeschwindigkeit haben, da nicht mehr mit dem exakten Tangentenmodul gerechnet wird. Die quadratische Konvergenz des globalen NEWTON-RAPHSON-Verfahrens in der impliziten FE-Simulation wird dadurch möglicherweise nicht mehr erreicht, was zu einer längeren Rechenzeit führen kann.

Die FE-Software FEAP stellt im Gegensatz zu LS-DYNA einen Gleichungslöser für unsymmetrische Steifigkeitsmatrizen zur Verfügung. Daher wird das am Institut für Mechanik entwickelte Thermoviskoplastizitätsmodell (IfM-Modell) als User-Materialmodell in FEAP implementiert und anschließend anhand von Berechnungen verifiziert und validiert.

5.1 Implementierung für kleine und finite Deformationen

Die Implementierung von User-Materialmodellen in FEAP erfolgt über die beiden Subroutinen *umatiX* und *umatlX*, wobei *X* einer Ziffer von 0 bis 9 entspricht. Es können somit bis zu zehn User-Materialmodelle in FEAP implementiert werden. Die Routine *umatiX* liest dabei einmalig die Modellparameter aus der Inputdatei ein und speichert diese in ein Feld ab, welches der Routine *umatlX* zur Berechnung der Spannung und dem Tangentenmodul zu Verfügung gestellt wird. Während der FE-Berechnung wird dabei die Routine *umatlX* an jedem GAUSS-Punkt aufgerufen.

Zur Lösung des physikalischen Problems bietet FEAP die Möglichkeit zwischen kleinen oder finiten Deformationen zu wählen. Dabei wird bei kleinen Deformationen der User-Materialroutine der lineare Verzerrungstensor ϵ und bei finiten Deformationen der Deformationsgradient \mathbf{F} übergeben. Zur Implementierung für kleine Deformationen werden die Subroutinen *umati1* und *umatl1* und für die Implementierung für finite Deformationen die Subroutinen *umati2* und *umatl2* verwendet. Dabei werden in den beiden Routinen *umatl1* und *umatl2* zunächst ein Verzerrungsinkrement auf unterschiedliche Art berechnet. Anschließend werden für kleine und finite Deformation zur Berechnung der Spannung, des konsistenten Tangentenmodus und der Temperaturerhöhung die gleichen Routinen verwendet.

Zur besseren Übersicht des Programmablaufs ist in *Abb. 5.1-1* ein Ablaufdiagramm der Subroutine *umatl1* für die Berechnung mit kleinen Deformationen bzw. *umatl2* für die Berechnung mit finiten Deformationen dargestellt. Die jeweiligen Schritte werden in den folgenden Abschnitten genauer erläutert.

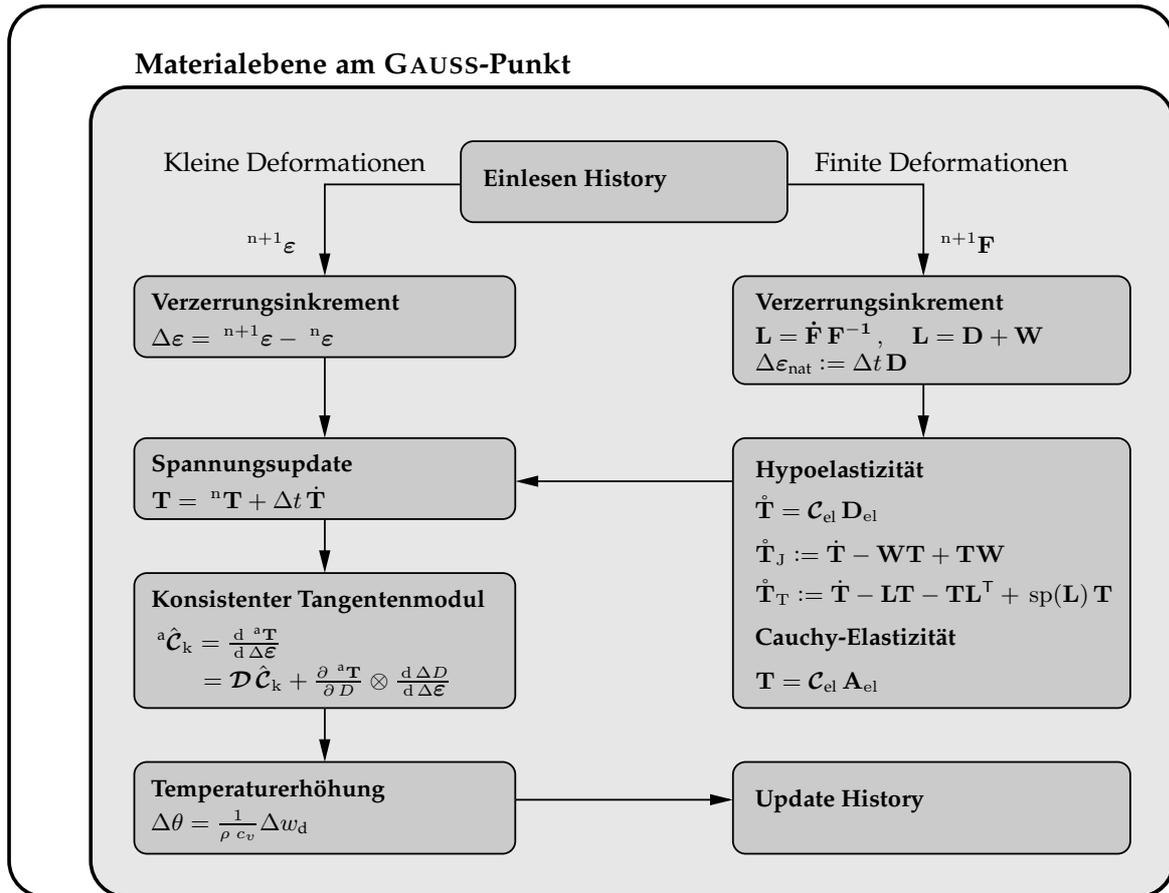


Abb. 5.1-1: Ablaufdiagramm der Materialroutine in FEAP

5.1.1 Verzerrungszinkrement

Berechnung des Verzerrungszinkrements bei kleinen Deformationen

Wird in der Materialdefinition der Eingabebefehl *SMALL* für kleine Deformationen gewählt, wird der Materialroutine der aktuelle lineare Verzerrungstensor ${}^{n+1}\boldsymbol{\varepsilon}$ übergeben. Für eine kompatible Programmierung mit dem Modell für finite Deformationen wird aus der Gesamtverzerrung ein Verzerrungszinkrement

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon} = {}^{n+1}\boldsymbol{\varepsilon} - {}^n\boldsymbol{\varepsilon} \quad (5.1-1)$$

gebildet, wobei die Verzerrungen zum vorherigen Zeitpunkt auf dem Historyfeld abgespeichert werden.

Berechnung des Verzerrungszinkrements bei finiten Deformationen

Wird in der Materialdefinition der Eingabebefehl *FINITE* für finite Deformationen gewählt, wird der Materialroutine der aktuelle Deformationsgradient ${}^{n+1}\mathbf{F}$ übergeben. Standardmäßig ist in FEAP eine hypoelastische Modellimplementierung analog zur Modellimplementierung in LS-DYNA nicht vorgesehen, es kann jedoch ein äquivalentes Verzerrungszinkrement aus dem Deformationsgradient berechnet werden. Des Weiteren wird für die hypoelastische Formulierung eine objektiven Spannungsrate benötigt, wobei in LS-DYNA standardmäßig die JAU-MANN-Spannungsrate verwendet wird. Zur Implementierung von weiteren objektiven Span-

nungsraten wird der Wirbeltensor als COMMON-Block bereitgestellt.

Der Wirbeltensor kann in FEAP aus dem Deformationsgradient berechnet werden. Für die Berechnung des Verzerrungssinkrements und des Wirbeltensors wird zunächst der räumliche Geschwindigkeitsgradient

$$\mathbf{L} = \dot{\mathbf{F}} \mathbf{F}^{-1} \quad (5.1-2)$$

berechnet. Die zeitliche Ableitung wird dabei durch

$$\dot{\mathbf{F}} \approx \frac{{}^{n+1}\mathbf{F} - {}^n\mathbf{F}}{{}^{n+1}t - {}^nt} = \frac{\Delta \mathbf{F}}{\Delta t} \quad (5.1-3)$$

und die Inverse durch

$$\mathbf{F}^{-1} = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{\det \mathbf{F}} \begin{bmatrix} F_{22}F_{33} - F_{23}F_{32} & F_{13}F_{32} - F_{12}F_{33} & F_{12}F_{23} - F_{13}F_{22} \\ F_{23}F_{31} - F_{21}F_{33} & F_{11}F_{33} - F_{13}F_{31} & F_{13}F_{21} - F_{11}F_{23} \\ F_{21}F_{32} - F_{22}F_{31} & F_{12}F_{31} - F_{11}F_{32} & F_{11}F_{22} - F_{12}F_{21} \end{bmatrix} \quad (5.1-4)$$

berechnet. Die additive Zerlegung des räumlichen Geschwindigkeitsgradient in einen symmetrischen und antimetrischen Anteil führt auf den räumlichen Verzerrungsgeschwindigkeitstensor \mathbf{D} und den Wirbeltensor \mathbf{W} .

$$\mathbf{L} = \mathbf{D} + \mathbf{W} \quad , \quad \mathbf{D} = \frac{1}{2} (\mathbf{L} + \mathbf{L}^T) \quad , \quad \mathbf{W} = \frac{1}{2} (\mathbf{L} - \mathbf{L}^T) \quad (5.1-5)$$

Das für die Materialroutine benötigte Verzerrungssinkrement wird aus dem räumlichen Verzerrungsgeschwindigkeitstensor \mathbf{D} mithilfe der Beziehung

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{nat}} := \Delta t \mathbf{D} \quad (5.1-6)$$

berechnet (vgl. [Bröcker, 2014, S. 205]). Das so definierte Verzerrungssinkrement wird in der Literatur [Gross und Seelig, 2011, S. 14] und [Betten, 2001, S. 64] als *natürliches Verzerrungssinkrement* bezeichnet. Es sei darauf hingewiesen, dass die beiden Verzerrungssinkremente in Gl. (5.1-1) und Gl. (5.1-6) nicht identisch sind.

5.1.2 Spannung

Aufgrund der Berechnung des Verzerrungssinkrements bei kleinen und bei finiten Deformationen wird zur Berechnung der Spannung die gleiche Materialroutine verwendet. Dabei muss jedoch bei Verwendung der hypoelastischen Formulierung eine objektive Spannungsrate verwendet werden. Bei kleinen Deformationen wird die aktuelle Spannung direkt aus der Spannung des letzten Zeitschritts und dem aktuellen Verzerrungssinkrement berechnet.

Spannungsberechnung bei kleinen Deformationen

Zur Berechnung der Spannung bei kleinen Deformationen wird die Elastizitätsbeziehung

$$\mathbf{T} = \mathbf{C}_{\text{el}} \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{el}} \quad (5.1-7)$$

verwendet, wobei \mathbf{T} der CAUCHY-Spannungstensor ist. Der isotrope Elastizitätstensor wird mit

$$\mathbf{C}_{el} = K \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + 2G \mathcal{I}^D, \quad \mathcal{I}^D = \mathcal{I} - \frac{1}{3} \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} \quad (5.1-8)$$

bestimmt, wobei für den Einheitstensor und dessen dyadischem Produkt sowie für den Einheitstensor vierter Stufe

$$\mathbf{1} = \delta_{ij}(\mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j) \quad (5.1-9)$$

$$\mathbf{1} \otimes \mathbf{1} = \delta_{ij} \delta_{kl}(\mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j \otimes \mathbf{e}_k \otimes \mathbf{e}_l) \quad (5.1-10)$$

$$\mathcal{I} = \delta_{ik} \delta_{jl}(\mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j \otimes \mathbf{e}_k \otimes \mathbf{e}_l) \quad (5.1-11)$$

gilt. Anstelle des Schubmoduls G sowie des Kompressionsmoduls K können die beiden Lamé-Konstanten

$$\lambda = K - \frac{2}{3}G, \quad \mu = G \quad (5.1-12)$$

als elastische Materialkonstanten verwendet werden. Damit folgt für den Elastizitätstensor

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{el} &= K \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + 2G \left(\mathcal{I} - \frac{1}{3} \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} \right) \\ &= \left(K - \frac{2}{3}G \right) \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + 2G \mathcal{I} \\ &= \lambda \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + 2\mu \mathcal{I} \end{aligned} \quad (5.1-13)$$

Die Spannung und Verschiebung zum aktuellen Schritt wird durch zeitliche Diskretisierung mit dem impliziten EULER-Verfahren zu

$$\mathbf{T} = {}^n\mathbf{T} + \Delta t \dot{\mathbf{T}} = {}^n\mathbf{T} + \Delta \mathbf{T}, \quad \boldsymbol{\varepsilon} = {}^n\boldsymbol{\varepsilon} + \Delta t \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = {}^n\boldsymbol{\varepsilon} + \Delta \boldsymbol{\varepsilon} \quad (5.1-14)$$

Das Einsetzen der Elastizitätsbeziehung Gl. (5.1-7) führt auf

$$\begin{aligned} \mathbf{T} &= {}^n\mathbf{T} + \Delta \mathbf{T} = \mathbf{C}_{el} ({}^n\boldsymbol{\varepsilon}_{el} + \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{el}) = \mathbf{C}_{el} {}^n\boldsymbol{\varepsilon}_{el} + \mathbf{C}_{el} \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{el} \\ &= {}^n\mathbf{T} + \mathbf{C}_{el} \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{el} \end{aligned} \quad (5.1-15)$$

Spannungsberechnung bei finiten Deformationen und hypoelastischer Formulierung mit der JAUMANN-Spannungsrate

Zur Berechnung der Spannung bei finiten Deformationen wird als erste Möglichkeit die hypoelastische Formulierung mit der JAUMANN-Spannungsrate $\dot{\mathbf{T}}_J$ verwendet. Eine ausführliche Herleitung findet sich in [Bröcker und Matzenmiller, 2016]. Für die konstitutive Beziehung gilt:

$$\dot{\mathbf{T}}_J = \mathbf{C}_{el} \mathbf{D}_{el}, \quad \dot{\mathbf{T}}_J := \dot{\mathbf{T}} - \mathbf{W}\mathbf{T} + \mathbf{T}\mathbf{W} \quad (5.1-16)$$

Aus der zeitlichen Diskretisierung des CAUCHY-Spannungstensors mit dem impliziten EULER-Verfahren wird durch Einsetzen von Gl. (5.1-16)

$$\begin{aligned}
 \mathbf{T} &= {}^n\mathbf{T} + \Delta t \dot{\mathbf{T}} \\
 &\approx {}^n\mathbf{T} + \Delta t (\mathbf{W} {}^n\mathbf{T} - {}^n\mathbf{T} \mathbf{W} + \mathcal{C}_{el} \mathbf{D}_{el}) \\
 &\approx {}^n\mathbf{T} + \Delta {}^n\mathbf{T}_W + \Delta \mathbf{T}_t
 \end{aligned} \tag{5.1-17}$$

Für das Spannungsinkrement infolge der Multiplikation mit dem Wirbeltensor $\Delta {}^n\mathbf{T}_W$ sowie für das aktuelle Spannungsinkrement $\Delta \mathbf{T}_t$ gilt:

$$\Delta {}^n\mathbf{T}_W = \Delta t (\mathbf{W} {}^n\mathbf{T} - {}^n\mathbf{T} \mathbf{W}) \quad , \quad \Delta \mathbf{T}_t = \Delta t \mathcal{C}_{el} \mathbf{D}_{el} \tag{5.1-18}$$

Der Wirbeltensor wird dabei mit dem Spannungstensor zum vorherigen Zeitschritt multipliziert, weshalb das Ergebnis nur eine Näherung darstellt. Die JAUMANN-Spannungsrate hat den Vorteil der numerisch effizienten Berechnung über den Wirbeltensor. Ein Nachteil besteht jedoch in der Spannungssoszillation infolge großer Scherungen bei kinematischer Verfestigung (siehe [Nagtegaal und de Jong, 1982], [Johnson und Bammann, 1984]).

Spannungsberechnung bei finiten Deformationen und hypoelastischer Formulierung mit der TRUESDELL-Spannungsrate

Zur Berechnung der Spannung bei finiten Deformationen wird als zweite Möglichkeit die hypoelastische Formulierung mit der TRUESDELL-Spannungsrate $\dot{\mathbf{T}}_T$ verwendet. Eine ausführliche Herleitung findet sich in [Bröcker und Matzenmiller, 2016]. Für die konstitutive Beziehung gilt:

$$\dot{\mathbf{T}}_T = \mathcal{C}_{el} \mathbf{D}_{el} \quad , \quad \dot{\mathbf{T}}_T := \dot{\mathbf{T}} - \mathbf{L}\mathbf{T} - \mathbf{T}\mathbf{L}^T + \text{sp}(\mathbf{L}) \mathbf{T} \tag{5.1-19}$$

Aus der zeitlichen Diskretisierung des CAUCHY-Spannungstensors mit dem impliziten EULER-Verfahren wird durch Einsetzen von Gl. (5.1-19)

$$\begin{aligned}
 \mathbf{T} &= {}^n\mathbf{T} + \Delta t \dot{\mathbf{T}} \\
 &\approx {}^n\mathbf{T} + \Delta t (\mathbf{D} {}^n\mathbf{T} + {}^n\mathbf{T} \mathbf{D} + \mathbf{W} {}^n\mathbf{T} - {}^n\mathbf{T} \mathbf{W} - \text{sp}(\mathbf{D}) {}^n\mathbf{T} + \mathcal{C}_{el} \mathbf{D}_{el}) \\
 &\approx {}^n\mathbf{T} + \Delta {}^n\mathbf{T}_D + \Delta {}^n\mathbf{T}_W + \Delta \mathbf{T}_t
 \end{aligned} \tag{5.1-20}$$

Neben den beiden von der JAUMANN-Spannungsrate bekannten Spannungsinkrementen $\Delta {}^n\mathbf{T}_W$ und $\Delta \mathbf{T}_t$ wird ein weiteres Spannungsinkrement verwendet, für das gilt:

$$\Delta {}^n\mathbf{T}_D := (\mathbf{D} {}^n\mathbf{T} + {}^n\mathbf{T} \mathbf{D} - \text{sp}(\mathbf{D}) {}^n\mathbf{T}) \Delta t \tag{5.1-21}$$

Die TRUESDELL-Spannungsrate führt im Gegensatz zur JAUMANN-Spannungsrate nicht zu einem oszillierenden Spannungsverlauf.

Spannungsberechnung bei finiten Deformationen und CAUCHY-elastischer Formulierung

Neben den beiden hypoelastischen Formulierungen mit der JAUMANN- und TRUESDELL-Spannungsrate wird als dritte Variante die CAUCHY-elastische Spannungsbeziehung verwendet. Eine ausführliche Herleitung dazu findet sich in [Bröcker und Matzenmiller, 2016]. Für die

konstitutive Beziehung gilt:

$$\mathbf{T} = \mathbf{C}_{el} \mathbf{A}_{el} \quad (5.1-22)$$

Der ALMANZI-Verzerrungstensor \mathbf{A} ist dabei energetisch konjugiert mit dem CAUCHY-Verzerrungstensor und entspricht damit dem Konzept der dualen Variablen.

5.1.3 Konsistenter Tangentenmodul

Zur Modellierung des Schädigungsverhalten wird das Konzept der effektiven Spannungen verwendet. Dabei beeinflusst die Schädigung jedoch nicht die hydrostatische Druckspannung (siehe [Szczeplaniak, 2015, S. 32]). Für den Zusammenhang der Spannungen im physikalischen und effektiven Raum gilt

$${}^a\mathbf{T} = (1 - D) \mathbf{T}^D + (1 - D H[-p]) \mathbf{T}^K \quad , \quad (5.1-23)$$

wobei ${}^a\mathbf{T}$ die Spannungen im physikalischen Raum und \mathbf{T} die Spannungen im effektiven Raum bezeichnen. Mit dem deviatorischen Anteil und dem Kugelanteil des Spannungstensors

$$\mathbf{T}^D = \left[\mathcal{I} - \frac{1}{3} [\mathbf{1} \otimes \mathbf{1}] \right] \mathbf{T} = \mathcal{I}^D \mathbf{T} \quad (5.1-24)$$

$$\mathbf{T}^K = \frac{1}{3} [\mathbf{1} \otimes \mathbf{1}] \mathbf{T} = \mathcal{I}^K \mathbf{T} \quad (5.1-25)$$

ergibt sich die Beziehung

$${}^a\mathbf{T} = \left[(1 - D) \mathcal{I}^D + (1 - D H[-p]) \mathcal{I}^K \right] \mathbf{T} = \mathcal{D} \mathbf{T} \quad (5.1-26)$$

wobei \mathcal{D} einem Schädigungstensor vierter Stufe entspricht. Der konsistente Tangentenmodul wird durch Ableitung der Spannung im physikalischen Raum nach dem Verzerrungssinkrement gebildet (siehe [Szczeplaniak, 2015, S. 33]).

$${}^a\hat{\mathcal{C}}_k = \frac{d {}^a\mathbf{T}}{d \Delta \epsilon} = \frac{d (\mathcal{D} \mathbf{T})}{d \Delta \epsilon} = \mathcal{D} \frac{d \mathbf{T}}{d \Delta \epsilon} + \frac{\partial {}^a\mathbf{T}}{\partial D} \otimes \frac{d D}{d \Delta \epsilon} = \mathcal{D} \hat{\mathcal{C}}_k + \frac{\partial {}^a\mathbf{T}}{\partial D} \otimes \frac{d \Delta D}{d \Delta \epsilon} \quad (5.1-27)$$

Die Ableitung des Spannungstensors nach der Schädigungsvariablen sowie die Ableitung des Schädigungssinkrements nach dem Verzerrungssinkrement sind in [Szczeplaniak, 2015, S. 35]) dokumentiert. Die Herleitung des effektiven konsistenten Tangentenmoduls $\hat{\mathcal{C}}_k$ findet sich in [Bröcker, 2014, S. 205ff.].

5.1.4 Temperaturerhöhung

Bei Vernachlässigung des thermoelastischen und thermoinelastischen Anteils sowie konstanter spezifischer Wärmekapazität c_v und Wärmeleitfähigkeit k gilt für die Wärmeleitungsgleichung

$$c_v \dot{\theta} = \frac{1}{\rho} k \operatorname{div} \vec{g} + b + \delta_M \quad . \quad (5.1-28)$$

Da in FEAP nicht die Möglichkeit zur Implementierung einer thermischen User-Subroutine besteht, wird die Temperatur adiabat innerhalb der Materialroutine berechnet. Infolgedessen können keine äußeren Wärmequellen sowie keine Wärmeleitung zwischen benachbarten Ele-

menten zur Temperaturberechnung mit einbezogen werden. Die spezifische Wärmequelle b und der Temperaturgradient \vec{g} werden daher in der Wärmeleitungsgleichung nicht berücksichtigt. Somit handelt es sich um keine vollständige thermomechanische Kopplung zwischen Verschiebungs- und Temperaturfeld. Für die mechanische Dissipationsleistung δ_M gilt

$$\delta_M = \frac{1}{\rho} \dot{w}_d \quad , \quad (5.1-29)$$

wobei w_d die spezifische Dissipationsarbeit ist. Das Einsetzen in die Wärmeleitungsgleichung Gl. (5.1-28) führt auf

$$\dot{\theta} = \frac{1}{\rho c_v} \dot{w}_d \quad \text{bzw.} \quad \Delta\theta = \frac{1}{\rho c_v} \Delta w_d \quad . \quad (5.1-30)$$

Im Falle der Verwendung des TAYLOR-QUINNEY-Ansatzes zur Berechnung der Temperaturerhöhung gilt

$$\Delta w_d = \gamma_{TQ} \cdot \Delta w_{pl} \quad , \quad (5.1-31)$$

wobei hier für den TAYLOR-QUINNEY-Koeffizienten $\gamma_{TQ} = 0,90$ gewählt wird.

5.2 Verifikation am Ein-Element-Test

Um die in Kap. 5.1 erläuterte Implementierung für kleine und finite Deformationen zu verifizieren, werden Berechnungen des Ein-Element-Tests durchgeführt und die Ergebnisse mit Ergebnissen aus LS-DYNA verglichen. Bei der Implementierung mit finiten Deformationen wird zwischen drei Varianten des Spannungsupdates unterschieden (siehe Kap. 5.1.2), wobei die Verifikation für alle drei Varianten erfolgt. Neben isothermem Materialverhalten mit und ohne Schädigung wird außerdem adiabates Materialverhalten untersucht, um die korrekte Berechnung der Temperaturerhöhung im Element aufgrund plastischer Deformationen aufzuzeigen. Alle Verifikationsrechnungen erfolgen bei impliziter Zeitdiskretisierung.

5.2.1 FE-Modell und Randbedingungen

Für den Ein-Element-Test wird ein vollintegriertes 8-knotiges Volumenelement mit der Kantenlänge 10 mm verwendet. Um einen einaxialen Spannungszustand im Element zu erzeugen, wird an den oberen Knoten eine Verschiebung von 50 mm innerhalb von 5 s vorgegeben (siehe Verschiebungs-Zeit-Verlauf Abb. 5.2-1 (b)). Die gesamte Dehnung beträgt somit 500 % und die nominelle Dehnrates $1,0 \text{ s}^{-1}$. Die Randbedingungen an den oberen Knoten des Ein-Element-Tests werden so vorgegeben, dass sich die oberen Knoten des Elements in der Ebene frei bewegen können. Die Freiheitsgrade der unteren Knoten werden alle in z-Richtung gesperrt und zusätzlich in x-, y- oder x- und y-Richtung (siehe Abb. 5.2-1 (a)).

Als Anfangstemperatur wird ein Wert von 300 K vorgegeben. Für alle Verifikations- und Validierungsrechnungen des Materialmodells werden die in [Szczepaniak, 2013] identifizierten Parameter verwendet.

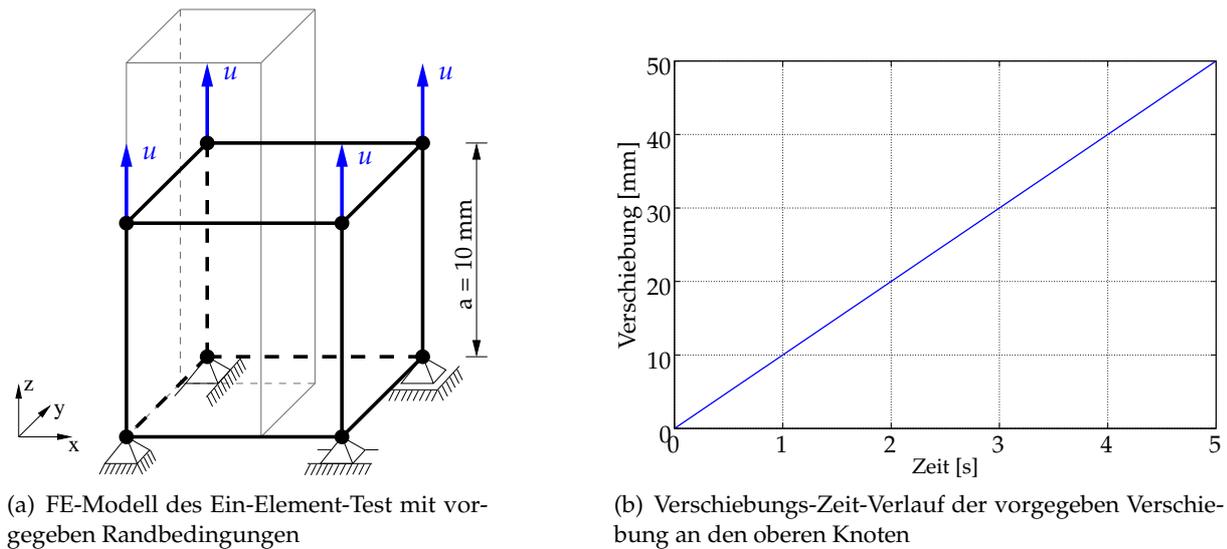


Abb. 5.2-1: FE-Modell des Ein-Element-Tests mit aufgebracht Verschiebungsrandbedingung

5.2.2 Verifikationsrechnungen

Verifikationsrechnungen für kleine Deformationen

Da in LS-DYNA das bereitgestellte Verzerrungsinkrement auf Basis der hypoelastische Formulierung aus dem Verzerrungsgeschwindigkeitstensor gebildet wird (siehe *Kap. 5.1.1*) kann die Implementierung für kleine Deformationen auf Basis des linearen Verzerrungstensors nicht direkt verifiziert werden. Es kann jedoch ein Vergleich zu Beginn der Deformation gemacht werden, da dort die Verzerrungsmaße identisch sind. Die Berechnung mit LS-DYNA erfolgt dabei mit der hypoelastischen Formulierung und der JAUMANN-Spannungsrate.

Die Ergebnisse der Verifikationsrechnungen für kleine Deformationen sind in *Abb. 5.2-2* dargestellt. Der Vergleich mit den Berechnungsergebnissen aus LS-DYNA zeigt eine moderate Abweichung im Spannungs-Dehnungs-Verlauf bei isothermem Materialverhalten ohne Schädigung. Bei Materialverhalten mit Schädigung und bei adiabater Berechnung zeigen sich teilweise enorme Abweichungen im Spannungs-Dehnungs-Verlauf. Es ist jedoch bei allen vier Berechnungsarten eine Übereinstimmung der Berechnung mit FEAP bei kleinen Deformation und der Berechnung mit LS-DYNA bis zu einer Dehnung von ca. 0,1 feststellbar. Die Verifikation des Materialmodells für kleine Deformationen ist somit erfolgreich. Im Sinne des Anwendungsbereichs des Materialmodells für die Umformung bei großen Umformgraden ist die Implementierung für kleine Deformationen jedoch ungeeignet.

Verifikationsrechnungen für finite Deformationen

Die Ergebnisse der Verifikationsrechnungen für finite Deformationen und Verwendung der JAUMANN- bzw. TRUESDELL- Spannungsrate sind in *Abb. 5.2-3* bzw. *Abb. 5.2-4* dargestellt. Die Ergebnisse der Verifikationsrechnungen für finite Deformationen und Verwendung des CAUCHY-elastischen Ansatzes ist in *Abb. 5.2-5* dargestellt. Ein Vergleich der Berechnungsergebnisse mit FEAP und aus LS-DYNA zeigt für alle drei Berechnungsarten eine vollständige Übereinstimmung. Somit ist die Verifikation der Implementierung für finite Deformationen erfolgreich.

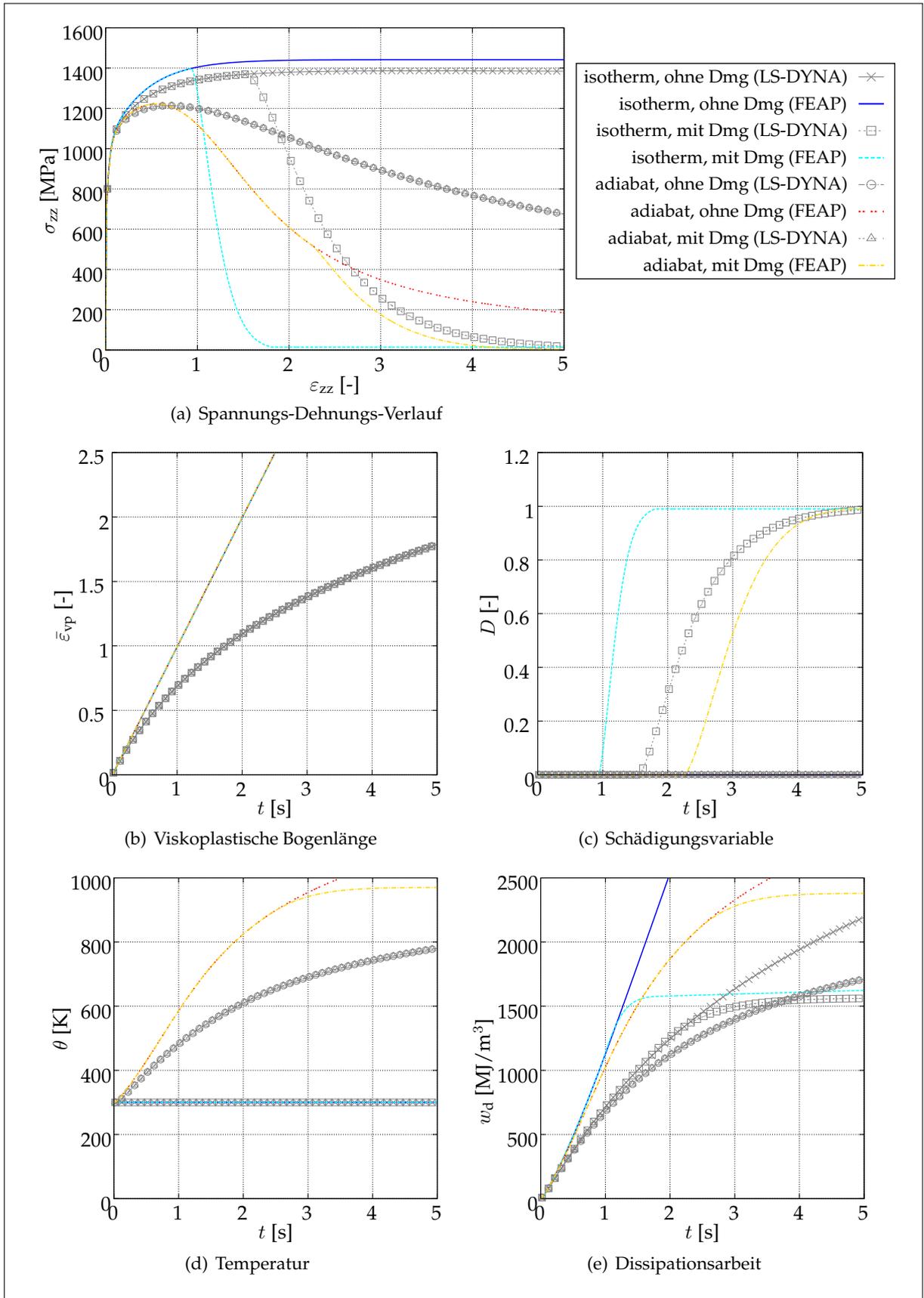


Abb. 5.2-2: Verifikationsrechnungen für die Implementierung bei kleinen Deformationen

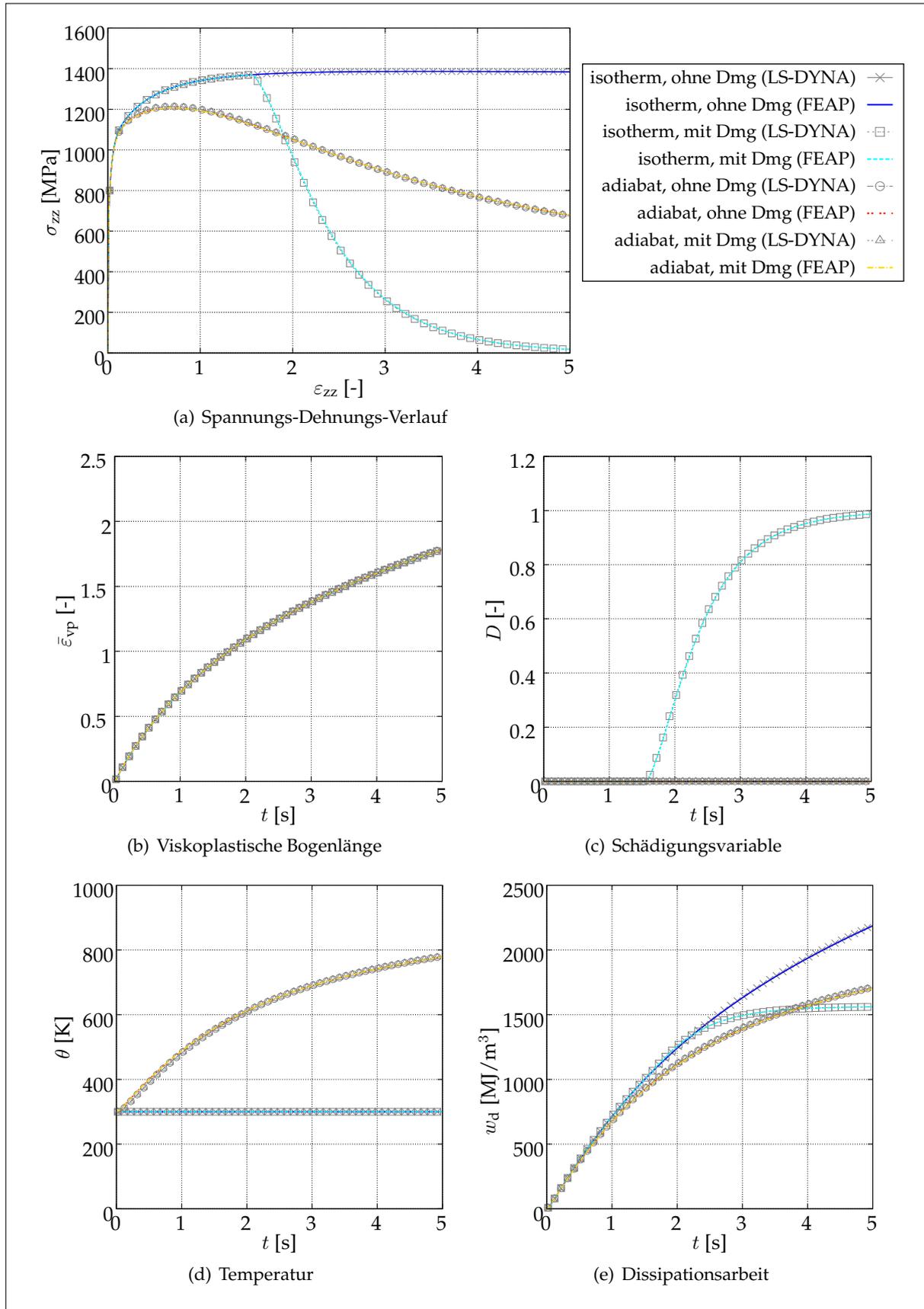


Abb. 5.2-3: Verifikationsrechnungen für die Implementierung bei finiten Deformationen und Verwendung der JAUMANN-Spannungsrate

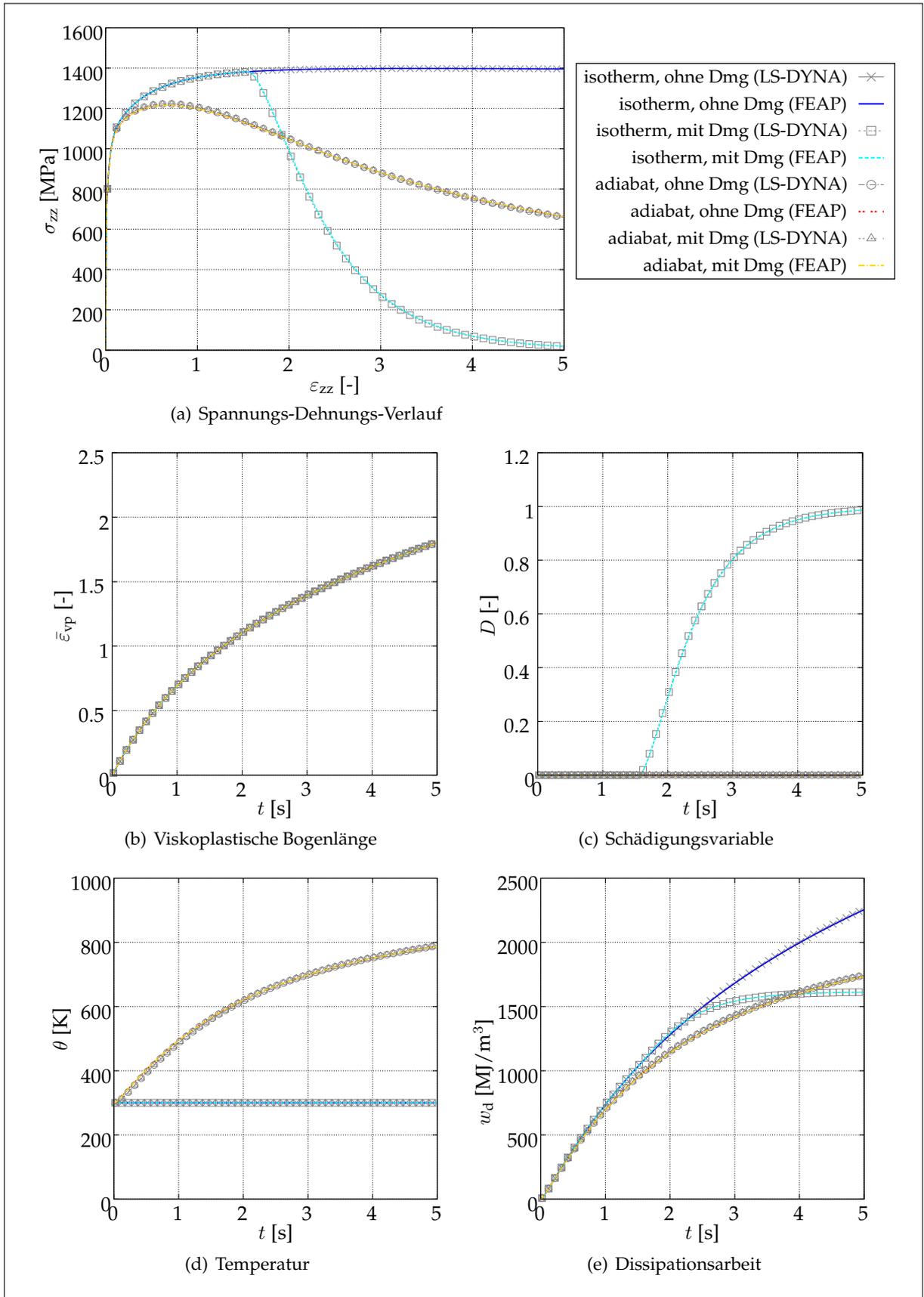


Abb. 5.2-4: Verifikationsrechnungen für die Implementierung bei finiten Deformationen und Verwendung der TRUESDELL-Spannungsrate

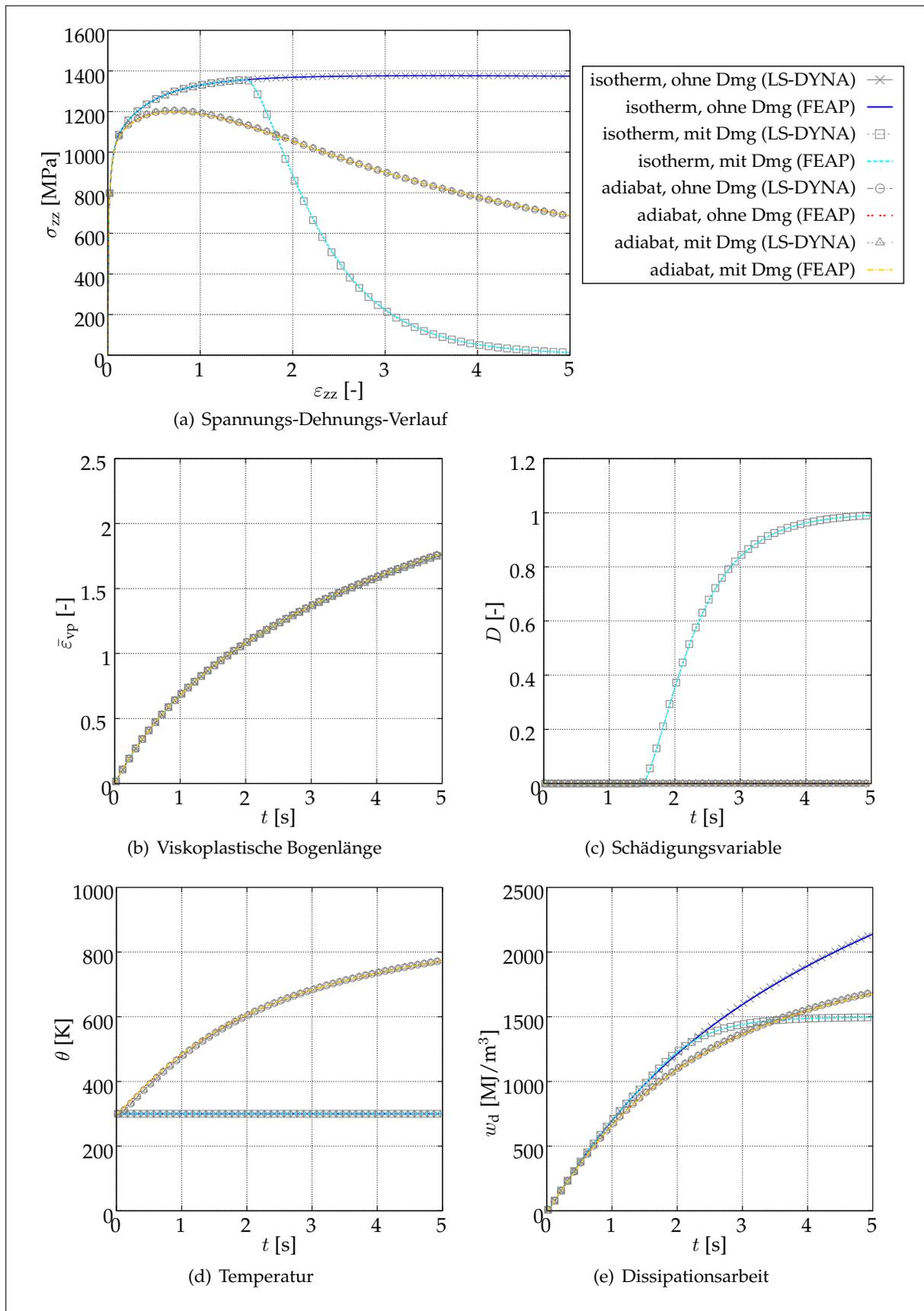


Abb. 5.2-5: Verifikationsrechnungen für die Implementierung bei finiten Deformationen und Verwendung des CAUCHY-elastischen Ansatzes

5.3 Validierung für finite Deformationen an der Zylinderstauchprobe

Um die Implementierung zu validieren, werden Berechnungen mit der Zylinderstauchprobe aus *Kap. 4.2* in FEAP durchgeführt und die Berechnungsergebnisse mit den Ergebnissen aus LS-DYNA verglichen. Aufgrund der großen Verzerrungen der Elemente erfolgt die Verifikation an der Zylinderstauchprobe nur bei finiten Deformationen, wobei der CAUCHY-elastische Ansatz verwendet wird. Das Materialverhalten wird als isotherm und ohne Schädigung definiert. Zur zeitlichen Diskretisierung wird ein implizites Verfahren verwendet.

5.3.1 FE-Modell und Randbedingungen

Die FE-Modellierung der Zylinderstauchprobe erfolgt in FEAP analog zum FE-Modell aus LS-DYNA (siehe *Kap. 4.2.1*). Dabei wird ein identisches FE-Netz erzeugt, um netzabhängige Unterschiede in der Modellantwort auszuschließen. Neben einer Druckbelastung mit einer Gesamtverzerrung von 40 % wird eine Zugbelastung mit einer Gesamtverzerrung von 40 % untersucht. Des Weiteren findet eine kombinierte Druck-Zug-Druck-Belastung Anwendung, wobei zunächst eine Stauchung von 5 %, anschließend eine Streckung von 5 % und letztendlich eine Stauchung von 20 % bewirkt wird. Die Zeit-Verschiebungs-Verläufe der drei unterschiedlichen Belastungsarten sind in *Abb. 5.3-1* dargestellt.

Als Elementform werden analog zu LS-DYNA 8-knotige Volumenelemente mit reduzierter Integrationsordnung verwendet (1x1x1-GAUSS-Integration). Zur Verhinderung von Hourglass-Modes wird in LS-DYNA eine Hourglass-Stabilisierung verwendet. FEAP bietet diese Möglichkeit nicht, sodass bei reduzierter Integrationsordnung Hourglass-Modes auftreten können. Aufgrund dieser Problematik wird in FEAP als zweite Elementformulierung ein gemischter Elementansatz (Mixed-Formulierung) verwendet. Im Vergleich zur Verschiebungsmethode, bei der die Verschiebungen die Unbekannten darstellen, wird bei einem gemischten Elementansatz zusätzlich zu den Verschiebungen der Druck als Unbekannte verwendet (siehe [Taylor, 2008a, S. 45ff.]). Die Verwendung des gemischten Elementansatzes wird in [Taylor, 2008b, S. 66] vor

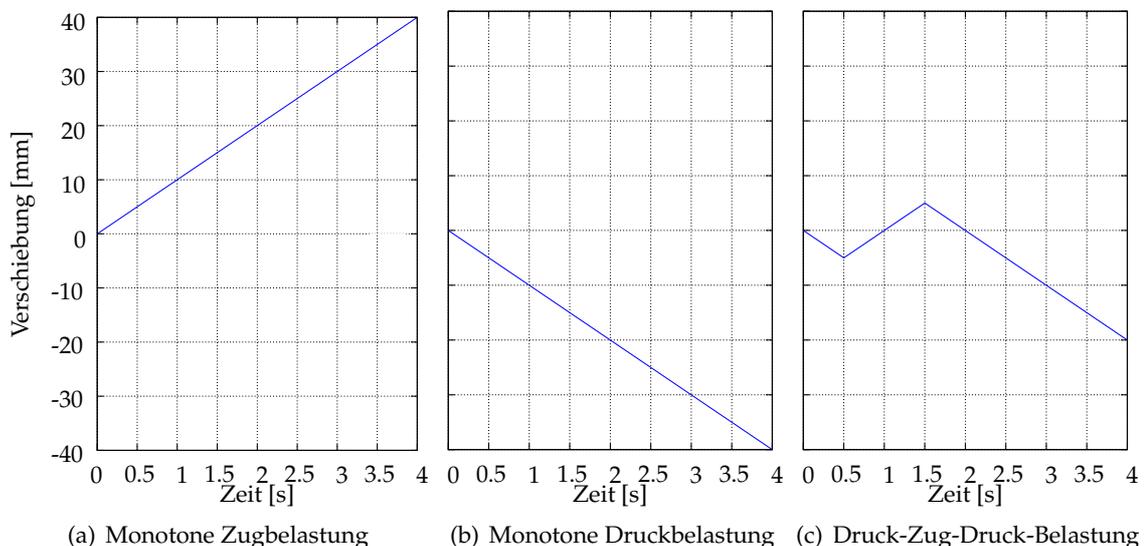


Abb. 5.3-1: Verschiebungs-Zeit-Verläufe

allem bei der Verwendung von nahezu inkompressiblen Materialien mit $\nu > 0,4$ empfohlen. Aufgrund der plastischen Inkompressibilität von Metall und sehr viel größeren plastischen als elastischen Deformationen ist das Materialverhalten von Metall nach geringen Deformationen nahezu inkompressibel. Daher stellt der gemischte Elementansatz eine sinnvolle Alternative für die Elementformulierung dar.

5.3.2 Validierungsrechnungen

Zur Validierung an der Zylinderstauchprobe werden Berechnungsergebnisse aus LS-DYNA mit den Berechnungsergebnissen aus FEAP verglichen. Dabei wird als Spannungsmaß die VON MISES Vergleichsspannung verwendet. Da in FEAP nicht die Möglichkeit zur Auswertung an einer definierten Schnittfläche besteht, werden die Spannungen an vier ausgewählten Elementen verglichen (siehe *Abb. 5.3-2*).

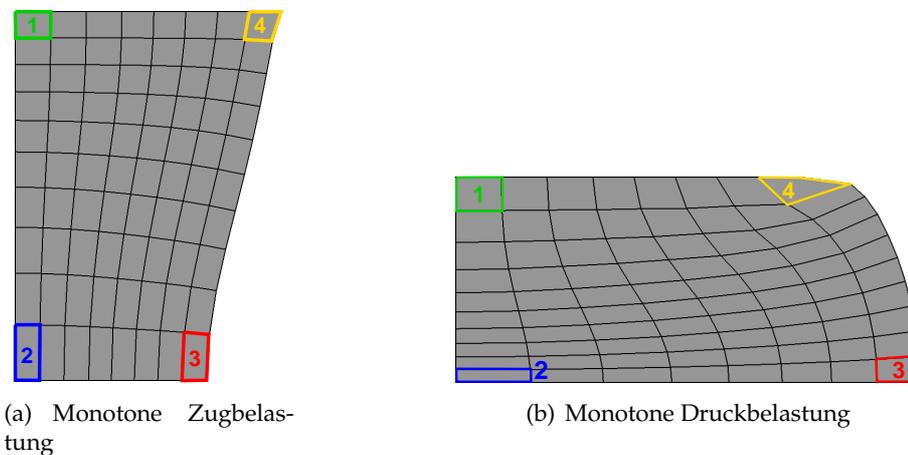
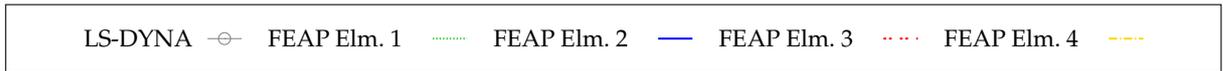


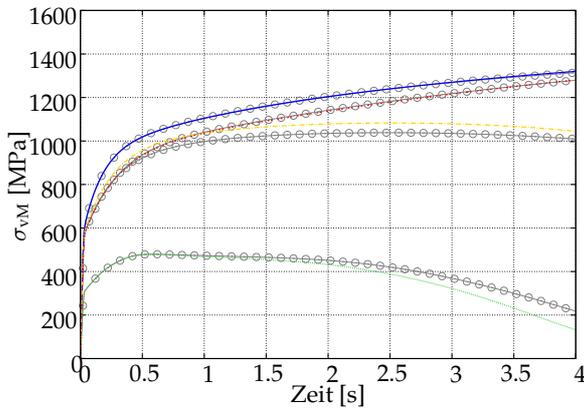
Abb. 5.3-2: Deformierte Endlage der Zylinderstauchprobe unter monotoner Zug- und Druckbelastung mit Darstellung der Auswerteelemente

Die Validierungsrechnungen für die monotone Zugbelastung, monotone Druckbelastung sowie Druck-Zug-Druck-Belastung sind in *Abb. 5.3-3* dargestellt. Der Vergleich der Berechnungsergebnisse aus LS-DYNA und den Ergebnissen aus FEAP bei reduzierter Integrationsordnung zeigt insgesamt eine gute Übereinstimmung. Jedoch treten beim Element mit der Nummer 1 (grün) bei monotoner Zugbelastung leichte und bei monotoner Druckbelastung starke Abweichungen ab einer Zeit von 2 Sekunden auf. Bei Verwendung der Mixed-Formulierung tritt diese Abweichung am Element 1 (grün) nicht auf, jedoch existieren leichte Abweichungen beim Element 4 (gelb). Die Spannungswerte von Element 4 liegen bei allen Belastungsarten unter dem Spannungsverlauf bei reduzierter Integrationsordnung. Dadurch ergibt sich eine leichte Abweichung im Vergleich mit den Spannungsverläufen aus LS-DYNA. Insbesondere bei der Druck-Zug-Druck Belastung treten deutliche Abweichungen beim Element 4 (gelb) auf.

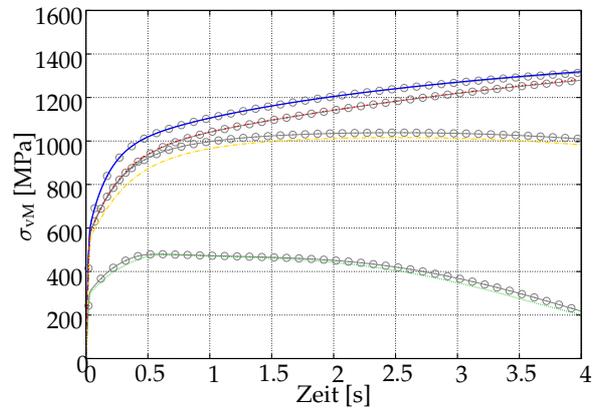
Trotz der nicht vollständigen Übereinstimmung der Berechnungsergebnisse von FEAP und LS-DYNA sind die Spannungsverläufe der Berechnungen mit FEAP plausibel. Weitere Studien zur Elementformulierung und gegebenenfalls zur genaueren Diskretisierung werden an dieser Stelle nicht gemacht. Insgesamt ist eine Berechnung des Umformprozesses der Zylinderstauchprobe mit FEAP möglich, womit die Validierung erfolgreich ist.



Monotone Zugbelastung

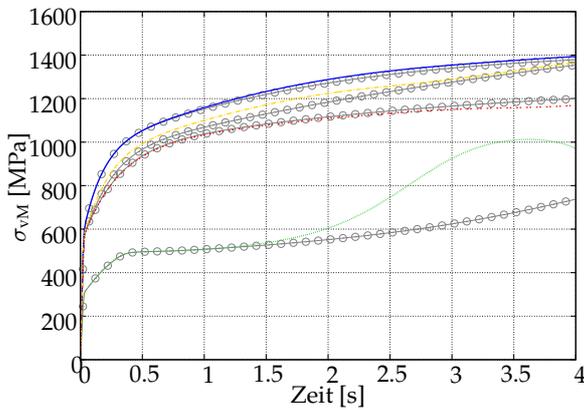


(a) Reduzierte Integrationsordnung

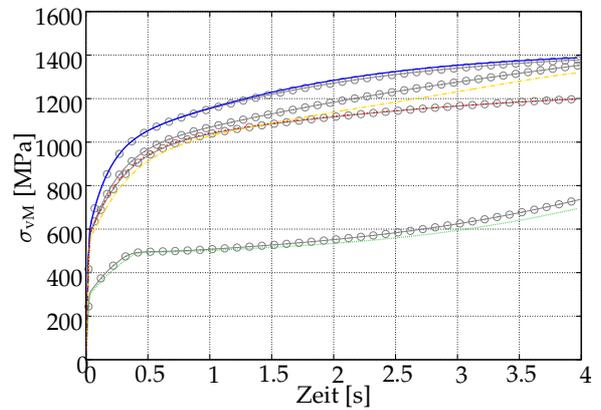


(b) Mixed-Formulierung

Monotone Druckbelastung

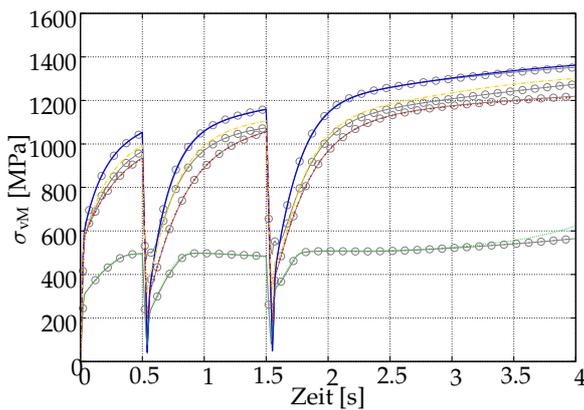


(c) Reduzierte Integrationsordnung

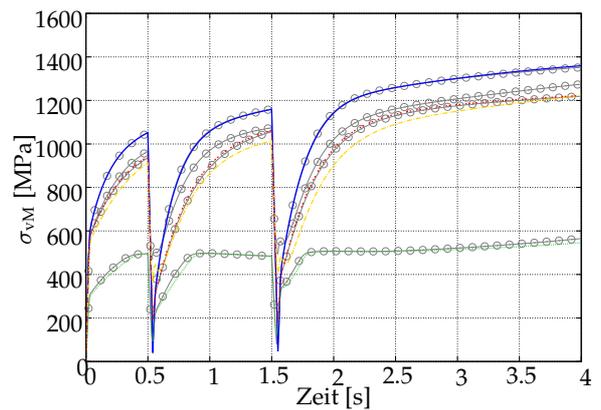


(d) Mixed-Formulierung

Druck-Zug-Druck-Belastung



(e) Reduzierte Integrationsordnung



(f) Mixed-Formulierung

Abb. 5.3-3: Validierungsrechnungen an der Zylinderstauchprobe bei monotoner Zugbelastung (oben), monotoner Druckbelastung (mittig) und Druck-Zug-Druck-Belastung (unten)

6 Numerische Untersuchung des IfM-Modells in Hinblick auf das Konvergenzverhalten mit FEAP

In FEAP muss zur quasistatischen FE-Berechnung der konsistente Tangentenmodul nicht notwendigerweise symmetrisiert werden, da ein Gleichungslöser für unsymmetrische Steifigkeitsmatrizen zur Verfügung steht. Bei konsistentem Tangentenmodul konvergiert das NEWTON-RAPHSON-Verfahren lokal quadratisch, wobei die quadratische Konvergenz mit bestimmten Kriterien verbunden ist. Nach [Belytschko et al., 2014, S. 357] muss die Steifigkeitsmatrix eine glatte Funktion sein, was bei elasto-plastischem Materialverhalten nicht gegeben ist. Dies kann zu niedrigeren Konvergenzgeschwindigkeiten führen. Die Symmetrisierung des Tangentenmoduls kann ebenfalls zu einem schlechteren Konvergenzverhalten führen, wobei die Rechenzeit verringert werden kann, da die Lösung des Gleichungssystems effizienter ausgeführt wird.

Nachfolgend wird eine Untersuchung des Konvergenzverhaltens bei nicht symmetrisiertem und symmetrisiertem Tangentenmodul durchgeführt, wobei außerdem ein Vergleich der Rechenzeit durchgeführt wird. Des Weiteren wird der Einfluss der Zeitschrittweite auf das Konvergenzverhalten geprüft. Eine weitere Studie untersucht das Konvergenzverhalten bei Schädigung, wobei die Berechnung mit dem vollständigen Tangentenmodul und mit Tangentenmodul ohne Schädigungsanteil gegenübergestellt wird. Die numerischen Untersuchungen werden am Ein-Element-Test und an der Zylinderstauchprobe durchgeführt.

6.1 Ein-Element-Test

6.1.1 Korrektur der Implementierung des konsistenten Tangentenmoduls in VOIGT-Notation

Zur Implementierung des konsistenten Tangentenmoduls wird der vierstufige Tensor in eine 6x6-Matrix überführt. Die Spannungs-Verzerrungs-Beziehung lautet in Matrixform

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & 2C_{1112} & 2C_{1123} & 2C_{1131} \\ C_{2211} & C_{2222} & C_{2233} & 2C_{2212} & 2C_{2223} & 2C_{2231} \\ C_{3311} & C_{3322} & C_{3333} & 2C_{3312} & 2C_{3323} & 2C_{3331} \\ C_{1211} & C_{1222} & C_{1233} & 2C_{1212} & 2C_{1223} & 2C_{1231} \\ C_{2311} & C_{2322} & C_{2333} & 2C_{2312} & 2C_{2323} & 2C_{2331} \\ C_{3111} & C_{3122} & C_{3133} & 2C_{3112} & 2C_{3123} & 2C_{3131} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} \end{bmatrix} \quad (6.1-1)$$

In FEAP wird die VOIGT-Notation mit den Gleitungen γ_{12} , γ_{23} , γ_{31} anstelle der Schubverzerrungen ε_{12} , ε_{23} , ε_{31} verwendet. Der Zusammenhang ist mit $\varepsilon_{12} = \frac{1}{2}\gamma_{12}$, $\varepsilon_{23} = \frac{1}{2}\gamma_{23}$ und $\varepsilon_{31} = \frac{1}{2}\gamma_{31}$ gegeben. Diese Änderung wird in der ursprünglichen Implementierung nach [Szczeponi-

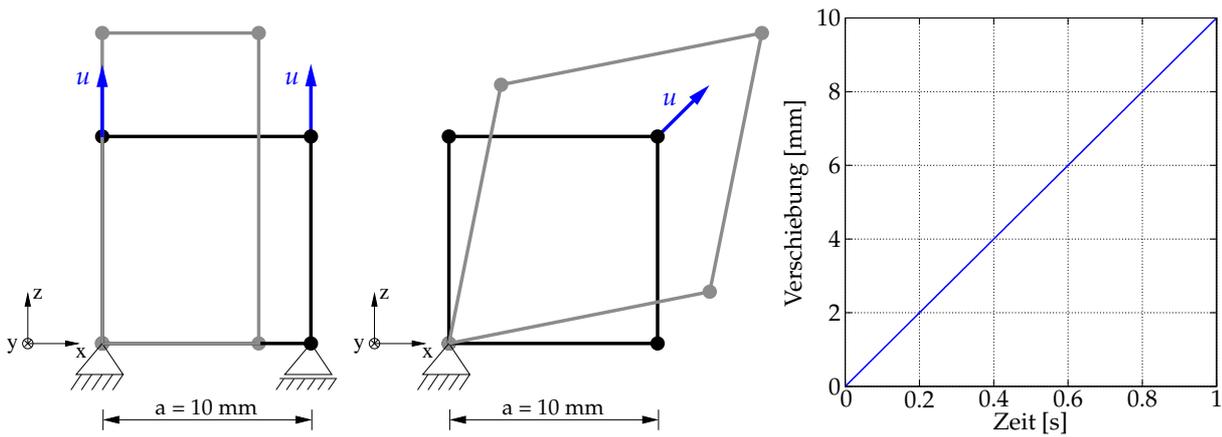


Abb. 6.1-1: Verformung des Ein-Element-Test bei Zugbeanspruchung (links) und Zug-Schub-Beanspruchung (mittig) sowie Zeit-Verschiebungs-Verlauf (rechts)

ak, 2015] nicht berücksichtigt. Die Spannungs-Verzerrungs-Beziehung in VOIGT-Notation ändert sich bei Berücksichtigung der Gleitungen zu

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & C_{1112} & C_{1123} & C_{1131} \\ C_{2211} & C_{2222} & C_{2233} & C_{2212} & C_{2223} & C_{2231} \\ C_{3311} & C_{3322} & C_{3333} & C_{3312} & C_{3323} & C_{3331} \\ C_{1211} & C_{1222} & C_{1233} & C_{1212} & C_{1223} & C_{1231} \\ C_{2311} & C_{2322} & C_{2333} & C_{2312} & C_{2323} & C_{2331} \\ C_{3111} & C_{3122} & C_{3133} & C_{3112} & C_{3123} & C_{3131} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \end{bmatrix} \quad (6.1-2)$$

Zur Untersuchung der Auswirkung der Implementierung wird ein Ein-Element-Test unter Zugbeanspruchung sowie unter kombinierter Zug-Schub-Beanspruchung gerechnet (siehe Abb. 6.1-1). Dabei wird eine Verschiebung von 10 mm vorgegeben, sodass sich im Zugfall eine Dehnung von 100 % einstellt. Die Zeitvorgabe beträgt 1 Sekunde, womit sich eine nominelle Dehnrate von 1 1/s ergibt.

Die Auswertung der Anzahl an Iterationen für die Zugbeanspruchung sowie für die Zug-

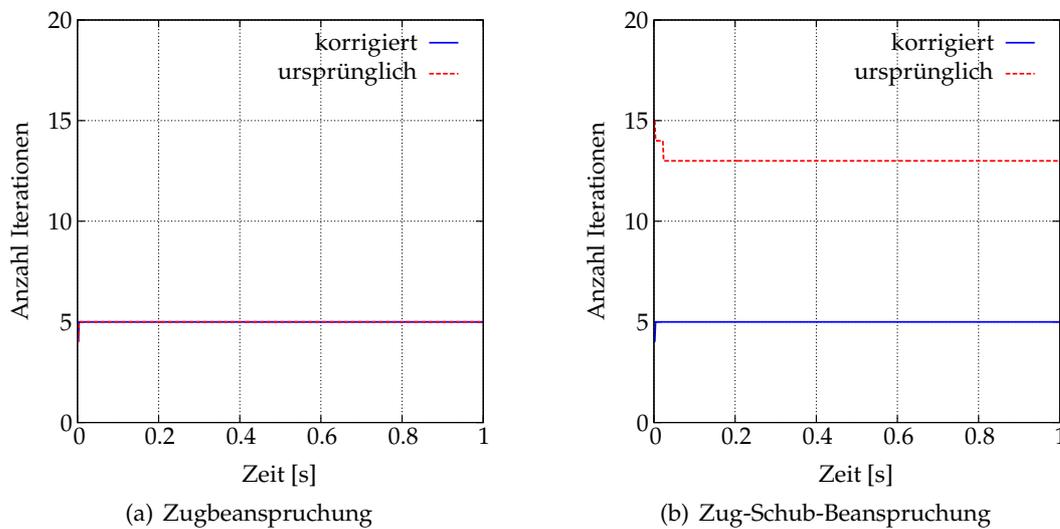


Abb. 6.1-2: Vergleich der Anzahl an Iterationen bei ursprünglicher und korrigierter Implementierung

Schub-Beanspruchung ist in *Abb. 6.1-2* dargestellt. Dabei lässt sich bei der Zugbeanspruchung kein Unterschied in der Anzahl an Iterationen feststellen. Für die Zug-Schub-Beanspruchung beträgt die Anzahl an Iterationen bei korrigierter Implementierung nur noch 5 anstelle von 13 Iterationen. Dabei ist die Anzahl an Iterationen bei der Zugbeanspruchung und bei der Zug-Schub-Beanspruchung bei der korrigierten Implementierung identisch. Der Grund des deutlich besseren Konvergenzverhaltens bei Zug-Schub-Beanspruchung liegt in der Berücksichtigung der Gleitungen anstelle der Schubverzerrungen. Die Korrektur wirkt sich auf die rechte Hälfte der Matrix aus, welche ausschließlich mit den Gleitungen multipliziert wird. Daher hat dies keine Auswirkungen auf die reine Zugbeanspruchung.

6.1.2 Einfluss der Zeitschrittweite

Aufgrund der lokalen quadratischen Konvergenz des NEWTON-RAPHSON-Verfahrens kann die Zeitschrittweite einen Einfluss auf das Konvergenzverhalten haben. Dabei ist bei kleiner werdender Zeitschrittweite eine Verbesserung des Konvergenzverhalten zu erwarten, da sich die Lösung zum letzten Schritt näher an der aktuellen Lösung befindet. Des Weiteren verringert sich die Nichtlinearität innerhalb eines Zeitschritts, sodass bei sehr kleiner Zeitschrittweite ein fast lineares Problem vorliegt.

Zur Untersuchung wird isothermes Materialverhalten ohne und mit Schädigung angenommen. Dabei beträgt die Dehnung bei Materialverhalten ohne Schädigung 100 % und bei Materialverhalten mit Schädigung 500 %. Die Anzahl an Zeitschritten beträgt bei Materialverhalten ohne Schädigung 50 bis 500000 sowie bei Materialverhalten mit Schädigung aufgrund der 5-mal größeren Dehnung 250 bis 250000. Somit ist das Dehnungsincrement pro Zeitschritt bei Materialverhalten ohne und mit Schädigung identisch.

Die Spannungs-Dehnungs-Diagramme für die jeweilige Anzahl an Zeitschritten sind in *Abb. 6.1-3* dargestellt. Dabei lässt sich feststellen, dass eine zeitliche Diskretisierung mit 500 bzw. 2500 Zeitschritten ausreicht, um den Spannungs-Dehnungs-Verlauf sehr gut abbilden zu können. Eine höhere Anzahl an Zeitschritten ist eigentlich nicht nötig, da sich der Spannungs-Dehnungs-Verlauf optisch fast nicht mehr verändert. Die Anzahl an Iterationen in *Abb. 6.1-4* ändern sich jedoch bei einer höheren Anzahl an Zeitschritten weiter, wobei die Anzahl an Ite-

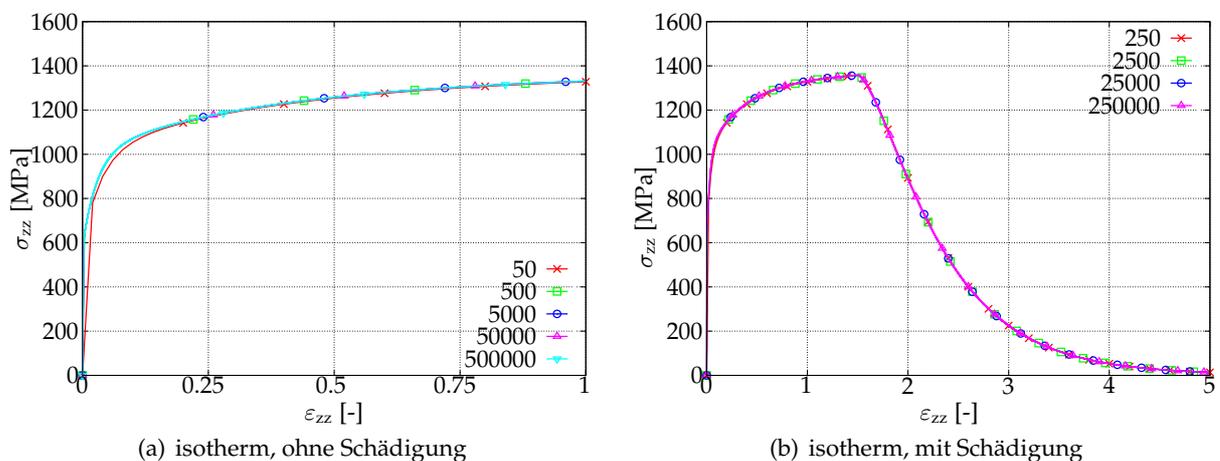
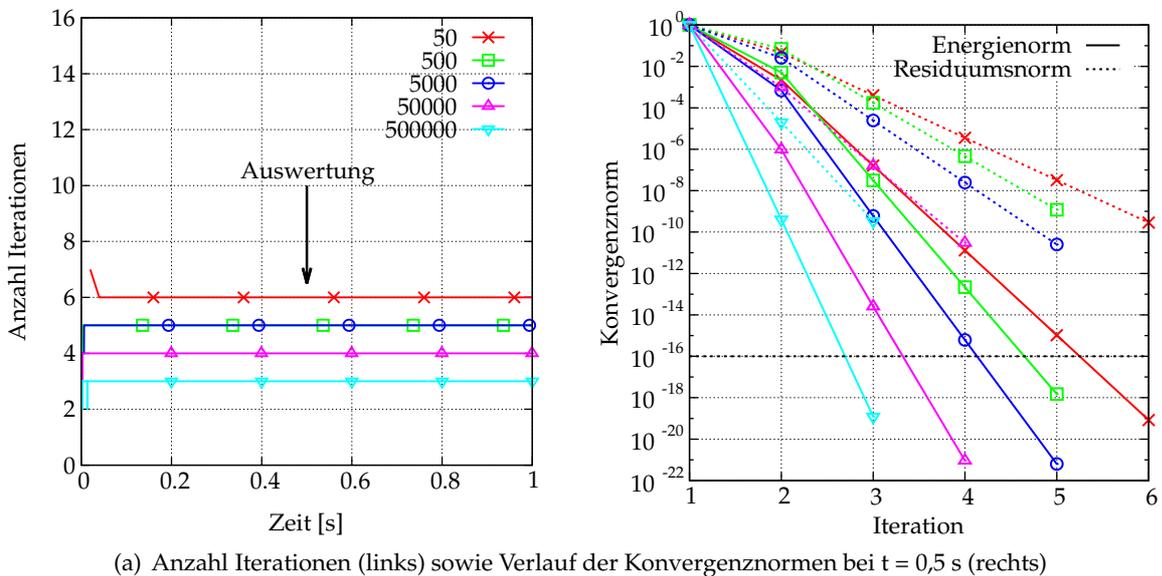


Abb. 6.1-3: Spannungs-Dehnungs-Verlauf bei einer unterschiedlichen Anzahl an Zeitschritten

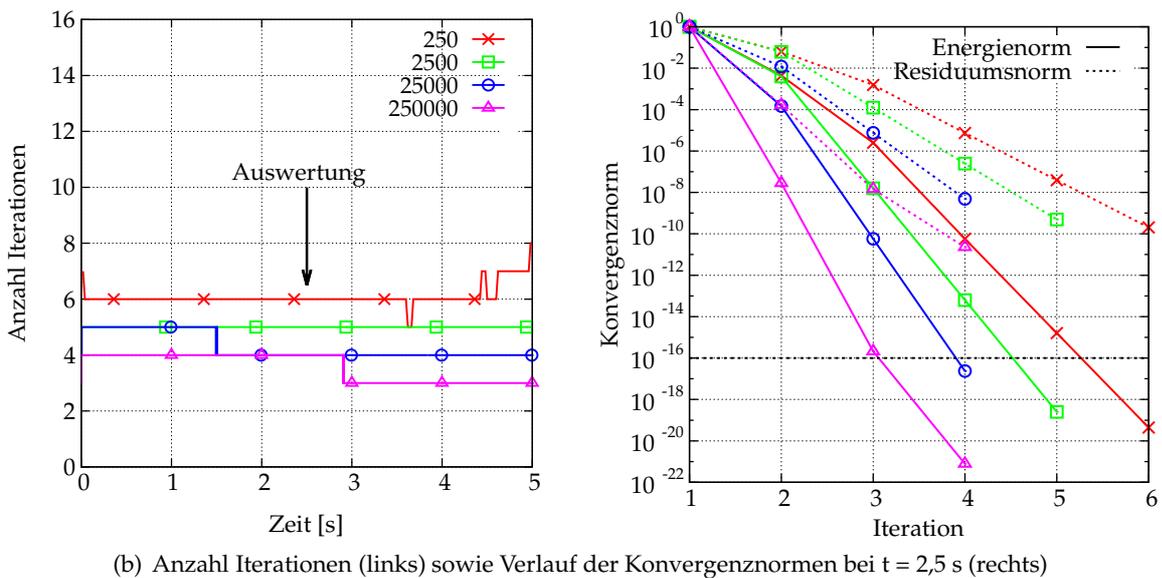
rationen bei größerer Anzahl an Zeitschritten und somit kleiner werdender Zeitschrittweite verringert wird. Dabei wird bei einer sehr hohen Anzahl von 500000 bzw. 250000 Zeitschritten eine Konvergenz innerhalb von 3 Iterationen erreicht.

Bei Materialverhalten mit Schädigung zeigt sich eine Verringerung der Iterationsanzahl bei einer Anzahl von 25000 und 250000 Zeitschritten. Bei einer Anzahl von 250 Zeitschritten lässt sich jedoch ein Ansteigen der Anzahl an Iterationen gegen Ende der Berechnung beobachten. Insgesamt ist die Anzahl an Iterationen im Schädigungsbereich nahezu identisch mit der Anzahl an Iterationen im elasto-plastischen Bereich.

Die Auswertung der Konvergenznormen erfolgt bei Materialverhalten ohne Schädigung bei $t = 0,5$ s und bei Materialverhalten mit Schädigung bei $t = 2,5$ s. Die Konvergenznormen sind in Abb. 6.1-4 dargestellt sowie in Tab. 6.1-1 zusammengefasst. Bei Materialverhalten ohne Schädigung ergibt sich bei einer Anzahl von 50 Zeitschritten für die relative Energienorm pro Iterationsschritt eine durchschnittliche Verringerung der Norm um 4 Größenordnungen.



(a) Anzahl Iterationen (links) sowie Verlauf der Konvergenznormen bei $t = 0,5$ s (rechts)



(b) Anzahl Iterationen (links) sowie Verlauf der Konvergenznormen bei $t = 2,5$ s (rechts)

Abb. 6.1-4: Untersuchung der Konvergenzverhaltens bei einer unterschiedlichen Anzahl an Zeitschritten bei Materialverhalten ohne Schädigung (oben) und mit Schädigung (unten)

Tab. 6.1-1: Verlauf der Konvergenznormen bei einer unterschiedlichen Anzahl an Zeitschritten bei Materialverhalten ohne und mit Schädigung

Materialverhalten ohne Schädigung					
relative Energienorm					
Iteration	50	500	5000	50000	500000
1	1.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00
2	2.1768E-03	5.0930E-03	6.8079E-04	9.6242E-07	4.1087E-10
3	1.6291E-07	3.1342E-08	6.0184E-10	2.5286E-14	1.1957E-19
4	1.3040E-11	2.1690E-13	6.1508E-16	9.0996E-22	
5	1.0432E-15	1.5008E-18	6.3631E-22		
6	8.3457E-20				
relative Residuumsnorm					
Iteration	50	500	5000	50000	500000
1	1.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00
2	4.6393E-02	7.0167E-02	2.5861E-02	9.8059E-04	2.0269E-05
3	4.0129E-04	1.7404E-04	2.4314E-05	1.5894E-07	3.4266E-10
4	3.5902E-06	4.5786E-07	2.4580E-08	2.9823E-11	
5	3.2112E-08	1.2043E-09	2.4996E-11		
6	2.8721E-10				
Materialverhalten mit Schädigung					
relative Energienorm					
Iteration	250	2500	25000	250000	
1	1.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00	
2	4.3449E-03	3.9467E-03	1.4694E-04	2.8018E-08	
3	2.4842E-06	1.5707E-08	5.7395E-11	2.0884E-16	
4	5.7813E-11	6.2664E-14	2.3741E-17	7.8107E-22	
5	1.5959E-15	2.5020E-19			
6	4.4018E-20				
relative Residuumsnorm					
Iteration	250	2500	25000	250000	
1	1.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00	
2	6.3513E-02	6.1704E-02	1.2067E-02	1.6736E-04	
3	1.5374E-03	1.2309E-04	7.5418E-06	1.4449E-08	
4	7.4149E-06	2.4585E-07	4.8505E-09	2.2528E-11	
5	3.8958E-08	4.9126E-10			
6	2.0460E-10				

Anzahl von 5000 ergibt sich eine durchschnittliche Verringerung von 6 Größenordnungen und bei 500000 von durchschnittlich 10 Größenordnungen. Insgesamt lässt sich daher ein lineares Konvergenzverhalten feststellen. Eine nähere Untersuchung des Konvergenzverhalten bei 50 Zeitschritten in Tab. 6.1-2 bestätigt dieses Verhalten durch die ausgewerteten Verhältnisse zwei aufeinanderfolgender Konvergenznormen. Bei Materialverhalten mit Schädigung ergibt sich ein fast identisches Konvergenzverhalten (siehe Tab. 6.1-1).

Tab. 6.1-2: Verlauf der Konvergenznormen bei einer Anzahl von 50 Zeitschritten bei Materialverhalten ohne Schädigung sowie Verhältnisse zwei aufeinanderfolgender Konvergenznormen

relative Energienorm			
Iteration k	Konvergenznorm ε	$\varepsilon_k / \varepsilon_{k-1}$	$\varepsilon_k / \varepsilon_{k-1}^2$
1	1.0000E+00		
2	2.1768E-03	2.1768E-03	2.1768E-03
3	1.6291E-07	7.4839E-05	3.4380E-02
4	1.3040E-11	8.0044E-05	4.9133E+02
5	1.0432E-15	8.0000E-05	6.1349E+06
6	8.3457E-20	8.0000E-05	7.6688E+10

relative Residuumsnorm			
Iteration k	Konvergenznorm ε	$\varepsilon_k / \varepsilon_{k-1}$	$\varepsilon_k / \varepsilon_{k-1}^2$
1	1.0000E+00		
2	4.6393E-02	4.6393E-02	4.6393E-02
3	4.0129E-04	8.6497E-03	1.8644E-01
4	3.5902E-06	8.9466E-03	2.2294E+01
5	3.2112E-08	8.9443E-03	2.4913E+03
6	2.8721E-10	8.9440E-03	2.7852E+05

Vergleich des Konvergenzverhaltens zwischen User-Implementierung des IfM-Modells und dem Standard Plastizitätsmodell in FEAP bei linear isotroper Verfestigung

Das IfM-Modell wird im Folgenden mit einem in FEAP standardmäßig implementierten Plastizitätsmodell (*Finite stretch plasticity model*) in Hinblick auf das Konvergenzverhalten verglichen. Dabei wird bei beiden Modellen elasto-plastisches Materialverhalten mit linearer isotroper Verfestigung vorgegeben. Neben der Berechnung bei finiten Deformationen (*finite*) wird die Berechnung bei kleinen Deformationen (*small*) durchgeführt. Der Vergleich der Anzahl an Iterationen *Abb. 6.1-5 (a)* zeigt bei der Berechnung mit dem Standard-Plastizitätsmodell bei kleinen sowie finiten Deformationen eine Iteration weniger. Beim Vergleich des Konvergenzverhaltens in *Abb. 6.1-5 (b)* ist das lineare Konvergenzverhalten des IfM-Modells sichtbar. Das Standard-Plastizitätsmodell konvergiert hingegen überquadratisch, wobei nach dem ersten Iterationsschritt jedoch eine geringere Konvergenznorm erreicht wird als beim IfM-Modell. Insgesamt ist das Konvergenzverhalten des IfM-Modell trotz linearem Konvergenzverhalten nicht wesentlich schlechter als das Konvergenzverhalten des Standard-Plastizitätsmodells.

Vergleich des Konvergenzverhaltens des IfM-Modells bei isothermem und adiabatem Materialverhalten

Die bisherigen Untersuchungen sind bei isothermem Materialverhalten durchgeführt worden, weswegen das Konvergenzverhalten bei adiabatem Materialverhalten untersucht wird. Sowohl bei isothermem als auch bei adiabatem Materialverhalten werden 500 Zeitschritte vorgegeben. Der Vergleich der Iterationen in *Abb. 6.1-6 (links)* zeigt bei beiden Varianten eine identische Anzahl. Des Weiteren ist der Verlauf der Konvergenznormen nahezu identisch. In Bezug auf das Konvergenzverhalten gibt es somit keine Unterschiede zwischen isothermem und adiabatem Materialverhalten.

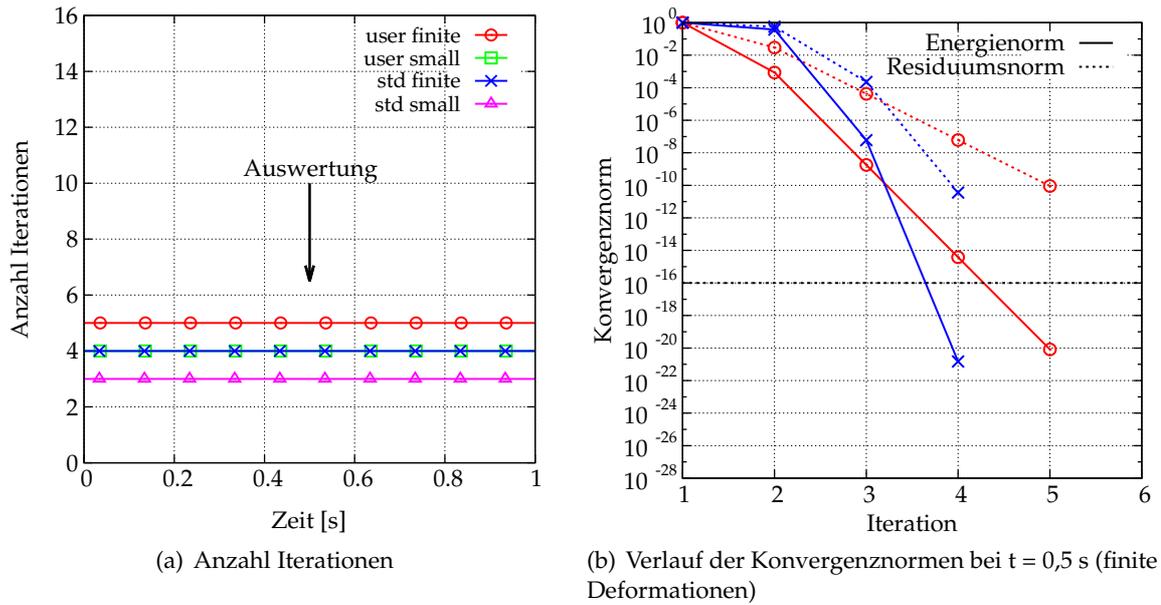


Abb. 6.1-5: Vergleich des Konvergenzverhaltens zwischen User-Implementierung des IfM-Modells und dem Standard Plastizitätsmodell in FEAP bei linear isotroper Verfestigung

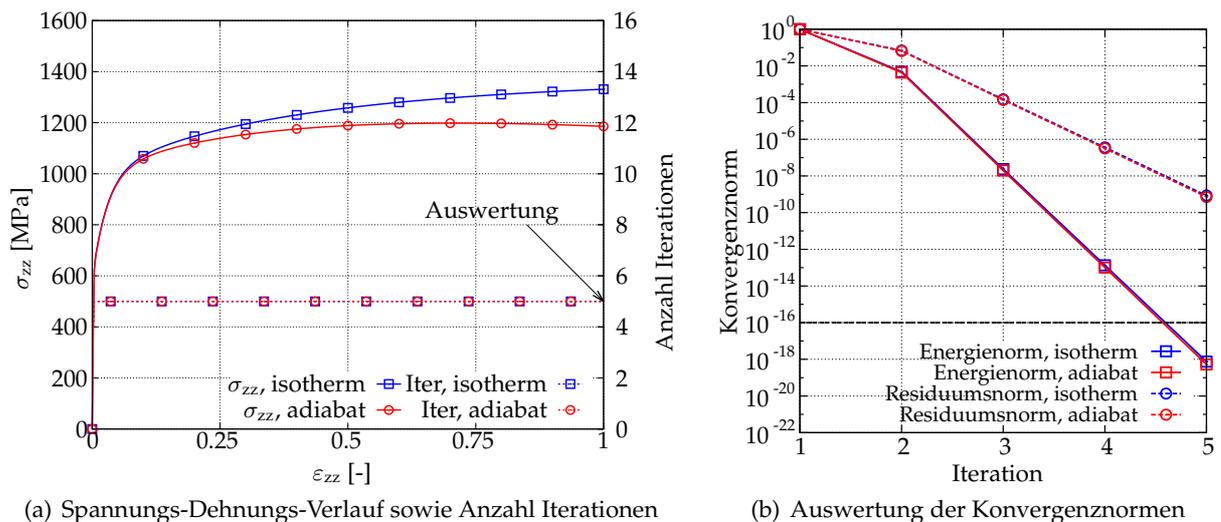


Abb. 6.1-6: Vergleich des Konvergenzverhaltens zwischen isothermer und adiabater Berechnung

6.1.3 Einfluss der Symmetrisierung des konsistenten Tangentenmoduls

Nachdem alle vorherigen Berechnungen mit dem vollständigem konsistenten Tangentenmodul erfolgt sind, wird ein Vergleich zwischen der Berechnung mit dem vollständigem und dem symmetrisierten Tangentenmodul durchgeführt. Im Folgenden sollen eventuelle Unterschiede im Konvergenzverhalten aufgezeigt werden. Bei elasto-plastischem Materialverhalten ohne Schädigung werden 500 Zeitschritte und bei elasto-plastischem Materialverhalten mit Schädigung 2500 Zeitschritte vorgegeben. Zur impliziten Berechnung bei vollständigem Tangentenmodul wird der Gleichungslöser *UTANgent* verwendet, der das Gleichungssystem mit unsymmetrischer Steifigkeitsmatrix löst. Bei symmetrisiertem Tangentenmodul wird der Gleichungslöser *TANGent* verwendet, der nur symmetrische Gleichungssysteme löst.

Die Symmetrisierung des konsistenten Tangentenmoduls erfolgt mit

$$\mathbf{C}^{\text{sym}} = \frac{1}{2} (\mathbf{C} + \mathbf{C}^T) \quad . \quad (6.1-3)$$

Neben elasto-plastischem Materialverhalten ohne Schädigung erfolgt die Untersuchung bei elasto-plastischem Materialverhalten mit Schädigung. Um den Einfluss der Symmetrisierung auf die Konvergenz des globalen NEWTON-RAPHSON-Verfahrens zu untersuchen, wird mit

$$\varepsilon_{\text{sym}} := \frac{\|\mathbf{C}^{\text{sym}} - \mathbf{C}\|}{\|\mathbf{C}\|} \cdot 100 \% \quad (6.1-4)$$

das Abweichungsverhältnis des symmetrisierten Tangentenmoduls mit dem eigentlich unsymmetrischen Tangentenmodul definiert. Die Unsymmetrie kommt dabei durch die kinematische Verfestigung sowie die Schädigung zustande.

Der Verlauf der Konvergenznormen bei Materialverhalten ohne Schädigung zum Zeitpunkt $t = 0,5$ s ist in *Abb. 6.1-7 (a)* dargestellt. Dabei zeigt die Darstellung keine Abweichung zwischen vollständigem und symmetrisiertem Tangentenmodul bei dem Verlauf der relativen Energie- und Residuumsnorm. Der Verlauf der Konvergenznormen bei Materialverhalten mit Schädigung zum Zeitpunkt $t = 2,5$ s ist in *Abb. 6.1-7 (b)* dargestellt. Hier zeigt sich ebenfalls keine Abweichung zwischen vollständigem und symmetrisiertem Tangentenmodul bei dem Verlauf der relativen Energie- und Residuumsnorm.

Der Vergleich der Konvergenznormen bei der Berechnung mit dem unsymmetrischen und symmetrisierten Tangentenmodul ist in *Tab. 6.1-3* für Materialverhalten ohne Schädigung zusammengefasst. Es zeigen sich minimale Abweichungen, wobei die Konvergenznormen bei unsymmetrischem Tangentenmodul geringer sind. Der Vergleich in *Tab. 6.1-4* für Materialverhalten mit Schädigung zeigt ebenfalls nur minimale Abweichungen. Dabei sind jedoch die Konvergenznormen bei der Berechnung mit dem symmetrisierten Tangentenmodul geringer. Insgesamt lässt sich feststellen, dass die Symmetrisierung weder bei Materialverhalten ohne Schädigung noch mit Schädigung eine Auswirkung auf das Konvergenzverhalten zeigt.

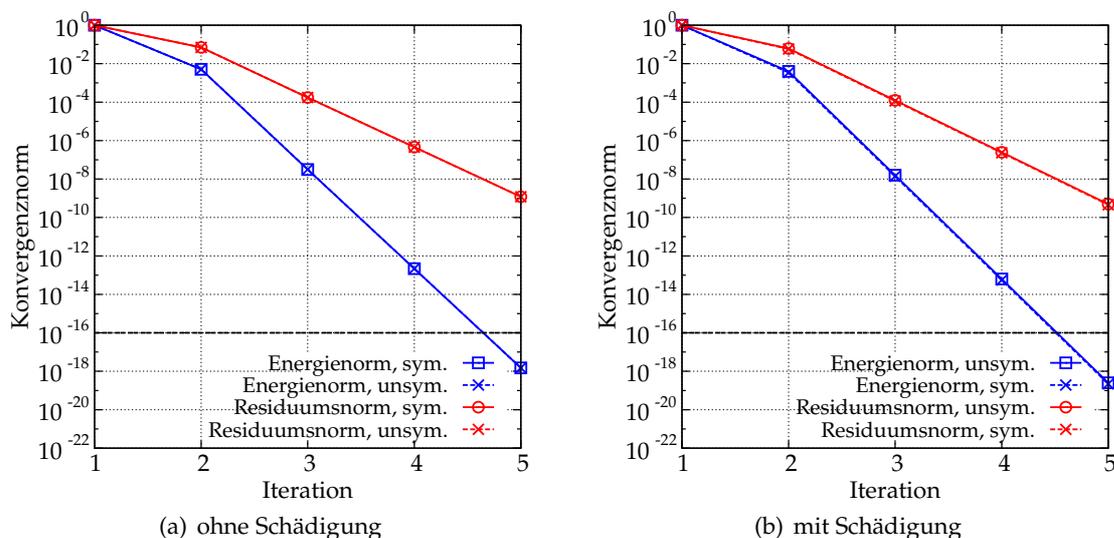


Abb. 6.1-7: Verlauf der Konvergenznormen bei Berechnung mit dem vollständigem (unsymmetrischem) und symmetrischen Tangentenmodul

Tab. 6.1-3: Vergleich der Konvergenznormen zum Zeitpunkt $t = 0,5$ s (250. Zeitschritt) bei Materialverhalten ohne Schädigung

Iteration	relative Energienorm		relative Residuumsnorm	
	Unsym.	Sym.	Unsym.	Sym.
1	1.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00
2	5.0930E-03	5.1032E-03	7.0167E-02	7.0238E-02
3	3.1342E-08	3.1402E-08	1.7404E-04	1.7421E-04
4	2.1690E-13	2.1732E-13	4.5786E-07	4.5829E-07
5	1.5008E-18	1.5035E-18	1.2043E-09	1.2054E-09
Tol.	1.0000E-16	1.0000E-16	1.0000E-08	1.0000E-08

Tab. 6.1-4: Vergleich der Konvergenznormen zum Zeitpunkt $t = 2,5$ s (1250. Zeitschritt) bei Materialverhalten mit Schädigung

Iteration	relative Energienorm		relative Residuumsnorm	
	Unsym.	Sym.	Unsym.	Sym.
1	1.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00
2	3.9467E-03	3.4634E-03	6.1704E-02	5.7803E-02
3	1.5707E-08	1.3792E-08	1.2309E-04	1.1534E-04
4	6.2664E-14	5.5025E-14	2.4585E-07	2.3038E-07
5	2.5020E-19	2.1964E-19	4.9126E-10	4.6028E-10
Tol.	1.0000E-16	1.0000E-16	1.0000E-08	1.0000E-08

Um die Auswirkung der Symmetrisierung näher zu untersuchen wird das in Gl. (6.1-4) definierte Abweichungsverhältnis für die Berechnung bei Materialverhalten ohne und mit Schädigung betrachtet. Dabei ist ε_{sym} an jedem achten GAUSS-Punkt zu jedem konvergierten Zeitschritt in Abb. 6.1-8 dargestellt. Aus der Abbildung ist erkennbar, dass die Abweichung bei Materialverhalten ohne Schädigung zunächst schnell anwächst und anschließend langsam abfällt. Insgesamt ist die Abweichung mit einem maximalen Wert von 0,033 % äußerst gering, sodass hier durch die Symmetrisierung kein nennenswerter Fehler entsteht.

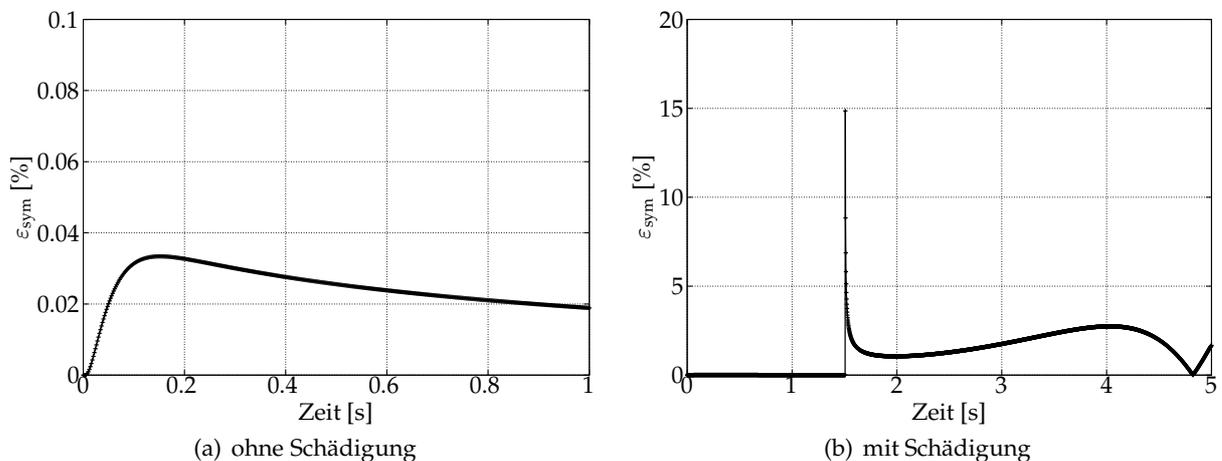


Abb. 6.1-8: Verlauf des Abweichungsverhältnis über der Zeit

Bei Materialverhalten mit Schädigung tritt ein sprunghafter Anstieg der Abweichung bis 15 % mit Beginn der Schädigungsentwicklung auf, welcher jedoch schnell abklingt. Anschließend steigt das Abweichungsverhältnis langsam bis auf einen Wert von 2,7 % und fällt zügig auf den Wert null. Der darauf folgende Anstieg ist einem numerischen Fehler zuzuschreiben, da hier der Schädigungswert nahezu 1 ist und das Element normalerweise gelöscht wird.

6.1.4 Konvergenzverhalten bei Tangentenmodul ohne Schädigungsanteil

In [Szczepaniak, 2015, S. 49] wird bei Materialverhalten mit Schädigung ein besseres Konvergenzverhalten bei Deaktivierung des Schädigungsanteils \mathcal{C}_{dmg} (siehe Gl. (6.1-5)) festgestellt. Dabei wird zur Berechnung LS-DYNA verwendet, weswegen der Tangentenmodul symmetrisiert werden muss.

$${}^a\hat{\mathbf{C}}_k = \mathcal{D} \hat{\mathbf{C}}_k + \frac{\partial {}^a\mathbf{T}}{\partial D} \otimes \frac{d \Delta D}{d \Delta \epsilon} = \mathcal{D} \hat{\mathbf{C}}_k + \mathcal{C}_{\text{dmg}} \quad (6.1-5)$$

Im Folgenden wird das Konvergenzverhalten bei vollständigem Tangentenmodul, symmetrisiertem Tangentenmodul und Tangentenmodul ohne Schädigungsanteil verglichen. Dabei wird für alle drei Fälle eine Anzahl von 25 bis 250000 Zeitschritten vorgegeben. Die Anzahl an benötigten Iterationen zur Konvergenz ist für die jeweiligen Fälle in Abb. 6.1-9 (a), (b) und (c) dargestellt.

Bei der Berechnung mit dem vollständigen Tangentenmodul treten bei 25 Zeitschritten starke Konvergenzprobleme auf, sodass ab einer Zeit von 4 Sekunden das globale NEWTON-RAPHSON-Verfahren nicht mehr konvergiert.⁴ Bereits bei einer Anzahl an 250 Zeitschritten steigt die Anzahl an Iteration leicht an, was auf ein schlechter werdendes Konvergenzverhalten schließen lässt. Ab einer Anzahl von 2500 Zeitschritten tritt keine Änderung des Konvergenzverhaltens im Schädigungsbereich auf.

Bei der Berechnung mit dem symmetrisierten Tangentenmodul treten bei 25 Zeitschritten Konvergenzprobleme auf, sodass ab einer Zeit von 4,5 Sekunden das globale NEWTON-RAPHSON-Verfahren nicht mehr konvergiert. Das Konvergenzverhalten bei einer Anzahl von 250 bis 250000 Zeitschritten ist im Schädigungsbereich jedoch schlechter als bei der Berechnung mit dem vollständigen Tangentenmodul. So fällt zum Beispiel bei 250000 Zeitschritten die Anzahl an Iterationen nicht auf 3, wie bei der Berechnung mit dem vollständigen Tangentenmodul, sondern bleibt fast konstant bei 4.

Bei der Berechnung mit dem Tangentenmodul ohne Schädigungsanteil treten bei 25 Zeitschritten keine Konvergenzprobleme auf. Dabei verringert sich die Anzahl an Iterationen kontinuierlich. Die Anzahl an Iterationen bei einer Anzahl von 2500 Zeitschritten oder mehr entspricht der Anzahl an Iterationen bei Verwendung des vollständigen Tangentenmoduls. Bei einer Anzahl von 250 oder weniger werden im Vergleich zur Berechnung mit dem vollständigen Tangentenmodul weniger Iterationen benötigt.

Der Spannungs-Dehnungs-Verlauf in Abb. 6.1-9 (d) zeigt bei Verwendung des vollständigen Tangentenmoduls bei 25 Zeitschritten eine anwachsende Spannung ab einer Zeit von 4 Sekunden. Das nicht mehr konvergierte NEWTON-RAPHSON-Verfahren führt somit zu einer falschen Lösung. Bei der Verwendung des symmetrisierten Tangentenmoduls und des Tangentenmo-

⁴Die maximale Anzahl an Iteration wird mit 20 vorgegeben.

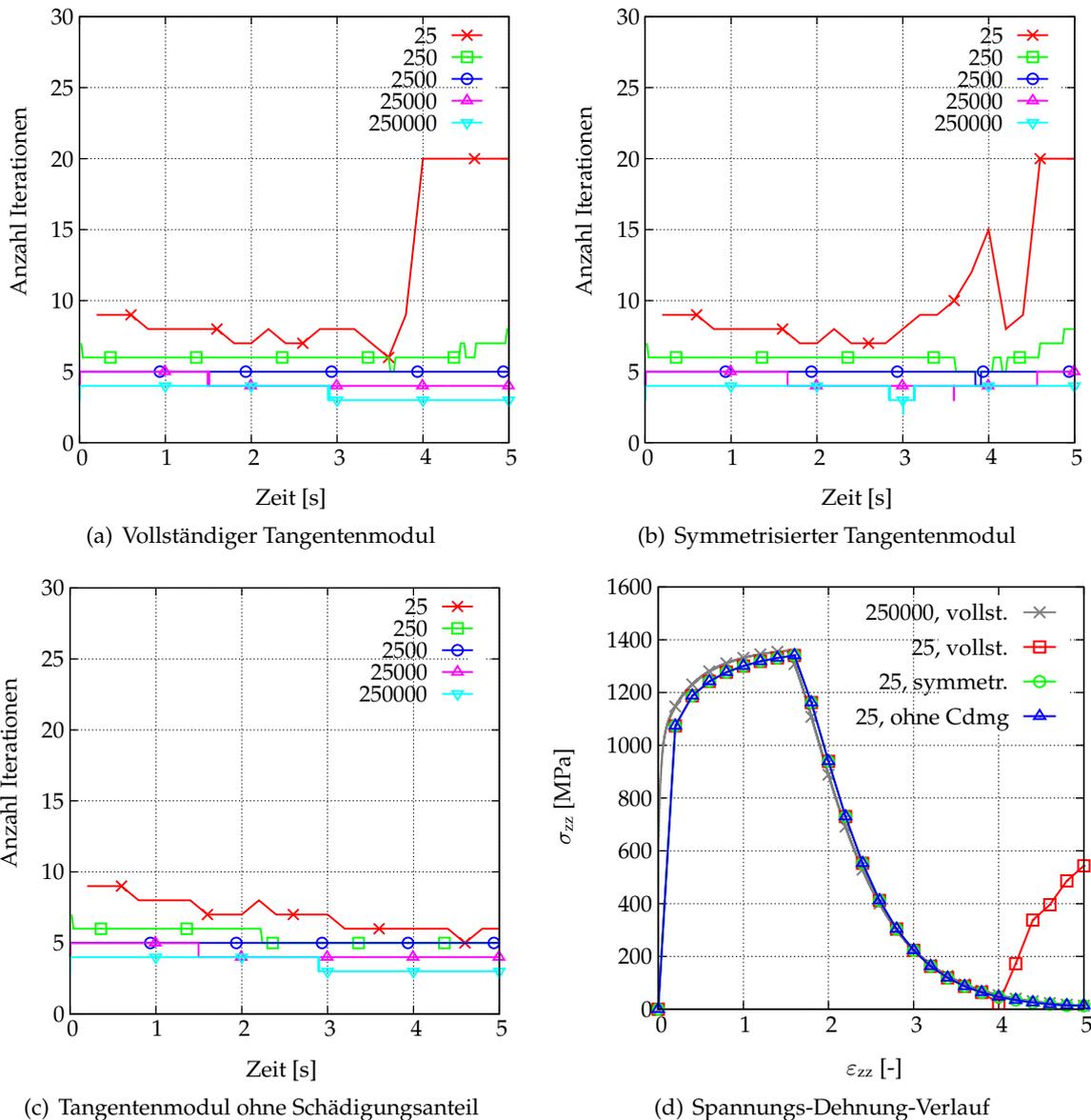


Abb. 6.1-9: Vergleich des Konvergenzverhaltens bei vollständigem Tangentenmodul, symmetrisiertem Tangentenmodul und Tangentenmodul ohne Schädigungsanteil

duls ohne Schädigungsanteil entsteht keine anwachsende Spannung bei nahezu vollständig geschädigtem Material. Damit ist für große Zeitschrittweiten der Tangentenmodul ohne Schädigungsanteil die am besten geeignete Variante. Bei ausreichend kleiner Zeitschrittweite ist die Berechnung mit dem vollständigem oder mit dem Tangentenmodul ohne Schädigungsanteil äquivalent.

6.2 Zylinderstauchprobe

6.2.1 Korrektur der Implementierung des konsistenten Tangentenmoduls in VOIGT-Notation

Zur Untersuchung der Auswirkung der Implementierung wird die Zylinderstauchprobe (siehe Kap. 5.3) unter monotoner Druckbelastung gerechnet. Dabei wird eine Verschiebung von

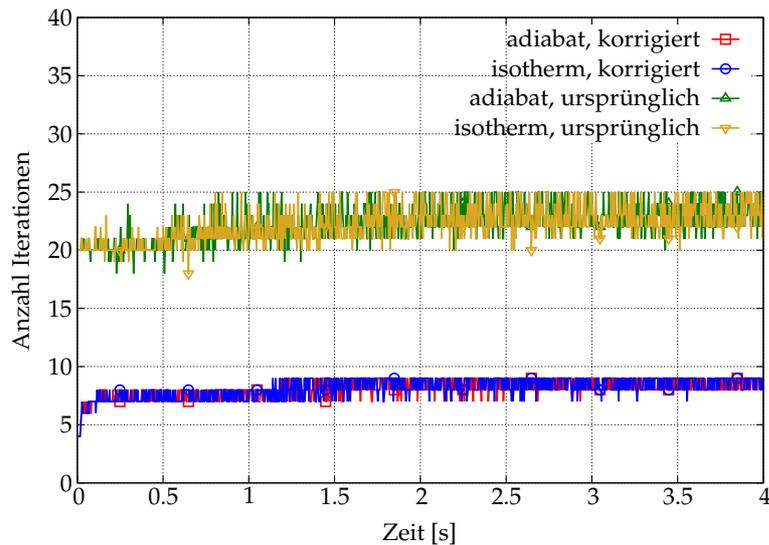


Abb. 6.2-1: Vergleich zwischen ursprünglicher und korrigierter Implementierung

40 mm vorgegeben, sodass sich letztendlich eine nominelle Dehnung von 40 % einstellt. Die Zeitvorgabe beträgt 1 Sekunde, womit sich eine nominelle Dehnrage 1 1/s ergibt. Die implizite Berechnung wird mit 1000 Zeitschritten durchgeführt, wodurch eine Zeitschrittweite von $\Delta t = 1.0E-3$ s folgt.

Der Vergleich zwischen ursprünglicher Implementierung und korrigierter Implementierung in Abb. 6.2-1 zeigt einen deutlichen Unterschied in der Anzahl an Iterationen. Dabei ergibt sich für die isotherme sowie adiabate Berechnung bei ursprünglicher Implementierung eine Anzahl zwischen 20 bis 25 Iterationen, wobei sich ein stark oszillierendes Verhalten zeigt. Zwischen der isothermen und adiabaten Berechnung zeigt sich teilweise Abweichungen, insgesamt ist der Verlauf der Iterationen jedoch sehr ähnlich. Die Berechnung mit der korrigierten Implementierung zeigt eine Anzahl von 7 bis 9 Iterationen. Das oszillierende Verhalten ist dabei nicht so stark ausgeprägt wie bei der ursprünglichen Implementierung.

Aufgrund der Ausbauchung werden die Elemente neben der Druckbeanspruchung auch auf Schub beansprucht. Somit wirkt die Korrektur der rechten Hälfte der 6×6 -Tangentenmodulmatrix auf die Berechnung der Zylinderstauchprobe aus. Die korrigierte Implementierung zeigt daher ein deutlich besseres Konvergenzverhalten als die ursprüngliche Implementierung.

6.2.2 Einfluss der Symmetrisierung des konsistenten Tangentenmoduls

Die Untersuchung des Einflusses der Symmetrisierung des konsistenten Tangentenmoduls am Ein-Element-Test wird ebenfalls an der Zylinderstauchprobe durchgeführt. Dabei wird isothermes und adiabates Materialverhalten betrachtet. Neben der auf dem Verschiebungsansatz basierenden Elementformulierung wird die in Kap. 5.3 bereits erläuterte Mixed-Formulierung untersucht.

Die Anzahl an benötigten Iterationen für die Berechnung mit dem vollständigen sowie dem symmetrisierten Tangentenmodul wird in Abb. 6.2-2 verglichen. Für die normale Elementformulierung zeigen sich zwischen vollständigem und symmetrisiertem Tangentenmodul kaum Abweichungen in der Anzahl an Iterationen. Insgesamt liegt die Anzahl an Iterationen zwischen 7 und 9.

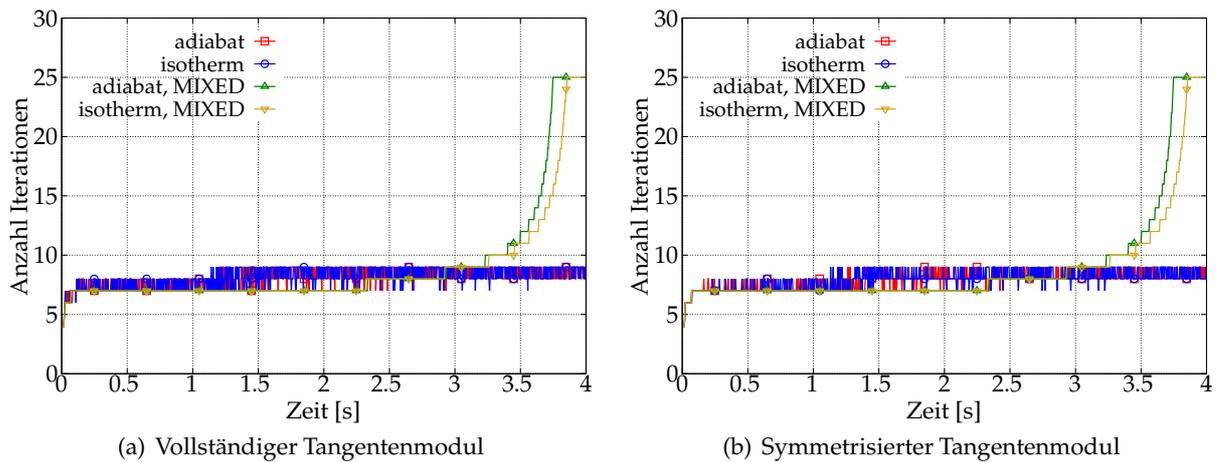


Abb. 6.2-2: Vergleich zwischen vollständigem und symmetrisiertem Tangentenmodul

Für die Mixed-Elementformulierung zeigen sich zwischen vollständigem und symmetrisiertem Tangentenmodul ebenfalls kaum Abweichungen in der Anzahl an Iterationen. Die Anzahl an Iterationen liegt bei beiden Varianten zunächst bei 7. Ab einer Zeit von 2,3 Sekunden nimmt die Anzahl jedoch kontinuierlich zu, wobei bei adiabatem Materialverhalten ab 3,7 Sekunden und bei isothermem Materialverhalten ab 3,8 Sekunden keine Konvergenz mehr erreicht wird. Es sei angemerkt, dass die Berechnung bei der Mixed-Elementformulierung und adiabatem Materialverhalten bei 3,85 Sekunden abbricht. Insgesamt ist bei allen berechneten Varianten fast kein Unterschied zwischen der Berechnung mit dem vollständigen Tangentenmodul und der Berechnung mit dem symmetrisierten Tangentenmodul festzustellen.

In Tabelle Tab. 6.2-1 sind die gesamte Anzahl an Iterationen sowie die Rechenzeit zusammengefasst. Dabei zeigt sich bei der Berechnung mit vollständigem Tangentenmodul und dem Gleichungslöser für unsymmetrische Steifigkeitsmatrizen (UTANGent) eine fast identische Anzahl an gesamten Iteration wie bei der Berechnung mit dem symmetrisierten Tangentenmodul und dem Gleichungslöser für symmetrische Steifigkeitsmatrizen (TANGent). Ein Vergleich der Rechenzeit zeigt eine deutliche geringere Rechenzeit bei der Berechnung mit dem symmetri-

Tab. 6.2-1: Vergleich der Berechnung mit dem unsymmetrischen Gleichungslöser UTANGent sowie dem symmetrischen Gleichungslöser TANGent

Lastfall	UTANGent	TANGent	Verhältnis
Gesamte Anzahl Iterationen			
isotherm	8122	7925	1,02
adiabat	8101	7869	1,03
isotherm, Mixed	8814	8799	1,00
adiabat, Mixed	8239	8232	1,00
CPU-Zeit [s]			
isotherm	257,54	140,86	1,82
adiabat	257,45	152,75	1,69
isotherm, Mixed	708,48	585,39	1,21
adiabat, Mixed	658,31	549,96	1,20

sierten Tangentenmodul. Dies ist auf die effiziente Lösung des Gleichungssystems bei symmetrischer Steifigkeitsmatrix zurückzuführen. Insbesondere bei FE-Modellen mit einer hohen Anzahl an Elementen kann durch die Symmetrisierung Rechenzeit eingespart werden.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Zusammenfassung

Zunächst werden die Modellansätze des IfM-, EMMI- und BCJ-Modells vorgestellt und Gemeinsamkeiten und Unterschiede aufgezeigt. Dabei werden die Ansätze zur kinematischen Verfestigung sowie zur statischen Erholung für den nachfolgenden Modellvergleich nicht verwendet. Anschließend werden anhand von Versuchsdaten der Stahlsorten 16MnCr5, 51CrV4 und C15 sowie der Aluminiumlegierung AlMgSi1 die Materialparameter für die isotrope Verfestigung, Dehnratensensitivität sowie Anfangsfließspannung ermittelt. Der Vergleich der Materialmodelle in Hinblick auf die Güte der berechneten Fließkurven zeigt für das BCJ-Modell bei allen Stahlsorten sehr große Abweichungen im mittleren Temperaturbereich. Bei der Aluminiumlegierung AlMgSi1 kann das BCJ-Modell die Fließkurven gut wiedergeben, wobei hier nur der Warmumformbereich vorliegt. Insgesamt ist das BCJ-Modell für den Bereich der Warmumformung gut geeignet. Das EMMI-Modell liefert deutlich bessere Ergebnisse im mittleren Temperaturbereich als das BCJ-Modell. Ein möglicher Nachteil ergibt sich jedoch aus der Entdimensionierung, bei der zusätzliche Parameter notwendig sind. Das EMMI-Modell ist durch die gute Wiedergabe in allen Temperaturbereichen sowohl für die Kaltumformung als auch für die Warmumformung geeignet. Die berechneten Fließkurven des IfM-Modells stimmen im Vergleich mit den anderen beiden Modellen am besten mit den Versuchsdaten überein. Das IfM-Modell ist durch die gute Wiedergabe in allen Temperaturbereichen sowohl für die Kaltumformung als auch für die Warmumformung geeignet.

Der Vergleich der Materialmodelle zur Berechnung von Umformprozessen wird mit den Materialkennwerten der Stahlsorte 16MnCr5 durchgeführt. Dabei wird neben der Umformkraft auch die Endgeometrie der Proben als Vergleichswert herangezogen. Die Berechnungsergebnisse des Ein-Element-Tests und des Zylinderstauchversuchs zeigen bei allen drei Materialmodellen eine gute Übereinstimmung der Spannungsverläufe bei einer Anfangstemperatur von 293 K und 1373 K. Bei einer Anfangstemperatur von 873 K ergeben sich jedoch deutliche Unterschiede in den berechneten Spannungsverläufen, wobei das BCJ-Modell im Vergleich zu den anderen Modellen eine deutlich niedrigere Spannung prognostiziert. Zwischen dem Verlauf der Spannung beim IfM- und beim EMMI-Modell existieren moderate Abweichungen. Die Endgeometrie stimmt bei 293 K und 1373 K bei allen Modellen sehr gut überein, bei 873 K existieren leichte Abweichungen. Dieser Unterschied zwischen den Berechnungsergebnissen der drei Materialmodellen ist auf die entsprechende Übereinstimmung mit den Versuchsdaten zurückzuführen, wobei das IfM-Modell die geringsten Abweichungen bei 873 K zeigt.

Die Berechnung des mehrstufigen Zylinderstauchversuchs mit Abkühlphase sowie der simulanten Kalt-/Warmumformung der Flanschswelle zeigt beim BCJ- und EMMI-Modell ein abweichendes Verhalten zum IfM-Modell. Dabei sind die mit dem BCJ- und EMMI-Modell berechneten Umformkräfte nicht plausibel, da diese bei der Kaltumformung des mehrstufigen Zylinderstauchversuchs im gleichen Bereich wie bei der Warmumformung liegen. Des Weiteren

sind die mit dem BCJ- und EMMI-Modell berechneten Umformkräfte bei der Umformung der Flanschswelle zu hoch. Dieses Verhalten kommt vermutlich durch die adiabate Berechnung der Temperatur innerhalb der Materialroutine zustande. Dabei dient vermutlich nicht die globale Temperatur als Eingangsgröße für die temperaturabhängigen Materialgleichungen, sondern die innerhalb der Materialroutine berechnete Temperatur, welche auf der Material-History abgespeichert wird. Somit wirkt sich eine Temperaturänderung von außen nicht auf das Berechnungsergebnis aus.

Neben dem Vergleich der Endgeometrie und der Umformkraft wird bei allen drei Modellen das Konvergenzverhalten untersucht. Beim Ein-Element-Test zeigt sich beim BCJ-Modell ein lineares Konvergenzverhalten bei niedriger Steigung, beim EMMMI-Modell ein nahezu quadratische Konvergenzverhalten und beim IfM-Modell ein minimal schlechteres Konvergenzverhalten als beim EMMI-Modell. Beim Zylinderstauchversuch zeigt sich beim BCJ-Modell die geringste Konvergenzgeschwindigkeit. Das Konvergenzverhalten beim EMMI-Modell ist deutlich besser als beim BCJ-Modell und beim IfM-Modell minimal schlechter als beim EMMI-Modell. Bei der Berechnung mit dem EMMI-Modell treten beim Zylinderstauchversuch Konvergenzprobleme bei strengen Konvergenztoleranzen auf.

Zur Untersuchung des Konvergenzverhaltens bei unsymmetrischem Gleichungslöser wird das IfM-Modell in FEAP implementiert. Die Implementierung wird durch Vergleichsrechnungen mit LS-DYNA am Ein-Element-Test verifiziert. Die Validierung erfolgt durch Vergleich der Berechnungsergebnisse bei Umformung der Zylinderstauchprobe, wobei in LS-DYNA unterintegrierte Volumenelemente mit Hourglass-Stabilisierung verwendet werden. Da in FEAP keine Hourglass-Stabilisierung möglich ist, werden in FEAP zum einen unterintegrierte Volumenelemente und zum anderen ein gemischter Elementansatz verwendet. Die Berechnungsergebnisse bei Verwendung des gemischten Elementansatzes zeigen eine sehr gute Übereinstimmung, womit die Validierung erfolgreich ist.

Zur Konvergenzuntersuchung wird zunächst die Implementierung in Hinblick auf die VOIGT-Notation korrigiert, womit sich unter Schubbelastung ein besseres Konvergenzverhalten zeigt. Die Konvergenzuntersuchung zeigt insgesamt ein lineares Konvergenzverhalten. Dabei ist kein Unterschied zwischen Berechnung mit dem symmetrischen oder unsymmetrischem Tangentenmodul zu sehen.

Ausblick

Für weiterführende Arbeiten sollte aufgrund des linearen Konvergenzverhaltens zunächst die Herleitung des konsistenten Tangentenmoduls sowie die Implementierung geprüft werden. Dabei sollte bei Auffinden eines Fehlers in der Herleitung oder Implementierung eine weitere Berechnung bei unsymmetrischem Tangentenmodul in FEAP durchgeführt werden, um die quadratische Konvergenz zu prüfen. Aufgrund von nicht vorhandenen Versuchsdaten zur Temperaturentwicklung aufgrund der plastischen Deformationen, kann kein Vergleich des berechneten Temperaturanstiegs zwischen dem BCJ-, EMMI- und IfM-Modell vollzogen werden. Daher sollte ein Zylinderstauchversuch mit Temperaturmessung durchgeführt werden. Für einen weiteren Vergleich des IfM-Modells können weitere in LS-DYNA implementierte Materialmodelle verwendet werden. Dabei können weitere Versuche durchgeführt werden und zum Vergleich mit den Berechnungsergebnisse herangezogen werden.

A Materialkarten zur Berechnung mit LS-DYNA

A.1 BCJ-Modell

Materialkarte für die Stahlsorten

```
*MAT_BAMMAN
$      mid      ro      E      pr      T      HC
      11 7890.000 2.100e+11 0.300&TEMP      2.53e-7
$      c1      c2      c3      c4      c5      c6      c7      c8
&pC1      &pC2      &pC3      &pC4      &pC5      &pC6      0.000 0.000
$      c9      c10      c11      c12      c13      c14      c15      c16
      0.000 0.000 0.000 0.000&pC13      &pC14      &pC15      &pC16
$      c17      c18      a1      a2      a4      a5      a6      kappa
      0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
```

16MnCr5

```
*PARAMETER
$#      prmrl      val1
R pC1      2.34454e+7
R pC2      1.17697e-3
R pC5      7.72188e-1
R pC6      1.94394e+1
R pC13     1.54675e-6
R pC14     3.14001e+3
R pC15     5.48535e+7
R pC16     9.56388e+2
R pC3      1.70039e+7
R pC4      1.02049e+3
```

C15

```
*PARAMETER
$#      prmrl      val1
R pC1      5.42410e+6
R pC2      4.97203e-3
R pC5      2.32601e-3
R pC6      5.00000e+2
R pC13     3.78545e-5
R pC14     6.89954e+3
R pC15     2.36586e+7
R pC16     1.20715e+3
R pC3      4.70328e+6
R pC4      1.36295e+3
```

51CrV4

```
*PARAMETER
$#      prmrl      val1
R pC1      3.62723e+7
R pC2      2.15491e+0
R pC5      9.69191e+1
R pC6      6.16802e+3
R pC13     7.06093e-5
R pC14     5.74022e+3
R pC15     1.24673e+6
R pC16     2.44400e+3
R pC3      2.47378e+7
R pC4      1.21512e+2
```

Materialkarte für die Aluminiumsorte

```
*MAT_BAMMAN
$      mid      ro      E      pr      T      HC
      11 2700.0000 70.000E+9 0.34000&TEMP      3.72e-7
$      c1      c2      c3      c4      c5      c6      c7      c8
&pC1      &pC2      &pC3      &pC4      &pC5      &pC6      0.000 0.000
$      c9      c10      c11      c12      c13      c14      c15      c16
      0.000 0.000 0.000 0.000&pC13      &pC14      &pC15      &pC16
$      c17      c18      a1      a2      a4      a5      a6      kappa
      0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
```

AlMgSi1

```
*PARAMETER
$#      prmrl      val1
R pC1      6.12351e+6
R pC2      9.50036e-2
R pC5      4.84689e+3
R pC6      8.83506e+3
R pC13     1.99858e-4
R pC14     4.46288e+3
R pC15     2.26653e+8
R pC16     4.58342e+1
R pC3      3.80776e+4
R pC4      2.56612e-5
```

A.2 EMMI-Modell

Materialkarte für die Stahlsorten

```
*MAT_EMMI
$      mid      ro      E      pr
      11      7890      210e9      0.3
$      RGAS      BVECT      DO      QD      CV      ADRAG      BDRAG      DMTHTA
      8.314  2.58e-10  3.7e-5      280e3      450
$      DMPHI      DNTHTA      DNPFI      THETA0      THETAM      BETA0      BTHETA      DMR
      293      1800
$      DNUC1      DNUC2      DNUC3      DNUC4      DM1      DM2      DM3      DM4
      &pDM1      &pDM2      &pDM3      &pDM4
$      DM5      Q1ND      Q2ND      Q3ND      Q4ND      CALPHA      CKAPPA      C1
&pDM5      &pQ1      0.000&pQ3      0.000
$      C2ND      C3      C4      C5      C6      C7ND      C8ND      C9ND
&pC2      0.000      0.000&pC5      &pC6      0.000      1.000&pC9
$      C10      A1      A2      A3      A4      A_XX      A_YY      A_ZZ
      0.000
$      A_XY      A_YZ      A_XZ      ALPHXX      ALPHYY      ALPHZZ      ALPHXY      ALPHYZ
$      ALPHXZ      DKAPPA      PHI0      PHICR      DLBDAG      FACTOR      RSWTCH      DMGOPT
      0.90      1
$      DELASO      DIMPLO      ATOL      RTOL      DINTER
      6      1.0e-8      1.0e-8      100
$BLANK_LINE
```

16MnCr5

```
*PARAMETER
$#      prmr1      val1
R pC1      1.44471e-2
R pC2      1.00039e-5
R pC5      2.58532e+1
R pC6      4.70024e-4
R pC9      1.14181e+0
R pDM1      2.20387e-3
R pDM2      1.54742e+0
R pDM3      1.06573e-4
R pDM4      3.36095e+0
R pDM5      4.82917e-1
R pQ1      4.19906e+0
R pQ3      1.28264e+0
```

C15

```
*PARAMETER
$#      prmr1      val1
R pC1      2.02964e-1
R pC2      1.33334e-1
R pC5      1.53489e+2
R pC6      1.03113e-3
R pC9      3.97657e-1
R pDM1      2.06141e-4
R pDM2      1.87285e+1
R pDM3      2.42784e+0
R pDM4      8.09031e+0
R pDM5      9.56866e-1
R pQ1      1.11087e+1
R pQ3      6.21110e-1
```

51CrV4

```
*PARAMETER
$#      prmr1      val1
R pC1      1.28025e+0
R pC2      9.13689e+1
R pC5      1.73348e+1
R pC6      7.02189e-4
R pC9      1.00014e-1
R pDM1      4.73594e-4
R pDM2      5.56386e-2
R pDM3      3.50369e-2
R pDM4      3.13551e+0
R pDM5      4.52318e-1
R pQ1      1.59949e+1
R pQ3      7.52126e-1
```

Materialkarte für die Aluminiumsorte

```
*MAT_EMMI
$      mid      ro      E      pr
      11  2700.000  70.000E+9  0.34000
$      RGAS      BVECT      DO      QD      CV      ADRAG      BDRAG      DMTHTA
      8.314  2.860e-10  1.700e-4  142.00e3  896.000
$      DMPHI      DNTHTA      DNPFI      THETA0      THETAM      BETA0      BTHETA      DMR
      293.000  933.000
$      DNUC1      DNUC2      DNUC3      DNUC4      DM1      DM2      DM3      DM4
      &pDM1      &pDM2      &pDM3      &pDM4
$      DM5      Q1ND      Q2ND      Q3ND      Q4ND      CALPHA      CKAPPA      C1
&pDM5      &pQ1      0.000&pQ3      0.000
$      C2ND      C3      C4      C5      C6      C7ND      C8ND      C9ND
&pC2      0.000      0.000&pC5      &pC6      0.000      1.000&pC9
$      C10      A1      A2      A3      A4      A_XX      A_YY      A_ZZ
      0.000
$      A_XY      A_YZ      A_XZ      ALPHXX      ALPHYY      ALPHZZ      ALPHXY      ALPHYZ
$      ALPHXZ      DKAPPA      PHI0      PHICR      DLBDAG      FACTOR      RSWTCH      DMGOPT
```

```

0.90      1
$  DELASO      DIMPLO      ATOL      RTOL      DINTER
                6      1.0e-8      1.0e-8      100
$BLANK_LINE

```

AlMgSi1

```

*PARAMETER
$#  prmrl      vall
R  pC1      1.38576e-2
R  pC2      5.14491e-7
R  pC5      6.84259e+1
R  pC6      8.77475e-4
R  pC9      2.35681e+0
R  pDM1     5.07533e-3
R  pDM2     4.88188e-2
R  pDM3     4.00100e+0
R  pDM4     1.89989e+0
R  pDM5     2.71533e-3
R  pQ1      4.35423e+0
R  pQ3      1.64369e+0

```

A.3 IfM-Modell

Materialkarte für die Stahlsorten

```

*MAT_USER_DEFINED_MATERIAL_MODELS
$#  mid      ro      mt      lmc      nhv      iortho      ibulk      ig
    11 7890.0000      50      48      59      0      1      2
$#  ivect      ifail      itherm      ihyper      ieos      lmca      unused      unused
    0      0      1      0      0      0      0
$  B      G      E      QE      thetaE      nE      NU      TAYQ
1.750E+11 8.000E+10 2.100E+11 1.0000000 1.0000e+9 1.0000000 0.300000  -1.000000
$  ek      qk      thetak      epskinf      nk      deptsks      qks      nks
&ek      &qk      &thetak      &epskinf      1.0000000 0.0000000 0.0000000 3.0000000
$  ex      qx      thetax      epsxinf      nx      deptsxs      qxs      nxs
1.000E-20 0.0000000 0.0000000 0.0000000 1.0000000 0.0000000 0.0000000 3.0000000
$  k0      qk0      thetak0      nk0      beta      eta      qeta      d0
&k0      &qk0      &thetak0      1.0000000&beta      &eta      &qeta      1.0000E+6
$  dl      m0      m1      epsc      epsf      nd      dmgsap      dmgsd1
0.0000000&m0      &m1      1.000E+10 1.0000000 0.0000000 0.9900000 0.0000000
$  dmgsd2      dmgsd3      dmgsd4      dmgsd5      asympflg      rateflg      eltanflg      symflg
0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 1.0000000 3.0000000 0.0000000 1.0000000

```

16MnCr5

```

*PARAMETER
$#  prmrl      vall
R  ek      3.10171e+9
R  qk      1.8797e-3
R  thetak      8.6949e+2
R  epskinf      1.3488e-1
R  k0      2.70621e+8
R  qk0      7.9930e-3
R  thetak0      9.4798e+2
R  beta      5.5903e-1
R  eta      3.6961e+2
R  qeta      7.2394e+3
R  m0      2.1947987
R  m1      1.1852e+3

```

C15

```

*PARAMETER
$#  prmrl      vall
R  ek      2.33341e+9
R  qk      4.9547e-3
R  thetak      1.2060e+3
R  epskinf      1.3370e-1
R  k0      3.80563e+8
R  qk0      6.8182e-3
R  thetak0      8.1849e+2
R  beta      5.7180e-1
R  eta      2.5912e+2
R  qeta      3.7554e+3
R  m0      1.8213522
R  m1      1.0149e+3

```

51CrV4

```

*PARAMETER
$#  prmrl      vall
R  ek      4.42102e+9
R  qk      5.4023e-3
R  thetak      9.0657e+2
R  epskinf      2.8388e-1
R  k0      4.42133e+8
R  qk0      5.1701e-3
R  thetak0      872.80140
R  beta      0.4136775
R  eta      9.5135e+1
R  qeta      1.0798e+4
R  m0      1.6842447
R  m1      1.8859e+3

```

Materialkarte für die Aluminiumsorte

```
*MAT_USER_DEFINED_MATERIAL_MODELS
$#      mid      ro      mt      lmc      nhv      iortho      ibulk      ig
      11 2700.0000      50      48      59      0      1      2
$#      ivect      ifail      itherm      ihyper      ieos      lmca      unused      unused
      0      0      1      0      0      0
$      B      G      E      QE      thetaE      nE      NU      TAYQ
5.833E+10 25.500E+9 70.000E+9 1.0000000 1.0000e+9 1.0000000 0.3400000 -1.000000
$      ek      qk      thetak      epskinf      nk      deptsks      qks      nks
&ek      &qk      &thetak      &epskinf      1.0000000 0.0000000 0.0000000 3.0000000
$      ex      qx      thetax      epsxinf      nx      deptsxs      qxs      nxs
1.000E-20 0.0000000 0.0000000 0.0000000 1.0000000 0.0000000 0.0000000 3.0000000
$      k0      qk0      thetak0      nk0      beta      eta      qeta      d0
&k0      &qk0      &thetak0      1.0000000&beta      &eta      &qeta      1.0000E+6
$      d1      m0      m1      epsc      epsf      nd      dmgsap      dmgsd1
0.0000000&m0      &m1      1.000E+10 1.0000000 0.0000000 0.9900000 0.0000000
$      dmgsd2      dmgsd3      dmgsd4      dmgsd5      asympflg      rateflg      eltanflg      symflg
0.0000000 0.0000000 0.0000000 0.0000000 1.0000000 3.0000000 0.0000000 1.0000000
```

AlMgSi1

```
*PARAMETER
$#      prmrl      val1
R ek      2.04553e+8
R qk      2.0780e-2
R thetak      6.6815e+2
R epskinf      1.6854e-1
R k0      1.72110e+7
R qk0      9.3016e-3
R thetak0      6.5469e+2
R beta      0.1234425
R eta      2.0493e+1
R qeta      1.9705e+4
R m0      2.5436539
R m1      4.1466e+3
```

Schrifttum

- [Bammann, 1990] Bammann, D. J. (1990). Modeling temperature and strain rate dependent large deformations of metals. *Applied Mechanics Reviews*, 43(5S):312–319. (Zitiert auf den Seiten 1, 3 und 4.)
- [Belytschko et al., 2014] Belytschko, T., Liu, W. K., Moran, B., und Elkhodary, K. I. (2014). *Non-linear Finite Elements for Continua and Structures*. Wiley. (Zitiert auf Seite 77.)
- [Betten, 2001] Betten, J. (2001). *Kontinuumsmechanik – Elastisches und inelastisches Verhalten isotroper und anisotroper Stoffe*. Springer. (Zitiert auf Seite 63.)
- [Bröcker, 2014] Bröcker, C. (2014). *Materialmodellierung für die simultane Kalt-/Warmumformung auf Basis erweiterter rheologischer Modelle*. Dissertation, Universität Kassel, Institut für Mechanik, Fachgebiet Numerische Mechanik. (Zitiert auf den Seiten iv, 1, 4, 8, 19, 54, 56, 63 und 66.)
- [Bröcker und Matzenmiller, 2016] Bröcker, C. und Matzenmiller, A. (2016). Erweiterung des Konzepts der rheologischen Modelle um die Erfassung von Schädigung und Anwendung zur Materialmodellierung für die simultane Kalt-/Warmumformung. Interner Bericht des Forschungsvorhaben Ma1186/5 der DFG, Institut für Mechanik, Fachgebiet Numerische Mechanik, Universität Kassel. im Druck. (Zitiert auf den Seiten iii, 8, 64 und 65.)
- [Doege und Behrens, 2010] Doege, E. und Behrens, B.-A. (2010). *Handbuch Umformtechnik – Grundlagen, Technologien, Maschinen*. Springer Verlag. (Zitiert auf den Seiten iii, 3, 15, 16, 17 und 18.)
- [Gross und Seelig, 2011] Gross, D. und Seelig, T. (2011). *Bruchmechanik – Mit einer Einführung in die Mikromechanik*. Springer. (Zitiert auf Seite 63.)
- [Hagen, 1990] Hagen, M. (1990). *Werkstoffmodelle zur thermomechanischen Behandlung des Stahls 50CrV4*. Dissertation, Fakultät für Bergbau, Hüttenwesen und Geowissenschaften, RWTH Aachen. (Zitiert auf den Seiten iii und 17.)
- [Johnson und Bammann, 1984] Johnson, G. C. und Bammann, D. J. (1984). A discussion of stress rates in finite deformation problems. *International Journal of Solids and Structures*, 20:725–737. (Zitiert auf Seite 65.)
- [Livermore Software Technology Corporation (LSTC), 2015] Livermore Software Technology Corporation (LSTC) (2015). *LS-DYNA Keyword User's Manual, Volume II, Material Models*. Livermore, California, USA. LS-DYNA R8.0, 03/18/15 (r:6307). (Zitiert auf den Seiten 3 und 4.)
- [Marin et al., 2006] Marin, E. B., Bammann, D. J., Regueiro, R. A., und Johnson, G. C. (2006). On the Formulation, Parameter Identification and Numerical Integration of the EMMI Model : Plasticity and isotropic Damage. SANDIA REPORT, Sandia National Laboratories, Albuquerque, New Mexico 87185 and Livermore, California 94550. (Zitiert auf den Seiten 1, 3, 5 und 21.)
- [Nagtegaal und de Jong, 1982] Nagtegaal, J. C. und de Jong, J. E. (1982). Some aspects of non-isotropic work-hardening in finite strain plasticity. In *Proceedings of the Workshop on Plasticity of Metals at Finite Strain: Theory, Experiment and Computation*, pages 65–102. (Zitiert auf Seite 65.)

- [Oberländer, 1990] Oberländer, T. F. (1990). Ermittlung der Fließkurven und der Anisotropie-Eigenschaften metallischer Werkstoffe im Rastegaev-Stauchversuch. Berichte aus dem Institut für Umformtechnik der Universität Stuttgart, Vol. 109. Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH. (Zitiert auf Seite 15.)
- [Pöhlandt, 1986] Pöhlandt, K. (1986). *Werkstoffprüfung für die Umformtechnik – Grundlagen, Prüfmethoden, Anwendungen*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH. (Zitiert auf Seite 15.)
- [Reiss und Pöhlandt, 1986] Reiss, W. und Pöhlandt, K. (1986). The rastegaev upset test – a method to compress large material volumes homogeneously. *Experimental Techniques*, 10:20–24. (Zitiert auf den Seiten iii und 15.)
- [Scholtes und Grüning, 2009] Scholtes, B. und Grüning, A. (2009). Persönliche Mitteilung. Institut für Werkstofftechnik - Fachgebiet Metallische Werkstoffe, Universität Kassel. (Zitiert auf den Seiten iii und 17.)
- [Stander et al., 2014] Stander, N., Roux, W., Basudhar, A., Eggleston, T., Goel, T., und Craig, K. (2014). *LS-OPT® User's Manual – A DESIGN OPTIMIZATION AND PROBABILISTIC ANALYSIS TOOL FOR THE ENGINEERING ANALYST*. Livermore, California, USA. Version 5.1. (Zitiert auf Seite 18.)
- [Szczepaniak, 2013] Szczepaniak, A. (2013). Materialparameteridentifikation eines Thermoviskoplastizitätsmodells für die simultane Kalt-Warmumformungsprozesse von metallischen Werkstoffen. Studienarbeit, Universität Kassel, Fachbereich Maschinenbau, Institut für Mechanik, Fachgebiet Numerische Mechanik, Kassel. (Zitiert auf den Seiten 19 und 67.)
- [Szczepaniak, 2015] Szczepaniak, A. (2015). Erweiterung der UMAT-Implementierung eines Thermoviskoplastizitätsmodells um die Erfassung von Schädigung und den konsistenten Tangentenoperator. Diplom-II-Abschlussarbeit, Universität Kassel, Fachbereich Maschinenbau, Institut für Mechanik, Fachgebiet Numerische Mechanik, Kassel. (Zitiert auf den Seiten 66, 77 und 86.)
- [Taylor und Quinney, 1934] Taylor, G. I. und Quinney, H. (1934). The latent energy remaining in a metal after cold working. *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 143:307–326. (Zitiert auf Seite 21.)
- [Taylor, 2008a] Taylor, R. L. (2008a). *FEAP - A Finite Element Analysis Program, Theory Manual, Version 8.2*. Department of Civil and Environmental Engineering, University of California at Berkeley. (Zitiert auf Seite 73.)
- [Taylor, 2008b] Taylor, R. L. (2008b). *FEAP - A Finite Element Analysis Program, User Manual, Version 8.2*. Department of Civil and Environmental Engineering, University of California at Berkeley. (Zitiert auf Seite 73.)
- [van der Lugt und Huetink, 1986] van der Lugt, J. und Huetink, J. (1986). Thermal mechanically coupled finite element analysis in metalforming processes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 54:145–160. (Zitiert auf Seite 42.)
- [Wriggers, 2001] Wriggers, P. (2001). *Nichtlineare Finite-Element-Methoden*. Springer. (Zitiert auf Seite 50.)